



**Institut für Elektrische Energiewandlung**

*Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Andreas Binder*



**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT**

---

# **Praktikum ETiT**

## **-Grundlagen der Elektrotechnik-**

### *Versuch 4*

## **Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessungen**

## Inhaltsverzeichnis

<b>4</b>	<b>MAGNETISCHE GLEICH- UND WECHSELFELDMESSUNGEN .....</b>	<b>3</b>
<b>4.1</b>	<b>ALLGEMEINES ZU GLEICHFELDMESSUNGEN .....</b>	<b>3</b>
<b>4.2</b>	<b>GLEICHFELDMESSUNG DURCH FELDABHÄNGIGE MATERIALEIGENSCHAFTEN.....</b>	<b>4</b>
4.2.1	<i>Magnetoresistiver Effekt .....</i>	<i>4</i>
4.2.2	<i>Hall-Effekt.....</i>	<i>4</i>
<b>4.3</b>	<b>WEICH- UND HARTMAGNETISCHE WERKSTOFFE.....</b>	<b>6</b>
<b>4.4</b>	<b>DAS MAGNETISCHE RÜCKSCHLUSSJOCH .....</b>	<b>10</b>
<b>4.5</b>	<b>MAGNETISCHE WECHSELFELDMESSUNGEN .....</b>	<b>11</b>
<b>4.6</b>	<b>DYNAMISCHE HYSTERESESCHLEIFEN.....</b>	<b>14</b>
<b>4.7</b>	<b>DIE WIRBELSTROMBREMSE .....</b>	<b>18</b>
4.7.1	<i>Bewegungsinduktion in einem bewegten geraden Leiter .....</i>	<i>18</i>
4.7.2	<i>Rotierende Leiter-Scheibe im Magnetfeld.....</i>	<i>20</i>
<b>4.8</b>	<b>MAGNETISCH GEKOPPELTE KREISE .....</b>	<b>24</b>
4.8.1	<i>Messung von Gegeninduktivität .....</i>	<i>25</i>
4.8.2	<i>Variable Gegeninduktivität.....</i>	<i>26</i>
	<b>VERSUCHSDURCHFÜHRUNG .....</b>	<b>29</b>
<b>4.9</b>	<b>PERMANENTMAGNETE IM RÜCKSCHLUSSJOCH.....</b>	<b>29</b>
4.9.1	<i>Durchführung.....</i>	<i>30</i>
4.9.2	<i>Auswertung .....</i>	<i>31</i>
<b>4.10</b>	<b>FARADAY'SCHE SCHEIBE ALS WIRBELSTROMBREMSE .....</b>	<b>33</b>
4.10.1	<i>Messung der <math>U_i(n)</math>-Kennlinie.....</i>	<i>33</i>
4.10.1.1	<b>Durchführung.....</b>	<b>35</b>
4.10.1.2	<b>Auswertung.....</b>	<b>35</b>
4.10.2	<i>Messung der <math>U_i(I_p)</math>-Kennlinie bei konstanter Drehzahl <math>n = 2000 \text{ min}^{-1}</math>.....</i>	<i>36</i>
4.10.2.1	<b>Durchführung.....</b>	<b>36</b>
4.10.2.2	<b>Auswertung.....</b>	<b>36</b>
<b>4.11</b>	<b>HYSTERESIS-KENNLINIEN UND UMMAGNETISIERUNGSVERLUSTE IN EINEM SCHNITTBANDKERN ....</b>	<b>36</b>
4.11.1	<i>Durchführung.....</i>	<i>38</i>
4.11.2	<i>Auswertung .....</i>	<i>39</i>
<b>4.12</b>	<b>VARIABLE GEGENINDUKTIVITÄT, KOPPLUNG, STREUZIFFER, RUHINDUKTION .....</b>	<b>40</b>
4.12.1	<i>Messung der Leerlaufspannung <math>U_{i,34}</math>, bei variablem Abstand <math>x</math>.....</i>	<i>40</i>
4.12.2	<i>Messung der Spuleninduktivität <math>L_{sp1}</math>.....</i>	<i>41</i>
4.12.2.1	<b>Spule 2 offen, daraus <math>L_{sp10}</math>.....</b>	<b>41</b>
4.12.2.2	<b>Spule 2 kurzgeschlossen, daraus <math>L_{sp1ks}</math>.....</b>	<b>42</b>
4.12.2.3	<b>Bestimmung der Streuziffer <math>\sigma</math> (Variante 1: <math>\sigma_1</math>).....</b>	<b>43</b>
4.12.3	<i>Messung der Spuleninduktivität <math>L_{sp20}</math>, wenn Spule 1 offen.....</i>	<i>43</i>
<b>4.13</b>	<b>VERGLEICH DER ERMITTELTEN STREUZIFFERN .....</b>	<b>44</b>
<b>4.14</b>	<b>VERSUCHSVORBEREITUNG .....</b>	<b>44</b>

## 4 Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessungen

### 4.1 Allgemeines zu Gleichfeldmessungen

Die magnetischen Feldvektoren

$\vec{B}$ : **magnetische Flussdichte (Induktion)**, gemessen in  $\text{Vs/m}^2 = \text{T}$  (*Tesla*),

$\vec{H}$ : **magnetische Feldstärke**, gemessen in  $\text{A/m}$ ,

$\vec{J}$ : **magnetische Polarisation**, gemessen in  $\text{Vs/m}^2 = \text{T}$  (*Tesla*),

müssen nach Betrag und Richtung bestimmt werden. Im leeren Raum ("Luft") gilt

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}) \quad , \quad (4.1-1)$$

während bei Anwesenheit **ferromagnetischer Stoffe** (Eisen, Nickel, Kobalt) diese durch das  $H$ -Feld aufmagnetisiert werden und mit ihrer magnetischen Polarisation  $J$  das  $B$ -Feld verstärken.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu \cdot \vec{H} \quad . \quad (4.1-2)$$

Oft wird statt der magnetischen Polarisation die **Magnetisierung  $M$** , gemessen in  $\text{A/m}$ , zur Beschreibung dieses Effekts verwendet:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad \Rightarrow \quad \vec{J} = \mu_0 \vec{M} \quad . \quad (4.1-3)$$

#### *Gebräuchliche Gleichfeldmessmethoden:*

Im **leeren Raum** können zur Bestimmung der **Richtung** von  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

- drehbare **Magnetnadeln** oder
- drehbare Messgeneratoren (z. B. Tauchspulen, *Hall*-Generatoren etc.) verwendet werden.

Zur Darstellung von "Feldlinien" werden

- **Eisenfeilspäne** auf eine Messebene gestreut, da sich die Späne im  $B$ -Feld aufmagnetisieren und wie kleine Magnetnadeln längs den  $B$ -Vektoren ausrichten.

**Größe und Richtung** der Flussdichte  $B$  werden mit folgenden Messprinzipien bestimmt:

- **Fluxmeter** (flux (lat.): Fluss): Eine kleine Prüfspule ("Tauchspule") wird z.B. aus dem Magnetfeld in den feldfreien Raum gebracht. Die Flussänderung induziert dabei eine Spannung  $u_i$  in der Spule.

$$u_i = -d\Psi / dt \quad (4.1-4)$$

Ein an die Spule angeschlossenes integrierendes Drehspulinstrument integriert das Spannungssignal, so dass die Flussverkeftung  $\Psi$  erhalten wird. Mit der Fläche der Tauchspule  $A$  und deren Windungszahl  $N$  wird daraus  $B = \Psi / (N \cdot A)$  bestimmt. Die Anschlussdrähte sind **bifilar** (= Hin- u. Rückleiter liegen eng nebeneinander) und **verdrillt** ausgeführt, damit dort nichts induziert wird. Da die Tauchspule klein ist, kann  $B$  als **lokale** Größe betrachtet werden. Durch Drehen der Spulenchse in die drei Raumrichtungen kann der  $B$ -Vektor messtechnisch bestimmt werden.

- **Magnetoresistiver Effekt**,
- **Hall-Effekt**.

Weitere Messprinzipien sind:

- **Kraftwirkung** im Magnetfeld auf stromführende Leiter.
- **Magnetooptischer Effekt**, bei dem in einer Substanz die Polarisationssebene in einem Magnetfeld proportional zu dessen Stärke gedreht wird (*Faraday*-Effekt). Ein analoger elektrooptischer Effekt (*Pockels*-Effekt) kann zur Messung des  $E$ -Felds verwendet werden.
- **Elektronenstrahlkrümmung** im  $B$ -Feld.
- **Kernresonanzmessung**, bei der die streng lineare Abhängigkeit der Präzessionsfrequenz magnetischer Kernmomente in einer Substanz vom äußeren  $B$ -Feld ausgenutzt wird.

Im Praktikum wird der nachfolgend beschriebene *Hall*-Effekt als Messprinzip verwendet.

## 4.2 Gleichfeldmessung durch feldabhängige Materialeigenschaften

### 4.2.1 Magneto-resistiver Effekt

Wird Wismut in ein Magnetfeld im leeren Raum gebracht, so wird oberhalb etwa 0.1 T eine lineare Widerstandszunahme bei Erhöhung der Induktion beobachtet. Für Messzwecke verwendet man Wismutdrähte hoher Reinheit ("**Feldplatten**"), aus deren Widerstandsänderung die Induktion bestimmt werden kann. Zur Vermeidung einer Induktionswirkung wird der Wismutdraht bifilar zu einer Spule gewickelt. Bei Messungen mit Wismutspiralen ist die starke Temperaturabhängigkeit sehr störend; sie beträgt bei Raumtemperatur etwa 0.4 % je Grad, diese entspricht einem möglichen Induktionsunterschied von etwa 0.01 T. Für genaue Messungen muss man daher kleine Ströme verwenden, damit die Stromwärme das Messergebnis nicht verfälscht. Die Bestimmung des Proportionalitätsfaktors zwischen Messsignal und Flussdichte erfolgt empirisch in einem **Normalfeld bekannter Größe (Kalibriermagnete!)**.

### 4.2.2 *Hall*-Effekt

Wird ein bandförmiges leitendes oder halbleitendes Material (Dicke  $d$ ) von elektrischem Strom  $I$  durchflossen (bewegte negative elektrische Ladungen der Leitungselektronen  $q = -e$  mit der **Elementarladung**  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  As, 1 As = C (*Coulomb*)) und wirkt senkrecht auf die Materialoberfläche eine magnetische Flussdichte  $B$ , dann führen die Leitungselektronen (gerichtete Elektronengeschwindigkeit  $v_e$  in Richtung des Stromflusses) infolge der *Lorentz*-Kraft

$$\vec{F}_L = -e(\vec{v}_e \times \vec{B}) \quad (4.2.2-1)$$

eine Driftbewegung senkrecht zur Stromrichtung aus (Bild 4.2.2-1). Mit der "Rechte-Hand-Regel" folgt für Bild 4.2.2-1 eine Bewegung der Elektronen nach oben. Dies führt zu einer Anhäufung negativer Ladungen an der oberen Längsseite des Leiterbandes ("*Hall*-Effekt") und infolge der Verarmung an Leitungselektronen an der Bandunterseite zur Anhäufung gleich viel positiver Ladungen. Dadurch entsteht eine von unten nach oben gerichtete elektrische Quellenfeldstärke  $E_H$ , die ihrerseits eine Kraftwirkung

$$\vec{F}_H = -e \cdot \vec{E}_H \quad (4.2.2-2)$$

nach unten auf die negativ geladenen Leitungselektronen ausübt. Daher ändert sich die Ladungsansammlung an den Bandseiten nicht mehr, wenn ein Gleichgewichtszustand

$$\vec{F}_L = -\vec{F}_H \quad (4.2.2-3)$$

eingetreten ist. Die verbleibenden Leitungselektronen bewegen sich kräftefrei, da die Summe der auf sie wirkenden Kräfte gemäß (4.2.2-3)

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_L + \vec{F}_H = 0 \quad (4.2.2-4)$$

Null ist. Der Strom ist die Ladungsänderung  $dQ/dt$  am Ort  $x$ , wobei die Ladungsmenge  $Q$  die Ladungsmenge  $\rho$  je Volumeneinheit (**Ladungsdichte**) im Volumenelement  $V = A \cdot x$  ist. Dabei ist  $A$  der Querschnitt des Bandleiters und  $x$  die Länge des betrachteten Volumenelements.

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\rho \cdot dV}{dt} = \rho \cdot A \cdot \frac{dx}{dt} = \rho \cdot A \cdot v_e = J_e \cdot A \quad (4.2.2-5)$$

Daraus ergibt sich für die eingepreßte elektrische Stromdichte (wegen  $-e$  ist  $\rho < 0$ )

$$J_e = \frac{I}{A} = \rho \cdot v_e \Rightarrow \vec{J}_e = \rho \cdot \vec{v}_e \quad (4.2.2-6)$$

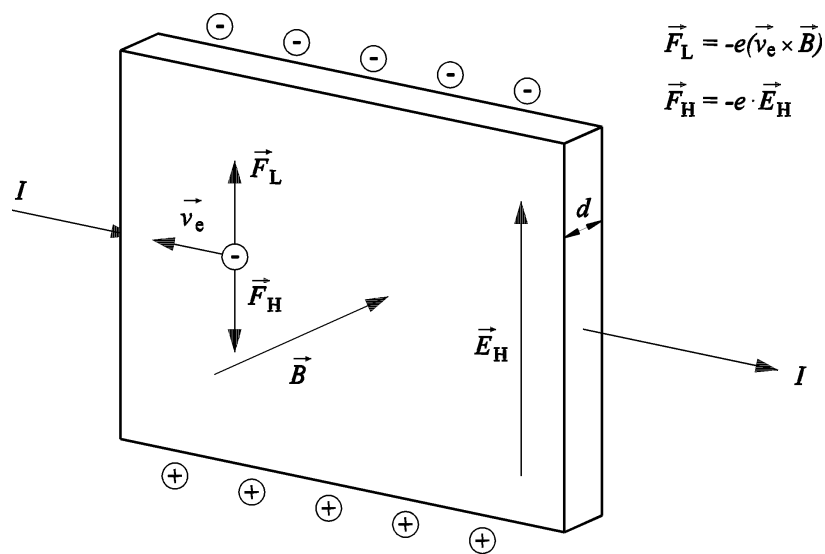


Bild 4.2.2-1: Hall-Effekt

Aus (4.2.2-3) folgt für die **elektrische Hall-Feldstärke**

$$\vec{E}_H = -(\vec{v}_e \times \vec{B}) \quad (4.2.2-7)$$

bzw. mit (4.2.2-6)

$$\vec{E}_H = -\frac{1}{\rho} \vec{J}_e \times \vec{B} = h \cdot (\vec{J}_e \times \vec{B}) \quad h : \text{Hall-Konstante} \quad (4.2.2-8)$$

Die elektrische *Hall*-Feldstärke kann als **Hall-Spannung**

$$U_H = E_H \cdot l = h \cdot l \cdot J_e \cdot B \sim B \quad (4.2.2-9)$$

zwischen den oberen und unteren Bandseiten (Abstand:  $l$ ) mit einem Voltmeter als Gleichspannung gemessen werden. Bei doppelter magnetischer Flussdichte oder doppeltem Messstrom  $I$  verdoppelt sich die *Hall*-Spannung.

Durch Auffindung von Stoffen mit **hoher** *Hall*-Konstante wie z. B. die **Halbleiter** Germanium und Indiumarsenid hat der *Hall*-Effekt große praktische Bedeutung für die Messung magnetischer Felder erlangt. Da in den Halbleitern sowohl Elektronen- als auch Löcherleitung ("positive bewegte Ladungen") vorherrschen, ist die *Hall*-Konstante ein etwas komplizierter Ausdruck in Abhängigkeit der Ladungsdichte von Elektronen und Löchern als der in (4.2.2-8) hergeleitete Ausdruck, der nur das Prinzip verdeutlichen soll.

Der Zusammenhang zwischen Induktion  $B$  und *Hall*-Spannung  $U_H$  ist bei geeigneter Belastung des Messkreises praktisch linear. Der Messbereich erstreckt sich von etwa  $10^{-5}$  T bis etwa 1 T.

### 4.3 Weich- und hartmagnetische Werkstoffe

**Eisen** ist ferromagnetisch ("spontan" magnetisierbar). Außer Eisen zeigen nur Nickel und Kobalt und die *Heusler*'schen Legierungen den als **Ferromagnetismus** bezeichneten ungewöhnlichen Effekt der hohen Permeabilität, der auf dem Mechanismus der "**spontanen Magnetisierung**" (= Ausrichten der *Weiss*'schen Bezirke im äußeren Magnetfeld) beruht. Die *Weiss*'schen Bezirke sind Bereiche gleichförmiger Magnetisierung im Eisen, deren magnetische Richtungen i. a. regellos verteilt sind (global unmagnetisches Eisen), sich aber im Fremdfeld in dessen Richtung drehen (magnetisiertes Eisen). Nach Abschalten des Fremdfelds bleiben einige Bezirke in dieser Richtung orientiert, so dass ein Restmagnetismus verbleibt (**Remanenzflussdichte**  $B_R$ ). Erst durch Anlegen eines Gegenfelds  $H_C$  wird dieser Restmagnetismus auf Null zurück gestellt (**Koerzitivfeldstärke**  $H_C$  bzw.  ${}_B H_C$ ). Das vom Eisen erzeugte Eigenfeld  $J$  verstärkt somit das anliegende Fremdfeld  $H$  (4.1-2).

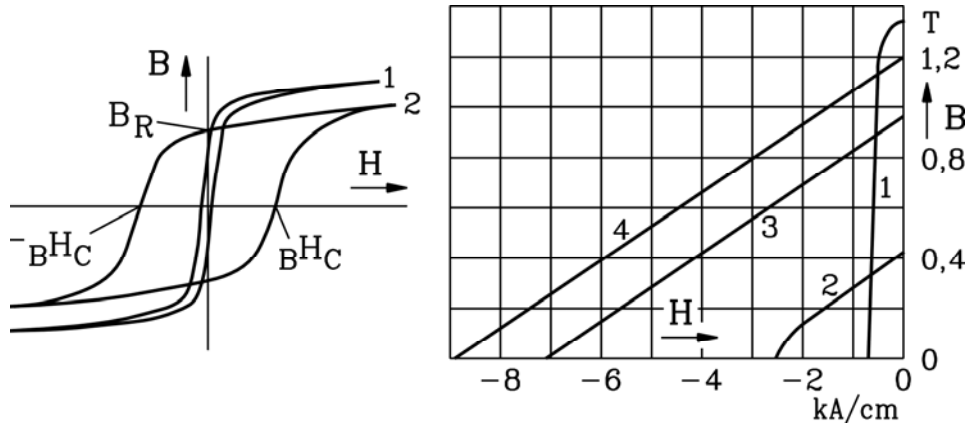
#### *Fazit:*

**Der große Vorteil des Eisenwerkstoffs ist seine hohe Permeabilität  $\mu$ , die es gestattet, mit geringem Durchflutungsaufwand  $\Theta$ , also geringer magnetischer Feldstärke  $H$ , relativ hohe magnetische Flussdichten  $B$  im Eisen zu erzeugen (4.1-2).**

Wenn  $H$  - von großen Werten kommend - abnimmt und Null wird, bleibt  $B$  als Remanenzflussdichte noch positiv und wird erst Null, wenn schon  $H$  negativ (Koerzitivfeldstärke) ist. Die Flussdichte  $B$  eilt also wegen der dem  $H$ -Feld verzögert folgenden *Weiss*'schen Bezirke (dargestellt durch  $J$ ) dem  $H$ -Feld nach, so dass  $B(H)$  eine *Hysteresis*-Schleife bildet (griechisch: *hysteresis*: das Nacheilen: " $B$  eilt  $H$  nach"). Bei Eisen, Kobalt und Nickel ist die Hysteresis-Schleife sehr schmal und klein ( $B_R$  und  $H_C$  klein); Eisen, Kobalt und Nickel nennt man "**weichmagnetische**" **Werkstoffe**.

Bei Dauermagneten ist die Hysteresis-Schleife breit, da man eine große Remanenz  $B_R$  und eine große Koerzitivfeldstärke  ${}_B H_C$  benötigt, um mit dem Dauermagneten große Felder

verlustfrei zu erzeugen. Dauermagnete (Permanentmagnete) sind **hartmagnetische Werkstoffe**.



**Bild 4.3-1:** Magnetische Werkstoffe mit Hysterese-Schleife: Weichmagnetische (Kurve 1), hartmagnetische (Kurve 2)

**Bild 4.3-2:**  $B(H)$ -Kennlinien von Permanentmagneten im zweiten Quadranten der  $B-H$ -Ebene  
1: Al-Ni-Co-Magnet, 2: Hartferrit (Ba-Ferrit), Seltenerd-Magnete: 3: Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub>, 4: NdFeB

Der ferromagnetische Effekt zur Verstärkung von Fremdfeldern durch Eisen, Nickel, Kobalt ist nicht beliebig nutzbar. Ab einer Flussdichte von ca. 1.7 T „**sättigt**“ z. B. das Eisen, weil dann alle *Weiss*'schen Bezirke parallel zur Fremdfeldstärke ausgerichtet sind. Die Polarisation  $J$  hat ihren Maximalwert, die **Sättigungspolarisation  $J_s$** , erreicht. Ein weiterer Anstieg von  $B$  erfolgt nur noch über ein Ansteigen der Fremdfeldstärke gemäß  $\mu_0 H$ . Der aus dem Quotienten

$$\mu = B/H \quad (4.3-1)$$

gebildete Wert der **relativen Permeabilität**  $\mu_r = \mu/\mu_0$  sinkt von typisch 3000 ... 5000 im Bereich kleiner Flussdichten auf Werte von 200 – 500 ab, um im hochgesättigten Bereich jenseits von 2.3 T sich dem Wert 1 asymptotisch zu nähern (**Sättigung des ferromagnetischen Werkstoffs**).

Durch gezielt eingefügte "Defekte" in die Kristallstruktur wird bei Dauermagneten erreicht, dass die *Weiss*'schen Bezirke auch nach Abschalten des Fremdfelds in die Magnetisierungsrichtung "verankert" bleiben. Daher haben Dauermagnete eine hohe Remanenzflussdichte von ca. 0.4 T (Ferrite) bis zu 1.6 T (Neodymium-Eisen-Bor(NdFeB)-Magnete). Folglich ist auch eine sehr hohe Koerzitivfeldstärke erforderlich, um die Magnete zu entmagnetisieren. Dauermagnete bestehen somit stets aus ferromagnetischem Material (Fe, Ni, Co), dem weitere Stoffe zulegiert sind, um die hohen Remanenz- und Koerzitivfeld-Werte zu erreichen.

**Aluminium-Nickel-Kobalt-Legierungen** (AlNiCo) haben eine hohe Remanenzflussdichte, sind aber leicht entmagnetisierbar.

**Hartferrite** (Strontium-Ferrit, Barium-Ferrit) sind Sinterwerkstoffe mit geringerer Remanenz, aber deutlich höherer Entmagnetisierfestigkeit.

Wesentlich höhere Entmagnetisierfestigkeit haben die deutlich teureren **Seltenerd-Magnete** Samarium-Kobalt (SmCo<sub>5</sub>, Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub>) und Neodymium-Eisen-Bor (NdFeB). Samarium und Neodymium gehören zu der Gruppe der Seltenerd-Elemente.

Das weltweite Patent auf den aussichtsreichsten Seltenerd-Hochenergie-Dauermagnetwerkstoff NdFeB wurde der japanischen Firma *Sumitomo* erteilt.

Die nahezu lineare Kennlinie  $B(H)$  im 2. und 4. Quadranten der Ferrit- und der Selten-Erd-Magnete wird durch Bild 4.3-3 erklärt. Die sehr breite Hysterese-Schleife  $J(H)$  bedingt einen weiten Bereich, wo  $J = J_s$  ist. Daher ergibt sich

$$B = \mu_0 H + J = \mu_0 H + J_s \tag{4.3-2}$$

als lineare Charakteristik, ausgehend von der Remanenzflussdichte  $B_R = J_s$ . Der Anstieg der (linearen) Kurve  $B(H)$  im 2. Quadranten ist somit annähernd  $\mu_0$ .

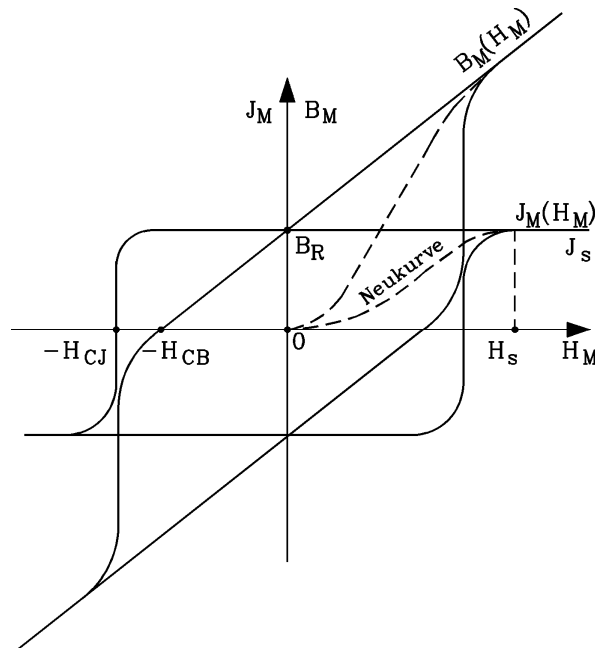


Bild 4.3-3: Entstehen der  $B(H)$ -Hysterese-Schleife aus der  $J(H)$ -Hystereseschleife für Ferrite und Selten-Erd-Magnete (Index  $M$  für „Magnet“)

Wird ein Dauer-Magnet in Luftumgebung gebracht, so **entmagnetisiert er sich teilweise**. In Bild 4.3-4 ist z. B. ein Magnet im Luftspalt eines C-förmigen Eisenkreises so angeordnet, dass zwischen Dauer magnet und Eisenpolschuhen ein Restluftspalt  $\delta$  verbleibt.

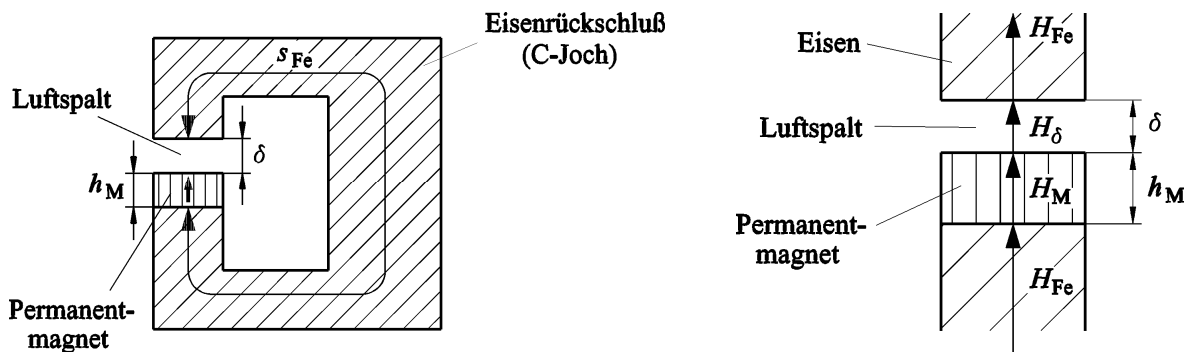


Bild 4.3-4: Dauermagnet zwischen zwei Polschuhen eines C-förmigen Eisenkreises mit Luftspalt  $\delta$ , links: Gesamtanordnung, rechts: vergrößerter Ausschnitt im Luftspaltbereich

Der *Ampere'sche* Durchflutungssatz längs eines geschlossenen Weges  $C$  durch den Eisenkreis, Dauer-Magneten und Luftspalt (bestehend aus dem Wegabschnitten  $s_{Fe}$  im Eisen,  $h_M$  im Magneten und dem Luftspalt  $\delta$ ) ergibt somit (da keine elektrische Durchflutung  $\Theta$  vorhanden ist)



$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = 0 \quad . \quad (4.3-3)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe} s_{Fe} + H_M h_M + H_\delta \delta = 0 \quad (4.3-4)$$

Da der magnetische Fluss  $\Phi$  im C-Eisenkreis und im Magnet (geschlossener Weg) stets derselbe ist, ist bei gleichen Querschnitten  $A$  im Eisen, Magneten und Luftspalt die Flussdichte  $B = \Phi / A$  stets gleich:

$$B_{Fe} = B_M = B_\delta \quad . \quad (4.3-5)$$

Daraus folgt, dass wegen der großen Eisenpermeabilität  $\mu_{Fe}$  die Feldstärke im Eisen viel kleiner als die in Luft ist und daher vernachlässigt werden kann:

$$H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu_{Fe}} = \frac{B_\delta}{\mu_{Fe}} \ll \frac{B_\delta}{\mu_0} = H_\delta \quad . \quad (4.3-6)$$

Damit ist

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe} s_{Fe} + H_M h_M + H_\delta \delta = H_M h_M + H_\delta \delta = 0 \Rightarrow H_M = -\frac{\delta}{h_M} H_\delta \quad (4.3-7)$$

Die Feldstärke im Magneten ist somit NEGATIV: Der Magnet "arbeitet" im 2. Quadranten (Bild 4.3-2). Wird die  $B_M(H_M)$ -Kennlinie im 2. Quadranten durch eine lineare Kennlinie angenähert (Steigung  $B_R/H_C$ )

$$B_M = B_R + \frac{B_R}{H_C} \cdot H_M \quad , \quad (4.3-8)$$

so folgt mit (4.3-7) für die Feldstärke im Magneten  $H_M$  ein negativer Wert

$$\begin{aligned} B_\delta = B_M &\Rightarrow B_\delta = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta} H_M = B_R + \frac{B_R}{H_C} \cdot H_M \Rightarrow \\ \Rightarrow H_M &= -\frac{B_R}{\mu_0 \frac{h_M}{\delta} + \frac{B_R}{H_C}} \end{aligned} \quad (4.3-9)$$

und für die magnetische Flussdichte im Magneten (und damit im Luftspalt)

$$B_M = B_R - \frac{B_R}{1 + \mu_0 \cdot \frac{h_M}{\delta} \cdot \frac{H_C}{B_R}} \quad (4.3-10)$$

ein gegenüber der Remanenzflussdichte verringerter Wert. Gegenüber der Remanenzflussdichte wird der Dauermagnet durch die Luftstrecke teilweise **entmagnetisiert** ( $B_M < B_R$ ).

#### 4.4 Das magnetische Rückschlussjoch

Magnetisierte Einzelproben wie z. B. Dauermagnete, deren  $B(H)$ -Kennlinie man messen will, kann man durch Einbau in ein besonders dickes Rückschlussjoch vom Einfluss des **entmagnetisierenden Feldes nahezu befreien**, wenn das Rückschlussjoch aus einem Material besteht, das eine hohe Permeabilität hat. Dann ist Bedingung (4.3-6) ( $H_{Fe} \cong 0$ ) gut erfüllt und wegen des verschwindenden Luftspalts ( $\delta \rightarrow 0$ ) wird in (4.3-10) der Nenner unendlich groß und somit  $B_M \cong B_R$ . In Bild 4.4-1 ist ein **Rückschlussjoch** dargestellt. Es stellt im Prinzip einen C-förmigen Eisenkreis mit Luftspalt "Null" ( $\delta = 0$ ) und eingespanntem Prüfling (Dauermagnetprobe, Dicke  $h_M = l$ ) dar, das eine zusätzliche elektrische Spule trägt, so dass eine elektrische Durchflutung  $\Theta$  mit positivem oder negativem Vorzeichen aufgebracht werden kann. Aus (4.3-3), (4.3-4) folgt mit  $\delta = 0$ :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe} s_{Fe} + H_M h_M = H_M h_M = \Theta \quad (4.4-1)$$

Wird diese elektrische Durchflutung  $\Theta$  verändert, so wird  $H_M$  verändert, so dass die Kennlinie  $B_M(H_M)$  durchfahren werden kann.

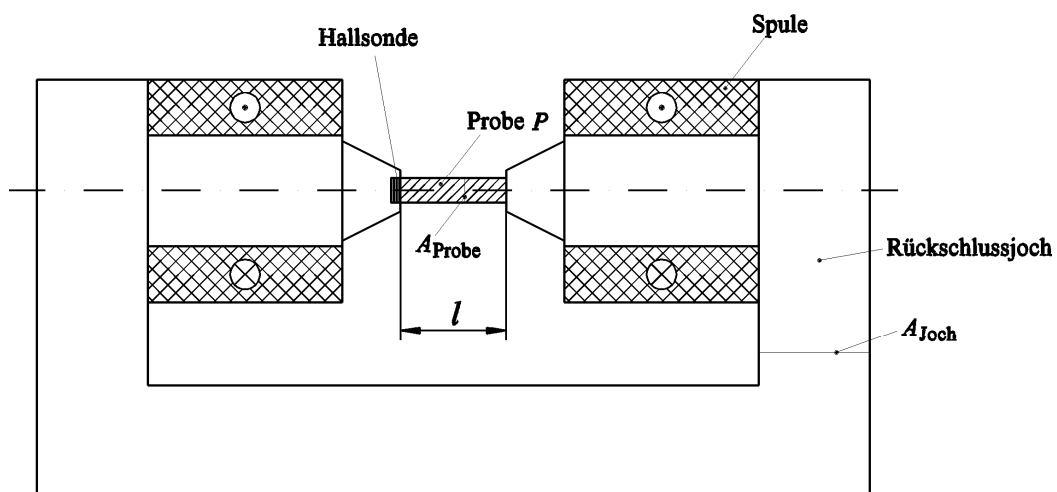


Bild 4.4-1: Magnetisches Rückschlussjoch

Das Rückschlussjoch besteht aus einem C-förmigen Eisenrahmen, einer Magnetisierungsspule (in Bild 4.4-1 symmetrisch aufgeteilt auf beide Seite zur Verringerung von Streuflüssen) und der zu messenden Probe P. Eine stirnseitig eingefügte Hall-Sonde misst die Flussdichte  $B_M$  an der Oberfläche des Prüflings. Sind Magnetisierungsspule und Prüfling lang, dann bildet sich im Prüfling P **ein relativ gut homogenes Feld**  $H_M$  aus und wegen des hochpermeablen Rückschlussjoches mit großem Querschnitt können große Feldstärken  $H_M$  erreicht werden. Die Feldstärke  $H_M$  im Prüfling wird mit dem Durchflutungssatz (4.4-1)

$$H_M = \frac{\Theta}{l} = \frac{N \cdot I}{l} \quad (4.4-2)$$

bestimmt;  $I$  ist die Stromstärke,  $N$  die Windungszahl der Erregerspule,  $l$  ist die nominelle Länge der Probe  $h_M$ , da sie sich beim Einspannen kaum verformt.

$H_{Fe}$  im Rückschlussjoch kann

- wegen dessen **großen Querschnittes**  $A_{Joch} \gg A_{Probe}$  und

- seiner **hohen Permeabilität** vernachlässigt werden.

$$B = \Phi / A \quad \Rightarrow \quad B_{Joch} = \frac{\Phi}{A_{Joch}} \ll \frac{\Phi}{A_{Probe}} = B_M \quad (4.4-3)$$

$$H_{Joch} = \frac{B_{Joch}}{\mu_{Fe}} \ll H_M \quad (4.4-4)$$

Das Joch soll aus einem Material mit geringer Koerzitivfeldstärke und großer Anfangspermeabilität  $\mu(H \rightarrow 0)$  hergestellt sein, damit in seinem Inneren  $H_{Fe}$  **sehr klein** ist. Dann kann man im Durchflutungssatz  $H_{Joch}$  vernachlässigen und die innere Feldstärke direkt berechnen. Vorteilhafterweise verwendet man 50 %-Eisen-Nickel-Legierungen, die sehr hoch permeabel sind. Damit an den Einspannstellen der Probe keine Luftspalte auftreten, die entmagnetisierende Felder zur Folge hätten, muss die Einspannvorrichtung die Probe umschließen und auf großer Fläche berühren. Der Einfluss der Hysterese des Jochmaterials (Remanenz!) macht bei Präzisionsmessungen eine Korrektur erforderlich.

#### 4.5 Magnetische Wechselfeldmessungen

Wird ein Magnetmaterial einer zeitlich veränderlichen, hier – als wichtigster Sonderfall - einer periodischen Magnetisierung ausgesetzt, so treten Ummagnetisierungsverluste im Magnetmaterial auf:

- Wirbelstromverluste,
- Hysterese-Verluste,
- Nachwirkungsverluste.

Magnetische Werkstoffe sind i. a. elektrisch leitfähig, nur Ferrite haben einen relativ hohen *Ohm*'schen Widerstand. Die elektrische Leitfähigkeit von **reinem Eisen** beträgt etwa 1/6 der Leitfähigkeit von Elektrolyt-Kupfer.

a) *Wirbelstromverluste:*

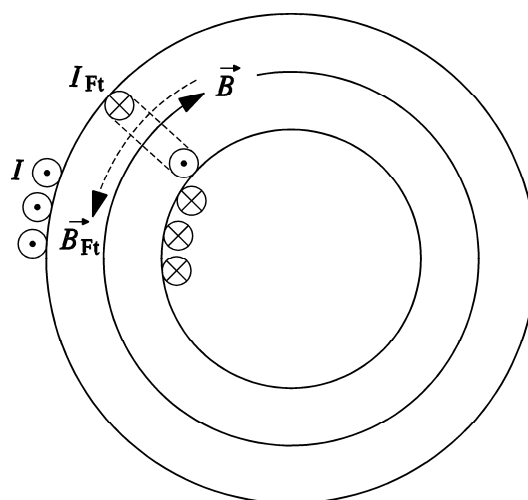


Bild 4.5-1: Ringförmige Probe eines Magnetwerkstoffes mit Magnetisierspule

Die magnetische Wechselflussdichte  $B$  – erregt durch die Magnetisierspule (Strom  $I$ ) - induziert gemäß dem *Faraday*'schen Induktionsgesetz im massiven Eisenkörper eine elektrische (Kreis-)Spannung, die im Eisen Kreisströme  $I_{Ft}$  treibt. Diese im Eisen fließenden

**Wirbelströme** erregen ihrerseits ein Eigenfeld  $B_{Ft}$ , das der ursprünglichen Flussdichte entgegengesetzt wirkt (**Rückwirkung**), diese also schwächt. Gleichzeitig verursachen sie Stromwärme-Verluste (**Wirbelstromverluste**) im Eisen und erwärmen dieses. Fasst man den massiven Eisenkern z. B. einer Ringspule (Bild 4.5-1) als eine "Schleife" mit einer Windung auf (Querschnitt  $A$  des Ringkerns = Fläche der "Schleife"), so ist die im massiven Kern induzierte Kreis-Spannung bei sinusförmiger Spannungsänderung (Kreisfrequenz  $\omega$ ) gleich dem Spannungsfall des fließenden Wirbelstroms  $i_{Ft}$  (Ft: *Foucault*) am Eisenwiderstand  $R_{Fe}$ .

$$\Phi(t) = \Phi \sin(\omega t) \Rightarrow u_i = -d\Phi / dt = -A \cdot dB / dt = -A \cdot \omega B \cdot \cos(\omega t) = R_{Fe} \cdot i_{Ft}(t) \quad (4.5-1)$$

$$P_{Ft} = \frac{R_{Fe} \hat{I}_{Ft}^2}{2} = \frac{\hat{U}^2}{2R_{Fe}} = \frac{(A \cdot \omega B)^2}{2R_{Fe}} \Rightarrow P_{Ft} \sim B^2 f^2 \quad (4.5-2)$$

### Fazit:

**Die Wirbelstromverluste sind proportional zum Quadrat der Frequenz und der Flussdichte.**

Der Ausdruck  $P_{Ft} \sim f^2$  gilt, solange die **Rückwirkung** des Eigenfelds  $B_{Ft}$  der Wirbelströme  $i_{Ft}$  auf  $B$  vernachlässigt werden kann, wie es in (4.5-1) angenommen wurde. Dies ist bei Frequenzen  $f$  unterhalb der so genannten **kritischen Frequenz**

$$f_{krit} = \frac{4}{\pi \cdot d^2 \cdot \kappa_{Fe} \mu_{Fe}} \quad (4.5-3)$$

der Fall ( $\kappa_{Fe}$ : elektrische Leitfähigkeit des Eisens,  $\mu_{Fe}$ : Permeabilität des Eisens). Hat der massive Ringspulen Kern quadratischen Querschnitt, ist  $d$  die Kantenlänge ( $A = d^2$ ). Oberhalb der kritischen Frequenz wird das Feld  $B$  durch das Rückwirkungsfeld so stark geschwächt, dass die Wirbelstromverluste nur noch mit  $f^{0.5}$  zunehmen. Neben diesen „klassischen“ **Wirbelstromverlusten** treten **zusätzliche Wirbelstromverluste**  $\sim f^{1.5}$  innerhalb der *Weiss'schen* Bezirke auf, die klein sind, wenn die räumlichen Abmessungen der Bezirke (Domänen) deutlich kleiner als die Geometrieabmessung  $d$  sind.

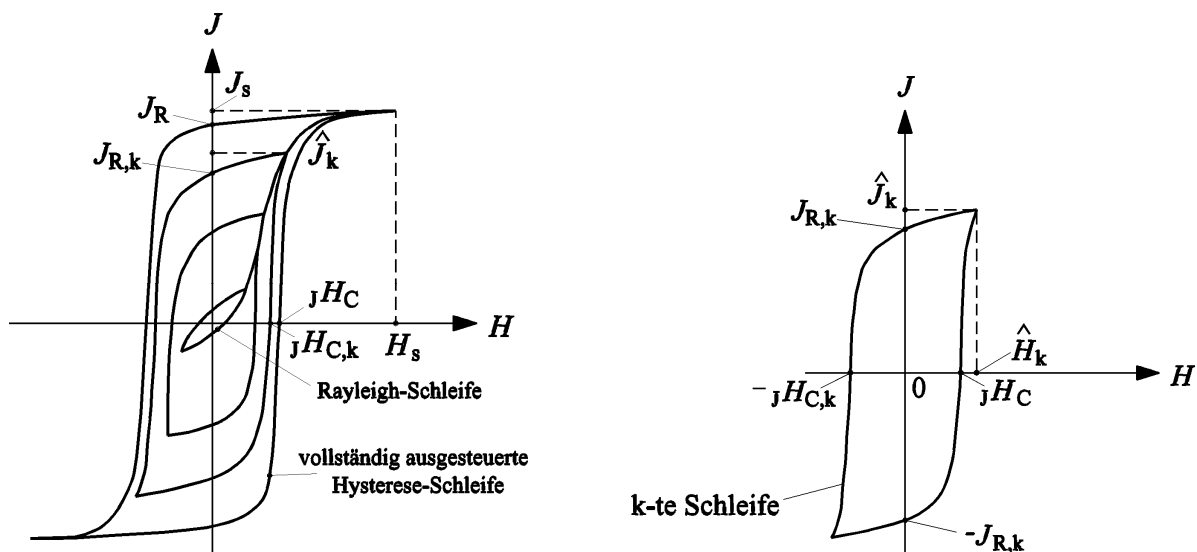
Wegen (4.5-3) werden Eisenkreise für Wechselfeldanwendungen aus einzelnen, zueinander elektrisch isolierten Blechen (Dicke  $d = 0.35$  mm ... 0.5 mm) als **lamellierte Eisenkörper** aufgebaut. Dann ist in (4.5-3) für  $d$  die Blechdicke einzusetzen. Damit werden die Wirbelstrombahnen wirkungsvoll unterbrochen. Die Querschnittsfläche-Fläche  $A$  je Blech wird klein und damit auch  $P_{Ft}$ . Weiter wird durch Siliziumzugabe im Eisen ("silizierte Bleche") der *Ohm'sche* Widerstand  $R_{Fe}$  der Bleche erhöht („**Dynamoblech**“, „**Elektroblech**“), was wiederum  $P_{Ft}$  verringert. Damit sind zwar die Wirbelstromverluste nicht gänzlich unterdrückt, aber auf ein erträgliches Maß verringert.

### b) Hysterese-Verluste:

Weiter ist zu berücksichtigen, dass das Ummagnetisieren des Eisens im Wechselfeld durch die damit verbundenen Ummagnetisierungs- und Drehprozesse der *Weiss'schen* Elementar-Bezirke ("Reibung") nicht verlustfrei vor sich geht. Diese **Hysterese-Verluste** können aus der Größe der Fläche innerhalb der Hysterese-Schleife des nichtlinearen Eisenwerkstoffs  $B(H)$  abgelesen werden. Bei einer periodischen Änderung von  $H$  wird die  $B(H)$ -Schleife im mathematisch positiven Umlaufsinn durchfahren. Die Arbeit des verlustbehafteten Ummagnetisierens  $w_{Hy}$  je Volumeneinheit  $V$  entspricht der Größe der  $B$ - $H$ -Schleifenfläche  $A_{Hy}$ :

$$w_{Hy} = A_{Hy} = W_{Hy} / V \quad (4.5-4)$$

Bild 4.5-2 zeigt die statischen Hysterese-Schleifen ("statisch" = Gleichfeldmessung punktweise im Rückschlussjoch)  $J(H)$  eines ferromagnetischen Stoffes bei 4 unterschiedlichen maximalen Feldstärken ( $k = 1, 2, 3, 4$ ). Die kleinsten Schleifen bestehen aus zwei Parabelästen und heißen *Rayleigh-Schleifen*. Je größer das von außen angelegte  $H$ -Feld (Amplitude  $\hat{H}$ ) ist, desto größer wird die Schleife; für die  $k$ -te Schleife ist die Remanenz  $B_{R,k} = J_{R,k}$  und  $JH_{C,k}$ . Ab einem gewissen Wert  $\hat{H}_{\max} = H_s$  wächst die Schleife nicht mehr (vollständige Magnetisierung der Probe = „vollständige Aussteuerung“). Die zugehörigen  $B_R$ - und  $H_C$ -Werte werden z. B. für Permanentmagnete angegeben. Mit steigendem  $\hat{H} < \hat{H}_s$  wächst die Schleifenfläche etwa quadratisch, also mit  $\hat{B}^2$ . Erst bei vollständiger Magnetisierung, wenn die Sättigung erreicht ist ( $\hat{J}_{\max} = J_s$ ), wächst die Schleifenfläche nicht mehr. Bei ganz kleinen Feldstärken (*Rayleigh-Schleifen*) sind die Schleifenflächen proportional zu  $\hat{B}^3$ .



**Bild 4.5-2:** Statische Hysterese-Schleifen: links: Schar von Schleifen für unterschiedliche Feldstärkeamplituden  $H$ , rechts:  $k$ -te Schleife für mittlere  $H$ -Aussteuerung (= mittlere Werkstoffsättigung)

Daher gilt für  $B < B_s$  für die **Hysterese-Verluste**  $P_{Hy}$ , wenn  $f$ -mal je Sekunde ummagnetisiert wird:

$$P_{Hy} = A_{Hy} \cdot V \cdot f \sim B^2 f \cdot V \quad (4.5-5)$$

#### Fazit:

**Die Hysterese-Verluste sind proportional zur Frequenz, zum Volumen und zur Schleifenfläche, die bei "mittleren" Flussdichteamplituden dem Quadrat der Flussdichteamplitude proportional ist.**

Wegen der breiten Hystereseschleife und den damit hohen Hystereseverlusten kommen Dauermagnete nur für Gleichfeldanwendungen in Frage.

#### c) Nachwirkungsverluste:

Unter anderem bewirken Diffusionsvorgänge im Kristallgitter der magnetischen Werkstoffe zusätzliche (kleine) Verluste, die proportional  $f$  und  $H^2$  sind. Sie heißen Nachwirkungsverluste und werden hier nicht weiter betrachtet.

**Fazit:**

**Wirbelstrom- und Hystereseverluste (und Nachwirkungsverluste) werden als Ummagnetisierungsverluste ("Eisenverluste") zusammengefasst.**

$$P_{Fe} = P_{Ft} + P_{Hy} = \left[ p_{Ft} \cdot \left( \frac{f}{f_N} \right)^2 + p_{Hy} \cdot \left( \frac{f}{f_N} \right) \right] \cdot \left( \frac{B}{B_N} \right)^2 \cdot m_{Fe} \quad (4.5-6)$$

Kennwerte sind die im **Epstein-Rahmen** gemessenen **Verlustziffern** geblechter Eisenkörper. Bei  $B_N = 1$  T Flussdichte (pulsierend mit  $f_N = 50$  Hz) im Eisenkörper werden die Verluste je Masseneinheit (je kg)  $p_{Ft}$  und  $p_{Hy}$  zusammengefasst und als Verlustziffer  $v_{10}$  angegeben: z. B.  $v_{10} = 2.3$  W/kg: Das sind 2.3 W Ummagnetisierungsverluste je  $m_{Fe} = 1$  kg Eisen. Analog gilt bei 1.5 T die Verlustziffer  $v_{15}$ .

$$P_{Fe}(B_N = 1T, f_N = 50Hz) = v_{10} \cdot m_{Fe} \quad (4.5-7)$$

Die Zunahme der Verluste erfolgt unterhalb der kritischen Frequenz mit einer Potenz  $f$  zwischen  $f$  und  $f^2$ , i. a. mit etwa  $f^{1.8}$ .

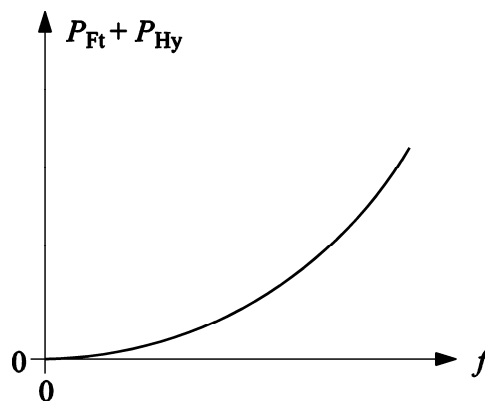
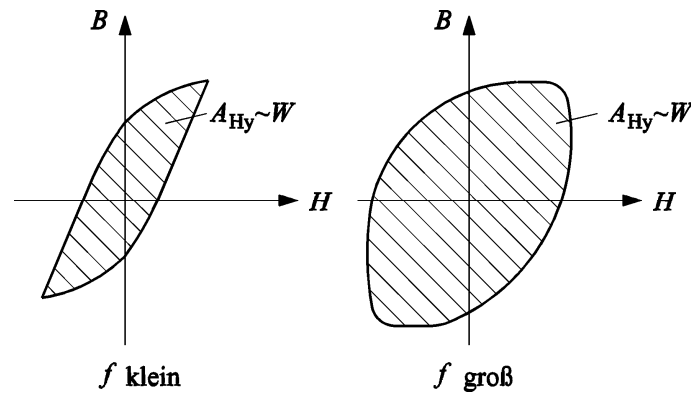


Bild 4.5-3: Zunahme der Ummagnetisierungsverluste bei konstanter Flussdichteamplitude  $B$  mit steigender Frequenz  $f$

#### 4.6 Dynamische Hystereseschleifen

Die mit wachsender Frequenz im Magnetmaterial auftretenden Wirbelstromverluste werden in der sich verbreiternden Hystereseschleife sichtbar, wenn man das  $H$ -Feld aus der Stromaufnahme  $i$  der Magnetisierspule bestimmt. Die Wirbelstromverluste bewirken somit eine zusätzliche Fläche innerhalb der  $B(H)$ -Kurve, so dass aus der Fläche der **dynamischen Hystereseschleife** mit (4.5-4) die Ummagnetisierungsverluste bestimmt werden können (siehe Bild 4.6-1). Dieser Effekt ist nicht zu verwechseln mit Bild 4.5-2, wo die Flussdichteamplituden erhöht wurden, die Ummagnetisierungsfrequenz  $f$  aber konstant und sehr klein ist. Warum die Schleifenfläche durch Wirbelstromverluste größer wird, wird anhand der Bilder 4.6-2 und 4.6-3 nachstehend erläutert.



**Bild 4.6-1:** Links: Statische Hystereseschleife (Ummagnetisierungsfrequenz  $f$  sehr klein), rechts: dynamische Hystereseschleife bei hoher Frequenz, jeweils bei konstanter Flussdichteamplitude  $B$ . Die Verlustenergie  $W$  pro Ummagnetisierungs-Zyklus ist proportional der Schleifenfläche  $A_{Hy}$ .

Eine prinzipielle Messanordnung der dynamischen Hystereseschleife sieht in Anlehnung an Bild 4.5-1 so aus: Eine geschlossene (ringförmige) Werkstoffprobe wird über eine **Magnetisierspule** (Windungszahl  $N$ , Wechselstrom-Effektivwert  $I$ ) mit einer Wechselflussdichte  $B$  ummagnetisiert. Eine zweite Spule ("**Messspule**", z. B. ebenfalls Windungszahl  $N$ ) wird ebenfalls um den Ringkern gewickelt. Ihre Klemmen sind offen ( $I = 0$ ) bzw. an ein Voltmeter angeschlossen (Voltmeter sind hochohmig, daher  $I \cong 0$ ). Mit dem Voltmeter wird die durch den Wechselfluss  $\Phi = B \cdot A$  induzierte Spannung

$$u_i = -N \cdot \frac{d(B(t)A)}{dt} \quad (4.6-1)$$

als Spannung  $u$  gemessen und integriert, so dass  $B(t)$  erhalten wird:

$$u + u_i = 0 \Rightarrow u = N \cdot \frac{d(B(t)A)}{dt} \Rightarrow B(t) = \frac{1}{N \cdot A} \int u \cdot dt \quad (4.6-2)$$

Über den *Ampere*'schen Durchflutungssatz für Ringkern und Magnetisierspule

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = N \cdot i \Rightarrow H \cdot s_{Fe} = N \cdot i \Rightarrow H(t) = \frac{N}{s_{Fe}} \cdot i(t) \quad (4.6-3)$$

kann  $H(t)$  ermittelt werden. Beide Zeitsignale können am Oszilloskop in  $x$ - $y$ -Darstellung als dynamische Hystereseschleife betrachtet werden.

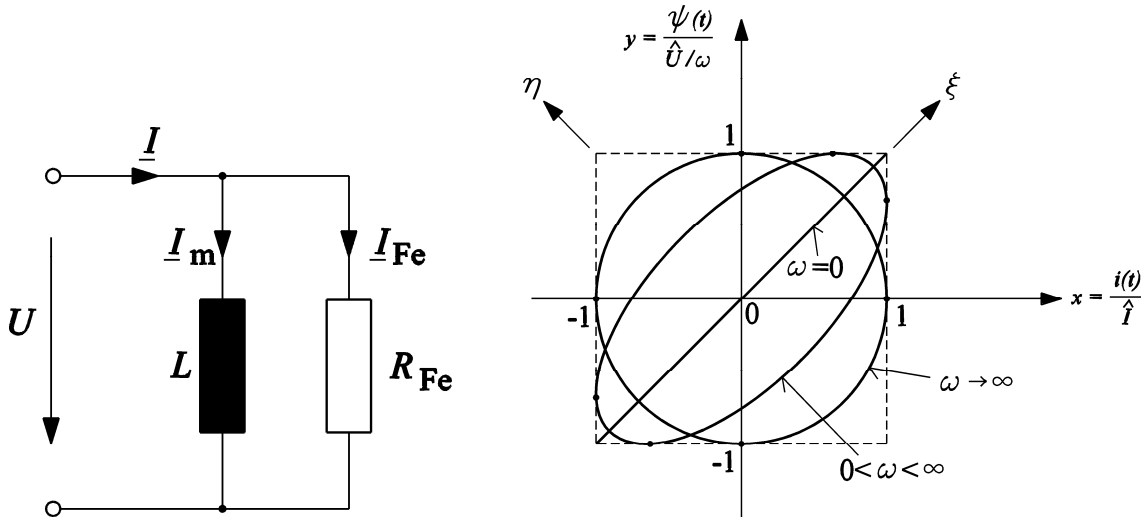
#### **Fazit:**

**Durch die Wirbelstromverluste kommt es zu einer ausgeprägten *Ohm*'schen Komponente des Stroms in der Magnetisierspule, die zusätzlich zur magnetisierenden Komponente fließt. Sie sorgt für die Energiezufuhr aus dem Netz, die in Wärme als Wirbelstromverluste im Ringkern umgesetzt wird. Die dadurch entstehende Phasenverschiebung des Spulenstroms  $i$  zur Spannung  $u$  an der Sekundärspule führt zur o. g. Verbreiterung der Hystereseschleife.**

Ein **einfaches mathematisches Modell** (Bild 4.6-2) soll die physikalischen Vorgänge verdeutlichen. Der Ringkern wird als statisch hysteresee- und sättigungsfrei angenommen. Er bildet mit der Magnetisierspule die **ideale** (= hysteresee- und sättigungsfreie) Induktivität  $L$

$$L = \mu_{Fe} N^2 \cdot A / s_{Fe} \quad , \quad (4.6-4)$$

zu der parallel der **Eisenwiderstand**  $R_{Fe}$  die Wirbelstromverluste (4.5-2) nachbildet.



**Bild 4.6-2:** Ersatzschaltbild für den hysteresefreien Ringkern mit Magnetisierspule und über  $R_{Fe}$  modellierten Wirbelstromverlusten

**Bild 4.6-3:** Dynamische Hystereseschleifen für unterschiedliche Frequenzen in normierter Darstellung für einen *idealen* (hysteresefreien und sättigungsfreien) Magnetwerkstoff

Die an der Magnetisierspule angelegte sinusförmige Spannung

$$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t) \quad (4.6-5)$$

treibt den Strom  $i(t)$  in der Magnetisierspule, der aus der für die Erregung von  $B$  erforderlichen Komponente ( $90^\circ$  nacheilend zur Spannung)

$$u = L \frac{di_m}{dt} \Rightarrow i_m = \frac{\hat{U}}{\omega L} \sin(\omega t) \quad (4.6-6)$$

und der für die Deckung der Wirbelstromverluste erforderlichen Komponente (in Phase mit der Spannung)

$$i_{Fe} = \frac{\hat{U}}{R_{Fe}} \cos(\omega t) \quad (4.6-7)$$

besteht. Der Strom

$$i(t) = i_m(t) + i_{Fe}(t) = \frac{\hat{U}}{\omega L} \sin(\omega t) + \frac{\hat{U}}{R_{Fe}} \cos(\omega t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (4.6-8)$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R_{Fe} \cdot \omega L} \cdot \sqrt{R_{Fe}^2 + (\omega L)^2} \quad , \quad \varphi = \arctan(\omega L / R_{Fe}) \quad (4.6-9)$$



wird gemäß (4.6-3) proportional zur Feldstärke  $H(t)$  betrachtet, während gemäß (4.6-2) die in der "Messspule" induzierte und integrierte Spannung die Flussdichte ergibt:

$$B(t) = \frac{1}{N \cdot A} \int u \cdot dt = \frac{\hat{U}}{\omega \cdot N \cdot A} \cdot \sin(\omega t) = B \cdot \sin(\omega t) \quad . \quad (4.6-10)$$

In auf die Amplitudenwerte "normierter" Darstellung ergibt das für die  $x$ - $y$ -Darstellung am Oszilloskop (Bild 4.6-3)

$$x(t) = \frac{H(t)}{\hat{H}} = \frac{i(t)}{\hat{I}} = \sin(\omega t + \varphi) \quad (4.6-11)$$

$$y(t) = \frac{B(t)}{B} = \frac{\Psi(t)}{\Psi} = \frac{\int u \cdot dt}{\hat{U} / \omega} = \sin(\omega t) \quad . \quad (4.6-12)$$

Aus (4.6-11) folgt mit

$$\begin{aligned} x &= \sin(\omega t + \varphi) = \sin \omega t \cdot \cos \varphi + \cos \omega t \cdot \sin \varphi = y \cdot \cos \varphi + \sqrt{1 - y^2} \cdot \sin \varphi \Rightarrow \\ \Rightarrow (x - y \cdot \cos \varphi)^2 &= (1 - y^2) \cdot \sin^2 \varphi \Rightarrow x^2 - 2xy \cos \varphi + y^2 = \sin^2 \varphi \quad , \quad (4.6-13) \end{aligned}$$

woraus mit der Transformation des  $x$ - $y$ -Koordinatensystems in ein um  $45^\circ$  dazu geschwenktes  $\xi$ - $\eta$ -Koordinatensystem

$$x = (\xi - \eta) / \sqrt{2} \quad y = (\xi + \eta) / \sqrt{2} \quad (4.6-14)$$

eine **Ellipsengleichung** im  $\xi$ - $\eta$ -Koordinatensystem folgt:

$$\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{b}\right)^2 = 1 \quad (4.6-15)$$

$$\text{Halbachsen der Ellipse: } a = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \cos \varphi}}, \quad b = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 + \cos \varphi}} \quad (4.6-16)$$

Für **kleine Frequenzen** ( $f \rightarrow 0$ ) wird  $\varphi = 0$ . Dann ist  $x = y$  eine unter  $45^\circ$  geneigte Strecke zwischen den Werten  $-1$  und  $1$ . Das ist die  $B(H)$ -Kurve der **idealen Induktivität**:

- ohne statische Hysterese und
- ohne Sättigung (kein Krümmen der  $B(H)$ -Kurve).

Durch "Entnormierung" erhalten wir statt  $x$  die Größe  $H$  an der Abszisse und statt  $y$  die Größe  $B$  an der Ordinate. Der Anstieg ist  $B/H = \mu_{Fe}$  (bitte überprüfen Sie das selbst mit (4.6-11) und (4.6-12)!).

*Anmerkung:*

Bei  $\varphi = 0$  wird  $b = 0$  und  $a = \sqrt{2}$ . Die Ellipse (4.6-15) entartet zur  $45^\circ$ -Strecke mit den Endpunkten  $\xi = \pm\sqrt{2}$ , da wegen  $b = 0$  auch  $\eta = 0$  sein muss.

Für sehr **hohe Frequenzen** ( $f \rightarrow \infty$ ) wird  $\varphi = \pi/2$  und  $a = b = 1$ . Aus der Ellipse (4.6-15) wird ein **Kreis**. Die dynamische Hystereseschleife wird für große Frequenzen also immer

"bauchiger" und nähert sich in "normierter" Darstellung der Kreisform an, und das, obwohl  $B_R$  und  $H_C$  als Null angenommen wurden (Bild 4.6-3).

### Die Fläche der Ellipse

$$A_{\text{Ellipse}} = a \cdot b \cdot \pi = \pi \cdot \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \cos \varphi}} \cdot \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 + \cos \varphi}} = \pi \cdot \sin \varphi \quad (4.6-17)$$

ergibt entnormiert die von den Wirbelströmen **geleistete Arbeit je Zyklus**:

$$\begin{aligned} W_{Ft} &= A_{\text{Ellipse}} \cdot \frac{\hat{U}}{\omega} \cdot \hat{I} = \pi \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\hat{U}}{\omega} \cdot \hat{I} = \\ &= \pi \cdot \frac{\omega L}{\sqrt{R_{Fe}^2 + (\omega L)^2}} \cdot \frac{\hat{U}}{\omega} \cdot \frac{\hat{U} \sqrt{R_{Fe}^2 + (\omega L)^2}}{R_{Fe} \cdot \omega L} = \frac{\pi \hat{U}^2}{\omega R_{Fe}} \end{aligned} \quad (4.6-18)$$

Daraus ergibt sich die **Verlustleistung** bei  $f$  Zyklen/Sekunde in Übereinstimmung mit (4.5-2)

$$P_{Ft} = f \cdot W_{Ft} = \frac{\hat{U}^2}{2R_{Fe}} = \frac{U^2}{R_{Fe}} \quad (4.6-19)$$

## 4.7 Die Wirbelstrombremse

Wirbelströme werden in jedem leitfähigen Material hervorgerufen, in dem eine magnetische Flussänderung eine Spannung induziert, also auch im unmagnetischen Werkstoff Kupfer. Dabei kann die Flussänderung einerseits durch zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte im ruhenden Werkstoff ("**Ruh-Induktion**"), andererseits aber auch durch Bewegung des leitfähigen Werkstoffs im zeitlich konstanten Magnetfeld hervorgerufen werden ("**Bewegungs-Induktion**"). Beide Effekte sind einander äquivalent, wie das folgende einfache Beispiel zeigt.

### 4.7.1 Bewegungsinduktion in einem bewegten geraden Leiter

Ein seitlich bewegbarer Leiterstab (Länge  $l$ ) ist über Gleitkontakte mit leitenden Schienen verbunden und bildet mit diesen und dem angeschlossenen ruhenden Voltmeter eine Schleife. (Es soll sich um ein ideales Messinstrument handeln, so dass nur ein verschwindend kleiner Messstrom fließt.) Ein zeitlich konstantes Magnetfeld  $B$  durchsetzt die Schleife im rechten Winkel. Durch die Bewegung des Leiterstabs nach rechts wird die Fläche  $A = (b - x) \cdot l$  der Schleife kleiner. Damit sinkt die Flussverketzung, obwohl sich  $B$  zeitlich nicht ändert. Gemäß dem *Faraday'schen* Induktionsgesetz wird folglich eine Spannung induziert, deren Polarität so gerichtet ist, dass der von ihr getriebene Strom ein Magnetfeld erregt, das der Verringerung der magnetischen Flussverketzung durch die Schleife (Windungszahl  $N = 1$ ) entgegen wirkt:

$$u_i(t) = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot A(t))}{dt} = B \cdot l \frac{dx}{dt} = B \cdot l \cdot v(t) \quad (4.7.1-1)$$

**Allgemein** kann festgestellt werden, dass in einem bewegten Leiter, der durch ein ruhendes Magnetfeld  $B$  bewegt wird, die elektrische Feldstärke

$$\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.7.1-2)$$

induziert wird. Diese verschiebt im Leiter befindliche bewegliche Leitungselektronen gemäß dem Kraftgesetz

$$\vec{F}_b = q\vec{E}_b = -e \cdot \vec{E}_b \quad (4.7.1-3)$$

entgegengesetzt zur Feldstärkenrichtung, so dass unten negative und oben positive Ladungsansammlungen stattfinden. Diese Ladungen erzeugen eine von Plus nach Minus gerichtete **Quellenfeldstärke**  $E$  (Quellen sind die Ladungsansammlungen!). Die Ladungsverschiebung (Aufladung des Leiters) durch  $E_b$  erfolgt so lange, bis  $E$  so groß ist, dass die durch sie hervorgerufene Kraft  $F$  der Kraft  $F_b$  das Gleichgewicht hält. Dann sind die Elektronen kräftefrei, und es fließt – wie vereinbart – kein Strom mehr.

$$\vec{F} = \vec{F}_b \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_b \quad (4.7.1-4)$$

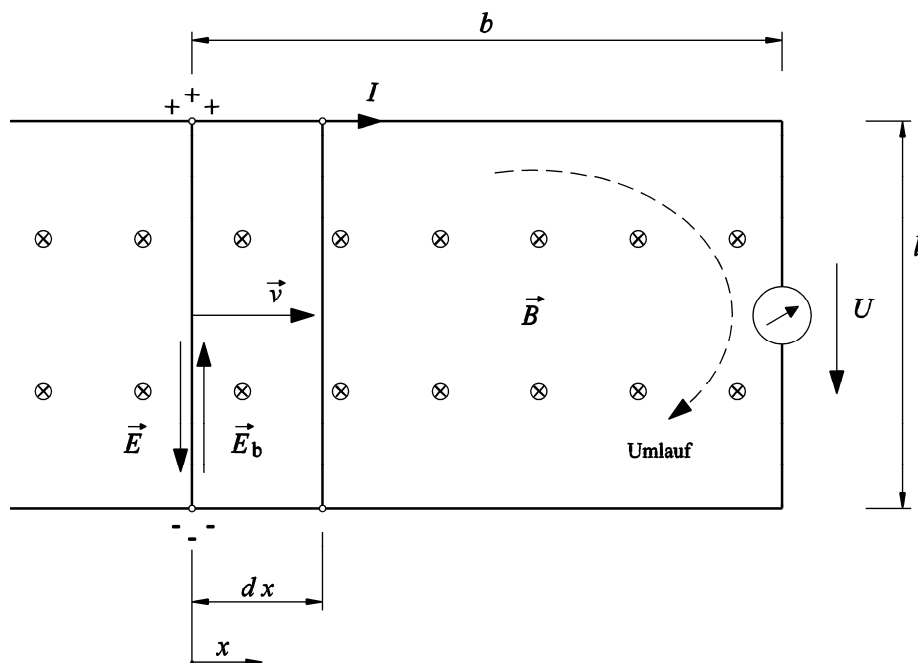


Bild 4.7.1-1: Bewegungsinduktion in einem mit der Geschwindigkeit  $v$  nach rechts bewegtem Leiter

Die Wirkung dieser Quellenfeldstärke  $\vec{E}$  wird als elektrische Spannung

$$U = \int_0^l \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (4.7.1-5)$$

vom Voltmeter als **induzierte Spannung** gemessen.

Im Falle unseres einfachen Beispiels Bild 4.7.1-1 folgt wegen des rechten Winkels zwischen  $\vec{B}$ ,  $\vec{v}$  und der Leiterachse (Wegelement  $d\vec{s}$ )

$$\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B} = v \cdot B \cdot \vec{e}_s \quad (4.7.1-6)$$

( $\vec{e}_s$  : Einheitsvektor längs Leiterachse von unten nach oben) und

$$U = \int_0^l \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_0^l \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = E \cdot l = E_b \cdot l = v \cdot B \cdot l \quad (4.7.1-7)$$

in Übereinstimmung mit (4.7.1-1).

### Fazit:

Die Bewegungsinduktion als ein Effekt des *Faraday'schen* Induktionsgesetzes zeigt, dass Spannungsinduktion durch Flussänderung einerseits durch zeitliche Änderung der Flussdichte, andererseits durch Änderung der Schleifenfläche (Bewegung der Leiter der Schleife im Magnetfeld) möglich ist.

## 4.7.2 Rotierende Leiter-Scheibe im Magnetfeld

a) *Faraday-Scheibe, Unipolargenerator:*

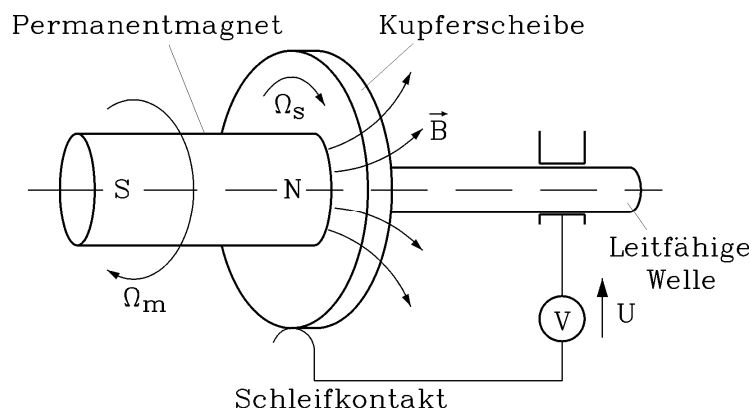


Bild 4.7.2-1: Rotierende Leiter-Scheibe im drehsymmetrischen Magnetfeld

Eine kreisförmige Leiter-Scheibe (Radius  $R$ ) rotiert im zeitlich konstanten drehsymmetrischen Magnetfeld z. B. eines Stabmagneten mit der Drehzahl  $n$ . Während einer Sekunde macht die Scheibe  $n$  Umdrehungen. Längs des Radius der Scheibe  $r$  nimmt zwar das Magnetfeld  $B(r)$  ab, aber es durchsetzt die Scheibe an jedem Ort im rechten Winkel. "Drehsymmetrisch" bedeutet, dass in Umfangsrichtung  $B$  für jeden Radius  $r$  konstant ist. Jeder Punkt der Scheibe rotiert mit der ihm eigenen Umfangsgeschwindigkeit

$$v(r) = 2\pi r \cdot n \quad , \quad (4.7.2-1)$$

die im rechten Winkel zu den Radialstrahlen  $r$  der Scheibe stehen. Es wird durch Bewegungsinduktion die elektrische Feldstärke in der Scheibe in Richtung der Radialstrahlen induziert:

$$\vec{E}_b(r) = \vec{v}(r) \times \vec{B}(r) = v(r) \cdot B(r) \cdot \vec{e}_r \quad (4.7.2-2)$$

( $\vec{e}_r$ : Einheitsvektor längs Radialstrahlen von innen nach außen).

Der äußere Rand der Scheibe lädt sich positiv auf, der innere negativ, daher weist die Quellenfeldstärke von außen nach innen. Die zugehörige elektrische Spannung kann man über Gleitkontakte (silberhaltige Graphitkohlestücke, so genannte Graphit-"Bürsten") abgreifen und mit einem Voltmeter messen. Bei Umkehr der Drehrichtung kehrt sich auch das Vorzeichen der Feldstärke und damit der Spannung um.

*Beispiel 4.7.2-1:*

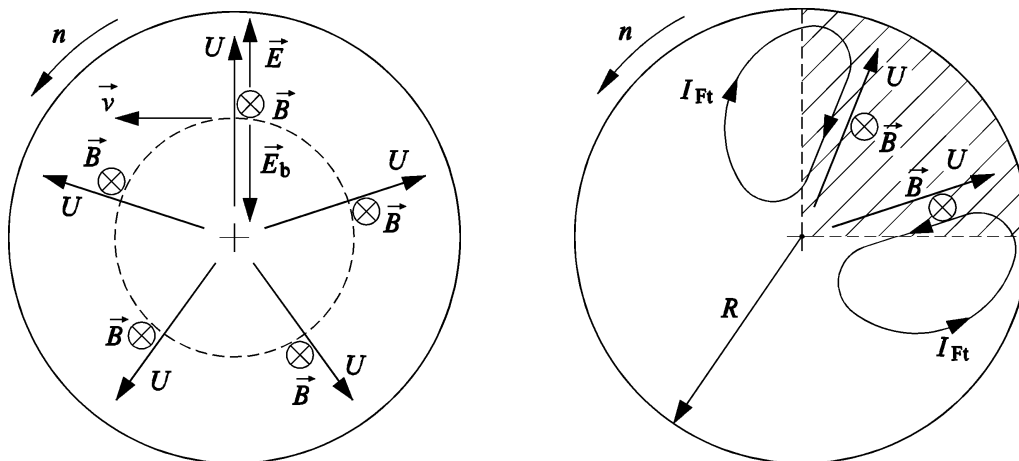
In diesem Fall folgt mit der vereinfachenden Annahme  $B(r) = B = \text{konstant}$  für die Spannung:

$$U = \int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_0^R E \cdot dr = \int_0^R v(r)Bdr = \int_0^R 2\pi r v B \cdot dr = \pi n R^2 B \quad (4.7.2-3)$$

**Fazit:**

Bei dieser als *Faraday'sche Scheibe* bekannten Anordnung ist die induzierte elektrische Spannung an allen Radialstrahlen der Scheibe gleich groß. Wenn nicht über Gleitkontakte ein äußerer Widerstand angeschlossen wird, kann kein Strom in der Scheibe fließen. Die Scheibe wirkt bei Anschluss äußerer Widerstände als Gleichstrom-generator. Aufgrund der sie in EINER Richtung (unipolare Richtung) durchsetzenden Feldlinien wird sie auch als *Unipolar-Generator* bezeichnet.

Großtechnisch werden Unipolargeneratoren (auch Homopolargeneratoren genannt) zur Erzeugung hoher reiner Gleichströme bei niedrigen Gleichspannungen für Sonderanwendungen eingesetzt.



**Bild 4.7.2-2:** Links: Induzierte Spannungen in der *Faraday*-Scheibe; es kann ohne äußere Belastung kein Strom fließen. Rechts: Magnetfeld wirkt nur in einem Sektor; es fließen in der Scheibe auch ohne äußere Beschaltung (Wirbel-)Ströme  $I_{Ft}$ .

*b) Wirbelstrombremse:*

Ist das Magnetfeld nur in einem Sektor der Scheibe (z. B. einem  $90^\circ$ -Ausschnitt) wirksam, während sonst die Scheibe im feldfreien Raum rotiert, so kann der Strom als Wirbelstrom  $I_{Ft}$  im Bereich des Magnetfelds in Richtung von  $\vec{E}_b$  und im feldfreien Scheibenbereich in die entgegen gesetzte Richtung (also in  $\vec{E}$ -Richtung) in geschlossenen Bahnen fließen. Gemäß dem *Lorentz'schen* Kraftgesetz wirkt auf diesen Strom in jenem Sektor, wo das Magnetfeld einwirkt, eine elektromagnetische Kraft. Mit der idealisierenden Annahme, dass der Strom

entlang von Radialstrahlen im Feldbereich mit der Geschwindigkeit  $v_Q$  fließt, ergibt sich für die Kraft  $d\vec{F}$  auf den Strom  $I_{Ft}$  längs eines Radiuselements  $dr$

$$d\vec{F} = I_{Ft} \cdot d\vec{r} \times \vec{B} \quad (4.7.2-4)$$

In Bild 4.7.2-3 ist der Strom längs eines Radialstrahl-Elements dargestellt. Der Strom fließt in Richtung von  $E_b$ . Die auf ihn wirkende Lorentz-Kraft wirkt entgegengesetzt zur Drehrichtung der Scheibe und bremst diese. Dies ist die Wirkungsweise der **Wirbelstrombremse**.

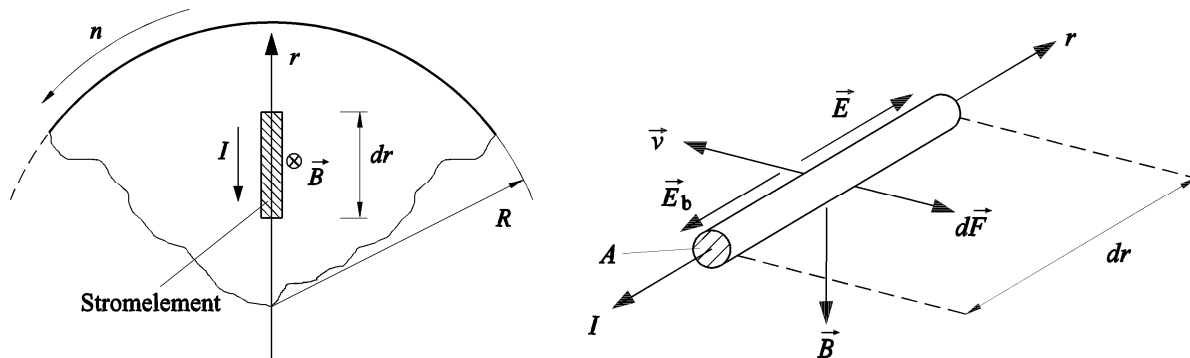


Bild 4.7.2-3: Stromfluss längs eines Radialstrahl-Elements der Scheibe. Die Lorentz-Kraft wirkt bremsend.

Anmerkung:

Die Formel (4.7.2-4) für die Lorentz-Kraft folgt aus (4.2.2-2), (4.2.2-5) gemäß

$$\begin{aligned} \vec{F} &= Q(\vec{v}_Q \times \vec{B}) = \rho V(\vec{v}_Q \times \vec{B}) \Rightarrow dV = A \cdot dr \quad \text{mit } d\vec{r} \uparrow \vec{v}_Q \Rightarrow \\ &\Rightarrow d\vec{F} = A \cdot (\rho \vec{v}_Q dr \times \vec{B}) = A \cdot (\vec{J}_{Ft} dr \times \vec{B}) = I_{Ft} (d\vec{r} \times \vec{B}) \end{aligned} \quad (4.7.2-5)$$

Wird das Magnetfeld über einen C-Magneten mit Erregerspule (Erregerstrom  $I_f$ ) erzeugt, so kann die Bremswirkung **stufenlos** über die Variation des Erregerstroms und damit des Magnetfelds eingestellt werden. Die Bremswirkung ist **berührungsfrei** und daher verschleißfrei. Allerdings wird die Scheibe durch die Wirbelströme heiß.

Beispiel 4.7.2-2:

Als technische Anwendung wird die Wirbelstrombremse beim **Hochgeschwindigkeitszug ICE3** eingesetzt. Allerdings wirkt dort das an Bord erzeugte zeitlich konstante Magnetfeld, bestehend aus einer Folge von vier Nord- und Südpolen, auf die Eisenschienen der Eisenbahnstrecke. Bei hoher Fahrgeschwindigkeit induzieren die an der ruhenden Schiene vorbeifahrenden Nord- und Südpole eine Wechselspannung und treiben in der Schiene einen Wirbelstrom. Die auf diesen wirkende Lorentz-Kraft wirkt ("actio est reactio") bremsend auf das Fahrzeug. Da während des Bremsvorgangs stets andere Schienenabschnitte den Wirbelstrom führen, ist die Schienenenerwärmung **unkritisch**.

Gemäß (4.7.2-3) nimmt mit steigender Drehzahl der Scheibe die induzierte Spannung zu. Man könnte nun meinen, dass daher auch der induzierte Wirbelstrom mit steigender Drehzahl steigt. Das ist aber **nicht der Fall**. Wird nämlich der kreisförmige Strompfad in der Scheibe als eine materielle "Ersatz"-Schleife aufgefasst, die sich beim Drehen der Scheibe weiter bewegt, so erfährt diese Schleife im Laufe von  $n$  Umdrehungen  $n$ -mal einen Wechsel des Felds  $B$  von Null auf den Maximalwert und wieder auf Null, also einen Gleichanteil mit überlagertem Wechselanteil mit der Frequenz  $f = n$ . Der Wirbelstrom ist also bezüglich jeder

materiellen Schleife in der Scheibe ein Wechselstrom mit der Frequenz  $f$ . Das Eigenfeld des Wirbelstroms induziert in die Schleife eine Selbstinduktionsspannung

$$\underline{U}_L = j \cdot 2\pi f \cdot L \cdot \underline{I}_{Ft} \quad , \quad (4.7.2-6)$$

so dass sich die in der Schleife vorhandene Spannung

- aus der **Induktionsspannung** durch das Erregerfeld  $B$ ,
- aus dem **Spannungsfall am Scheiben-Widerstand**  $R$  und
- aus der **Selbstinduktionsspannung**  $U_L$  zusammensetzt.

$$\underline{I}_{Ft} \cdot R + \underline{U}_L + \underline{U}_i = 0 \Rightarrow (R + j2\pi f \cdot L) \cdot \underline{I}_{Ft} = \underline{U}_i \sim f \cdot B \quad (4.7.2-7)$$

$$I_{Ft} \sim \frac{f \cdot B}{\sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2}} \quad , \quad I_{Ft}(f \rightarrow \infty) \sim \frac{B}{2\pi L} \quad . \quad (4.7.2-8)$$

Die **Selbstinduktionsspannung**, die der induzierten Spannung durch das Erregerfeld entgegen wirkt, **begrenzt** den Wirbelstrom, dessen Grenzwert allerdings bei höherem Erregerfeld entsprechend höher ist. Der Wirbelstrom nimmt daher mit steigender Drehzahl zunächst zu und strebt dann einem Grenzwert zu.

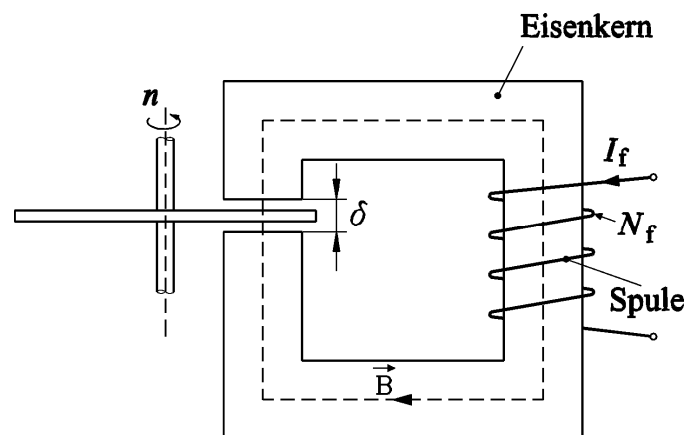


Bild 4.7.2-4: C-Magnet mit Erregerspule. Im Luftspalt kann eine Scheibe im Magnetfeld rotieren.

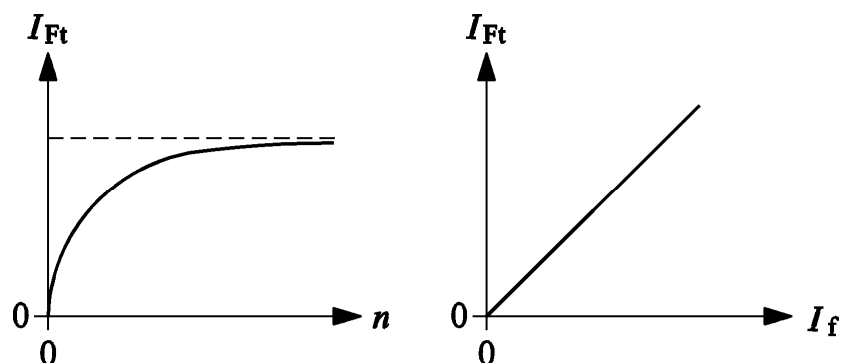


Bild 4.7.2-5: Abhängigkeit des Wirbelstroms  $I_{Ft}$  von der Drehzahl  $n$  (links) und vom Erregerstrom  $I_f$  (rechts)

Wie (4.7.2-8) zeigt, folgt der Wirbelstrom dem Erregerfeld  $B$  unabhängig von der Umdrehungszahl der Scheibe **linear**. Das Magnetfeld kann durch eine Erregerspule (Erregerstrom  $I_f$ ) auf einem C-förmigen Eisenkreis mit Luftspalt  $\delta$  erzeugt werden. Die

Wirbelstromscheibe rotiert dann zwischen den beiden Polschuhen des C-Magneten in dessen Luftspaltfeld. Solange das Eisen ungesättigt ist ( $\mu_{Fe} \gg \mu_0$ ), ist das  $B$ -Feld im Luftspalt direkt proportional dem Erregerstrom. Daher nimmt dann der Wirbelstrom **linear** mit dem Erregerstrom zu.

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N_f I_f}{\delta} \quad (4.7.2-9)$$

Mittels Graphit-Bürsten kann der Spannungsfall des Wirbelstroms an dem Scheibenwiderstand  $R$  gemessen werden. So wird ein stromproportionales Spannungssignal erhalten, das es erlaubt, den prinzipiellen Verlauf des Wirbelstroms bei Veränderung der Frequenz und des Erregerfelds zu bestimmen.

#### Fazit:

**In eine in einem Magnetfeld rotierende leitfähige Scheibe wird eine Spannung induziert, die einen Wirbelstrom treibt. Dieser Strom bildet mit dem Magnetfeld eine Bremskraft (Wirbelstrombremse). Der mit Graphitbürsten gemessene Spannungsfall zwischen zwei Punkten mit unterschiedlichem Radius auf der rotierenden leitfähigen Scheibe ist dem Wirbelstrom in der Scheibe proportional. Er nimmt (bei ungesättigtem Erregerkreis für das Magnetfeld) linear mit dem Erregerstrom zu. Mit steigender Drehzahl nimmt der Wirbelstrom zunächst ebenfalls zu, um dann einem Grenzwert entgegen zustreben.**

## 4.8 Magnetisch gekoppelte Kreise

Bild 4.8-1 zeigt das elektrische Ersatzschaltbild zweier magnetisch gekoppelter, verlustbehafteter Luftspulen. Die Verluste werden durch die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  dargestellt, während die **Induktivitäten**  $L_1$  und  $L_2$  heißen. Sie stellen die **Selbstinduktivitäten** dar, also die durch Flussänderung in die eigene Spule induzierten Spannungen.

$$u_{i1}(t) = -L_1 \frac{di_1}{dt} \quad u_{i2}(t) = -L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (4.8-1)$$

Mit  $M$  wird die Wirkung der magnetischen Kopplung dargestellt, also die induzierte Spannung in Spule 2 durch eine Flussänderung, wobei der magnetische Fluss durch den Strom in Spule 1 erregt wird und umgekehrt.

$$u_{i12}(t) = -M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad u_{i21}(t) = -M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad M_{12} = M_{21} = M \quad (4.8-2)$$

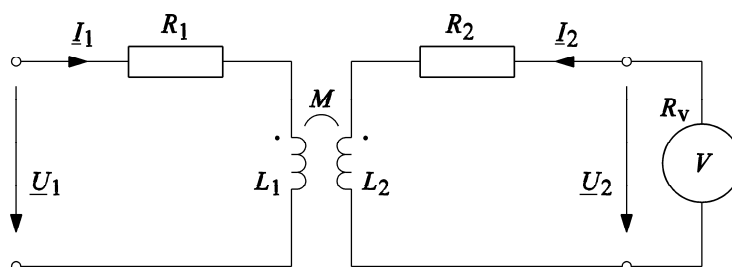


Bild 4.8-1: Induktiv gekoppelter Kreis, sekundär mit einem Voltmeter (Innenwiderstand  $R_V$ ) abgeschlossen



Die beiden Maschengleichungen für diesen Zweipol sind in komplexer Schreibweise:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \cdot \underline{I}_2 \quad (4.8-3)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega M \cdot \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \cdot \underline{I}_2 \quad (4.8-4)$$

Die Sekundärspannung  $\underline{U}_2$  ist

$$\underline{U}_2 = -\underline{I}_2 \cdot R_V \quad (4.8-5)$$

Die Stromstärke  $\underline{I}_1$  der Primärseite ist daher mit (4.8-3) - (4.8-5)

$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2 \cdot \frac{R_2 + R_V + j\omega L_2}{j\omega M} = \frac{\underline{U}_2}{R_V} \cdot \frac{R_2 + R_V + j\omega L_2}{j\omega M} \quad (4.8-6)$$

Die Gl. (4.8-3) als Funktion von  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$  umgeschrieben lautet:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{j\omega M \cdot R_V}{(R_2 + R_V + j\omega L_2) \cdot (R_1 + j\omega L_1) + \omega^2 M^2} \quad (4.8-7)$$

**Fazit:**

Das Verhältnis aus Sekundärspannung  $\underline{U}_2$  und der Primärspannung  $\underline{U}_1$  ist also (4.8-7).

#### 4.8.1 Messung von Gegeninduktivität

Je nach dem Spulenaufbau können gegenüber (4.8-7) Vernachlässigungen vorgenommen werden.

Der Widerstand  $R_V$  des Voltmeters kann sicherlich bei den meisten, mit gut leitendem Kupferdraht gewickelten, Spulen als viel größer als die Spulenwiderstände  $R_1$  und  $R_2$  angenommen werden:

$$R_V \gg R_1, R_2 \quad (4.8.1-1)$$

Damit wird Gl. (4.8-7) verändert:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{j\omega M \cdot R_V}{R_1 R_V + \omega^2 (M^2 - L_1 L_2) + j\omega (L_1 R_V + L_2 R_1)} \quad (4.8.1-2)$$

Wenn der Voltmeterwiderstand  $R_V$  auch viel größer als alle anderen vorkommenden Reaktanzen angenommen werden kann, also

$$R_V \gg \omega M, \omega L_1, \omega L_2 \quad (4.8-3)$$

so erhält man nach Kürzung von  $R_V$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{j\omega M}{R_1 + j\omega L_1} \quad (4.8.1-4)$$

Bei genügend hohen Frequenzen und geringem *Ohm'schen* Widerstand wird auch die folgende Relationsbedingung erfüllt sein:

$$\omega L_1 \gg R_1 \quad (4.8.1-5)$$

Diese Vernachlässigungen (4.8.1-1), (4.8.1-3) und (4.8.1-5) lassen die ursprüngliche Gl. (4.8-7) auf ein überschaubares Maß zusammenschrumpfen, nämlich

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{M}{L_1} \quad (4.8.1-6)$$

Beide Spannungen sind nun in Phase. Ob diese Vernachlässigungen gerechtfertigt waren, kann durch eine Messung, bei der der Phasenunterschied  $\Delta\varphi$  zwischen den Primär- und Sekundärspannungen ermittelt wird, überprüft werden. Laut Gl. (4.8.1-6) besteht theoretisch kein Phasenunterschied, d. h.  $\Delta\varphi = 0$ .

Aus (4.8.1-6) kann bei bekannter Eingangsspannung  $\underline{U}_1$  und gemessener Induktivität  $L_1$  der Primärspule die Gegeninduktivität  $M$  bestimmt werden:

$$M = L_1 \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \quad (4.8.1-7)$$

Bei größerem Phasenunterschied  $\Delta\varphi$  kann auf Gl. (4.8.1-4) zurückgegriffen werden, deren Auflösung nach  $M$  lautet:

$$M = L_1 \cdot \frac{|\underline{U}_2|}{|\underline{U}_1|} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{R_1}{\omega L_1}\right)^2} \quad (4.8.1-8)$$

Allerdings muss jetzt unter Umständen der Frequenzgang laut Formel (4.8.1-8) überprüft werden.

## 4.8.2 Variable Gegeninduktivität

Für diesen Übungspunkt stehen zwei Spulen ( $L_1$  und  $L_2$ ) zur Verfügung, deren Gegeninduktivität  $M$  durch Verschieben (Weg  $x$ ) des inneren Spulenkörpers ( $L_2$ ) verändert werden kann (Bild 4.8.2-1).

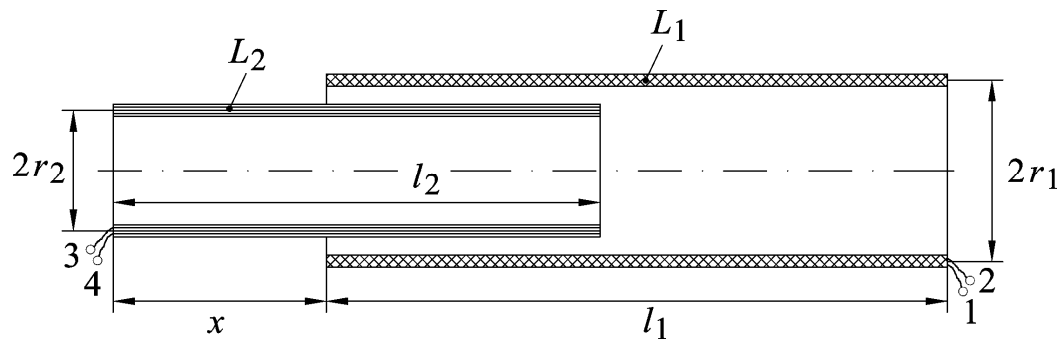


Bild 4.8.2-1: Zwei zueinander verschiebbare Luft-Spulen ergeben eine variable Gegeninduktivität

Je nach Meßmethode und je nach Verdrahtung der Klemmen 1 bis 4 können variable Induktivitäten  $L(x)$  oder Gegeninduktivitäten  $M(x)$  erzeugt werden.

Verschiedene Materialien mit unterschiedlichen relativen Permeabilitäten  $\mu_{r,i}$  können ebenfalls Grundlage von Messungen an dieser Spulenanordnung darstellen.

Die Induktivitäten  $L_i$  ( $i = 1, 2$ ) der beiden Spulen sind (siehe Gl. (2.2.1-3))

$$L_i = \mu_0 \cdot N_i^2 \cdot A_i / l_i = \mu_0 \cdot N_i^2 \cdot \pi \cdot r_i^2 / l_i \quad (4.8.2-1)$$

Die magnetische Flussdichte (Induktion)  $B_1$ , hervorgerufen durch den Strom  $I_1$ ,

$$B_1 = \mu_0 \cdot N_1 \cdot I_1 / l_1 \quad (4.8.2-2)$$

bewirkt einen Fluss  $\Phi_{21}$  durch die Windungsfläche  $A_2$  der Spule 2

$$\Phi_{21} = \mu_0 \cdot N_1 \cdot A_2 \cdot I_1 / l_1 \quad (4.8.2-3)$$

Die Gegeninduktivität  $M$  ist das Verhältnis von magnetischer Flussverketzung  $\Psi_{21}$ , die - von der Spule 1 erregt - mit Spule 2 verkettet ist, und der Stromstärke  $I_1$  in der Spule 1:

$$M = \Psi_{21} / I_1 = N_2 \Phi_{21} / I_1 \quad (4.8.2-4)$$

Nun wird Spule 2 um die Länge  $x = \xi \cdot l_2$  aus Spule 1 herausgezogen. Die Flussverketzung  $\Psi_{21}$  ändert sich. Nimmt man unter Vernachlässigung jeglicher Streufelder an, dass die Induktion  $B_1$  nur innerhalb der Länge  $l_1$  der Spule 1 auftritt, so werden vom Fluss  $\Phi_{21}$  nun nur  $N'$  Windungen durchsetzt (Voraussetzung: konstante Wicklungsdichte längs der Spule)

$$N' = N_2 \cdot \frac{l_2 - \xi \cdot l_2}{l_2} = N_2 \cdot (1 - \xi) \quad (4.8.2-5)$$

Damit erhält man die Gesamtflussverketzung  $\Psi_{21}$

$$\Psi_{21} = N' \cdot \Phi_{21} = \mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot (1 - \xi) \cdot A_2 \cdot I_1 / l_1 \quad (4.8.2-6)$$

dessen Proportionalitätskonstante bezüglich der Stromstärke  $I_1$  wiederum die (nun kleinere) Gegeninduktivität  $M$  ist:

$$\frac{M(x)}{A_2} = \mu_0 \cdot N_1 N_2 \cdot (1 - (x/l_2)) / l_1 \quad , \quad (4.8.2-7)$$

die also (theoretisch) linear mit der Größe der bezogenen Verschiebung  $x$  abnehmen sollte.

Da es sich bei dieser Anordnung um magnetisch gekoppelte Kreise **mit Streuung** handelt, ist es notwendig, den Kopplungsgrad  $k$  und die Streuziffer  $\sigma$  als Maß für die Stärke der Kopplung bzw. der Streuung zu bestimmen:

$$\text{Kopplungsgrad: } k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad , \quad (4.8.2-8)$$

$$\text{Streuziffer: } \sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \quad . \quad (4.8.2-9)$$

*Beispiel 4.8.2-1:*

Bei idealer Kopplung treten keine Streuflüsse auf. Es ist  $k = 1$ , daher ist die Streuziffer  $\sigma = 0$ .

## Versuchsdurchführung

### 4.9 Permanentmagnete im Rückschlussjoch

Messung der  $B(H)$ -Kennlinie eines Ferritmagnets aus Barium-Ferrit (Prüfling 1: Gruppe 1) oder Strontium-Ferrit (Prüfling 2: Gruppe 2)

*Aufbau:*

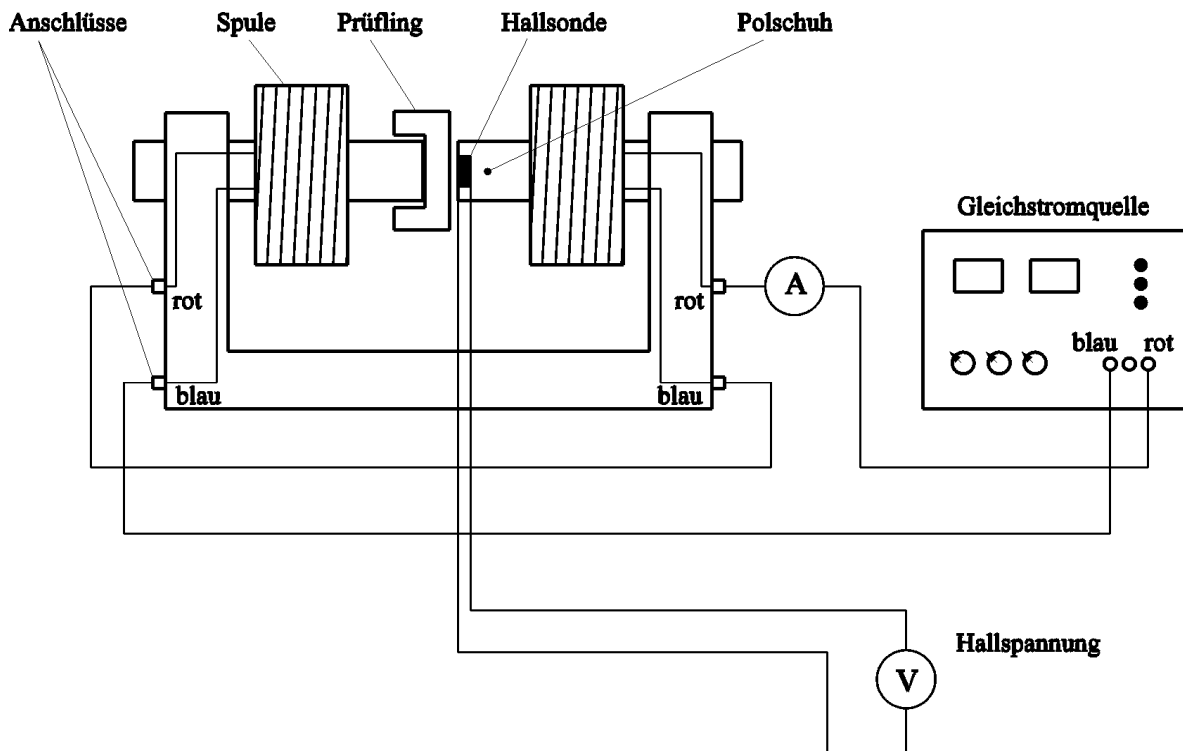


Bild 4.9-1: Messschaltung zur Messung der  $B(H)$ -Kennlinie eines Ferritmagnets

Bauen Sie die Messschaltung nach Bild 4.9-1 auf. Verwenden Sie dazu das Magnetisierjoch, die Gleichstromquelle PS-405-D mit dem digitalen Strommessgerät, die Hallsonde mit dem digitalen Spannungsmessgerät und den Prüfling. Bei dieser Beschaltung des Magnetisierjochs tritt der Fluss aus dem rechten Polschuh aus (Nordpol) und in den linken Polschuh bei Vernachlässigung des Streuflusses wieder ein (Südpol). Schieben Sie den Prüfling über den linken Polschuh. Danach verkleinern Sie den Abstand zwischen Prüfling und den Polschuhen durch die beiden seitlichen Stellschrauben auf Null (Stellschraube sanft anziehen).

**Achtung: Verwenden Sie auf keinen Fall den rechten Polschuh mit der integrierten Hallsonde.**

*Messobjekt: Hartferrite*

*Abmessungen Prüfling 1:*

- Außendurchmesser  $d_a$ : 30 mm
- Dicke  $d$ : 9 mm
- Dichte  $\rho$ : 4800 kg/m<sup>3</sup>

*Abmessungen Prüfling 2:*

- Außendurchmesser  $d_a$ : 40 mm
- Dicke  $d$ : 7 mm
- Dichte  $\rho$ : 5000 kg/m<sup>3</sup>

*Magnetisierjoch:*

- Windungszahl je Spule  $N_c$ : 842
- Widerstand je Spule  $R$ : 2,66  $\Omega$
- Maximale Stromstärke  $I_{\max}$ : 5 A
- Zulässiger Dauerstrom  $I$ : 4 A
- Gewicht: 17 kg

**4.9.1 Durchführung**

An der Gleichstromquelle PS-405-D sind folgende Einstellungen vorzunehmen:

Drehen Sie den Schalter AMPERE bis zum rechten Anschlag, den Schalter FINE und den Schalter COARSE bis zum linken Anschlag. Schalten Sie das Gerät am Hauptschalter auf der Rückseite ein.

***Teil A:***

Durch Drehen des Schalters COARSE soll der Strom von 0 A bis maximal 4 A und dann von 4 A wieder auf 0 A variiert werden. Die jeweiligen Spannungswerte an der Hallsonde sind zu notieren. Tragen Sie die Messwerte in unten stehende Messwerttabelle ein. Steigt die Hallspannung ( $U_H < 0$ ) ausgehend vom Anfangswert bei 0 A mit steigenden Stromwerten, so befinden Sie sich im IV. Quadranten. Bei dieser Messung befinden Sie sich im IV. und I. Quadranten der  $B(H)$ -Kennlinie. Die am Strommessgerät angezeigten Ströme sind somit positiv. Schalten Sie das Gerät am Hauptschalter aus.

***Teil B:***

Verändern Sie die Stromrichtung in den Spulen durch Umpolen der Spulen, indem Sie die beiden Kabel an der Gleichstromquelle vertauschen (umpolen). Schalten Sie die Gleichstromquelle am Hauptschalter wieder ein. Durch Drehen des Schalters COARSE soll der Strom von 0 A bis maximal 4 A und dann von 4 A auf 0 A variiert werden. Die jeweiligen Spannungswerte an der Hallsonde sind zu notieren. Tragen Sie die Messwerte in unten stehende Messwerttabelle ein. Da Sie sich bei dieser Messung im II. und III. Quadranten der  $B(H)$ -Kennlinie befinden, sind somit die positiv angezeigten Stromwerte eigentlich negativ (siehe Tabelle 4.9.1-1). Schalten Sie das Gerät am Hauptschalter aus.

Tabelle 4.9.1-1:

Teil A				Teil B			
Messung im Quadranten IV und I				Messung im Quadranten II und III			
$I / A$	$U_H / V$	$I / A$	$U_H / V$	$I / A$	$U_H / V$	$I / A$	$U_H / V$
0		4		0		-4	
0,25		3,75		-0,25		-3,75	
0,5		3,5		-0,5		-3,5	
0,75		3,25		-0,75		-3,25	
1		3,0		-1		-3,0	
1,25		2,75		-1,25		-2,75	
1,5		2,5		-1,5		-2,5	
1,75		2,25		-1,75		-2,25	
2		2,0		-2		-2,0	
2,25		1,75		-2,25		-1,75	
2,5		1,5		-2,5		-1,5	
2,75		1,25		-2,75		-1,25	
3		1,0		-3		-1,0	
3,25		0,75		-3,25		-0,75	
3,5		0,5		-3,5		-0,5	
3,75		0,25		-3,75		-0,25	
4		0		-4		0	
<b>umpolen →</b>							

#### 4.9.2 Auswertung

- a) Berechnen Sie die magnetische Feldstärke  $H$  aus den eingestellten Strömen und tragen Sie die Werte in die Tabellen 4.9.2-1 und 4.9.2-2 ein.

$$H = \frac{2 \cdot N_c \cdot I}{h_M}$$

- b) Berechnen Sie die magnetische Induktion  $B$  aus den gemessenen Spannungen  $U_H$  und tragen Sie die Werte in die Tabellen 4.9.2-1 und 4.9.2-2 ein.

$$U_H = 1V \cong 1,35 T \quad , \text{ da } U_H \propto B \text{ ist.}$$

Tabelle 4.9.2-1							
Messung im Quadranten IV und I							
$I / A$	$H / \text{kA/m}$	$U_H / V$	$B / T$	$I / A$	$H / \text{kA/m}$	$U_H / V$	$B / T$
0				4			
0,25				3,75			
0,5				3,5			
0,75				3,25			
1				3,0			
1,25				2,75			
1,5				2,5			
1,75				2,25			
2				2,0			
2,25				1,75			
2,5				1,5			
2,75				1,25			
3				1,0			
3,25				0,75			
3,5				0,5			
3,75				0,25			
4				0			

Tabelle 4.9.2-2							
Messung im Quadranten II und III							
$I / A$	$H / \text{kA/m}$	$U_H / V$	$B / T$	$I / A$	$H / \text{kA/m}$	$U_H / V$	$B / T$
0				-4			
-0,25				-3,75			
-0,5				-3,5			
-0,75				-3,25			
-1				-3,0			
-1,25				-2,75			
-1,5				-2,5			
-1,75				-2,25			
-2				-2,0			
-2,25				-1,75			
-2,5				-1,5			
-2,75				-1,25			
-3				-1,0			
-3,25				-0,75			
-3,5				-0,5			
-3,75				-0,25			
-4				0			



c) Zeichnen Sie die  $B(H)$ -Kennlinie in ein Diagramm. Verwenden Sie dabei Millimeterpapier (DIN A4). Markieren Sie im Diagramm die Remanenz  $B_r$  und die Koerzitivfeldstärke  $H_C$  und tragen Sie die gemessenen Werte in Tabelle 4.9.2-3 ein.

Tabelle 4.9.2-3				
	Positive x-Achse	Negative x-Achse	Positive y-Achse	Negative y-Achse
$B_r / T$	-	-		
$H_C / kA/m$			-	-

d) Ermitteln Sie die maximale Induktion aus der  $B(H)$ -Kennlinie.

### 4.10 FARADAY'sche Scheibe als Wirbelstrombremse

#### 4.10.1 Messung der $U_i(n)$ -Kennlinie

Aufbau:

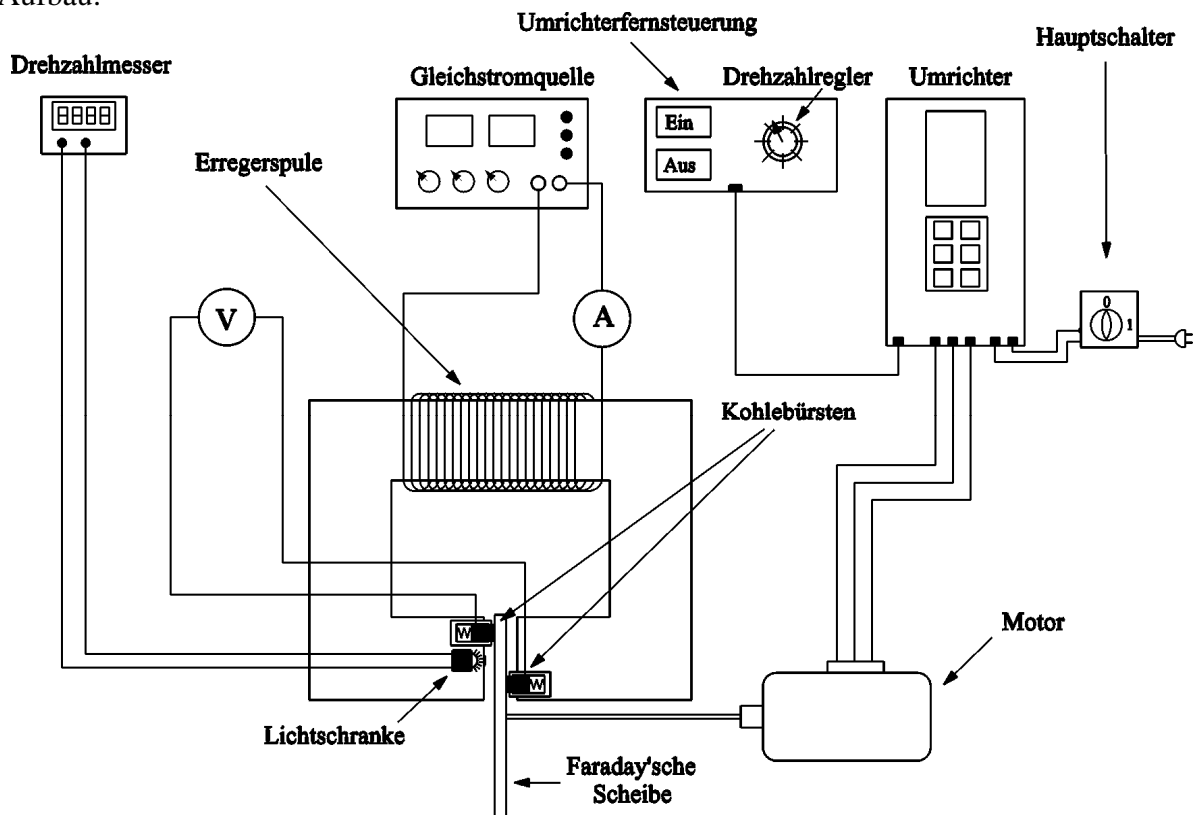


Bild 4.10.1-1: Messschaltung zur Messung der induzierten Spannung  $U_i$  in der FARADAY'schen Scheibe

Bauen Sie die Messschaltung nach Bild 4.10.1-1 auf. Verwenden Sie dazu den Drehzahlmesser, die Gleichstromquelle PS-302A, die Umrichterfernsteuerung, den

Umrichter, den Hauptschalter, den Asynchronmotor und die FARADAY'sche Scheibe mit der Erregerspule. An der Scheibe befinden sich rechts und links zwei Kohlebürsten, um die induzierte Spannung abzugreifen. Zusätzlich ist ein kleines Loch in die Scheibe gebohrt, mit dessen Hilfe in Verbindung mit einer Lichtschranke und dem Drehzahlmesser die Drehzahl gemessen werden kann. Der Drehzahlmesser, das Amperemeter, das Voltmeter, die Umrichterfernsteuerung und der Umrichter sind im Rack über dem Versuchstand fest eingebaut.

Verbinden Sie den Drehzahlmesser mit den entsprechenden Buchsen auf dem Klemmbrett neben dem Eisenkern (links, die Buchsen sind beschriftet). Danach schließen Sie das Spannungsmessgerät und die Gleichstromquelle mit dem Amperemeter an. An der Gleichstromquelle sind die blaue und rote Buchse zu verwenden. Die entsprechenden Buchsen für die Erregerspule und die Spannungsmessung befinden sich ebenfalls auf dem Klemmbrett neben dem Eisenkern (Beschriftung beachten). Überprüfen Sie, ob der Motor mit dem Umrichter verbunden ist (Stecker).

*Messobjekt: FARADAY'sche Scheibe*

*Abmessungen der Faraday'schen Scheibe:*

- Außendurchmesser  $d_a$ : 220 mm
- Dicke  $d$ : 2 mm
- Gewicht: 0,68 kg

*Technische Daten des Motors:*

- Hersteller: THIEN E-Motoren GmbH
- Motor: Asynchronmotor
- Abgabeleistung  $P_{out}$ : 1,1 kW
- Leistungsfaktor  $\cos \varphi$ : 0,8 / 0,87
- Nennfrequenz  $f_N$ : 50 Hz
- Nennstrom  $I$ : 4,45/2,55 A
- Spannung  $U$ : 230/400 V
- Gewicht: 11,5 kg

*Technische Daten des Umrichters:*

- Hersteller: DANFOSS
- Ausgangsstrom  $I_a$  (380-440V): 5,6 A
- Scheinleistung  $S$  (380-440V): 4,3 kVA
- Gewicht: 7,5 kg

***Voreinstellungen:***

*Gleichstromquelle PS – 302A:*

- Drehknopf AMPERE bis zum Anschlag nach rechts drehen.
- Schalter VOLT/AMP nach unten auf AMP stellen.
- Drehknopf COARSE und FINE bis zum Anschlag nach links drehen. Dadurch ist sichergestellt, dass beim Einschalten des Gerätes kein Strom fließt.

*Umrichterfernsteuerung:*

- Die Umrichterfernsteuerung ist im Rack fest eingebaut.
- Drücken Sie den roten Knopf AUS.

- Drehen Sie den Drehzahlregler bis zum Anschlag nach links auf Null.

*Hauptschalter:*

- Stellen Sie sicher, dass der Hauptschalter ausgeschaltet ist. Erst wenn Sie mit dem Versuchsaufbau fertig sind und sich vergewissert haben, dass alle Geräte ordnungsgemäß angeschlossen sind, betätigen Sie den Hauptschalter.

#### 4.10.1.1 Durchführung

Bevor Sie mit dem Versuch beginnen, überprüfen Sie die notwendigen Voreinstellungen an den Geräten. Schalten Sie den Drehzahlmesser ein. Danach schalten Sie die Gleichstromquelle PS-302A am Hauptschalter auf der Rückseite ein. Erst jetzt betätigen Sie den Hauptschalter. An diesen Einstellungen müssen Sie während des Versuchs nichts mehr ändern. Der Motor wird durch die Umrichterfernsteuerung ein- und ausgeschaltet und die Drehzahl über den Drehzahlregler verändert.

Drehen Sie den Schalter COARSE an der Gleichstromquelle langsam nach rechts, bis ein Erregerstrom von  $I_f = 0,7$  A fließt. Mit dem Schalter COARSE wird der Erregerstrom grob und mit dem Schalter FINE fein eingestellt. Achten Sie darauf, dass Sie den exakten Erregerstrom eingestellt haben. Schalten Sie den Motor ein (grüner Knopf auf der Umrichterfernsteuerung). Durch Drehen des Drehzahlreglers soll die Drehzahl von  $0 \text{ min}^{-1}$  bis  $3000 \text{ min}^{-1}$  in 300er Schritten variiert werden. Die induzierten Spannungen in der FARADAY'schen Scheibe sind zu notieren. Tragen Sie die Messwerte in unten stehende Messwerttabelle ein. Nachdem die Messreihe abgeschlossen ist, drehen Sie mit dem Drehzahlregler die Drehzahl wieder auf Null und schalten Sie den Motor aus (roter Schalter auf der Umrichterfernsteuerung). Schalten Sie die Gleichstromquelle aus und drehen Sie den Schalter COARSE bis zum linken Anschlag.

Messwerttabelle 4.10.1.1-1:

$n / \text{min}^{-1}$	0	300	600	900	1200	1500	1800	2100	2400	2700	3000
$U_i / \text{mV}$											

#### 4.10.1.2 Auswertung

- a) Zeichnen Sie die  $U_i(n)$ -Kennlinie in ein Diagramm. Verwenden Sie dazu Millimeterpapier (DIN A4) und folgende Maßstäbe:

$$n: \quad \lambda_n = 150 \frac{\text{min}^{-1}}{\text{cm}}$$

$$U_i: \quad \lambda_U = 10 \frac{\text{mV}}{\text{cm}}$$

#### 4.10.2 Messung der $U_i(I_f)$ -Kennlinie bei konstanter Drehzahl $n = 2000 \text{ min}^{-1}$

**Aufbau:** Messaufbau siehe Bild 4.10.1-1

##### 4.10.2.1 Durchführung

Schalten Sie den Motor ein und stellen Sie die geforderte Drehzahl  $n = 2000 \text{ min}^{-1}$  ein. Durch Drehen des Schalters COARSE an der Gleichstromquelle soll der Strom in der Erregerspule von 0 A bis 1 A in 0,1 A-Schritten variiert werden. Die induzierten Spannungen in der FARADAY'schen Scheibe sind zu notieren. Tragen Sie die Messwerte in unten stehende Messwerttabelle ein. Nachdem die Messreihe abgeschlossen ist, drehen Sie mit dem Drehzahlregler die Drehzahl wieder auf Null und schalten Sie den Motor aus (roter Schalter auf der Umrichterfernsteuerung). Danach betätigen Sie den Hauptschalter.

Messwerttabelle 4.10.2.1-1:

$I_f / \text{A}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$U_i / \text{mV}$											

##### 4.10.2.2 Auswertung

a) Zeichnen Sie die  $U_i(I_f)$ -Kennlinie in ein Diagramm. Verwenden Sie dazu Millimeterpapier (DIN A4). Verwenden Sie folgende Maßstäbe:

$$I_f: \quad \lambda_1 = 0,05 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

$$U_i: \quad \lambda_u = 10 \frac{\text{mV}}{\text{cm}}$$

#### 4.11 Hysteresis-Kennlinien und Ummagnetisierungsverluste in einem Schnittbandkern

Oszillographieren der Hysterese-Schleifen für verschiedene Frequenzen

**Aufbau:**

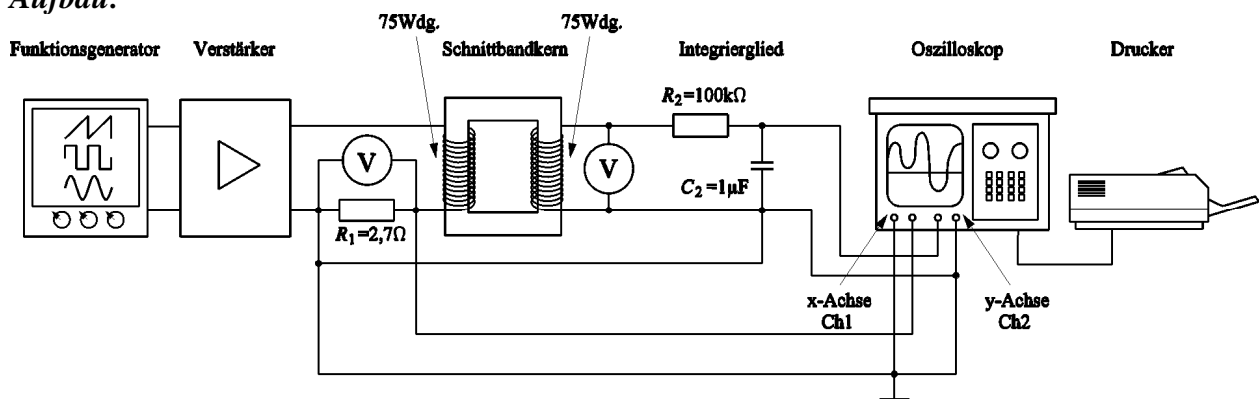


Bild 4.11-1: Aufbau zum Oszillographieren der Hysterese-Kennlinien für verschiedene Frequenzen

Bauen Sie die Messschaltung nach Bild 4.11-1 auf. Verwenden sie dazu den Funktionsgenerator FG 200, den Widerstand  $R_1 = 2,7 \Omega$  (50W), den Verstärker, den Schnittbandkern, die beiden Spulen mit je 75 Windungen, das Integrierglied, das Oszilloskop TDS 1002 und den Drucker.

Verbinden Sie den Funktionsgenerator mit einem BNC-Kabel mit dem Verstärker. Am Funktionsgenerator ist der Ausgang AC-Out High (100mV...12V<sub>ss</sub>) und am Verstärker ist der Verstärkereingang zu benutzen. Der Verstärkerausgang wird mit der Spule (Primärseite), dem Voltmeter und dem Widerstand  $R_1$  verbunden. Verbinden Sie dann die zweite Spule (Sekundärseite) mit dem Integrierglied ( $R_2, C_2$ ) und dem Voltmeter. Das Voltmeter ist so anzuschließen, dass die induzierte Spannung in der Sekundärspule gemessen werden kann. Zuletzt verbinden Sie die Messkabel des Oszilloskops mit dem Widerstand  $R_1$  und der Kapazität  $C_2$ . Kanal 1 (Ch1) des Oszilloskops ist mit dem Widerstand  $R_1 = 2,7 \Omega$  (50W) anzuschließen. Kanal 2 (Ch2) ist über das Steckbrett am Kondensator  $C_2$  anzuschließen. Achten Sie darauf, dass die Masseanschlüsse der Messkabel auf das gleiche Potential gesteckt sind.

$$\text{Integrierglied: } \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} \approx \frac{1}{j\omega R_2 C_2}, f \gg \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}} = 1.6 \text{ Hz}$$

Für  $f \gg 1.6 \text{ Hz}$  ist  $\underline{U}_2 \sim \underline{U}_1 / (j\omega)$  und somit ist bis auf einen Maßstabsfaktor  $1/(R_2 C_2)$  die Spannung  $u_2$  das Integral der Spannung  $u_1$ .

### Messobjekt: Schnittbandkern mit zwei Spulen

*Technische Daten für den Schnittbandkern:*

- Mittlerer Eisenweg  $l_m$ : 376 mm
- Sättigungsinduktion: 2,03 T
- Kernquerschnitt  $A$ : 900 mm<sup>2</sup>
- Gewicht: 2,43 kg

*Technische Daten der Spulen:*

- Windungszahl  $N_c$ : 75 Wdg.
- Maximaler Strom  $I_{\max}$ : 15 A
- Widerstand  $R$ : 0,08  $\Omega$
- Induktivität  $L$ : 0,16 mH
- Anzahl der Buchsen: 2
- Maße der Öffnung für den Eisenkern: 31 mm  $\times$  31 mm

### Voreinstellungen:

*Funktionsgenerator:*

- Drehknopf OFFSET auf Null stellen.
- Drehknopf AMPLITUDE bis zum linken Anschlag drehen.
- Drehknopf SIGNALFORM auf Sinus stellen.
- Drehknopf BEREICH auf 100 stellen.
- Drehknopf Frequenz bis zum linken Anschlag (0,2) drehen.

### Oszilloskop:

Bei diesem Versuchsteil wird das *Tektronix*-Oszilloskop TDS 1002 verwendet. Folgende Einstellungen sind vor dem Versuchsbeginn durchzuführen:

Einschalten des Gerätes mit dem Netzschalter. Der Netzschalter befindet sich auf der Oberseite des Gehäuses. Das Gerät benötigt einige Zeit, bis eine Anzeige erscheint.

Taste DISPLAY drücken. In der Anzeige ändert sich das Menü. Nehmen Sie folgende Einstellungen vor:

- Typ: PUNKTE
- Nachleuchten: AUS
- Format: YT

Taste CH1 MENU drücken. In der Anzeige ändert sich das Menü. Nehmen Sie folgende Einstellungen vor:

- Kopplung: DC
- Bandbreite: VOLL 60 MHz
- Volts/Div: GROB
- Tastkopf: 1x
- Invertierung: AUS

Taste CH2 MENU drücken. In der Anzeige ändert sich das Menü. Nehmen Sie folgende Einstellungen vor:

- Kopplung: DC
- Bandbreite: VOLL 60 MHz
- Volts/Div: GROB
- Tastkopf: 1x
- Invertierung: AUS

Taste TRIG MENU drücken. In der Anzeige ändert sich das Menü. Nehmen Sie folgende Einstellungen vor:

- Typ: FLANKE positiv
- Quelle: CH1
- Modus: Auto
- Kopplung: DC

Mit dem Drehknopf SEC/DIV den geforderten Zeitmaßstab  $t = 10$  ms einstellen.

Stellen Sie mit den Knöpfen VOLTS/DIV die geforderten Maßstäbe für die  $y$ -Werte der beiden Messsignale ein.

- Ch1: 500 mV/Div
- Ch2: 200 mV/Div

Zur Darstellung der Hysterese-Schleife muss im Menü DISPLAY das Format *YT* auf *XY* geändert werden.

#### 4.11.1 Durchführung

Schalten Sie den Funktionsverstärker und den Verstärker an ihren jeweiligen Netzschaltern ein. Der Zeitverlauf der Spannung  $u_1(t)$  am Widerstand  $R_1$  wird auf dem Oszilloskop als Messsignal für den Kanal 1 (CH1) dargestellt, der Zeitverlauf der Spannung  $u_2(t)$  am Kondensator  $C_2$  wird auf dem Oszilloskop als Messsignal für den Kanal 2 (CH2) dargestellt. Durch Drehen der Schalter FREQUENZ und BEREICH am Funktionsgenerator wird die geforderte Frequenz eingestellt. Da die Skala sehr grob ist, müssen die eingestellten Frequenzen am Oszilloskop abgelesen werden. Die Frequenzen stehen unten rechts auf der Anzeige. Durch Drehen des Schalters AMPLITUDE am Funktionsgenerator wird die

Spannung im Primärkreis variiert und somit auch die Flussdichte im Schnittbandkern. Drehen Sie den Schalter AMPLITUDE am Funktionsgenerator langsam nach rechts, bis die Flussdichte im Schnittbandkern 1 T beträgt.

Wenn Sie beide Werte, die Frequenz und die Flussdichte im Schnittbandkern, richtig eingestellt haben und die Hysterese-Schleife auf dem Oszilloskop erscheint, drücken Sie auf die Taste DRUCKEN am Oszilloskop. Warten Sie, bis der Druckvorgang abgeschlossen ist. Danach stellen Sie den nächsten Messpunkt ein und gehen wie zuvor beschrieben vor. Führen Sie die Messungen für  $f = 20, 35, 45, 70, 90, 120, 160, 190$  und  $200$  Hz durch. Wenn Sie den letzten Messpunkt ( $f = 200$  Hz) aufgenommen haben, müssen Sie Folgendes beim Ausschalten beachten, um einen Schaden an dem Versuchstand zu verhindern:

**Drehen Sie zuerst den Schalter AMPLITUDE am Funktionsgenerator auf Null (linker Anschlag). Erst danach drehen Sie die Frequenz im Primärkreis zurück, da sonst der Verstärker einen zu hohen Strom infolge der kleinen Frequenz und damit kleinen Impedanz liefert, der die verwendeten Bauelemente zerstören würde!**

Messwerttabelle 4.11.1-1:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	20	35	45	70	90	120	160	190	200
$f_{\text{abgelesen}} / \text{Hz}$									
$U_{\text{sek,berechnet}} / \text{V}$									
$U_{\text{sek,gemessen}} / \text{V}$									
$U_{\text{prim,gemessen}} / \text{V}$									
$I_{\text{prim}} = U_{\text{prim}} / R_1 / \text{A}$									

#### 4.11.2 Auswertung

- a) Ermitteln Sie die maximalen Induktionen  $B_{\text{max}}$  und die maximalen Feldstärken  $H_{\text{max}}$  für jeden Messpunkt aus den Hysterese-Schleifen und tragen Sie die Werte in die Tabelle 4.11.2-1 und in die Oszillogrammausdrucke ein.
- b) Aus den Flächen der Hysterese-Schleifen sind die Ummagnetisierungsverluste zu ermitteln und in Abhängigkeit von der Frequenz graphisch in einem Diagramm auf Millimeterpapier (DIN A4) darzustellen. Verwenden Sie folgende Maßstäbe:

$$p_{\text{Hys}}: \quad \lambda_p = 5 \frac{\text{W/dm}^3}{\text{cm}}$$

$$P_{\text{Hys}}: \quad \lambda_p = 1 \frac{\text{W}}{\text{cm}}$$

$$f: \quad \lambda_f = 10 \frac{\text{Hz}}{\text{cm}}$$

Bestimmen Sie dazu graphisch mit „Kästchenzählen“ die Flächen  $A_H$  innerhalb der Hysterese-Schleifen und tragen sie die ermittelten Werte in die Messwerttabelle ein. Berechnen Sie daraus die Ummagnetisierungsverluste  $P_{\text{Fe}}$  und tragen sie die Werte ebenfalls in die Tabelle 4.11.2-1 ein.

Tragen Sie generell die Maßstabsfaktoren in die Diagramme ein!

$B_{\max} / \text{T}$									
$A_{\text{Hys}} / \text{cm}^2$									
$p_{\text{Hys}} / \text{W/dm}^3$									
$P_{\text{Hys}} / \text{W}$									

#### 4.12 Variable Gegeninduktivität, Kopplung, Streuziffer, Ruhinduktion

Bei diesem Versuch benutzt man zwei koaxiale Zylinderspulen, wobei Spule 2 innerhalb von Spule 1 liegt. Die erste Spule hat folgende Daten:  $l_1 = 300 \text{ mm}$ ,  $d_1 = 43,5 \text{ mm}$  und  $N_1 = 1800$ . Die zweite Spule:  $l_2 = 200 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 27,8 \text{ mm}$ ,  $N_2 = 1200$ ,  $d_{\text{draht}} = 0,5 \text{ mm}$

##### 4.12.1 Messung der Leerlaufspannung $U_{i,34}$ , bei variablem Abstand $x$ .

###### Aufbau:

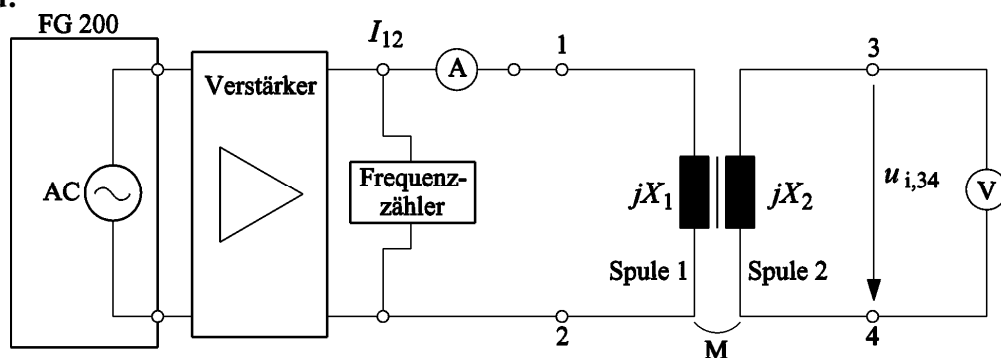


Bild 4.12-1: Schaltung zur Bestimmung der Gegeninduktivität  $M$

Bauen Sie die Messschaltung nach Bild 4.12-1 auf. Verwenden Sie wiederum den Funktionsgenerator FG 200, den Verstärker, die AC-Volt- und Amperemeter, den Frequenzzähler und die beiden Zylinderspulen. Der Funktionsgenerator wird über ein BNC-Kabel mit dem Verstärker verbunden. Benutzen Sie dabei den Ausgang AC-Out ( $600 \Omega$ ,  $12 V_{\text{ss}}$ ). Der Ausgang des Verstärkers wird über das AC-Amperemeter an die Klemmen 1 und 2 der Spule 1 gelegt. Der Frequenzzähler wird über geeignete Messkabel mit dem Steckbrett verbunden. Das AC-Voltmeter wird mit geeigneten Kabeln mit den Klemmen 3 und 4 der Spule 2 verbunden.

###### Durchführung:

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Stellen Sie eine Frequenz von  $1 \text{ kHz}$  ein und erhöhen Sie die Amplitude des Funktionsgenerators solange, bis ein Strom von  $I_{12} = 300 \text{ mA}$  fließt. Achten Sie darauf, dass die Frequenz immer nahezu  $1 \text{ kHz}$ , und der Strom  $300 \text{ mA}$  bleibt. Ziehen Sie die innere Spule aus der äußeren Spule um das Maß  $x$ ! Mit dem Voltmeter ist die induzierte Spannung  $U_{i,34}$  in Abhängigkeit des Wegs  $x$  zu messen. Der Wert von  $x$  kann anhand der Millimeterskala an der Zylinderspule abgelesen werden.



Messwerttabelle 4.12-1:

$x / \text{mm}$	$I_{12} / \text{mA}$	$U_{i,34} / \text{V}$	$M_{\text{mess}} / \text{mH}$	$M_{\text{rech}} / \text{mH}$
0				
20				
40				
100				
150				
200				

**Auswertung:**

Berechnen Sie aus den Messwerten die Gegeninduktivität

$$M_{\text{mess}} = \frac{U_i}{\omega \cdot I_1} = \frac{U_{i,34}}{2\pi \cdot 1\text{kHz} \cdot 300\text{mA}}$$

und vergleichen Sie die mit dem theoretischen Wert unter Vernachlässigung der Streuung:

$$M_{\text{rech}} = \mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \frac{A_2}{l_1} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_2}\right) \quad \text{mit } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}.$$

Zeichnen Sie den Verlauf von  $U_{i,34} = f(x)$  in ein Diagramm.

**4.12.2 Messung der Spuleninduktivität  $L_{\text{sp1}}$**

**4.12.2.1 Spule 2 offen, daraus  $L_{\text{sp10}}$**

Ändern Sie den Aufbau nach Bild 4.12-2. Spule 2 soll bei den folgenden Messungen vollständig innerhalb von Spule 1 liegen ( $x < 0$ ).

**Durchführung:**

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Stellen Sie einen Effektivwert der Eingangsspannung von  $U_{0,12} = 10 \text{ V}$  ein. Mit dem AC-Ampere- und Voltmeter sind der Strom  $I_{0,12}$  und die Spannung  $U_{0,12}$  an Spule 1 in Abhängigkeit der Frequenz zu messen.

**Aufbau:**

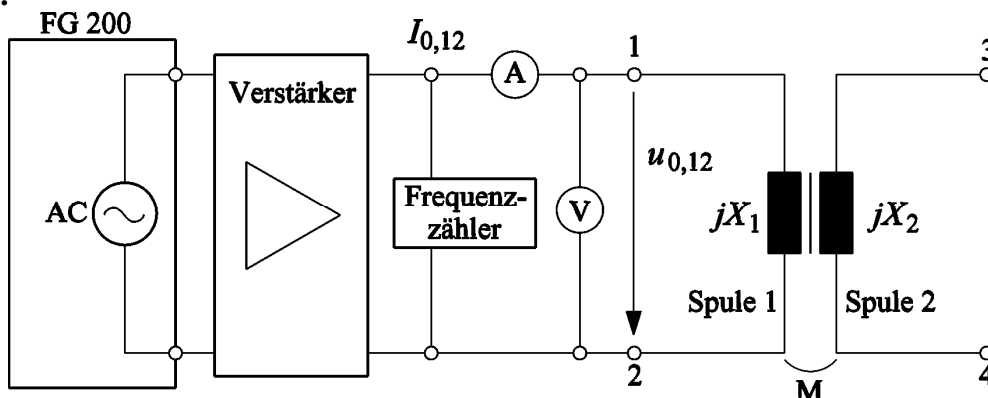


Bild 4.12-2: Schaltung zur Bestimmung der Leerlaufinduktivität  $L_{\text{sp10}}$

Messwerttabelle 4.12-2:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	$f_{\text{ist}} / \text{Hz}$	$U_{0,12} / \text{V}$	$I_{0,12} / \text{mA}$	$Z_{\text{sp}10} / \Omega$	$L_{\text{sp}10} / \text{mH}$
500					
1000					
2000					
5000					

**Auswertung:**

Berechnen Sie die Impedanz  $Z_{\text{sp}10}$  aus den gemessenen Werten:  $Z_{\text{sp}10} = \frac{U_{0,12}}{I_{0,12}}$ .

Über  $Z_{\text{sp}10} = \sqrt{R_{\text{sp}1}^2 + \omega^2 L_{\text{sp}10}^2}$  mit  $R_{\text{sp}1} = 19,67 \Omega$  ist anschließend die Spuleninduktivität  $L_{\text{sp}10}$  zu berechnen.

**4.12.2.2 Spule 2 kurzgeschlossen, daraus  $L_{\text{sp}1\text{ks}}$**

Ändern Sie den Aufbau nach Bild 4.12-3. Die zweite Spule wird mit Hilfe eines geeigneten kurzen Kabels kurzgeschlossen! Spule 2 soll bei den folgenden Messungen vollständig innerhalb von Spule 1 liegen ( $x < 0$ ).

**Durchführung:**

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Stellen Sie auch hier einen Effektivwert der Eingangsspannung  $U_{k,12} = 10 \text{ V}$  ein. Mit dem AC-Ampere- und Voltmeter sind der Strom  $I_{k,12}$  und die Spannung  $U_{k,12}$  bei Spule 1 in Abhängigkeit der Frequenz zu messen.

**Aufbau:**

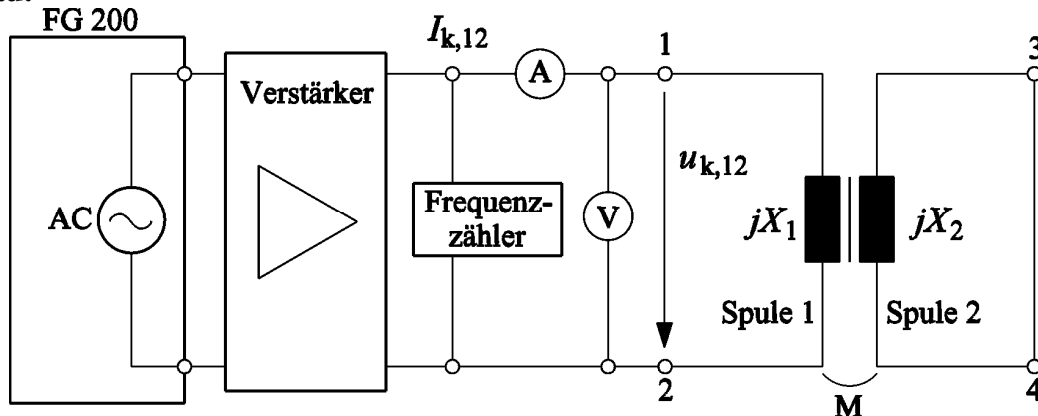


Bild 4.12-3: Schaltung zur Bestimmung der Kurzschlussinduktivität  $L_{\text{sp}1\text{ks}}$

Messwerttabelle 4.12-3:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	$f_{\text{ist}} / \text{Hz}$	$U_{k,12} / \text{V}$	$I_{k,12} / \text{mA}$	$Z_{\text{sp}1\text{ks}} / \Omega$	$L_{\text{sp}1\text{ks}} / \text{mH}$
500					
1000					
2000					
5000					

**Auswertung:**

Berechnen Sie die Impedanz  $Z_{sp10}$  aus den gemessenen Werten:  $Z_{sp1ks} = \frac{U_{k,12}}{I_{k,12}}$ .

Über  $Z_{sp1ks} = \sqrt{R_{sp1}^2 + \omega^2 L_{sp1ks}^2}$  mit  $R_{sp1} = 19,67 \Omega$  ist anschließend die Spuleninduktivität  $L_{sp1ks}$  zu berechnen.

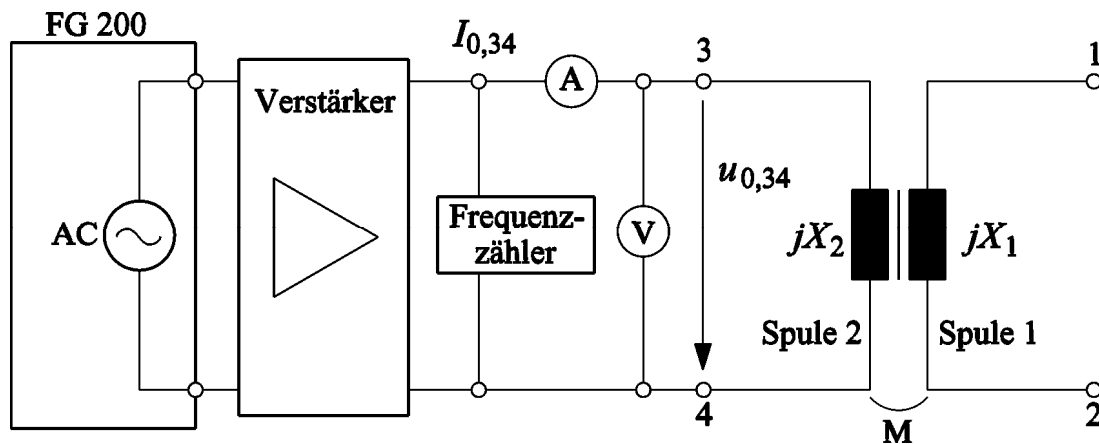
**4.12.2.3 Bestimmung der Streuziffer  $\sigma$  (Variante 1:  $\sigma_1$ )****Auswertung:**

Mit den Ergebnissen von Teilaufgaben 4.12.2.1 und 4.12.2.2 ist die Streuziffer  $\sigma_1$  zu

berechnen:  $\sigma_1 = \frac{L_{sp1ks}}{L_{sp10}}$

Messwerttabelle 4.12-4:

$L_{sp10}$ / mH	$L_{sp1ks}$ / mH	$\sigma_1$

**4.12.3 Messung der Spuleninduktivität  $L_{sp20}$ , wenn Spule 1 offen.****Aufbau:**Bild 4.12-4: Schaltung zur Bestimmung der Leerlaufinduktivität  $L_{sp20}$ 

Ändern Sie den Aufbau nach Bild 4.12-4. Spule 2 soll bei den folgenden Messungen vollständig innerhalb von Spule 1 liegen ( $x < 0$ ).

**Durchführung:**

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Stellen Sie auch hier einen Effektivwert der Eingangsspannung  $U_{0,34} = 5 \text{ V}$  ein. Mit dem AC-Ampere- und Voltmeter

sind der Strom  $I_{0,34}$  und die Spannung  $U_{0,34}$  bei Spule 2 in Abhängigkeit der Frequenz zu messen.

Messwerttabelle 4.12-5:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	$f_{\text{ist}} / \text{Hz}$	$U_{0,34} / \text{V}$	$I_{0,34} / \text{mA}$	$Z_{sp20} / \Omega$	$L_{sp20} / \text{mH}$
500					
1000					
2000					
5000					

**Auswertung:**

Berechnen Sie die Impedanz  $Z_{sp10}$  aus den gemessenen Werten:  $Z_{sp20} = \frac{U_{0,34}}{I_{0,34}}$ .

Über  $Z_{sp20} = \sqrt{R_{sp2}^2 + \omega^2 L_{sp20}^2}$  mit  $R_{sp2} = 8,59 \Omega$  ist anschließend die Spuleninduktivität  $L_{sp20}$  zu berechnen. Mit den Ergebnissen von 4.12.1, 4.12.2.1 und 4.12.3 berechnen Sie die Streuziffer  $\sigma$  gemäß Variante 2:  $\sigma_2 = 1 - \frac{M^2}{L_{sp10} \cdot L_{sp20}}$  für 1 kHz.

Messwerttabelle 4.12-6:

$M / \text{mH}$	$L_{sp10} / \text{mH}$	$L_{sp20} / \text{mH}$	$\sigma_2$

**4.13 Vergleich der ermittelten Streuziffern****Auswertung:**

Vergleichen Sie die Ergebnisse für den Streuziffer aus 4.12.2.3 und 4.12.3 für 1 kHz.

Messwerttabelle 4.13-1:

$\sigma_1$	$\sigma_2$

**4.14 Versuchsvorbereitung**

- a) Nennen Sie die typischen Dauermagnetwerkstoffe! b) Beschreiben Sie ihre charakteristischen magnetischen Eigenschaften! c) Geben Sie diese Werte für die typischen Dauermagnetwerkstoffe an!

2. a) Zeichnen Sie qualitativ die Hysterese-Schleife für weichmagnetische und hartmagnetische Werkstoffe. b) Kennzeichnen Sie die Remanenz  $B_R$  und die Koerzitivfeldstärke  $H_C$ . c) Beschriften Sie zusätzlich die vier Quadranten mit römischen Ziffern! d) Wie können aus der Hystereseschleife die Hystereseverluste ermittelt werden (Erklärung in Worten, Formel)?
3. a) Berechnen Sie die Umfangsgeschwindigkeit der im Versuch verwendeten *Faraday*'schen Scheibe bei  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$  (Scheibendurchmesser:  $d = 0.22 \text{ m}$ )! b) Wie groß ist für  $B = 12.5 \text{ mT}$  die induzierte Spannung  $U_i$ ? c) Skizzieren Sie, wie die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  in die *Faraday*-Scheibe induziert wird (Vektordiagramm mit  $\vec{v}$  und  $\vec{B}$ )!
4. a) Leiten Sie für den Aufgabenteil 4.11 die Formel zur Berechnung der induzierten Spannung (Effektivwert) in einer Spule (Spulenwindungszahl  $N$ , Spulenflussquerschnitt  $A$ ) her. Verwenden Sie dazu das Induktionsgesetz und die Gleichung für den magnetischen Fluss in integraler Form:  $u_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Geben Sie die Formel für  $U_i$  als Amplituden- und Effektivwert für zeitlich sinusförmig veränderliche Größen an! b) Wie groß ist  $\Phi$  (Scheitelwert) für  $A = 10 \text{ cm}^2$  und  $B = 0.9 \text{ T}$  (Scheitelwert)? c) Wie groß ist  $U_i$  (Effektivwert) bei  $N = 450$  und  $f = 100 \text{ Hz}$ ?

5. a) Berechnen Sie die induzierten Spannungen in der Sekundärspule für den Versuchsteil 4.11 für die Frequenzen  $f = 0, 20, 35, 45, 70, 90, 120, 160, 190$  und  $200 \text{ Hz}$ , wenn die Amplitude der Flussdichte im Schnittbandkern  $1 \text{ T}$  beträgt. Tragen Sie die berechneten Spannungswerte in eine Tabelle (vgl. Tabelle 4.11.1-1) ein ( $N = 75, A = 900 \text{ mm}^2$ ). b) Skizzieren Sie den Verlauf  $U_i(f)$  maßstäblich mit skalierten Achsen! c) Welche Kurvenform wird von  $U_i(f)$  beschrieben?
6. a) Erklären Sie die Funktionsweise eines Fluxmeters! b) Wie kann mit dem Fluxmeter die lokale Flussdichte näherungsweise erfasst werden?
7. a) Erklären Sie das Wirkprinzip des magnetoresistiven Effekts! b) Was muss für eine genaue Messung der Flussdichte beachtet werden?
8. a) Was bedeutet „bifilar“? b) In welchem Zusammenhang wird der Ausdruck im Skript (Kap. 4) verwendet? c) Was bedeutet verdrillt (in Worten und Skizze!)? d) Warum werden Anschlussleitungen verdrillt?
9. a) Erläutern Sie den *Halleffekt* in Worten anhand einer Skizze! b) Geben Sie die Formel für  $U_H$  an! c) Wie ändert sich  $U_H$  bei Umkehr der Polarität  
c1) von  $I$ ?                      c2) von  $B$ ?                      c3) von  $I$  und  $B$ ?
10. Erläutern Sie das Messprinzip des *Hall*-Effekts anhand der Gleichungen aus dem Skript (ohne Worte)! Annahme: Überwiegend Elektronenleitung im Halbleiter!
11. Für Ferrit- und Selten-Erd-Magnete (Bild 4.3-3) ist die  $B(H)$ -Kennlinie im 2. und 4. Quadranten nahezu linear. a) Warum? b) Wie groß ist im linearen Bereich der  $B(H)$ -Kennlinie die Steigung? c) Geben Sie die Skizzen  $J(H)$  und  $B(H)$  an.

12. Weshalb entmagnetisiert sich ein Dauermagnet in Luftumgebung teilweise? Leiten Sie dies für einen Magneten in einem Eisenkreis mit Luftspalt (Bild 4.3-4) anhand der elektromagnetischen Grundgleichungen und der Materialkennlinie des Magneten her!
13. Dauermagnete entmagnetisieren sich teilweise, wenn sich ihr Feld in der Umgebung des Magneten ausbreitet. a) Wie kann man trotzdem mit Hilfe des magnetischen Rückschlussjochs die  $B(H)$ -Kennlinie eines Dauermagneten bis nahe zum Remanenzpunkt  $B_R$  messen? b) Untermauern Sie die verbale Begründung von a) mit Formeln, indem Sie  $B_M$  in Abhängigkeit von der Durchflutung  $\mathcal{O}$  darstellen und die Aussagen von a) damit verifizieren!
14. a) Erläutern Sie die Entstehung von Wirbelstromverlusten! b) Wie sind Wirbelstromverluste  $P_{Ft}$  von der Flussdichte  $B$  und der Frequenz  $f$  abhängig? c) Leiten Sie diese Abhängigkeiten her!
15. a) Wie entstehen Hystereseverluste  $P_{Hy}$ ? b) Wie sind sie von der Flussdichte  $B$  und der Frequenz  $f$  abhängig? c) Inwiefern gibt die statische  $B(H)$ -Kurve Auskunft über die Größe von  $P_{Hy}$ ? d) Welche Maßnahmen existieren, um Wirbelstromverluste in leitfähigen Materialien zu verringern? e) Tragen diese Maßnahmen auch zur Verringerung der Hystereseverluste bei?
16. Gegeben ist ein Magnetkreis mit Permanentmagnet NdFeB, Eisenjoch und Luftspalt gemäß Bild 4.3-4 mit den Daten: Magnethöhe:  $h_M = 5$  mm, Luftspaltweite:  $\delta = 2$  mm, mittlere Eisenlänge des Rückschlussjochs:  $s_{Fe} = 200$  mm. Der NdFeB-Magnet hat bei  $20^\circ\text{C}$  eine Remanenzflussdichte  $B_R = 1.4$  T und eine Koerzitivfeldstärke  $H_C = 1060$  kA/m. Die Magnetkennlinie ist im zweiten Quadranten der  $B_M$ - $H_M$ -Ebene linear. Die  $B_{Fe}(H_{Fe})$ -Kennlinie wird durch die lineare Beziehung  $B_{Fe} = \mu_{Fe,rel} \cdot \mu_0 \cdot H_{Fe}$  mit  $\mu_{Fe,rel} = 1000$  angenähert. Die flusstragenden Querschnitte in Eisen, Luft und Magnet sind identisch. Wie groß ist a) die Luftspaltflussdichte  $B_\delta$ , b) die Flussdichte im Eisen und c) im Magneten? d) Wie groß sind die dazugehörigen Feldstärken? e) Wie groß ist der Unterschied zwischen  $H_\delta$  und  $H_{Fe}$ ?
17. a) Wie ist die Verlustziffer  $\nu_{10}$  definiert? b) Wie wird sie messtechnisch bestimmt? c) Geben Sie ein Zahlenbeispiel für  $\nu_{10}$ ! d) Worin besteht der Unterschied zwischen statischer und dynamischer Hystereseschleife? e) Weshalb kommen Dauermagnete daher nur für Gleichfeldanwendungen in Frage?
18. Eine Ringkernspule auf einem geblechten Torus-Eisenkern (kreisförmiger Eisenquerschnitt  $A_{Fe} = 100$  mm<sup>2</sup>, mittlerer Torusdurchmesser  $d_T = 1$  m) hat eine Windungszahl  $N = 3000$  und besteht aus Runddraht (Drahtdurchmesser  $d_{cu} = 1$  mm). Die Dichte des Eisens ist  $\gamma_{Fe} = 7850$  kg/m<sup>3</sup>. Die Ummagnetisierungsverluste je kg Eisenmasse bei 50 Hz und 1 T sind 2.3 W/kg, davon sind 70 % Hystereseverluste. a) Wie groß ist der *ohm*'sche Spulenwiderstand  $R$  bei  $20^\circ\text{C}$  (Kupfer: ele. Leitfähigkeit  $\kappa_{cu,20^\circ\text{C}} = 57$  MS/m)? b) Wie groß ist der Spulenstrom (Effektivwert) bei einer effektiven Stromdichte von 3,5 A/mm<sup>2</sup>? c) Wie groß ist die magnetische Feldstärke in Eisen? Wie groß ist d) die Flussdichte im Eisen bei  $\mu_{Fe,rel} = 530$  und e) die Spulenselbstinduktivität? Wie groß sind f) die Ummagnetisierungsverluste  $P_{Fe}$  bei  $f = 100$  Hz und g) die Stromwärmeverluste  $P_{cu}$  der Spule bei  $20^\circ\text{C}$ ?

19. a) Erklären Sie den Begriff der Ruhinduktion! b) Erklären Sie den Begriff der Bewegungsinduktion! c) Leiten Sie die Formel zur Berechnung der induzierten Spannung  $U_i$  bei Bewegungsinduktion wie im Skript her (Skizze)! d) Liegt bei Betrieb der *Faraday*-Scheibe im durchzuführenden Versuch Ruh- oder Bewegungsinduktion vor?
20. a) Erklären Sie die Funktionsweise der *Faraday*-Scheibe als Wirbelstrombremse! b) Welche Abhängigkeit besteht zwischen Spulenstrom  $I_f$  und Wirbelstrom  $I_{Ft}$  für ungesättigtes Eisen? Unterstützen Sie Ihre Erläuterungen durch eine Skizze!
21. a) Beschreiben Sie, wie die Gegeninduktivität  $M$  von zwei magnetisch gekoppelten Spulen messtechnisch bestimmt wird. b) Zeichnen Sie die Schaltung dazu. c) Was versteht man unter dem Begriff „Streuziffer“?