Praktikum ETiT

-Grundlagen der Elektrotechnik-

Versuch 1

Gleichstromtechnik

Inhaltsverzeichnis

1 Gleichstromtechnik

Bei dieser Übung werden folgende Schwerpunkte behandelt:
- *Ohm´*sches Gesetz,
- Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes,
- lineare elektrische Energiequelle,
- Methoden zur Berechnung linearer elektrischer Netzwerke.

1.1 Das *Ohm´*sche Gesetz

In einem stationären, homogenen elektrischen Strömungsfeld findet man für einen drahtförmigen, metallischen Leiter das **"*Ohm´*sche Gesetz"** in der Form

$$R = \frac{U}{I} = \rho \cdot \frac{l}{A} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{l}{A} \qquad \text{und} \qquad G = 1/R \qquad (1.1\text{-}1)$$

Dabei ist R der *Ohm´*sche Widerstand (G der elektrische Leitwert), der von einem Materialwert ρ, dem spezifischen Widerstand (bzw. dessen Kehrwert κ, der elektrischen Leitfähigkeit), abhängt, und der Länge l des Drahtes und dem Kehrwert dessen Querschnitts A direkt proportional ist. Leiter in Drahtform werden in der Elektrotechnik bevorzugt verwendet.

Der spezifische Widerstand ρ ist im Allgemeinen **temperaturabhängig**. Er setzt sich in Metallen aus zwei Anteil zusammen (*Mathiessen´*sche Regel):
a) Kollisionen der Leitungselektronen mit den um ihre Ruhelage schwingenden Atomrümpfen der Metallkristallstruktur. Mit sinkender Temperatur sinkt die Schwingungsamplitude der Atomrümpfe und ist beim absoluten Temperatur-Nullpunkt T = 0 Null. Daher sinkt dieser Anteil ρ_T (T: Temperatur-abhängig) mit sinkender Temperatur auf Null.
b) Kollisionen der Leitungselektronen mit Störstellen (Fremdatomen) und Gitterfehlern (Kristalldefekten). Diese Defekte sind temperaturunabhängig, so dass auch bei T = 0 ein endlicher spezifischer Widerstand ρ_G (G: Gitter) verbleibt.

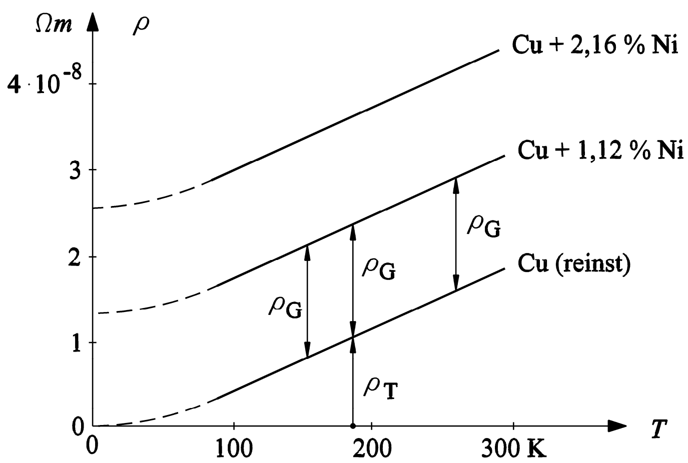


Bild 1.1-1: *Mathiessen´*sche Regel: Beispiel: Im mit Ni-Atomen verunreinigten Kupferleiter Cu verbleibt auch beim absoluten Nullpunkt T = 0 K ein spezifischer Restwiderstand ρ_G infolge Kollision der Leitungselektronen mit den Störstellen im Kristallgitter, während der Anteil ρ_T mit sinkender Temperatur abnimmt.

Mittels Strom- und Spannungsmessung kann der Widerstand R eines Drahtes bestimmt werden. Man findet R in Ohm, wenn die Spannung U in Volt und der Strom I in Ampere gemessen wurden. Sind Länge l und Querschnitt A des Drahtes bekannt, kann ρ berechnet werden. Da üblicherweise Drahtlängen in Meter und Drahtquerschnitte in Quadratmillimeter angegeben werden, wird für ρ die Einheit $\Omega mm^2/m$ bevorzugt (SI-Einheit: Ωm). Für die SI-Einheit der elektrischen Leitfähigkeit κ wird S/m verwendet (S = 1/Ω: 1 Siemens = 1/Ohm).

Entsprechend den Voraussetzungen für das stationäre Strömungsfeld ist die Widerstandsbestimmung mit **Gleichstrom** durchzuführen. Eine Messung mit Wechselstrom würde auch bei vernachlässigbar kleinem induktivem und kapazitivem Widerstand des Drahtes u. U. einen durch auftretende Wirbelströme erhöhten "*Ohm´*schen" Widerstand ergeben (siehe Kapitel 4).

1.2 Temperaturabhängigkeit Ohm´scher Widerstände

Wie in der Vorlesung "Grundlagen der Elektrotechnik" ausgeführt wurde, lässt sich die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Temperatur in nicht zu weiten Temperaturbereichen durch die folgende Gleichung darstellen:

$$\rho(\vartheta) = \rho(\vartheta_0) \cdot \left[1 + \alpha(\vartheta_0) \cdot (\vartheta - \vartheta_0)\right] = \rho(\vartheta_0) \cdot \left[1 + \alpha(\vartheta_0) \cdot \Delta\vartheta\right] \qquad (1.2\text{-}1)$$

Dabei ist ϑ_0 die Ausgangs(Bezugs)temperatur, $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ ist die Übertemperatur ("**Erwärmung**") und $\alpha(\vartheta_0)$ der **Temperaturkoeffizient** bei der Bezugstemperatur ϑ_0, eine Materialgröße, die üblicherweise für eine Bezugstemperatur $\vartheta_0 = 20^\circ$C angegeben wird. Die Temperatur ϑ wird z. B. in °C gemessen, die Temperaturdifferenz (Erwärmung) in K, der Temperaturkoeffizient in 1/K.

Beispiel 1.2-1:

Für Leitungskupfer (Elektrolytkupfer) gilt: $\alpha(\vartheta_0 = 20°C) = \alpha_{20} = \dfrac{1}{235 + 20} = 0.0039\,/\mathrm{K}$

Wird daher der Widerstand einer Wicklung aus Kupferdraht bei einer Anfangstemperatur von 20^o C gemessen und erwärmt sich die Wicklung aus irgendeiner Ursache, z.B. durch einen in ihr fließenden Strom, dann kann die **Temperaturzunahme** aus der Widerstandszunahme der Wicklung errechnet werden.

$$R_\vartheta = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta) \quad \Rightarrow \quad \Delta\vartheta = \frac{R_\vartheta - R_{20}}{\alpha_{20} \cdot R_{20}} = \frac{1}{\alpha_{20}} \cdot \left(\frac{R_\vartheta}{R_{20}} - 1\right) = \vartheta - 20^\circ\,\mathrm{C} \qquad (1.2\text{-}2)$$

Beispiel 1.2-2:

Widerstand aus Leitungskupfer, $R_\vartheta / R_{20} = 1.45$:

$$\vartheta = 20°C + \frac{1}{\alpha_{20}} \cdot \left(\frac{R_\vartheta}{R_{20}} - 1\right) = 20 + \frac{1}{0.0039} \cdot (1.45 - 1) = \underline{\underline{135^\circ}}\,\mathrm{C}$$

Die in einem *Ohm´*schen Widerstand verbrauchte elektrische Leistung wird in **Wärme** umgesetzt und bewirkt Temperaturerhöhung des Widerstandes. Der Anstieg der Temperatur hängt wesentlich davon ab, wie die im Widerstand erzeugte Wärme an die Umgebung weitergegeben wird. Nach bestimmter Zeit wird eine **Grenztemperatur** erreicht werden, bei der die dem Widerstand zugeführte Leistung jener durch Wärmeleitung, Wärmekonvektion an die umgebende Luft (oder das umgebende Kühlmedium) und Strahlung abgegebenen gleich ist (siehe den folgenden Abschnitt zur "Erwärmung"). Legt man daher eine Spannung an einen Widerstand, dann muss eine bestimmte, durch die ganze Anordnung vorgegebene Zeit verstreichen, bis der genannte **Gleichgewichtszustand** eintritt.

Eine Änderung des Widerstandswerts mit der Temperatur und damit auch mit der Stromstärke ist i.a. unerwünscht. **Kohleschichtwiderstände** haben einen sehr kleinen Temperatur-koeffizienten α in der Größenordnung von 10^{-3}/K. Sie haben geringe Abmessungen und sind kostengünstig herzustellen und deshalb weit verbreitet. Allerdings ist der Temperatur-koeffizient von der Schichtdicke abhängig.

Eine wesentlich niedrigere Temperaturabhängigkeit haben **Metallschichtwiderstände** und **Drahtwiderstände** (für niedrige Werte ab etwa 1 mΩ) oder **Metalloxydschichtwiderstände** für sehr hohe Widerstandswerte (bis einige TΩ). Schließlich können durch Kombination von Widerständen verschiedener Temperaturkoeffizienten praktisch **temperaturunabhängige Widerstände** zusammengesetzt werden. Solche temperaturkompensierten Widerstände ("Konstantan"-Drähte) werden z.B. für Messzwecke auch im Praktikum "Grundlagen der Elektrotechnik" eingesetzt.

Während Metalle einen **positiven Temperaturkoeffizienten** α aufweisen, ist er bei Kohlenstoff, Silizium und verschiedenen oxidischen Halbleiterverbindungen auch **negativ**. Entsprechend steigt bei der Kohlenfadenlampe der Strom von einem kleinen Einschaltwert bis zum Nennwert allmählich an. Der Temperaturkoeffizient von Kohleschichten kann sowohl negative als auch positive Werte annehmen. Der stark materialabhängig negative Temperaturkoeffizient mancher Halbleiter-Verbindungen wird technisch zur Herstellung sogenannter **Heißleiter oder NTC-Widerstände** genutzt ("Kalt": hoher Widerstand = "Stromfluss behindern", "Heiß": niedriger Widerstand = "Strom leiten", daher der Name "Heißleiter" (negative temperature coefficient). Analog dazu gibt es **PTC-Widerstände (Kaltleiter, auch Thermistoren genannt)**, die einen sehr großen positiven Temperaturkoeffizient aufweisen (PTC: positive temperature coefficient). NTC- und PTC-Widerstände finden vielseitigste Verwendung als Kompensations- und Regelwiderstände, für Anlasszwecke, aber auch zur Temperaturmessung (z.B. Fernmessung).

Beispiel 1.2-3:
Temperaturschutz eines elektrischen Geräts mit einem PTC-Widerstand: Bleibt die Temperatur unter der „Sprungtemperatur“(z. B. 145°C), so ist der Widerstand des PTC sehr klein und ein Überwachungsstromkreis bleibt geschlossen. Wird die Sprungtemperatur um wenige Grad überschritten, steigt der Widerstand des PTC rapide an, was wie eine Unterbrechung des Überwachungsstromkreises wirkt und einen Alarm auslöst. Diese Anordnung hat den Vorteil, dass bei Leitungsbruch im Überwachungsstromkreis (= Ausfall der Temperaturüberwachung) ebenfalls Alarm erfolgt („**fail-safe** arrangement“).

1.3 Methoden zur Bestimmung *Ohm´*scher Widerstände

Messmethoden zur Bestimmung von Widerständen sind
- die Strom-Spannungsmessung,
- der Vergleich mit einem bekannten Widerstand und
- die Widerstandsbestimmung mit der *Wheatstone*-Brücke.

Hier wird nur die Strom-Spannungs-Messung näher behandelt.

1.3.1 Widerstandsbestimmung mit Hilfe von Strom- und Spannungsmessung

Zur Bestimmung des Wertes eines *Ohm´*schen Widerstandes nach der Strom- und Spannungsmethode sind grundsätzlich zwei Messschaltungen möglich.

1.3.2 Stromrichtige Messschaltung

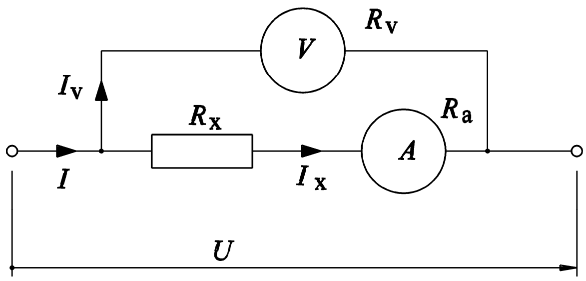


Bild 1.3.1.1-1: Stromrichtige Messschaltung für die Bestimmung des *Ohm´*schen Widerstands R_x

Im unbekannten *Ohm´*schen Widerstand R_x fließt der Gleichstrom I_x und wird mit dem Amperemeter A (Innenwiderstand R_a des Messgeräts) gemessen. Gleichzeitig misst man mit dem Voltmeter V (Innenwiderstand R_v) die Spannung U an der Reihenschaltung $R_x + R_a$. Sämtliche Zuleitungen und Verbindungsstellen (Klemmen) sind widerstandslos gedacht.

Da

$$U = I_x \cdot (R_x + R_a) \quad (1.3.1.1\text{-}1)$$

ist, erhält man mit

$$U/I_x = R_x + R_a \quad (1.3.1.1\text{-}2)$$

einen um den Amperemeter-Widerstand R_a größeren Gesamtwiderstand als den unbekannten Widerstand. Der Amperemeter-Widerstand **beeinflusst** also die Messung, während der Voltmeterwiderstand **ohne** Einfluss ist. Bei näherungsweiser Bestimmung von

$$R_x \approx U/I_x \quad (1.3.1.1\text{-}3)$$

unter Vernachlässigung des Amperemeter-Widerstandes beträgt somit der Fehler ΔR (Messwert minus echtem Wert)

$$\Delta R = \frac{U}{I_x} - R_x = R_a \quad (1.3.1.1\text{-}4)$$

und der relative (auf den echten Wert bezogene) Fehler

$$f = \frac{\Delta R}{R_x} = \frac{R_a}{R_x} \qquad . \qquad (1.3.1.1\text{-}5)$$

Soll der Widerstand exakt bestimmt werden, dann muss R_a bekannt sein:

$$R_x = \frac{U}{I_x} - R_a \qquad . \qquad (1.3.1.1\text{-}6)$$

1.3.3 Spannungsrichtige Messschaltung

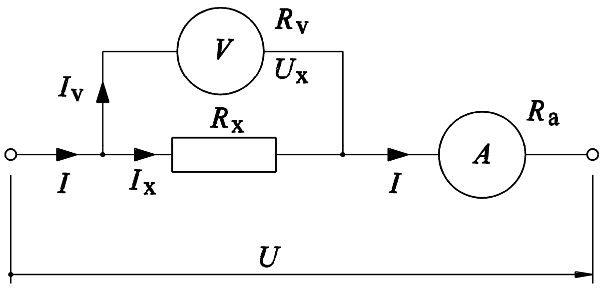


Bild 1.3.1.2-1: Spannungsrichtige Messschaltung für die Bestimmung des *Ohm´*schen Widerstands R_x

An R_x liegt die mit dem Voltmeter V gemessene Spannung U_x, das Amperemeter misst den Strom I, der anteilig durch den Widerstand und durch das (hochohmige) Voltmeter fließt. Es gilt:

$$I = I_x + I_v = I_x + \frac{U_x}{R_v} = I_x + \frac{I_x R_x}{R_v} \quad \Rightarrow \quad I = I_x \cdot \left(1 + \frac{R_x}{R_v}\right) \qquad (1.3.1.2\text{-}1)$$

Daraus folgt für die nährungsweise Bestimmung von R_x

$$R_{x,mess} \approx \frac{U_x}{I} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_v}} \qquad . \qquad (1.3.1.2\text{-}2)$$

Das ergibt einen zu kleinen gemessenen Widerstand $R_{x,mess}$, da das Voltmeter mit seinem Widerstand R_v zu R_x parallel geschaltet ist. Vernachlässigt man bei näherungsweiser Bestimmung von $R_x \approx U_x/I$ den Voltmeterwiderstand, dann wird der dabei gemachte Fehler

$$\Delta R = \frac{U_x}{I} - R_x = -\frac{R_x^2}{R_v + R_x} \qquad (1.3.1.2\text{-}3)$$

und der relative Fehler

$$f = \frac{\Delta R}{R_x} = -\frac{R_x}{R_v + R_x} \approx -\frac{R_x}{R_v} \text{ (wenn } R_v >> R_x\text{)} \qquad . \qquad (1.3.1.2\text{-}4)$$

Zur exakten Bestimmung von R_x benötigt man bei der spannungsrichtigen Messmethode die Größe des Voltmeterwiderstandes R_v.

$$R_x = \frac{U_x}{I - I_v} = \frac{U_x}{I - \frac{U_x}{R_v}} \qquad (1.3.1.2\text{-}5)$$

Fazit:
Durch entsprechende Größe der Strom- bzw. Spannungsmesser-Widerstände kann der Fehler *ΔR* (bzw. der relative Fehler *f*) so klein gehalten werden, dass die Berücksichtigung des Eigenverbrauches der Messgeräte (also deren Innenwiderstände) zu vernachlässigen ist.

Beispiel 1.3.1.2-1:
Wie groß sind R_a bzw. R_v zu bemessen, damit der relative Fehler $f = 0.001 = 0.1$ % ist ?

Messmethode	stromrichtig	spannungsrichtig
$f \leq 10^{-3}$	$R_a/R_x \leq 10^{-3}$	$R_v/R_x \geq 10^3$
Formel	(1.3.1.1-5)	(1.3.1.2-4)

Tabelle 1.1.3.2-1: Zulässige Grenzen der Messgerätewiderstände für einen Messfehler von maximal 0.1%

Stromrichtig: $f \leq 0.001: \quad R_a / R_x \leq f \quad \Rightarrow \quad R_a / R_x \leq 10^{-3}$

Spannungsrichtig: $f \leq 0.001: \quad \left| -R_x / R_v \right| = R_x / R_v \leq f \quad \Rightarrow \quad R_v / R_x \geq 10^3$

Zur näherungsweisen Bestimmung eines Widerstandes aus dem Quotienten der gemessenen Spannung durch den gemessenen Strom eignet sich mithin die "stromrichtige" Methode für große Widerstände, die "spannungsrichtige" Methode für kleine Widerstände.

Fazit:
Die "stromrichtige" Methode eignet sich für Widerstandsmessungen, bei denen der zu messende Widerstand R_x viel größer als der Amperemeter-Widerstand R_a ist, die "spannungsrichtige" Methode eignet sich für Messungen, bei denen der Voltmeterwiderstand R_v viel größer als R_x ist.

1.4 Erwärmung

1.4.1 Übertemperatur und thermische Zeitkonstante

Alle elektrischen Komponenten (Halbleiterbauelemente, Widerstände etc.) und Systeme (Geräte wie Computer, Maschinen (Generatoren, Transformatoren etc.) und Apparate wie z. B. Kernspintomographen etc. erwärmen sich im Betrieb. Abgesehen von Wärme, die durch Reibung bewegter Teil entsteht (z. B. Elektromotoren), ist der in den Geräten fließende Strom für die Erwärmung verantwortlich. Bei Gleichstrom wird Wärme nur in den stromführenden Leitern infolge des *Ohm´*schen Widerstandes derselben erzeugt, bei Wechselstrom erwärmen sich zusätzlich alle vom Wechselfeld durchsetzten Metallteile durch Wirbelströme, die infolge des *Faraday´*schen Induktionsgesetzes dort hervorgerufen werden.

Die Erwärmung begrenzt die Leistungsfähigkeit eines Gerätes bzw. Apparates. Entsprechend den vorhandenen Möglichkeiten zur Wärmeabgabe an die Umgebung (Kühlung) wird sich bei einem Gerät, in dem konstanter Strom fließt, nach einer bestimmten Zeit eines konstante Temperatur einstellen. Diese darf **materialbedingte Grenzen** (Grenztemperaturen, z. B. 155°C für bestimmte organische Isolierstoffe) nicht überschreiten, weil sonst Zerstörung beispielsweise der Leiterisolation entstehen würde.

Zur Beschreibung der bei Erwärmungsvorgängen auftretenden Temperaturänderungen werden zwei Größen definiert:

a) Die **Übertemperatur** ist der Unterschied zwischen der Temperatur einer Maschine oder eines Maschinenteiles ϑ und der Temperatur ϑ_K des zutretenden Kühlmittels zum **selben** Zeitpunkt:

Zeitpunkt t: $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_K$ (1.4-1)

b) Die **Temperaturerhöhung** ist der Unterschied der Temperaturen des gleichen Körpers oder Teiles ϑ zu einem gewählten Zeitpunkt t und zu Beginn des Erwärmungsvorganges $\vartheta_0 = \vartheta\,(t = 0)$:

$\Delta\vartheta(t) = \vartheta(t) - \vartheta_0$ (1.4-2)

Je nach Art der Messung wird also die Übertemperatur **oder** die Temperaturerhöhung erfasst.

Sonderfall:
War zu Beginn der Messung die Maschine (der Maschinenteil) auf gleicher Temperatur wie das umgebende Kühlmedium ($\vartheta_K = \vartheta_0$) und wird diese Temperatur des Kühlmediums während des Erwärmungsvorganges konstant gehalten, so sind Übertemperatur und Temperaturerhöhung **gleich** groß.

Schaltet man den Strom ab, dann gehen Übertemperatur bzw. Temperaturerhöhung wieder zurück. Eine vorgeschriebene Grenztemperatur kann man bei einem Gerät auf verschiedene Art erreichen.

a) Dauerbetrieb: Dauernder Betrieb mit einer bestimmten Belastung (Stromstärke), wobei diese nach Erreichen der zulässigen Grenztemperatur abzuschalten ist.
b) Aussetz-Betrieb: Betrieb, bei dem eine größere Last als bei Dauerbetrieb in entsprechenden Intervallen dauernd ein- und auszuschalten ist, derart, dass wiederum die Grenztemperatur nicht überschritten wird.

Das charakteristische Verhalten eines Gerätes oder Apparates bei Belastung lässt sich aus seiner **thermischen Zeitkonstanten T_ϑ** ableiten, die aus einem Erwärmungsversuch gewonnen wird. Die nötigen Temperaturmessungen am Gerät können mit Thermometer, Thermoelementen oder sehr häufig durch Bestimmung der Widerstandserhöhung der Wicklungen (siehe Abschnitt 1.2) getätigt werden.

1.4.2 Die Gleichung der Erwärmungskurve

Im Folgenden sei vorausgesetzt, dass die Temperaturen des Gerätes ϑ und des Kühlmittels ϑ_K zu Beginn des Erwärmungsversuches gleich sind und die Kühlmitteltemperatur ϑ_K konstant gehalten wird.

$$\vartheta(t=0) = \vartheta_0 = \vartheta_K \quad \text{und} \quad \vartheta_K = \text{konst.} \tag{1.4.2-1}$$

In der folgenden Rechnung bedeutet dann $\Delta\vartheta$ sowohl die Größe "Übertemperatur" als auch die gleich große Größe "Temperaturerhöhung"

$$\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_K = \vartheta - \vartheta_0 \tag{1.4.2-2}$$

und ist für $t = 0$ folglich $\Delta\vartheta(t=0) = 0$. Die im Gerät in der Zeit dt in Wärme umgesetzte Energie sei $dW = P \cdot dt$, wobei P die Verlustleistung ist. Für die Energie dW_m, die zum Aufheizen des Gerätes mit der Masse m und der spezifischen Wärme c führt, lässt sich schreiben

$$dW_m = m \cdot c \cdot d\vartheta = m \cdot c \cdot \left(d\vartheta / dt\right) \cdot dt = m \cdot c \cdot (d\Delta\vartheta / dt) \cdot dt \quad , \tag{1.4.2-3}$$

da $d\vartheta_K / dt = \dfrac{d\,konst}{dt} = 0$ ist.

Der Anteil an Wärmeenergie dW_A, der während der Zeit dt an die Umgebung des Gerätes über dessen Oberfläche A abgeführt wird, ist um so größer, je größer die kühlende Oberfläche A ist. Weiter steigt dieser Anteil mit der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen Oberfläche und Umgebung. Ob die Kühlverhältnisse gut (z. B. viel Kühlluft) oder schlecht sind, wird durch die Wärmeübergangszahl α_A pauschal beschrieben.

$$dW_A = \alpha_A \cdot A \cdot \Delta\vartheta \cdot dt \tag{1.4.2-4}$$

Damit erhält man die folgende lineare Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$$dW = P \cdot dt = dW_m + dW_A = m \cdot c \cdot (d\Delta\vartheta / dt) \cdot dt + \alpha_A \cdot A \cdot \Delta\vartheta \cdot dt \;\Rightarrow$$

$$m \cdot c \cdot \frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \alpha_A \cdot A \cdot \Delta\vartheta = P \tag{1.4.2-5}$$

Die homogene Lösung dieser Differentialgleichung (rechte Seite Null) ist bekanntlich

$$\Delta\vartheta_h(t) = C \cdot e^{-t/T_\vartheta} \quad , \tag{1.4.2-6}$$

wobei

$$T_\vartheta = \frac{m \cdot c}{\alpha_A \cdot A} \tag{1.4.2-7}$$

die **thermische Zeitkonstante** des Apparats ist, wie man sich durch Einsetzen überzeugt. Die partikuläre Lösung ist wegen der zeitlich konstanten rechten Seite P = konst. ebenfalls zeitlich konstant und wird durch Einsetzen in (1.4.2-5) bestimmt:

$$\Delta\vartheta_p(t) = K \quad \Rightarrow \quad K = \frac{P}{\alpha_A \cdot A} \tag{1.4.2-8}$$

Die resultierende Lösung $\Delta\vartheta(t) = \Delta\vartheta_h(t) + \Delta\vartheta_p(t)$ enthält noch die unbekannte Konstante C, die durch Erfüllung der Anfangsbedingung (1.4.2-1) bestimmt wird:

$$\Delta\vartheta(0) = C \cdot e^{-0} + K = 0 \quad C = -K \quad . \tag{1.4.2-9}$$

Die **zeitliche Erwärmungskurve** des Apparats folgt somit nach einer e-Potenzfunktion mit der charakteristischen thermischen Zeitkonstante T_ϑ.

$$\Delta\vartheta(t) = \frac{P}{\alpha_A \cdot A} \cdot \left(1 - e^{-t/T_\vartheta}\right) \quad . \tag{1.4.2-10}$$

Nach (unendlich) langer Zeit $t \to \infty$ wird die Beharrungsübertemperatur im Dauerbetrieb $\Delta\vartheta_\infty$ erreicht:

$$\Delta\vartheta_\infty = \frac{P}{\alpha_A \cdot A} \quad . \tag{1.4.2-11}$$

Fazit:

- Gemäß (1.4.2-7) erfolgt die Erwärmung des Apparats umso rascher, je kleiner dessen Masse und spezifische Wärmekapazität ist und je größer die kühlende Fläche und die Wärmeübergangszahl ist.

- Je besser die Kühlung ist (große Wärmeübergangszahl, große kühlende Oberfläche) und je kleiner die Verlustwärme *P* ist, desto geringer ist die Beharrungsübertemperatur. Die Gerätemasse und Wärmekapazität haben KEINEN Einfluss auf die Enderwärmung.

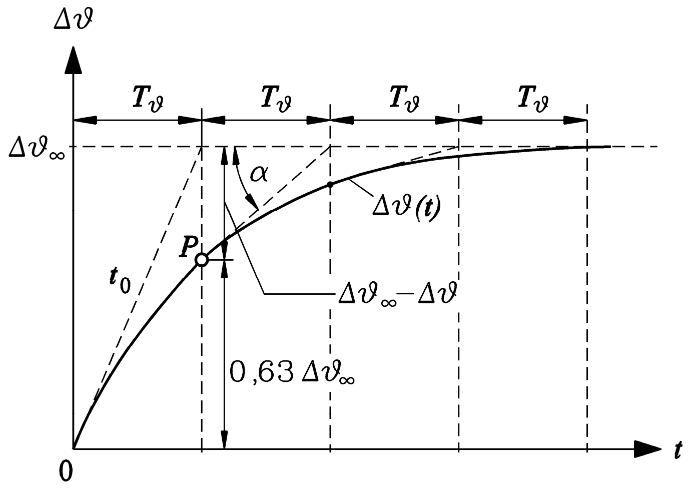


Bild 1.4.2-1: Graphische Darstellung der Erwärmungskurve $\Delta\vartheta(t)$.

Zu Beginn der Erwärmung (kleine Zeit t) kann man die e-Potenzfunktion durch ihre Anfangstangente ersetzen:

$$\Delta\vartheta(t) = \frac{P}{m \cdot c} \cdot t \qquad (1.4.2\text{-}12)$$

Das Erwärmungsverhalten **zu Beginn** wird somit **nur** durch das Aufheizen der Masse bestimmt, während die Kühlbedingungen (α_A, A) KEINEN Einfluss auf den Temperaturverlauf haben. Dieses Verhalten haben im Extremfall alle Körper, bei denen ein Wärmeaustausch mit der Umgebung unterbunden ist ($\alpha_A = 0$; **"adiabatische"** Erwärmung).

Stellt man sich vor, dass man in einem kurzzeitigen Betrieb durch sehr hohe Leistungszufuhr P das Gerät rasch erwärmt, so dass die ganze Energie im Gerät gespeichert wird und es praktisch zu keiner Wärmeabgabe an der Oberfläche kommt, so ist dies ein unmittelbarer Anwendungsfall von (1.4.2-12).

Die Zeitkonstante T_ϑ ist Subtangente der Kurve $\Delta\vartheta(t)$ in jedem Kurvenpunkt P der Kurve. Aus (1.4.2-5) folgt:

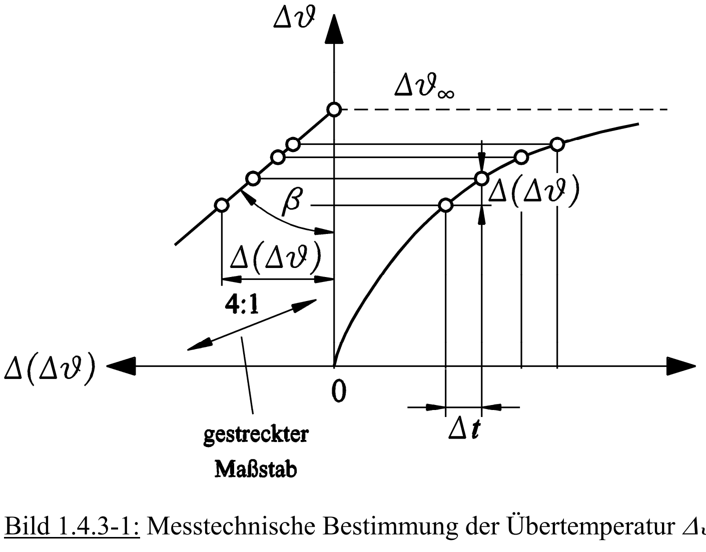
$$\frac{\Delta\vartheta_\infty - \Delta\vartheta(t)}{T_\vartheta} = tg\alpha = \frac{d\Delta\vartheta}{dt} \qquad (1.4.2\text{-}13)$$

Nach dem Verstreichen einer Zeitkonstante ist die Erwärmung auf 63% des Endwerts gestiegen, nach 3 Zeitkonstanten auf 95%.

t/T_ϑ	$\Delta\vartheta/\Delta\vartheta_\infty$
1	0.63
2	0.86
3	0.95
4	0.98

Tabelle 1.4.2-1: Werte der Übertemperatur $\Delta\vartheta$ zu bestimmten Zeitpunkten t

1.4.3 Messtechnische Bestimmung der Übertemperatur und der thermischen Zeitkonstanten



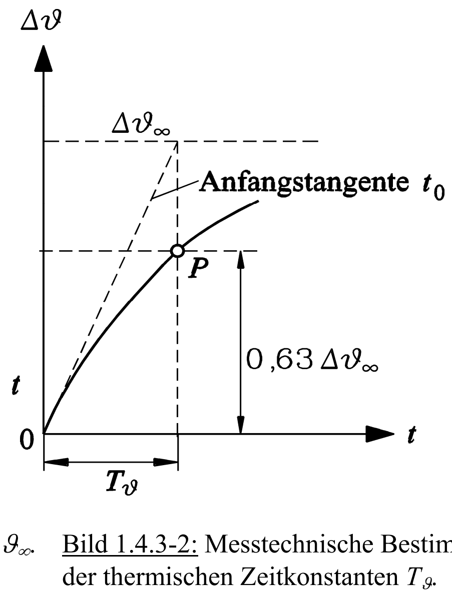


Bild 1.4.3-1: Messtechnische Bestimmung der Übertemperatur $\Delta\vartheta_\infty$.

Bild 1.4.3-2: Messtechnische Bestimmung der thermischen Zeitkonstanten T_ϑ.

Bei konstanter Belastung P ist die Übertemperatur $\Delta\vartheta$ in gleichen Zeitabständen Δt zu messen und ihre Zunahme $\Delta(\Delta\vartheta)$ in Abhängigkeit von der Übertemperatur $\Delta\vartheta$ aufzutragen. Es entsteht dabei eine Gerade (Beweis siehe unten). Die Verlängerung der Geraden durch die so entstehende Punkteschar schneidet auf der Ordinatenachse die Beharrungsübertemperatur ab (Bild 1.4.3-1). Zwecks Erreichung höherer Genauigkeit soll der Maßstab für $\Delta(\Delta\vartheta)$ etwa 3 bis 4-mal größer als jener für $\Delta\vartheta$ gewählt werden.

Die **Zeitkonstante** $\boldsymbol{T_\vartheta}$ findet man entweder
a) im Schnittpunkt der Anfangstangente der Erwärmungskurve mit der waagrechten Geraden $\Delta\vartheta_\infty$ oder
b) besser mit Hilfe des berechneten Wertes $\Delta\vartheta = 0.63\Delta\vartheta_\infty$ für $t = T_\vartheta$ (Schnittpunkt P) (Bild 1.4.3-2).

Der **Beweis** dafür, dass die über der Ordinate $\Delta\vartheta$ aufgetragenen Werte $\Delta(\Delta\vartheta)$ eine Gerade ergeben, ist leicht mit (1.4.2-13) zu führen, wenn man berücksichtigt, dass die den konstanten Werten Δt auf der Erwärmungskurve entsprechenden Teilstücke für $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta t = dt$ durch Gerade angenähert werden können.

$$\frac{\Delta\vartheta_\infty - \Delta\vartheta(t)}{T_\vartheta} = \tan\alpha = \frac{d\Delta\vartheta}{dt} \approx \frac{\Delta(\Delta\vartheta)}{\Delta t} \qquad (1.4.3\text{-}1)$$

Daraus folgt:

$$\frac{\Delta(\Delta\vartheta)}{\Delta\vartheta_\infty - \Delta\vartheta(t)} = \frac{\Delta t}{T_\vartheta} = \tan\beta = konst. \quad \Rightarrow \quad \Delta(\Delta\vartheta) = \tan\beta \cdot \left[\Delta\vartheta_\infty - \Delta\vartheta(t)\right] \qquad (1.4.3\text{-}2)$$

Folglich hängt $\Delta(\Delta\vartheta)$ von $\Delta\vartheta$ linear ab; der Anstiegswinkel ist β . Für $\Delta(\Delta\vartheta) = 0$ wird $\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_\infty$.

1.5 Spannungsquellen

Alle Arten von chemischen Spannungsquellen, wie Trockenbatterien und Blei-Sammler (Akkumulatoren) erzeugen Gleichspannung. Die Spannung U, die an den Klemmen a, b einer Gleichspannungsquelle (Bild 1.5-1) auftritt, nimmt mit wachsendem Belastungsstrom I ab.

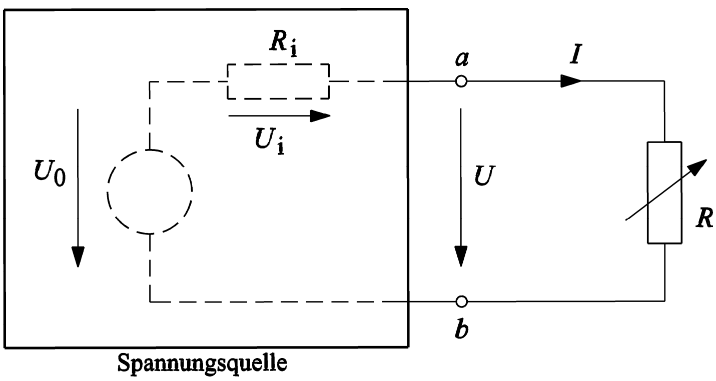


Bild 1.5-1: Belastete Gleichspannungsquelle schematisch

Dies kann durch die Gleichung

$$U = U_0 - R_i I \qquad (1.5\text{-}1)$$

beschrieben werden. Hierbei sind die Quellenspannung U_0 und der innere Widerstand R_i fiktive Größen; d.h. sie sind nicht unmittelbar messbar, sondern nur durch den messbaren Zusammenhang $U = f(I)$ richtig zu beschreiben. In vielen wichtigen Fällen ist dieser Zusammenhang nahezu linear, die Funktion $U = f(I)$ ergibt dann eine Gerade (Bild 1.5-2).

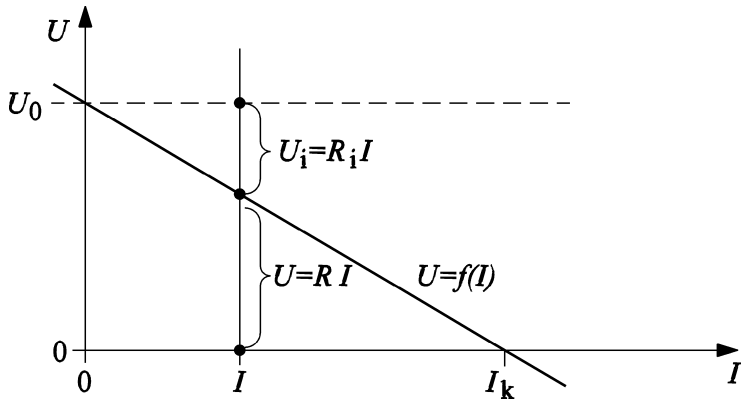


Bild 1.5-2: Äußere Kennlinie einer belasteten, linearen Gleichspannungsquelle

Die Gleichung beschreibt im übrigen nur dann eine Gerade, wenn U_0 und R_i konstant sind. Man spricht in diesem Fall von einer **linearen Spannungsquelle**. Im folgenden soll der Einfachheit halber stets mit linearen Spannungsquellen gerechnet werden.

Dass die Gleichung (1.5-1) und die in Bild 1.5-1 gestrichelte Schaltung eine angemessen Darstellung für das Verhalten einer Spannungsquelle sind, kann man sich für viele Fälle leicht plausibel machen: Im Inneren der Quelle wird eine Spannung erzeugt, deren Größe (nahezu) belastungsunabhängig ist; durch metallische und elektrolytische Leitung im Innern der Quelle entsteht ein Spannungsfall, der mit dem Strom zunimmt.

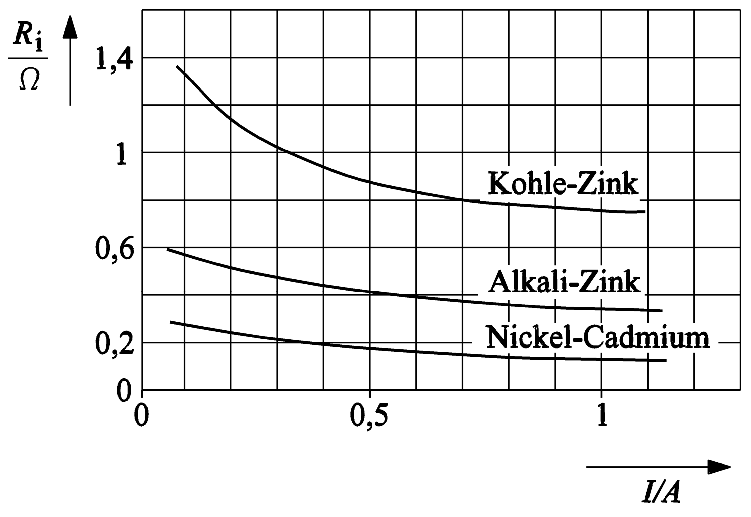


Bild 1.5-3: Innenwiderstände R_i von Kohle-Zink- und Alkali-Zink-Batterien sowie wieder aufladbaren Nickel-Cadmium-Akkumulatoren

Beispiel 1.5-1:
In den Bildern 1.5-3 und 1.5-4 werden Beispiele für den **Innenwiderstand** R_i von Spannungsquellen gegeben (R_i als Funktion des Belastungsstromes I), bei denen die Linearitätsbedingung (1.5-1) nicht ganz erfüllt ist.

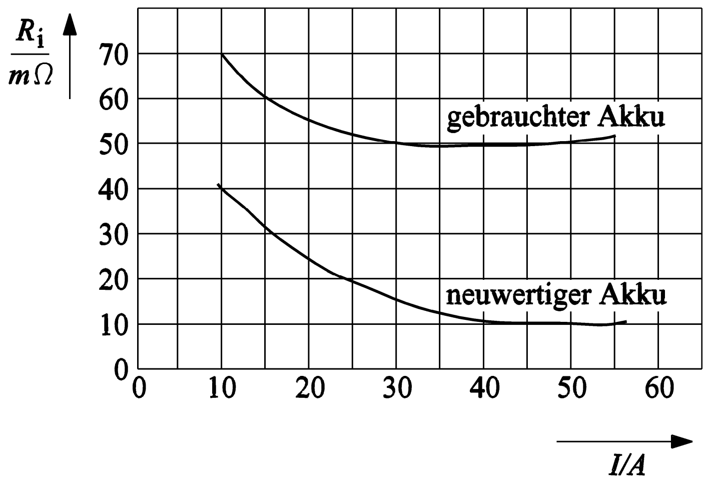


Bild 1.5-4: Innenwiderstand R_i eines 12V-Blei-Akkumulators (Autobatterie) in Abhängigkeit von der Gebrauchsdauer

Für den **Kurzschlussstrom** I_k einer Spannungsquelle (Bild 1.5-5) gilt:

$$I_k = \frac{U_0}{R_i} \tag{1.5-2}$$

Dieser Wert kann unmittelbar gemessen werden, falls kein Teil der Schaltung hierdurch überlastet wird. Ebenfalls unmittelbar kann die **Leerlaufspannung U_0** gemessen werden (Bild 1.5-6).

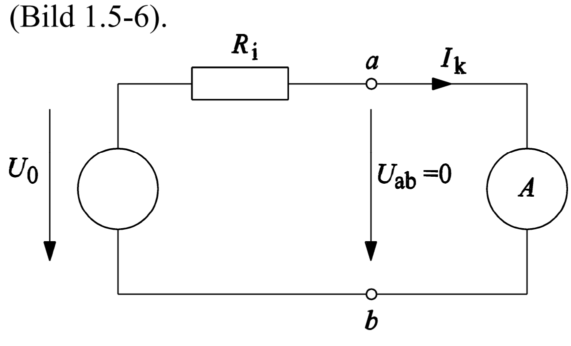


Bild 1.5-5: Messung des Kurzschlussstroms I_k einer Spannungsquelle

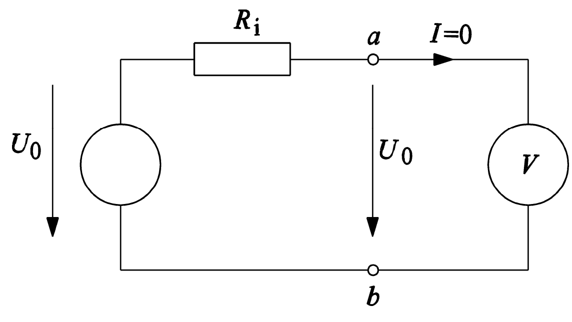


Bild 1.5-6: Messung der Leerlaufspannung U_0 einer Spannungsquelle

Aus der Messung des Kurzschlussstromes (**Kurzschlussversuch**) und der Leerlaufspannung (**Leerlaufversuch**) ergeben sich I_k und U_0 unmittelbar. Mit Hilfe von (1.5-2) kann dann aus diesen beiden Größen R_i bestimmt werden:

$$R_i = \frac{U_0}{I_k} \tag{1.5-3}$$

Dieser Wert ergibt sich bei Kurzschluss. Bei geringerer Belastung der Quelle kann sich in einer **nichtlinearen** Spannungsquelle z.B. ein höherer Wert für R_i ergeben, wie aus den

Bildern 1.5-3 und 1.5-4 zu erkennen ist. Die Bestimmung von U_0 und R_i aus nur zwei Messungen ist also nur dann ausreichend, wenn die Linearitätsbedingungen (1.5-1) und (1.5-2) erfüllt sind.

Falls der Kurzschlussversuch zu einem unzulässig hohen Kurzschlussstrom führen würde und auch der Leerlaufversuch nicht möglich ist, kann man zur Bestimmung von R_i und U_0 **zwei beliebige Belastungsfälle** heranziehen: In der Schaltung Bild 1.5-1 können für den Belastungswiderstand R zwei verschiedene Werte eingestellt und die zugehörigen Werte der Klemmenspannung ($U_{(1)}$ und $U_{(2)}$) und des Stromes ($I_{(1)}$ und $I_{(2)}$) gemessen werden. Wendet man (1.5-1) auf die beiden Belastungsfälle an,

$$U_{(1)} = U_0 - R_i I_{(1)} \qquad \text{und} \qquad U_{(2)} = U_0 - R_i I_{(2)} \qquad (1.5\text{-}4)$$

so stellen sie zwei Bestimmungsgleichungen für R_i und U_0 dar.

1.6 Schaltung von Widerständen

1.6.1 Serienschaltung oder Hintereinanderschaltung

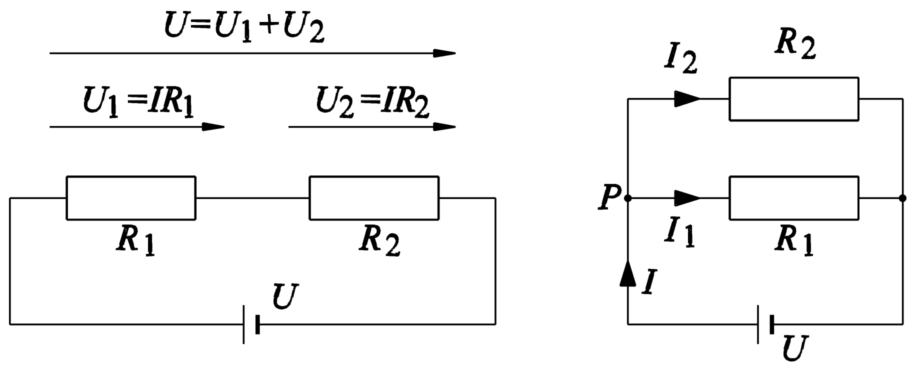


Bild 1.6.1-1: Serienschaltung (links) und Parallelschaltung (rechts) von elektrischen Widerständen

Die in Serie geschalteten Widerstände R_1 und R_2 (Bild 1.6.1-1 links) werden von demselben Strom I durchflossen. Es gilt daher nach dem *Ohm´*schen Gesetz:

$$U_1 = I\,R_1 \qquad \text{und} \qquad U_2 = I\,R_2 \qquad (1.6.1\text{-}1)$$

Daraus folgt mit der Maschenregel (2. *Kirchhoff´*sche Regel)

$$U - U_1 - U_2 = 0 \qquad (1.6.1\text{-}2)$$

und daraus

$$U = U_1 + U_2 \quad \Rightarrow \quad U_1 + U_2 = I\,(R_1 + R_2) = I \cdot R = U \quad \Rightarrow \quad R = R_1 + R_2 \qquad (1.6.1\text{-}3)$$

Darin bedeutet R einen Widerstand, durch den bei der Spannung U derselbe Strom I wie durch die beiden in Serie geschalteten Widerstände R_1 und R_2 fließt, und so diesen beiden in seiner Wirkung gleichwertig ist.

Fazit:
Der Gesamtwiderstand *R* ist gleich die Summe der Teilwiderstände. Die Gesamtspannung *U* ist gleich der Summe der Teilspannungen. Die Teilspannungen verhalten sich wie die entsprechenden Teilwiderstände:

$$R = \sum_{l=1}^{N} R_l \qquad \text{und} \qquad U = \sum_{l=1}^{N} U_l \qquad (1.6.1\text{-}4)$$

Für den i-ten und k-ten Serienwiderstand gilt folglich:

$$U_i : U_k = R_i : R_k \qquad (1.6.1\text{-}5)$$

1.6.2 Parallelschaltung oder Nebeneinanderschaltung

An allen parallel geschalteten Widerständen (Bild 1.6.1-1 rechts) liegt dieselbe Spannung U. Wir rechnen hier besser mit dem Leitwert $G = 1/R$ als mit dem Widerstand R. Es gilt nach dem *Ohm´*schen Gesetz:

$$I_1 = G_1\, U \qquad \text{und} \qquad I_2 = G_2\, U \qquad (1.6.2\text{-}1)$$

Daraus folgt mit der 1. *Kirchhoff´*schen Regel (Knotenregel), angewandt im Punkt P:

$$I - I_1 - I_2 = 0 \qquad (1.6.2\text{-}2)$$

und mit

$$I = I_1 + I_2 = U\,(G_1 + G_2) = U \cdot G \quad , \qquad (1.6.2\text{-}3)$$

wobei

$$G = G_1 + G_2 \qquad \text{oder} \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad \text{ist.} \qquad (1.6.2\text{-}4)$$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad (1.6.2\text{-}5)$$

Fazit:
Der Gesamtleitwert ist gleich der Summe der Teil-Leitwerte. Der Gesamtstrom ist gleich der Summe der Teilströme. Die Teilströme verhalten sich wie die entsprechenden Teil-Leitwerte:

$$G = \sum_{l=1}^{N} G_l \ \text{bzw.} \ \frac{1}{R} = \sum_{l=1}^{N} \frac{1}{R_l} \qquad \text{und} \qquad I = \sum_{l=1}^{N} I_l \qquad (1.6.2\text{-}6)$$

Für den i-ten und k-ten Parallel-Leitwert gilt folglich:

$$I_i : I_k = G_i : G_k \qquad (1.6.2\text{-}7)$$

1.7 Spannungseinstellung mit Hilfe der Potentiometerschaltung

Die in Bild 1.7-1 gezeigte Schaltung wird für kleinere Leistungen sehr bevorzugt, da sie bei richtiger Wahl der Widerstände eine angenähert gleichmäßige Einstellung der Spannung U_R am Verbraucher zwischen Null und der verfügbaren Spannung U gestattet. Allerdings wird auch hier ein beträchtlicher Teil der Gesamtenergie in den Widerständen der Schaltung in Wärme umgesetzt.

An einem *Ohm'*schen Widerstand R_p mit Schleifkontakt S liegt die konstante Spannung U. Der zu untersuchende Verbraucher mit dem Widerstand R liegt mit dem Schleifkontakt parallel zu einem Teil des Widerstandes R_p, nämlich zu xR_p. Mit dem Schleifer können beliebige Werte x zwischen 0 und 1 eingestellt werden.

a) Steht S in Stellung 0, dann ist R kurz geschlossen und damit strom- bzw. spannungslos.
b) In Stellung 1 liegt R parallel zu R_p an der vollen Spannung U.
c) Bei Zwischenstellung von S wird sich aufgrund der Stromverteilung der jetzt bestehenden Parallel-Serienschaltung der Widerstände R_p und R eine bestimmte Spannung U_R am Verbraucher R einstellen.

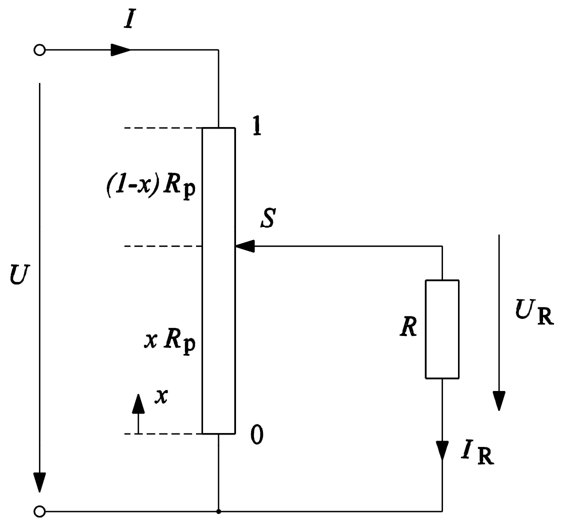


Bild 1.7-1: Potentiometerschaltung

Man bezeichnet das Verhältnis R_p zu R der gegebenen Widerstände mit p:

$$p = \frac{R_p}{R} \qquad (1.7\text{-}1)$$

Die Teilspannungen einer Serienschaltung verhalten sich wie die dazugehörigen Widerständen:

$$U : U_R = \left[R_p(1-x) + \frac{xR_p \cdot R}{xR_p + R} \right] : \left(\frac{xR_p \cdot R}{xR_p + R} \right) \qquad (1.7\text{-}2)$$

Nach kurzer Umformung folgt daraus der einfache Ausdruck

$$\frac{U}{U_R} = p \cdot (1-x) + \frac{1}{x} \qquad . \qquad (1.7\text{-}3)$$

Die am Lastwiderstand R sich einstellenden Strom- und Spannungsgrößen sind demnach

$$U_R = \frac{x \cdot U}{p \cdot x \cdot (1-x) + 1} \qquad \text{und} \qquad I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{x \cdot U}{R \cdot [p \cdot x \cdot (1-x) + 1]} \quad . \qquad (1.7\text{-}4)$$

Der der Spannungsquelle entnommene Laststrom I ist

$$I = \frac{U_R}{R} + \frac{U_R}{xR_p} = \frac{U \cdot (1 + p \cdot x)}{R_p \cdot [1 + p \cdot x \cdot (1-x)]} \qquad . \qquad (1.7\text{-}5)$$

Maßgebend für die Gleichmäßigkeit der Spannungsverstellung ist das Verhältnis p. Ist $R >> R_p$, dann geht p gegen Null, und es wird $U_R \approx U \cdot x$. Die Spannung am Verbraucher ändert sich daher linear proportional mit der Stellung des Schleifkontaktes S. Für $p = 1$, also für $R = R_p$ findet man die Werte in der Tabelle 1.7-1. Es ergibt sich mithin eine noch verhältnismäßig gute Linearität zwischen U_R/U und der Schleiferstellung x, während größere p-Werte, d.h. kleine Widerstände R ungünstig sind.

x	0	0.25	0.5	0.75	1
U_R/U	0	0.21	0.40	0.63	1

Tabelle 1.7-1: Spannungsfall am Widerstand R für $p = 1$ ($R = R_p$)

Es besteht dann auch die Gefahr der Überlastung des Teiles von R_p, der den Summenstrom I führt, da dieser bei x-Werten nahe $x = 1$ plötzlich stark ansteigt. Die beschriebenen Gesetzmäßigkeiten sind in Bild 1.7-2 dargestellt.

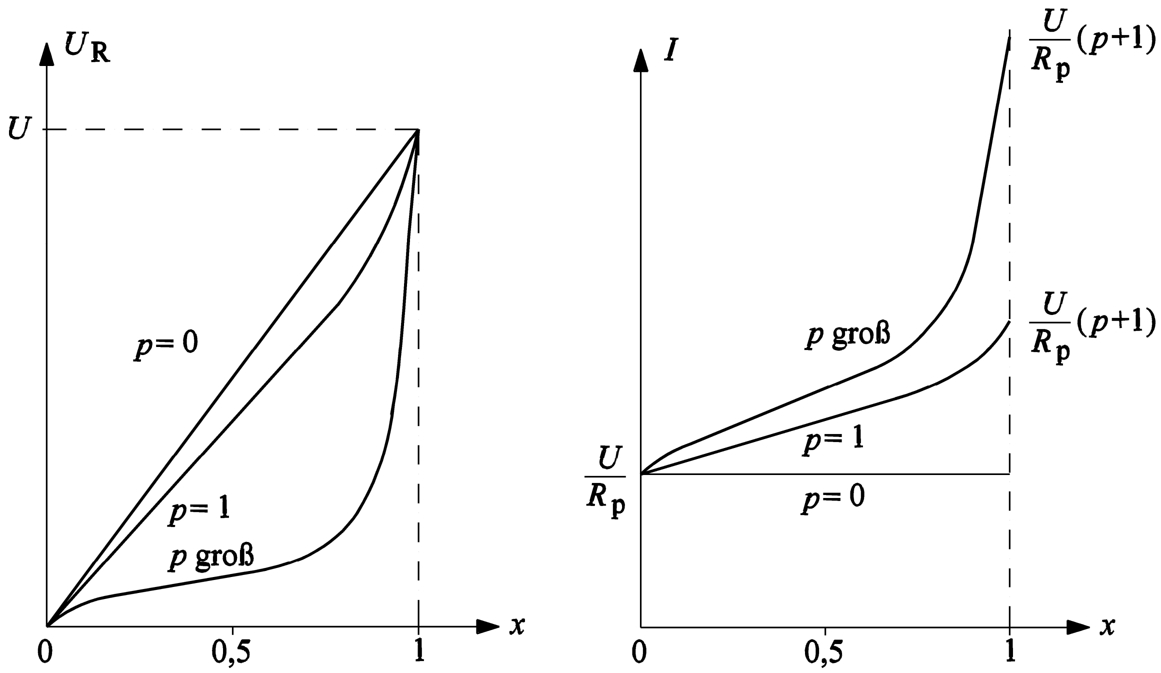


Bild 1.7-2: Spannung am Lastwiderstand (links) und belastender Strom an der Spannungsquelle (rechts) in Abhängigkeit der Schleiferstellung für unterschiedliche Parameter $p = R_p/R$

1.8 Das Superpositionsgesetz

Das Superpositionsgesetz wird in der Vorlesung "Grundlagen der Elektrotechnik" eingehend behandelt. Das für das Praktikum wesentlichste sei hier nochmals kurz skizziert. Vorausgesetzt sei ein lineares Netzwerk mit beliebig vielen Quellenspannungen (**ideale Spannungsquellen**) und Quellenströmen (**ideale Stromquellen**).

Sämtliche darin auftretenden Spannungen und Stromstärken können nun folgendermaßen berechnet werden:
Man ersetzt alle Quellenströme durch eine Unterbrechung und alle Quellenspannungen – bis auf eine einzige – durch einen Kurzschluss. Für das so entstehende reduzierte Netzwerk berechnet man die durch eine Quellenspannung allein hervorgerufenen interessierenden Größen. Entsprechend verfährt man nacheinander für alle Quellenspannungen. Schließlich schließt man sämtliche Quellenspannungen kurz und lässt nacheinander jeweils einen der Quellenströme allein wirken. Die Gesamtspannungen (Stromstärken) erhält man dann als Summe aller nach obigem Schema ermittelten Teilspannungen (Stromstärken).

Zu bemerken ist, dass bei Ausschalten einer Quellenspannungen (bzw. eines Quellenstromes) der zugehörige Innenwiderstand (Leitwert) nach wie vor zu berücksichtigen ist.

Bild 1.8-1 skizziert die Verhältnisse für den Fall, dass eine Spannungsquelle (Quellenspannung U_0, Innenwiderstand R_{i1}) und eine Stromquelle (Quellenstrom I_0, Innenwiderstand R_{i2}) parallel an einen *Ohm'*schen Lastwiderstand R geschaltet werden.

Aufgabe 1.8-1:
Beweisen Sie mit Verwendung der *Kirchhoff'*schen Maschen- und Knotenregel, dass der Strom durch den Widerstand R, berechnet für die komplette Schaltung links im Bild 1.8-1, als Summe aus den beiden (Teil-)Strömen durch R – berechnet für die beiden (Teil-)Schaltungen rechts im Bild 1.8.-1 - dargestellt werden kann.

Im Praktikum sollen Sie diese beschriebene Gesetzmäßigkeit experimentell nachweisen.

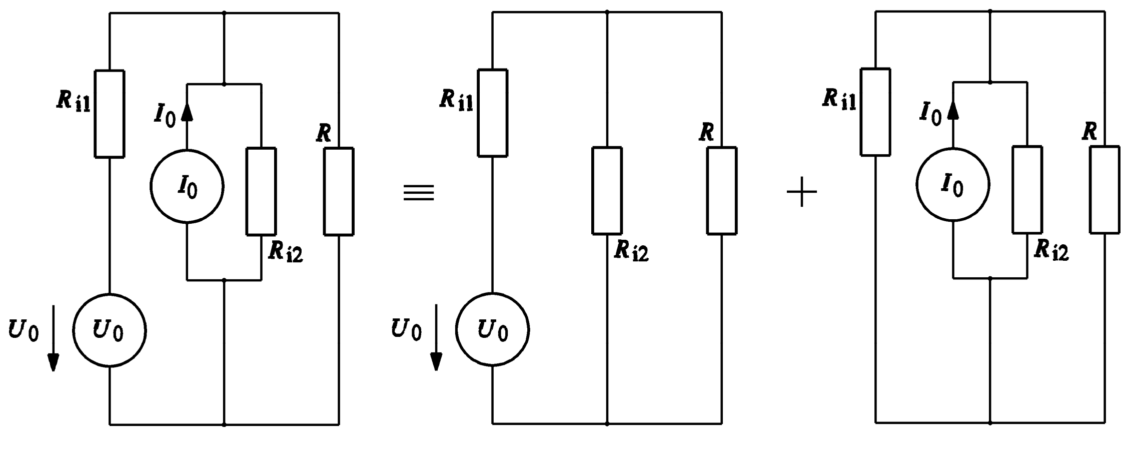


Bild 1.8-1: Einfaches Beispiel zum Superpositionsgesetz

Versuchsdurchführung

1.9 Aufgabe: Widerstandsbestimmung aus einer Spannungs- und Strommessung

In diesem Aufgabenteil sollen die Widerstandswerte von Bauteilen aus einer Strom- und Spannungsmessung bestimmt werden. In Abbildung 1.9-1 und Abbildung 1.9-2 sind die Messschaltungen zur Bestimmung der Widerstände gezeigt. Es sind die Widerstandswerte der beiden am Platz vorhandenen Widerstände R_g und R_k zu bestimmen, dazu sind jeweils die Messschaltungen 1.9-1 und 1.9-2 aufzubauen, und es ist jeweils eine Messung mit $R = R_g$ und $R = R_k$ durchzuführen.

Als Spannungsquelle ist das am Platz vorhandene Labor-Netzgerät PS-302-A zu verwenden. Das Netzgerät ist in der Betriebsart "Konstantspannungsregelung" zu betreiben. (Wahlschalter auf Volt stellen; Drehpotentiometer Ampere aufdrehen und beachten, dass die Leuchtdiode für Spannungsregelung leuchtet). Mit dem Drehpotentiometer Voltage COARSE und FINE kann die Spannung eingestellt werden.

Die Schaltung ist auf dem am Messplatz vorhanden Steckbrett aufzubauen. Bitte beachten Sie, dass Änderungen an der Schaltung nur durchgeführt werden dürfen, wenn das Netzgerät ausgeschaltet ist (der Schalter befindet sich auf der Geräterückseite) und der Stecker des Netzgerätes gezogen wurde.

Achtung:
Werden die Messungen mit dem Widerstand $R = R_g$ durchgeführt, ist ein digitales Amperemeter in Reihe zu dem analogen Amperemeter zu schalten. Der Innenwiderstand des digitalen Amperemeters ist gering und kann vernachlässigt werden. Die sehr kleinen Ströme können nur noch mit dem digitalen Messgerät erfasst werden.

Zunächst sind die Innenwiderstände R_V und R_A der analogen Volt- und Amperemeter mit dem Ohmmeter (METRA Hit 22s) zu bestimmen. Bei der Verwendung des METRA Hit 22s ist darauf zu achten, dass der geeignete Bereich des Messgerätes verwendet wird.

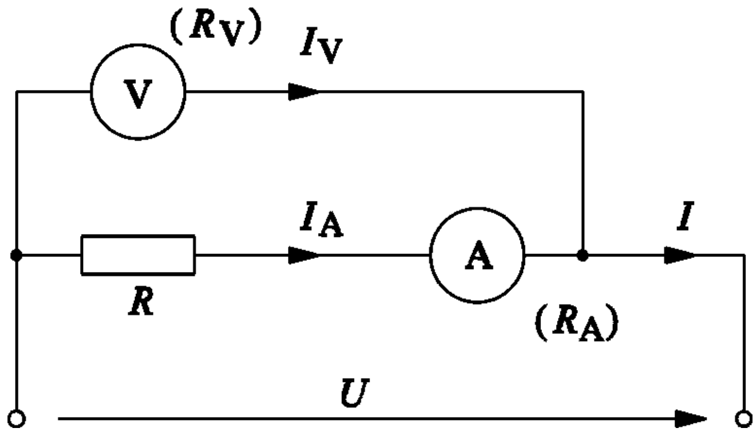


Bild 1.9-1: Stromrichtige Messschaltung

Anschließend sind die Messschaltungen nach Abbildung 1.9-1 bzw. nach Abbildung 1.9-2 aufzubauen. Messen Sie die entsprechenden Strom- und Spannungsgrößen, und berechnen Sie danach den gesuchten Widerstand R, wobei jeweils eine Messung mit $R = R_g$ und $R = R_k$ durchzuführen ist.

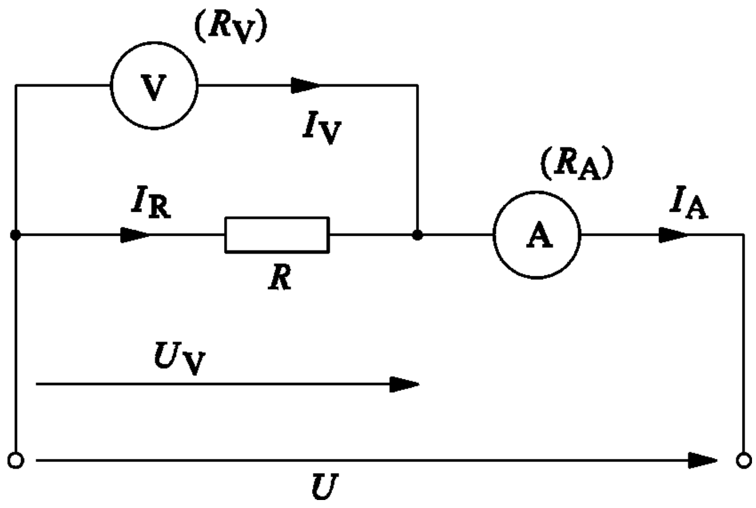


Bild 1.9-2: Spannungsrichtige Messschaltung

Zu messende Größen:

Innenwiderstand Amperemeter: R_A =
Innenwiderstand Voltmeter: R_V =

Tabelle 1.9:

Messung	I_A / A	U/V
Spannungsrichtige Messung (R_k)		
Spannungsrichtige Messung (R_g)		
Stromrichtige Messung (R_k)		
Stromrichtige Messung (R_g)		

Ausarbeitung:

Die Widerstandsgrößen R_g und R_k sind aus den gemessenen Strömen und Spannungen zu berechnen. Die Messungen sind jeweils unter Vernachlässigung und unter Berücksichtigung der Innenwiderstände durchzuführen. Anschließend sind die gewonnenen Ergebnisse miteinander zu vergleichen und die Messschaltungen zu bewerten. Als Vergleich ist eine Fehlerrechnung durchzuführen, um zu zeigen, welchen Einfluss der Innenwiderstand der Messgeräte hat. Bitte geben Sie die verwendeten Formeln an!

1.10 Aufgabe: Erwärmungskurve eines elektrischen Widerstandes

In diesem Versuchsabschnitt ist die Erwärmungskurve eines Leistungsdrahtwiderstandes aufzunehmen. Vor dem Versuchsbeginn sind der "Kaltwiderstand" und die Umgebungstemperatur zu bestimmen. Die Messung des Widerstandes erfolgt mit dem in Aufgabenpunkt 1.9 beschriebenen Ohmmeter (*Meter Hit 22s*). Die Messschaltung ist nach Abbildung 1.10-1 aufzubauen. Der Erwärmungsverlauf ist bis zum Beharrungszustand aufzunehmen. Das bedeutet, dass die Kurve so lange aufzunehmen ist, bis die Temperaturänderung nur noch gering ist. In festen Zeitabständen sind die Größen

Temperatur, Spannung und Strom zu notieren (alle 15 Sekunden bei den ersten Messpunkten, gegen Ende der Messung sind die Punkte in größeren Zeitabständen aufzunehmen). Die Spannungsquelle PS-302-A soll in der Betriebsart "Konstantstromregelung" betrieben werden (Wahlschalter auf Amp; Drehpotentiometer Voltage Coarse ganz aufdrehen und beachten, dass die Leuchtdiode (LE)D für Stromregelung leuchtet). Mit dem digitalen Amperemeter ist die Stromaufnahme des Widerstandes zu überprüfen. Treten Abweichungen im Strom auf, ist die Quelle so nachzuregeln, dass I_A = const. gehalten wird. Für die Messung ist ein Strom von $I_A = 0{,}7$ A einzuprägen. **Ein höherer Strom führt zur Zerstörung der Anordnung.**

Der Aufbau der Schaltung erfolgt nach Abbildung 1.10-1. Bitte bedenken Sie, dass beim Einschalten der Spannung der Widerstand direkt erwärmt wird. Deshalb wird zunächst ein Ersatzwiderstand eingebaut, der dem Drahtwiderstand entspricht, am Platz ist ein Widerstand R_{Ersatz} (Sicherungsbrett einbauen) verfügbar, der verwendet werden kann. Nachdem die Schaltung funktioniert und die Werte eingeregelt (Konstantstrom $I_A = 0{,}7$ A) wurden, wird der Ersatzwiderstand durch den Drahtwiderstand ersetzt. Die Messung beginnt mit gleichzeitigem Drücken der Stoppuhr und dem Einschalten der Spannungsquelle PS-302-A.

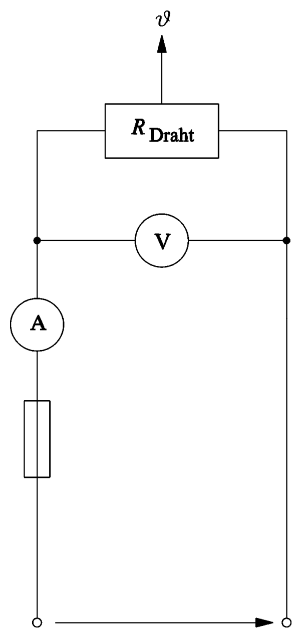


Bild 1.10-1: Thermische Widerstandsänderung

Die Temperatur ist mit dem am Platz vorhandenen Temperaturmessgerät aufzunehmen. Die Zeitmessung ist mit der am Platz vorhandenen Stoppuhr durchzuführen. Bitte machen Sie sich zunächst mit der Stoppuhr vertraut. Die Werte sind in die Tabelle 1.10 einzutragen.

Zu messende Größen:

R_{Anf} = ... Ω ; ϑ_{Anf} = ... °C

Ausarbeitung:

- Tragen Sie den Temperaturverlauf über der Zeit und die zugehörigen Hilfslinien ein.
- Bestimmen Sie die Übertemperatur $\Delta\vartheta$ als Differenz zwischen ϑ_{Anf} Anfangs- und Endtemperatur ϑ_{End}.
- Bestimmen Sie anhand der Kurve die thermische Zeitkonstante T_ϑ des Widerstandes.

- Bestimmen Sie aus Formel 1.10-1 die Übertemperatur $\Delta\vartheta_\infty$, in dem Sie den Widerstand R_{End} (letzter Wert der Messung) bestimmen. $\alpha_{20°} = 0{,}0039/\mathrm{K}$

$$R_{End} = R_{Anf} \cdot \left[1 + \alpha_{Anf} \cdot \Delta\vartheta_\infty\right] \approx R_{20°C} \cdot \left[1 + \alpha_{20°} \cdot \Delta\vartheta_\infty\right] \qquad (1.10\text{-}1)$$

Tabelle 1.10:

Nr.	t/s	U/V	I/A	ϑ/°C	Nr.	t/s	U/V	I/A	ϑ/°C
1					21				
2					22				
3					23				
4					24				
5					25				
6					26				
7					27				
8					28				
9					29				
10					30				
11					31				
12					32				
13					33				
14					34				
15					35				
16					36				
17					37				
18					38				
19					39				
20					40				

1.11 Aufgabe: Messungen an einer Batterie

In diesem Abschnitt soll die äußere Kennlinie einer Batterie, der Innenwiderstand der Batterie, die Wirkleistung und der Wirkungsgrad der Batterie bestimmt werden. Der Messaufbau ist nach Abbildung 1.11-1 vorzunehmen.

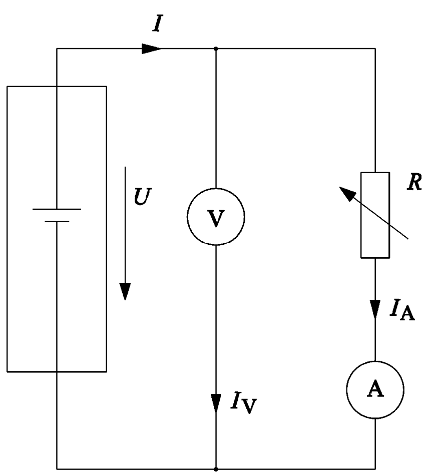


Bild 1.11-1: Messschaltung für die äußere Kennlinie einer Batterie

Als Batterie wird eine 1,5 V Monozelle verwendet. Dazu ist die Batteriehalterung auf der Messplatte aufzubauen.

Messen Sie zunächst die Leerlaufspannung U_0 der Batterie. Verwenden Sie als Lastwiderstand R_p das am Platz vorhandene Potentiometer. Es sind 10 Widerstandswerte am Potentiometer von $R_{min,Poti}$ bis $R_{max,Poti}$, beginnend mit $R_{max,Poti}$, einzustellen und zu messen. Für jeden Messpunkt ist die Spannung U und der Strom I_A der Batterie in Tabelle 1.11 zu notieren. Nach Beendigung des Versuches ist nochmals die Leerlaufspannung der Batterie U_0 aufzunehmen. Hat sich die Leerlaufspannung geändert? Die Messung der Leerlaufspannung U_0 soll direkt nach Beendigung der Messung erfolgen. **Werte nur bei Spannungsänderung aufnehmen! Zügig messen!**

Tabelle 1.11:

Messpunkt	U/V	I_A/A	R/Ω
U_0 vor dem Versuch:			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
U_0 nach dem Versuch:			

Ausarbeitung:

- Zeichnen Sie die äußere Kennlinie $U(I_A)$ der Batterie.
- Berechnen Sie den Innenwiderstand R_{iB} der Batterie, indem Sie die gemessenen Werte von U, U_0 und I_A benutzen. Ermitteln Sie den Kurzschlussstrom I_K der Batterie rechnerisch aus dem ersten und letzten Messpunkt der äußeren Kennlinie.
- Bestimmen Sie die Wirkleistungsabgabe P_{ab} und den Wirkungsgrad η der Batterie für die Messwerte in Tabelle 1.11.
- Zeichnen die Kennlinie $P_{ab}(I_A)$ unter Verwendung von Formel 1.11-1.
- Zeichnen die Kennlinie $\eta(R)$ unter Verwendung von Formel 1.11-2.

$$P_{ab} = R \cdot I_A^2 \tag{1.11-1}$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{R \cdot I_A^2}{U_0 \cdot I} \approx \frac{R \cdot I_A}{U_0} = \frac{R}{R + R_{iB}} \tag{1.11-2}$$

1.12 Aufgabe: Serien-/ Parallelschaltungen *Ohm'*scher Widerstände

Zur Vorbereitung ist die Bestimmungsgleichung für den Gesamtwiderstand der Schaltungen Nr.1 bis Nr.8 zu berechnen und in Tabelle 1.12a einzutragen. Die Messung ist mit dem Ohmmeter *Metra Hit 22s* durchzuführen. Dabei sind die Schaltungen 1 bis 8 aus den Widerständen R_1 und R_2 aufzubauen.

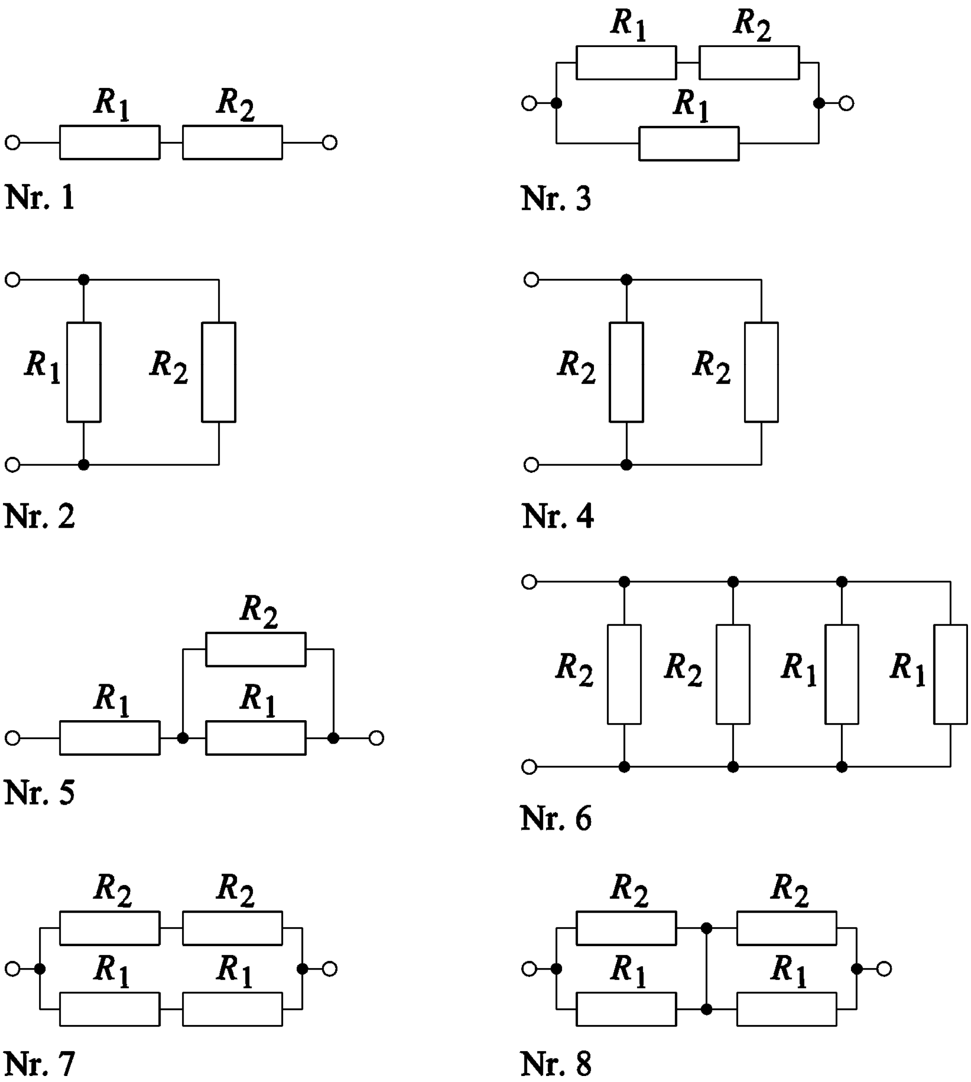


Bild 1.12-1: Widerstandsnetzwerke 1-8

Tabelle 1.12a:

Nr.	Bestimmungsgleichung	R_{Ges}/Ω -Messung	R_{Ges}/Ω - Berechnung durch R_1 und R_2
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Nachdem alle Schaltungen aufgebaut und der Gesamtwiderstand R_{Ges} gemessen wurde, sind in Tabelle 1.12a die gemessenen Werte einzutragen. In der Ausarbeitung sind die Messwerte durch Einsetzen der Nennwerte (R_1 = 1 kΩ und R_2 = 10 kΩ) in die vorbereiteten Formeln auf Plausibilität zu überprüfen.

Im zweiten Teil dieser Aufgabe sind der belastete und der unbelastete Spannungsteiler nach Abbildung 1.12-2 und Abbildung 1.12-3 zu untersuchen.

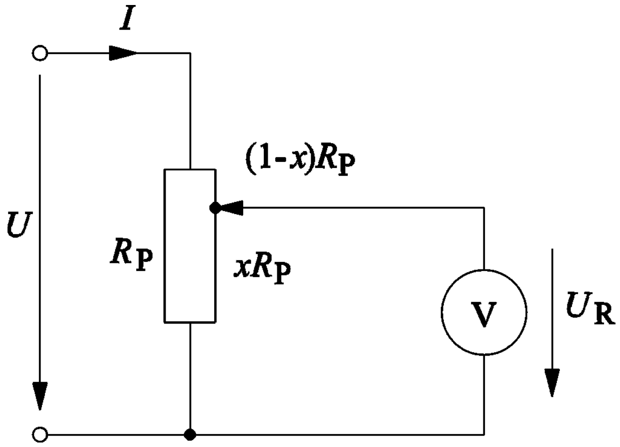


Bild 1.12-2: Unbelasteter Spannungsteiler

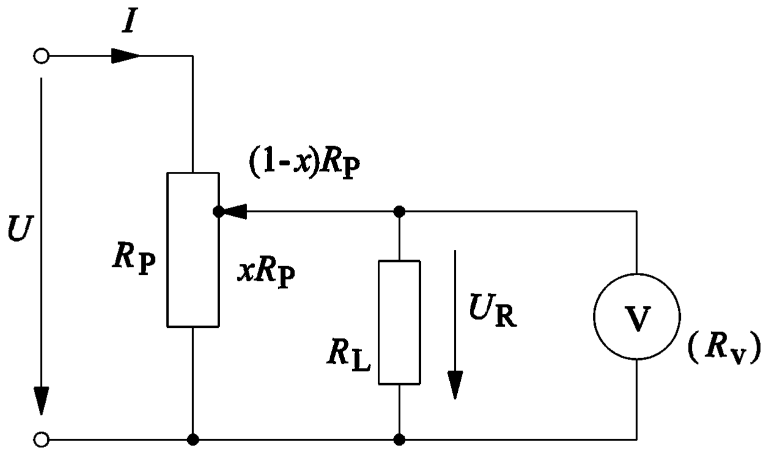


Bild 1.12-3: Belasteter Spannungsteiler

In dieser Aufgabe ist durch Veränderung des Potentiometers die Spannung U_R in Abhängigkeit von R_p aufzunehmen. Als Spannungsteiler ist das am Platz vorhandene Drehpotentiometer (R_p = 100 Ω) zu verwenden. Als Belastungswiderstand ist der Leistungs-widerstand R_L = 33 Ω zu verwenden. Es sind die Messschaltungen nach Abbildung 1.12-2 und 1.12-3 aufzubauen. In 10 Schritten ist jeweils das Potentiometer zwischen $R = R_{min,Poti}$ und $R = R_{max,Poti}$ einzustellen. Für jeden Messpunkt ist der eingestellte Widerstand $R = x \cdot R_p$ mit dem Ohmmeter *Metra Hit 22s* zu messen. Nachdem dieser Widerstand bestimmt wurde, ist der Widerstand R_L in die Schaltung einzubauen und eine konstante Quellenspannung U = 10 Volt anzulegen. Das Netzgerät ist in der Betriebsart "Konstant-spannungsregelung" zu betreiben. (Wahlschalter auf Volt stellen; Drehpotentiometer „Ampere“ aufdrehen und beachten, dass die LED für Spannungsregelung leuchtet). Bestimmen Sie den Spannungsabfall U_R und tragen Sie den Widerstand und die gemessene Spannung U_R in Tabelle 1.12b ein. Bitte beachten Sie auch an dieser Stelle, dass eine Messung mit dem Ohmmeter nur an spannungsfreien Bauteilen durchgeführt werden darf.

Tabelle 1.12b: a) unbelasteter, b) belasteter Spannungsteiler

a)	U_R/V Mess.	xR_p /Ω Mess.	x Rechn.	U_R/U Rechn.	b)	U_R/V Mess.	xR_p /Ω Mess.	x Rechn.	U_R/U Rechn.
1					1				
2					2				
3					3				
4					4				
5					5				
6					6				
7					7				
8					8				
9					9				
10					10				

Ausarbeitung:

- Widerstandsmessung:

Bestimmen Sie durch Einsetzen von R_1 und R_2, in die jeweilige Formel in Tabelle 1.12a den Gesamtwiderstand R_{Ges} der Anordnung. Anschließend sind der berechnete und der gemessene Widerstand zu vergleichen. Vereinfachen Sie die Formel soweit wie möglich!

- Spannungsteiler:

Bestimmen Sie $x = R/R_p$. Berechnen Sie U_R/U und zeichnen Sie die gemessene und berechnete Kennlinie $(U_R/U)(x)$ a) des unbelasteten und b) des belasteten Spannungsteilers in ein Diagramm ein.

Unbelasteter Spannungsteiler:

$$\frac{U_R}{U} = x$$

Belasteter Spannungsteiler:

$$\frac{U_R}{U} = \frac{x}{1 + \frac{R_p}{R_L} \cdot x(1-x)}$$

1.13 Aufgabe: Widerstandsnetzwerk – Superpositionsgesetz von Spannungsquellen

Dieser Aufgabenpunkt soll die Superposition von Spannungsquellen zeigen. Die Netzgeräte sind in der Betriebsart "Konstantspannungsregelung" zu betreiben. (Wahlschalter auf Volt stellen; Drehpotentiometer Ampere bis zur Hälfte aufdrehen und beachten, dass die LED für Spannungsregelung leuchtet). Da die heutigen Netzgeräte PS-302-A aus Operationsverstärkern aufgebaut sind, lässt sich der Innenwiderstand dieser Geräte nicht einfach bestimmen. Deshalb wird vor jedes Messgerät ein Widerstand R_{i1} bzw. R_{i2} geschaltet, der den Innenwiderstand des Messgerätes simulieren soll ($R_{i1} \cong R_{i2} \cong 220\ \Omega$, R = ca. 330 Ω).

Es sind nacheinander die Schaltungen nach Bild 1.13-1 bis 1.13-3 aufzubauen. Bei dem Versuch ist darauf zu achten, dass die Spannungen konstant eingestellt werden: a) U_{01} = 6V und U_{02} = 10V, b) U_{01} = 3V und U_{02} = 8V. Als Messgröße ist der jeweils in der Anordnung fließende Strom I_1, I_2 und I aufzunehmen. Die gesamte Messung ist zweimal mit unterschiedlichen Spannungen durchzuführen. Beachten Sie auch bei diesem Punkt wieder, dass bei Umbauten an der Schaltung, das Netzgerät ausgeschaltet und die Versorgungsspannung des Netzgerätes von der Steckdose getrennt ist. Die gemessenen

Einzelströme $I_1+I_2 = I$ ergeben den Gesamtstrom, der in der Anordnung fließt. Bei diesem Versuch ist besonders auf die Polarität bei der Verschaltung zu achten.

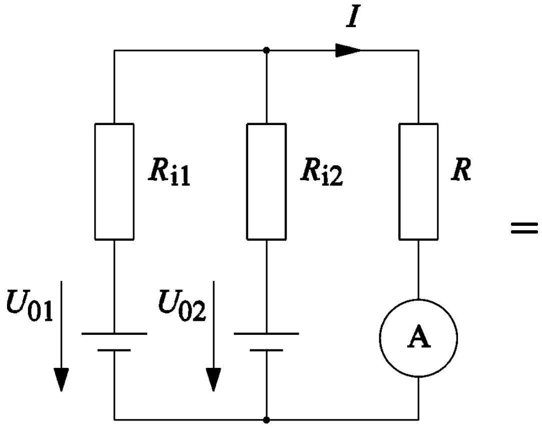
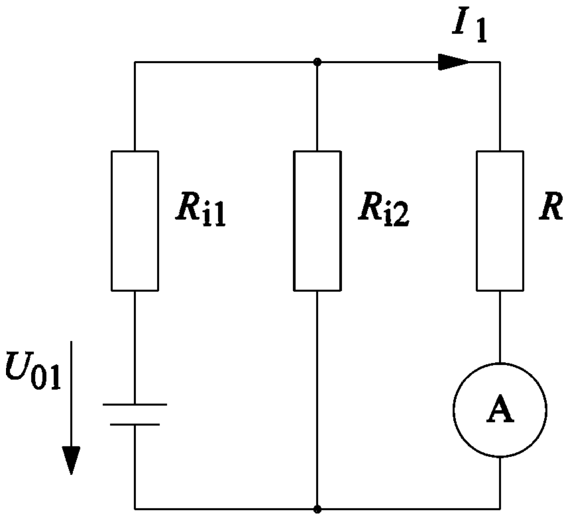


Bild 1.13-1: Superposition der beiden Spannungsquellen



+

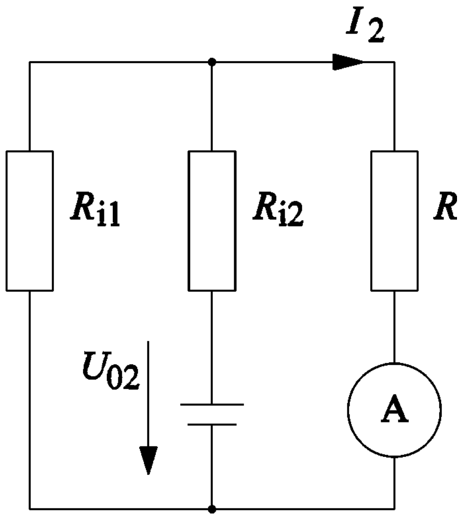


Bild 1.13-2: Spannungsquelle 1

Bild 1.13-3: Spannungsquelle 2

Tabelle 1.13a

	U_{01}/V	U_{02}/V	I/A
Messschaltung nach Bild 1.13-2 (I_1)			
Messschaltung nach Bild 1.13-3 (I_2)			
Messschaltung nach Bild 1.13-1 (I)			

Tabelle 1.13b

	U_{01}/V	U_{02}/V	I/A
Messschaltung nach Bild 1.13-2 (I_1)			
Messschaltung nach Bild 1.13-3 (I_2)			
Messschaltung nach Bild 1.13-1 (I)			

Ausarbeitung:
Berechnen Sie in den Tabellen den Gesamtstrom $I_{Ber} = I_1 + I_2$ und vergleichen Sie den berechneten Gesamtstrom I_{Ber} mit dem gemessenen Gesamtstrom *I.* Was können Sie über die Superposition von Spannungsquellen aussagen?

1.14 Vorbereitungsaufgaben

1. Warum ist der spezifische Widerstand ρ im Allgemeinen temperaturabhängig (*Mathiessen´*sche Regel)?

2. Ein Kupferwiderstand hat bei Raumtemperatur (20°C) einen Widerstandswert von $R = 10$ Ω . Wie groß ist der Widerstand bei 40 °C und bei 50 °C Umgebungstemperatur?

3. Ein Kupferwiderstand hat bei Raumtemperatur (20°C) einen Widerstandswert von $R = 15$ Ω . Der gemessene Widerstand beträgt a) 17,34 Ω und b) 19,09 Ω. Wie groß ist die Temperatur des Widerstandes?

4. a) Beschreiben Sie die Eigenschaften von NTC und PTC Widerständen. b) Diskutieren Sie die Anwendung eines PTC-Widerstands zur Temperaturüberwachung (Beispiel angeben)!

5. a) Geben Sie die stromrichtige Messschaltung für die Bestimmung des *Ohm´*schen Widerstands R_x an. b) Nennen Sie dabei alle verwendeten Messgeräte. c) Leiten Sie die Gleichung zur Bestimmung des Widerstandes aus den Messgrößen her.

6. a) Geben Sie die spannungsrichtige Messschaltung für die Bestimmung des *Ohm´*schen Widerstands R_x an. b) Nennen Sie dabei alle verwendeten Messgeräte. c) Leiten Sie die Gleichung zur Bestimmung des Widerstandes aus den Messgrößen her.

7. Geben Sie a) die Differentialgleichung für die Erwärmung des homogenen Körpers und b) die graphische Darstellung der Erwärmungskurve an. c) Tragen Sie die thermische Zeitkonstante ein!

8. a) Geben Sie die Formel für die thermische Zeitkonstante T_ϑ an. b) Welche Einflussgrößen auf die thermische Zeitkonstante T_ϑ treten auf? c) Wie wirken diese?

9. Erklären Sie den messtechnischen Ablauf zur Bestimmung der Übertemperatur $\Delta\vartheta$ anhand der gemessenen Erwärmungskurve (Skizze!).

10. a) Wie wird die thermische Zeitkonstante T_ϑ messtechnisch bestimmt? Nennen Sie bitte zwei Wege. b) erläutern Sie Ihre Antwort mit einer Skizze!

11. a) Geben Sie die Messschaltung zur Bestimmung der thermischen Widerstandsänderung an. b) Nennen Sie dabei alle verwendeten Messgeräte.

12. a) Geben Sie die äußere Kennlinie einer belasteten, linearen Gleichspannungsquelle an. b) Tragen Sie die Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom ein. Cc Wodurch ist die Neigung der Kennlinie (im Bezug auf die Horizontale) bestimmt?

13. a) Geben Sie eine Messschaltung zur Bestimmung des Kurzschlussstromes einer Batterie an. b) Wie kann den Innenwiderstand R_i der Batterie bestimmt werden? Geben Sie bitte 2 Varianten. c) Diskutieren Sie kurz Vor- und Nachteile.

14. a) Geben Sie eine Messschaltung zur Bestimmung der Leerlaufspannung einer Batterie an. b) Geben Sie auch die typischen Werte des Innerwiderstandes unterschiedlicher Batterien an.

15. a) Geben Sie eine Messschaltung zur Bestimmung der Strom-Spannungs-Kennlinie einer Batterie an. b) Nennen Sie dabei alle verwendeten Messgeräte. c) Ist es besser die Batterie stromrichtig oder spannungsrichtig zu messen?

16. Zur Vorbereitung für das Protokoll ist die Bestimmungsgleichung des Gesamtwiderstandes der Schaltungen 1 bis 8 anzugeben. Die Werte sind in eine Tabelle einzutragen. Vereinfachen Sie bitte die Endformeln soweit wie möglich (z.B. ohne Doppelbrüche)!

17. a) Geben Sie die Messschaltung für die Spannungsmessung einen unbelasteten Spannungsteiler an. b) Nennen Sie alle verwendeten Messgeräte! c) Leiten Sie die Bestimmungsgleichung für den Spannungsfall am Teiler ab. (Vereinfachen Sie den Ausdruck soweit wie möglich). d) Wofür werden Spannungsteiler benötigt? e) Ist ihr Einsatz bei großen Leistungen sinnvoll?

18. a) Geben Sie die Messschaltung für die Spannungsmessung an einem belasteten Spannungsteilers an. b) Geben Sie auch die Bestimmungsgleichung für U_R/U an, und vereinfachen Sie den Ausdruck soweit wie möglich. c) Bestimmen Sie U_R für $p = R_p/R = 10$ für vier Zahlenwerte von x (0, 0.4, 0.6, 1)!

19. a) Geben Sie die Formel für den Strom I an der Spannungsquelle in Abhängigkeit von der Schleiferstellung x und $p = R_p/R$ beim belasteten Spannungsteiler an. b) Werten Sie die Formel für x (Zahlenwerte 0, 0.4, 0.6, 1) für drei unterschiedliche Parameter $p = R_p/R = 0$, 1, 4. c) Skizzieren Sie die drei Kurven $I(x)$ für $U/R_p = 1$ A durch sinnvolles Verbinden der berechneten Punkte.

20. a) Wandeln Sie in der Schaltung in Bild 1.13-1 die Spannungsquellen in Stromquellen um und skizzieren Sie die so gewonnene Schaltung. b) Leiten Sie die Gleichung für den Strom I im Widerstand R in Abhängigkeit der Stromquellenparameter ab. c) Verifizieren Sie damit das Superpositionsgesetz! d) Vereinfachen Sie die Formelergebnisse mit den Werten der Ersatzspannungsquellen soweit wie möglich!

21. a) In welchen Netzwerken ist das Superpositionsgesetz zulässig? b) Leiten Sie die Gleichungen für I, I_1, I_2 aus den Bildern 1.13-1 bis 1.13-3 ab. Vereinfachen Sie bitte die Endformeln soweit wie möglich! c) Zeigen Sie, dass $I = I_1 + I_2$ ist.