



**Institut für Elektrische Energiewandlung**

*Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Andreas Binder*



**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT**

---

# **Praktikum ETiT**

## **-Grundlagen der Elektrotechnik-**

### *Versuch 2*

### **Kapazitäten & Induktivitäten**

## Inhaltsverzeichnis

<b>2 KAPAZITÄTEN UND INDUKTIVITÄTEN</b> .....	<b>3</b>
<b>2.1 DER KONDENSATOR</b> .....	<b>3</b>
2.1.1 <i>Der Plattenkondensator</i> .....	3
2.1.2 <i>Messung der Kapazität durch Spannungsänderung</i> .....	4
2.1.3 <i>Bestimmung der Kapazität aus der Zeitkonstanten</i> .....	5
<b>2.2 DIE ELEKTROMAGNETISCHE SPULE</b> .....	<b>7</b>
2.2.1 <i>Die Luftspule</i> .....	9
2.2.2 <i>Messung der Induktivität über die Zeitkonstante</i> .....	10
<b>2.3 ORTSKURVEN KOMPLEXER WIDERSTÄNDE UND LEITWERTE</b> .....	<b>12</b>
<b>2.4 ORTSKURVEN UND BODE-DIAGRAMM VON ZWEIPOLEN</b> .....	<b>15</b>
<b>VERSUCHSDURCHFÜHRUNG</b> .....	<b>19</b>
<b>2.5 PLATTENKONDENSATOR MIT VARIABLEM PLATTENABSTAND/DIELEKTRIKUM, ELEKTROLYT-KONDENSATOR</b> .....	<b>19</b>
2.5.1 <i>Messung der Kapazität des Plattenkondensators in Luft (<math>\epsilon_r = 1</math>) bei variablem Platten abstand <math>x</math></i> .....	19
2.5.2 <i>Messung der Kapazität des Plattenkondensators bei variablem Dielektrikum (<math>\epsilon_r &gt; 1</math>) und festem Plattenabstand <math>x</math></i> .....	20
2.5.3 <i>Messung der Kapazität eines Elektrolyt-Kondensators</i> .....	21
<b>2.6 RC-GLIED: ZEITKONSTANTE, FREQUENZGANG, STROM-ORTSKURVE, BODE-DIAGRAMM</b> .....	<b>21</b>
2.6.1 <i>Bestimmung der Kapazität aus der Zeitkonstanten</i> .....	21
2.6.2 <i>Bestimmung der Ortskurve <math>I(\omega)</math>, Vergleich mit der Rechnung</i> .....	23
2.6.3 <i>Bestimmung des BODE-Diagramms mit Amplituden- und Phasengang</i> .....	25
<b>2.7 RL-GLIED: ZEITKONSTANTE, FREQUENZGANG, STROM-ORTSKURVE, BODE-DIAGRAMM</b> .....	<b>26</b>
2.7.1. <i>Bestimmung der Induktivität aus der Zeitkonstanten</i> .....	26
2.7.2 <i>Bestimmung der Ortskurve <math>I(\omega)</math>, Vergleich mit der Rechnung</i> .....	28
2.7.3 <i>Bestimmung des BODE-Diagramms mit Amplituden- und Phasengang</i> .....	30

## 2 Kapazitäten und Induktivitäten

### 2.1 Der Kondensator

Die Ladungsmenge  $Q$  (gemessen in A·s = C (*Coulomb*)) eines (linearen) Kondensators, die sich mit gleicher Menge, aber entgegen gesetzter Polarität auf den beiden Elektroden des Kondensators befindet, und die Spannung  $U$  (gemessen in V (*Volt*)) zwischen den Elektroden des Kondensators sind einander proportional:

$$Q = C \cdot U \quad (2.1-1)$$

Der Proportionalitätsfaktor ist die **Kapazität**  $C$  des Kondensators, gemessen in A·s/V = C/V = F (*Farad*). Die zeitliche Änderung der Ladungsmenge an einem bestimmten Ort (Ladungsfluss durch eine Fläche, z. B. den Zuleitungsquerschnitt zu den Kondensatorelektroden) ist der elektrische Strom  $i$ , gemessen in A (*Ampère*).

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad (2.1-2)$$

Differenziert man daher Gleichung (2.1-1) nach der Zeit, so erhält man die Strom-Spannungs-Beziehung an der Kapazität.

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt} + u \cdot \frac{dC(t)}{dt} \quad (2.1-3)$$

Die Kleinbuchstaben  $i$  und  $u$  deuten an, dass Strom und Spannung zeitlich veränderlich sind, also KEIN Gleichstrom und KEINE Gleichspannung. Dabei ist  $i_C$  der Strom, der in die eine Elektrode des Kondensators hinein- bzw. aus der anderen heraus fließt.

#### *Fazit:*

**Sowohl eine zeitliche Änderung der Spannung  $u(t)$  als auch eine zeitlich veränderliche Kapazität des Kondensators  $C(t)$  rufen bei konstanter Spannung  $U \neq 0$  eine Ladungsänderung und damit einen Strom hervor. Ist die Kapazität konstant, so kann der Kondensator keinen Strom führen, wenn eine Gleichspannung an seinen Elektroden anliegt: Er sperrt bei Gleichspannung.**

#### 2.1.1 Der Plattenkondensator

Bei dieser Praktikumsübung stehen zwei leitfähige Platten und eine Kapazitätsmessbrücke zur Verfügung. Die Kapazität des Plattenkondensators kann durch Veränderung verschiedener Parameter beeinflusst werden.

- Plattenabstand  $x$
- relative Dielektrizitätskonstante (verschiedene Materialien, die eingeschoben werden)
- Mehrschichtkondensator (mehrere Materialien werden eingeschoben)
- seitliche Verschiebung  $y$  der Platten (eine Art Drehkondensator)

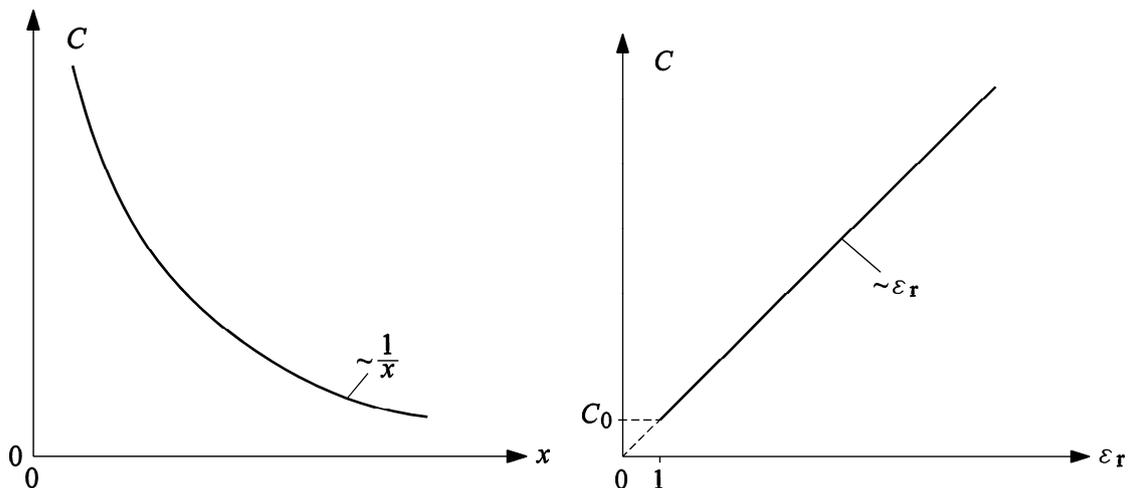
Die Varianten a und b werden im Versuch durchgeführt.

a) *Verändern des Plattenabstandes*

Die Kapazität  $C$  ("Betriebskapazität") eines Plattenkondensators (Plattenfläche  $A$ ) mit variablem Plattenabstand  $x$  beträgt – unter Vernachlässigung des Streufeldes und eventuell vorhandener Erdkapazitäten - (siehe Vorlesung "Grundlagen der Elektrotechnik") –

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{x} \quad (2.1.1-1)$$

In (2.1.1-1) bedeuten  $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Vs/(A}\cdot\text{m)}$  die **Dielektrizitätskonstante des Vakuums (Permittivität)** und  $\varepsilon_r$  die **relative Dielektrizitätszahl (relative Permittivität)** des verwendeten Dielektrikums zwischen den Elektroden. Die Kapazität sinkt mit steigendem Plattenabstand nach einer Hyperbelfunktion und ist beim idealen Abstand Null theoretisch unendlich groß. Allerdings bedeutet ein Berühren der Platten einen galvanischen Kontakt, so dass die Ladungsmengen abfließen können und die kapazitive Eigenschaft verschwindet. Abweichungen von der Hyperbelform dieser Funktion sind auf das elektrische Streufeld an den Plattenrändern und auf Kapazitäten zwischen den Platten und dem auf Erdpotential ("Masse") liegenden metallischen Flächen im Versuchsaufbau (Erdkapazitäten) zurückzuführen.



**Bild 2.1.1-1:** Abnahme der Kapazität  $C$  eines Kondensators bei steigendem Plattenabstand  $x$  (links) und Zunahme mit steigender relativer Dielektrizitätszahl (rechts)

b) *Verändern der Eigenschaften des Dielektrikums ( $\varepsilon_r$ )*

Materialien mit unterschiedlichem  $\varepsilon_r$  und unterschiedlicher Dicke  $x$  werden zwischen den Platten eingeschoben. Durch eine Vergleichsmessung mit dem Luftkondensator kann entweder  $\varepsilon_r$  oder  $x$  bestimmt werden. Auch hier können Abweichungen vom linearen Verlauf der Funktion  $C \sim \varepsilon_r$ , wie (2.1.1-1) ergibt, durch Randstreufelder und Erdkapazitäten erklärt werden.

### 2.1.2 Messung der Kapazität durch Spannungsänderung

Wird ein Kondensator mit der Kapazität  $C_N$  mit der Spannung  $U$  aufgeladen, so erhält er eine Ladung  $Q = C_N U$ . Schließt man parallel zu diesem aufgeladenen Kondensator, nachdem man die Spannungsquelle entfernt hat, einen zweiten ungeladenen Kondensator mit der Kapazität  $C_X$  an, so sinkt die Spannung durch den Ladungsausgleich auf einen Wert  $U'$  ab.

Durch Kenntnis der Kapazität  $C_N$  und durch Messung von  $U$  und  $U'$  lässt sich die Kapazität  $C_X$  leicht errechnen. Es gilt

$$Q = C_N \cdot U = (C_N + C_X) \cdot U' \quad , \quad (2.1.2-1)$$

da die Ladung  $Q$  konstant bleibt. Daraus folgt

$$C_X = C_N (U - U') / U' \quad . \quad (2.1.2-2)$$

### 2.1.3 Bestimmung der Kapazität aus der Zeitkonstanten

Wird ein Kondensator mit der konstanten Kapazität  $C$  über einen Widerstand  $R$  geladen, so steigt die Spannung  $u_C$  am Kondensator  $C$  exponentiell an. Mit (2.1-3) und dem *Ohm*'schen Gesetz folgt für die Schaltung gemäß Bild 2.1.3-1:

$$u(t) = R \cdot i(t) + u_C(t) \quad (2.1.3-1)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) \cdot dt \quad (2.1.3-2)$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot i(t) = \frac{1}{R} \cdot \frac{du(t)}{dt} \quad (2.1.3-3)$$

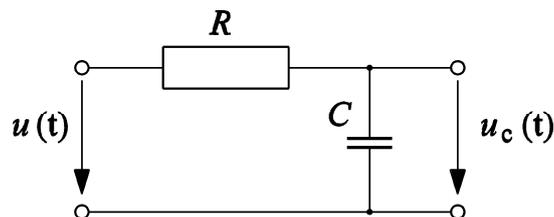


Bild 2.1.3-1: R-C-Glied

Anfangsbedingungen sind, dass zur Zeit  $t = 0$  die Spannung  $u(t) = U$  als Gleichspannung zugeschaltet wird (also ist  $du/dt = 0$ ) und der Kondensator zu Beginn ungeladen ist:  $u_C(0) = 0$ . Diese Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot i(t) = 0 \quad (2.1.3-4)$$

besitzt die homogene Lösung  $i_h(t) = C_1 \cdot e^{-t/T}$  mit der **Zeitkonstanten**

$$T = R \cdot C \quad . \quad (2.1.3-5)$$

Die partikuläre Lösung  $i_p(t)$  ist wegen der verschwindenden rechten Seite Null, so dass die Gesamtlösung lautet:  $i(t) = i_h(t) + i_p(t) = i_h(t)$ . Die Anfangsbedingung ergibt mit

$$u_C(0) = 0 \quad \text{und} \quad u(t=0) = U = R \cdot i(0) + u_C(0) = R \cdot i(0)$$

für die Konstante  $C_1$

$$i(0) = C_1 \cdot e^{-0} = U/R \Rightarrow C_1 = U/R \quad . \quad (2.1.3-6)$$

Die Lösung der Differentialgleichung lautet folglich für den Strom

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-t/T} \quad . \quad (2.1.3-7)$$

Der Strom "springt" von Null auf  $U/R$ , während die Spannung am Kondensator Null ist, und klingt dann exponentiell mit der Zeitkonstante  $T$  ab. Für die Spannung am Kondensator gilt:

$$u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) \cdot dt = 0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) \cdot dt = U \cdot (1 - e^{-t/T}) \quad (2.1.3-8)$$

Nach der Zeit  $t \rightarrow \infty$  ist der Kondensator aufgeladen:  $u_C(\infty) = U$  und der Ladestrom  $i(\infty)$  ist Null. Die Ladung beträgt  $Q = CU$  an den Elektroden. Wird das  $R$ - $C$ -Glied von der Spannungsquelle  $U$  getrennt, so klingt die Kondensatorspannung exponentiell mit derselben Zeitkonstante  $T$  ab. Anfangsbedingung ist:  $u_C(0) = U$ , während  $u(t) = 0$  ist. Über diesen Kurzschluss kann der **Entladestrom** des Kondensators fließen. Mit der allgemeinen Stromlösung  $i(t) = i_h(t) + i_p(t) = i_h(t)$  und  $i_h(t) = C_2 \cdot e^{-t/T}$  folgt:

$$Q = \int_0^{t \rightarrow \infty} i(t) \cdot dt = -T \cdot C_2 \cdot e^{-t/T} \Big|_0^\infty = TC_2 \Rightarrow C_2 = \frac{Q}{T} = \frac{CU}{CR} = \frac{U}{R} \quad (2.1.3-9)$$

Der Entladestrom fließt entgegengesetzt zum Ladestrom und hat daher negatives Vorzeichen:

$$i(t) = -\frac{U}{R} \cdot e^{-t/T} \quad (2.1.3-10)$$

Die Spannung am Kondensator ist somit exponentiell abklingend

$$u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = U + U \cdot e^{-t/T} - U = U \cdot e^{-t/T} \quad . \quad (2.1.3-11)$$

Die Zeitkonstante  $T$  beim Laden und beim Entladen ist gleich groß. Kennt man also den Widerstand  $R$ , so kann man die Kapazität  $C$  aus dem zeitlichen Verlauf der Spannung  $u_C(t)$  bestimmen. Wird an den Zweipol des Bildes 2.1.3-1 eine Spannung  $u(t)$  mit einem zeitlichen Rechteckverlauf gelegt (Bild 2.1.3-2), so entsteht durch den Wechsel von Auf- und Entladevorgängen eine Spannung  $u_C(t)$  am Kondensator  $C$ , deren Zeitverlauf in Bild 2.1.3-2 gezeigt wird. Zwischen der maximalen Spannung  $U_2$  und dem Spannungsminimum  $U_1$  herrscht die einfache Beziehung

$$U_1 = U_2 \cdot e^{-\tau/T} \quad . \quad (2.1.3-12)$$

Werden die Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  z.B. mittels eines Oszilloskops gemessen, so kann die Zeitkonstante  $T$  durch Auflösen der Gleichung (2.1.3-12) nach  $T$  errechnet werden.

$$T = RC = \tau / \ln(U_2/U_1) \quad . \quad (2.1.3-13)$$

Bei geeigneter Wahl der Pulsparameter  $\tau$  und  $\Delta\tau$  (Tastverhältnis und Pulsfrequenz) kann also die Kapazität  $C$  ziemlich gut bestimmt werden.

$$C = \frac{\tau}{R \cdot \ln(U_2 / U_1)} \tag{2.1.3-14}$$

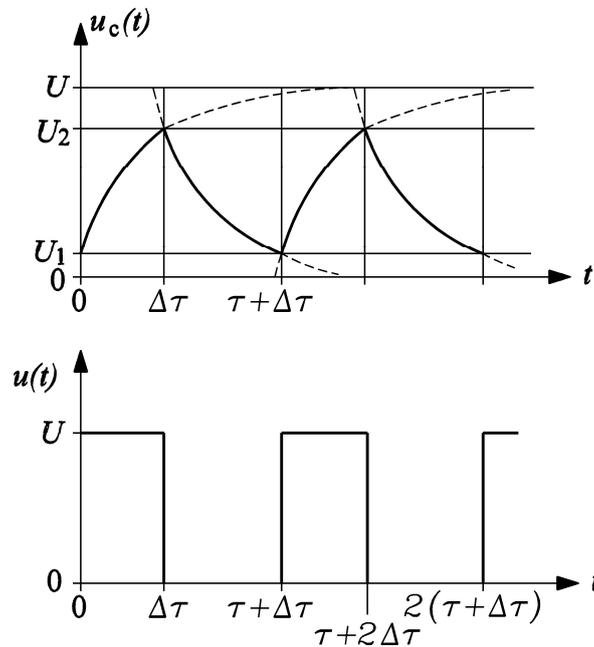


Bild 2.1.3-2: Spannung am Kondensator  $u_c$  beim Anlegen einer Rechteckspannung  $u$  an das R-C-Glied

## 2.2 Die elektromagnetische Spule

Die **magnetische Flussverkettung**  $\Psi$  (gemessen in V's), die in einer stromdurchflossenen Spule erzeugt wird, und der die Spule durchfließende Strom  $I$  sind einander proportional.

$$\Psi = L \cdot I \tag{2.2-1}$$

Der Proportionalitätsfaktor ist die **Induktivität**  $L$  der Spule, gemessen in (V's/A = H (Henry)). Der Strom  $I$  erregt nach dem *Ampère*'schen Gesetz eine magnetische Feldstärke  $H$  (gemessen in A/m), die je nach Material des Spulenkernes, der die Windungen trägt, einer magnetischen Flussdichte (gemessen in Vs/m<sup>2</sup> = T (Tesla))

$$B = \mu_0 \mu_r H \tag{2.2-2}$$

proportional ist. Der magnetischen Fluss  $\Phi$  (gemessen in V's = Wb (Weber)) pro Windung ist

$$\Phi = B \cdot A \tag{2.2-3}$$

Dabei ist  $A$  die von jeder Windung aufgespannte Fläche, wobei in (2.2-3) der Einfachheit halber angenommen ist, dass  $B$  über der Fläche  $A$  räumlich konstant ist. Wird von einer Spule mit  $N$  Windungen ausgegangen, so ist der mit ALLEN  $N$  Windungen verkettete Gesamtfluss die bereits erwähnte Flussverkettung

$$\Psi = N \cdot \Phi \quad (2.2-4)$$

Die zeitliche Änderung der Flussverketzung induziert dem *Faraday*'schen Induktionsgesetz zufolge eine Spannung in den Windungen der Spule.

Induzierte Spannung je Windung:

$$u_i(t) = -d\Phi(t) / dt \quad (2.2-5)$$

Induzierte Spannung für die gesamte Spule (alle  $N$  Windungen in Serie):

$$u_i(t) = -N \cdot d\Phi(t) / dt = -d\Psi(t) / dt \quad (2.2-6)$$

Der *Ohm*'sche Innenwiderstand der Spule ist durch den Widerstand  $R$  des Leitermaterials der Windungen bestimmt. Die an den Klemmen der Spule außen angelegte Spannung zur Aufrechterhaltung des Stromflusses heißt  $u(t)$ . Somit gilt für die Bestimmung des Stromflusses, dass die von außen angelegte Spannung und die induzierte Spannung gemeinsam den Strom treiben:

$$u(t) + u_i(t) = i \cdot R \quad (2.2-7)$$

Mit (2.2-1) in (2.2-6) folgt:

$$u(t) = -u_i(t) + i \cdot R = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} + i \cdot R \quad (2.2-8)$$

**Fazit:**

**Sowohl eine zeitliche Änderung des Stromes als auch eine zeitlich veränderliche Induktivität der Spule bei konstantem Strom  $i = I \neq 0$  rufen eine Flussänderung und damit auch eine Spannung hervor.**

Eine **ideale Spule** besteht aus widerstandslosem Leitermaterial ( $R = 0$ ). Ist  $L$  zeitlich konstant, so gilt für die ideale Spule

$$u(t) = L \frac{di}{dt} \quad (2.2-9)$$

Ist  $L$  von  $i$  und  $u$  unabhängig, also ein konstanter Parameter, so ist die Spule **linear**. Eine Verdopplung von  $di/dt$  ergibt auch eine Verdopplung von  $u$  usw. Ändert sich der Strom sinusförmig, so ändert sich auch die Spannung nach einer trigonometrischen Funktion ( $f$ : **Frequenz** des sinusförmigen Zeitsignals von Strom und Spannung, gemessen in  $1/s = \text{Hz}$  (*Hertz*),  $\omega = 2\pi f$ : **elektrische Kreisfrequenz**, gemessen in  $1/s$ ).

$$u(t) = L \frac{d(\hat{I} \sin(\omega t))}{dt} = \omega L \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega t) \quad (2.2-10)$$

Mit der **komplexen Rechnung** ( $j = \sqrt{-1}$ ) werden die trigonometrischen Funktionen  $\sin(\cdot)$  und  $\cos(\cdot)$  durch komplexe Zahlen für Strom und Spannung ersetzt, was die Rechnung vereinfacht.

$$u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega t + \varphi) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\{U \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}\} = \text{Re}\{U e^{j\varphi} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}\}$$

$$u(t) \Leftrightarrow \underline{U} = U \cdot e^{j\varphi} \quad (2.2-11)$$

Aus (2.2-10) wird mit dem komplexen Strom

$$\begin{aligned} i(t) &= \sqrt{2}I \sin(\omega t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \pi/2) = \operatorname{Re}\{I e^{-j\pi/2} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}\} \\ i(t) &\Leftrightarrow \underline{I} = I \cdot e^{-j\pi/2} = -jI \end{aligned} \quad (2.2-12)$$

die komplexe Gleichung

$$\underline{U} = j\omega L \cdot \underline{I} \quad (2.2-13)$$

Lineare Spulen können somit durch die **Reaktanz** (gemessen in  $\Omega$  (*Ohm*))

$$X = \omega L \quad (2.2-14)$$

beschrieben werden.

### 2.2.1 Die Luftspule

**Luftspulen** (Kern ist amagnetisch, also z. B. aus Luft) verhalten sich bis zu höchsten Frequenzen weitgehend linear bezüglich der Frequenz. Wird die Spule jedoch von einem **nichtlinearen** Materialkern (z.B. Eisenverbindungen) ausgefüllt, bei dem sich  $B(H)$  nichtlinear ändert, so wird bei sinusförmigem Spulenstrom und damit sinusförmigem  $H$  der zeitliche Verlauf von  $B$  und damit von  $\Psi$  und  $u$  i. a. **sich nicht mehr sinusförmig ändern**. Die Spule kann dann nicht mehr durch eine konstante Größe  $X = \omega L$  beschrieben werden, und die komplexe Rechnung KANN NICHT mehr verwendet werden.

Aus der Vorlesung "Grundlagen der Elektrotechnik" ist die mittlere Induktion  $B$  einer langen, vom Strom  $I$  durchflossenen Luftspule mit der Windungszahl  $N$  und der Länge  $l$  bekannt.

$$B \cong \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{l} \quad (2.2.1-1)$$

Die magnetische Flussverkettung  $\Psi$  durch alle  $N$  Windungen der Spule ergibt mit der Spulenquerschnittsfläche  $A$

$$\Psi = N \cdot \Phi = N \cdot B \cdot A = N \cdot \left( \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{l} \right) \cdot A \quad (2.2.1-2)$$

Nach der Definitionsgleichung (2.2-1) für die Induktivität  $L$  als Proportionalitätsfaktor zwischen Stromstärke  $I$  und Gesamtflussverkettung  $\Psi$  erhält man

$$L = \frac{\Psi}{I} = \mu_0 \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} \quad (2.2.1-3)$$

Diese Formel gilt jedoch in erster Linie nur für sehr lange und vor allem nur für einlagig bewickelte Spulen. Befinden sich mehrere Lagen Draht übereinander, kommt es zur Erhöhung der Gesamtin-

duktivität  $L$ , da der Fluss, der von einer Windung hervorgerufen wird, auch durch die darüber und darunter liegenden Drahtschleifen fließt.

*Beispiel 2.2.1-1:*

Beträgt z.B. die Lagendicke einer langen Luftspule 1 % bzw. 10 % des Gesamtdurchmessers der Luftspule, so erhöht sich die Gesamtinduktivität der Spule um etwa 1 % bzw. 7 % gegenüber Formel (2.2.1-3). Bei sehr **dicken Spulen**, deren Außendurchmesser doppelt so groß wie der Innendurchmesser ist, steigt  $L$  sogar um nahezu 40 % gegenüber (2.2.1-3).

**2.2.2 Messung der Induktivität über die Zeitkonstante**

An- und Abschaltvorgänge bei einer Spule in der Schaltung nach Bild 2.2.2-1 werden in der Vorlesung "Grundlagen der Elektrotechnik" behandelt.

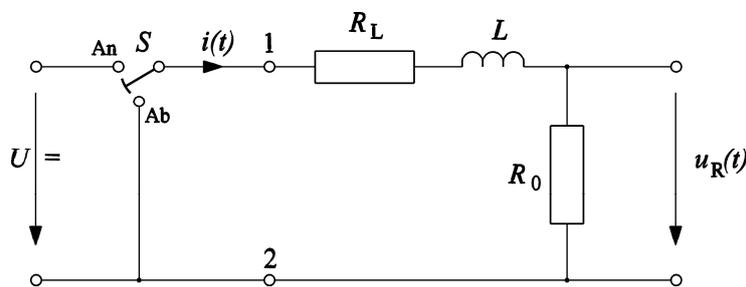


Bild 2.2.2-1: R-L-Glied

Für die **reale lineare Spule** (*Ohm'scher* Widerstand  $R_L$ ,  $L = \text{konst.}$ ) gilt – wenn sie in Serie mit dem *Ohm'schen* Widerstand  $R_0$  geschaltet ist - gemäß (2.2-8)

$$u(t) = L \frac{di}{dt} + i \cdot (R_L + R_0) = L \frac{di}{dt} + i \cdot R \tag{2.2.2-1}$$

Beim Anschalten einer Gleichspannung  $u(t) = U$  ist die Lösung der linearen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

$$\frac{di}{dt} + i \cdot \frac{R}{L} = \frac{U}{L} \tag{2.2.2-2}$$

und der Anfangsbedingung  $i(0) = 0$  die Summe aus homogener Lösung  $i_h(t) = C_1 e^{-t/T}$  und partikulärer Lösung  $i_p(t) = K$  konstant, da auch die rechte Seite konstant ist. Einsetzen von  $i_p(t)$  in (2.2.2-2) ergibt:

$$K = U / R \tag{2.2.2-3}$$

Anpassen der Lösung  $i(t) = i_h(t) + i_p(t) = C_1 e^{-t/T} + (U / R)$  an die Anfangsbedingung liefert  $C_1$ .

$$i(0) = C_1 e^{-0} + (U / R) = 0 \Rightarrow C_1 = -U / R \tag{2.2.2-4}$$

und damit die Lösung für den Ladestrom der Spule

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot (1 - e^{-t/T}) \quad (2.2.2-5)$$

mit der **Zeitkonstante**

$$T = L / R \quad (2.2.2-6)$$

Nach unendlich langer Zeit fließt der Gleichstrom  $i = I = U/R$ . Beim Wechsel des Schalters S in die Stellung "Ab" wird das L-R-Glied kurz geschlossen und der Strom in der Spule klingt exponentiell ab. Es gilt wieder die Differentialgleichung (2.2.2-1), nun aber mit der Anfangsbedingung  $i(0) = I$ , während die Spannung  $u(t) = 0$  ist. Damit ist die partikuläre Lösung Null, und es verbleibt für den Strom die Lösung  $i = i_h + i_p = i_h = C_2 e^{-t/T}$ . Die Bestimmung von  $C_2$  erfolgt mit der Anfangsbedingung

$$i(0) = C_2 e^{-0} = U / R \Rightarrow C_2 = U / R \quad (2.2.2-7)$$

Der abklingende Spulenstrom lautet

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-t/T} \quad (2.2.2-8)$$

Wird nun statt des Schalters S an die Klemmen 1 und 2 in Bild 2.2.2-1 eine rechteckförmige Spannung  $u(t)$  mit demselben Zeitverlauf wie in Bild 2.1.3-2 gelegt, so folgt die Spannung  $u_R(t)$  einem zeitlichen Verlauf, der in Bild 2.2.2-2 beschrieben ist.

Durch den Messwiderstand  $R_0$ , der zur oszillographischen Aufnahme der der Stromstärke  $i(t)$  proportionalen Spannung  $u_R(t)$

$$u_R(t) = R_0 \cdot i(t) \quad (2.2.2-9)$$

dient, verkleinert sich die Zeitkonstante  $T$  der Exponentialfunktion zu

$$T = L / (R_0 + R_L) \quad (2.2.2-10)$$

Die maximal erreichbare Spannung  $U'$  am Widerstand  $R_0$  ergibt sich, da die Induktivität  $L$  dann von Gleichstrom durchflossen wird und daher keinen Spannungsfall mehr bewirkt, aus der Spannungsteilerregel:

$$U' = U \cdot \frac{R_0}{R_0 + R_L} \quad (2.2.2-11)$$

Das Verhältnis von  $U_2$  und  $U_1$  in Bild 2.2.2-2 wird dank der Exponentialfunktion

$$\frac{U_2}{U_1} = e^{\tau/T} \quad (2.2.2-12)$$

woraus sich die **Zeitkonstante**

$$T = \frac{\tau}{\ln(U_2 / U_1)} \tag{2.2.2-13}$$

und die **Induktivität**

$$L = \tau \cdot \frac{R_0 + R_L}{\ln(U_2 / U_1)} \tag{2.2.2-14}$$

leicht bestimmen lässt. Wieder wird bei diesen Berechnungen eine Luftspule vorausgesetzt. Bei nichtlinearen Spulenmaterialien werden natürlich keine Exponentialfunktionen mehr auftreten.

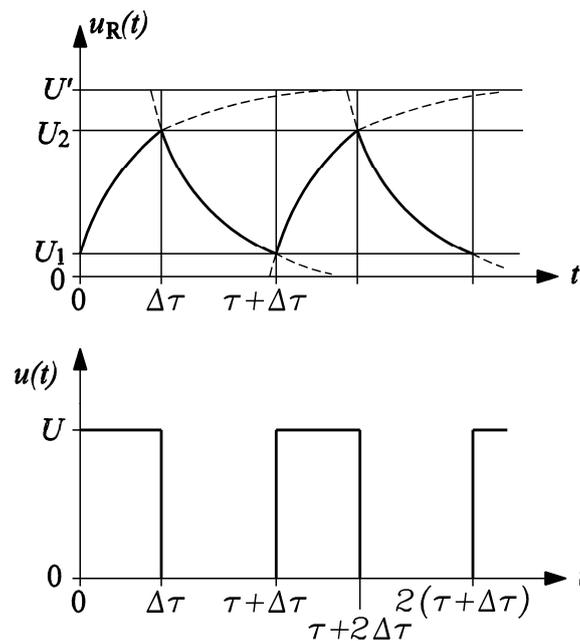


Bild 2.2.2-2: Spannungsverlauf  $u_R(t)$  am Widerstand  $R_0$  des  $R$ - $L$ -Glieds bei rechteckförmiger Spannung  $u(t)$  am Eingang

### 2.3 Ortskurven komplexer Widerstände und Leitwerte

Bei Speisung von *Ohm'schen*, kapazitiven und induktiven Netzwerken mit sinusförmiger Spannung sind auch die Ströme sinusförmig, wenn die Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten konstant sind.

In manchen Fällen will man wissen: Wie wirkt sich eine Änderung der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  ( $f$ : Frequenz des sinusförmigen Zeitsignals von  $U$  und  $I$ ) auf die Impedanz eines Zweipols aus?

Zur Veranschaulichung einer solchen Abhängigkeit zeichnet man die Kurve auf, die von der Spitze des Impedanz-Operators  $\underline{Z}$  in der komplexen Ebene durchlaufen wird, wenn die veränderliche Größe verschiedene Werte annimmt. Eine solche Kurve nennt man **Ortskurve**.

a) *Geraden als Ortskurven:*

Als Beispiel hierzu betrachten wir eine  $R$ - $L$ -Reihenschaltung und stellen ihre Ortskurve dar, wenn  $\omega$  verändert werden.

$$\underline{Z} = R + j\omega L \tag{2.3-1}$$

Der Realteil ist konstant unabhängig von der Frequenz, während der Imaginärteil linear mit der Frequenz wächst. Die Spitze des komplexen Zeigers  $\underline{Z}$  beschreibt somit als eine Gerade. In Bild 2.3-1 ist die komplexe Ebene dargestellt, wobei die  $x$ -Achse die Re-Achse und die  $y$ -Achse die Im-Achse darstellt. Die Gerade als Ortskurve von  $\underline{Z}$  ist die Halbgerade  $g$ , die bei  $P_1$  beginnt und nach oben verläuft. Der Punkt  $P_1$  hat die Koordinaten  $(a/0) = (R/0)$ , ein willkürlich gewählter Punkt  $P$  die Koordinaten  $(a/y) = (R/\omega L)$ .

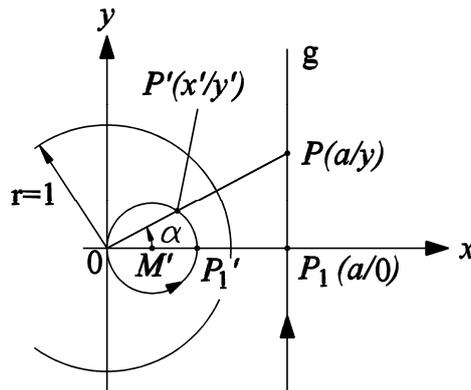


Bild 2.3-1: Die Inversion der Gerade  $g$  ergibt den kleinen Kreis (Mittelpunkt  $M'$ , Punkte  $0, P', P_1'$  auf dem Kreis)

**Fazit:**

Die Ortskurve  $g$  hat ihren Fußpunkt auf der reellen Achse ( $\omega = 0$ ) und ist eine Halbgerade, die parallel zur imaginären Achse liegt. Ortskurven, die die Frequenzabhängigkeit einer Impedanz  $\underline{Z}$  oder Admittanz  $1/\underline{Z} = \underline{Y}$  darstellen, sind für die elektrische Nachrichtentechnik besonders interessant.

*b) Kreise als Ortskurven:*

Die  $R$ - $L$ -Reihenschaltung hat eine Impedanz  $\underline{Z}(\omega)$ , deren Ortskurve eine Halbgerade ist. Bildet man nun den Kehrwert  $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$ , so entsteht als Ortskurve für alle möglichen Werte  $\underline{Y}(\omega)$  ein **Halbkreis** mit dem Durchmesser  $G = 1/R$ . In Bild 2.3-1 ist dies der Kreis durch die Punkte  $0$  und  $P_1'$ . Man sagt, dass die  $\underline{Y}$ -Ortskurve durch **Inversion** aus der  $\underline{Z}$ -Ortskurve entsteht (und umgekehrt: die  $\underline{Z}$ -Ortskurve entsteht durch Inversion aus der  $\underline{Y}$ -Ortskurve).

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + j\omega L} \tag{2.3-2}$$

Allgemein gilt: die Inversion eines Kreises ergibt wiederum einen Kreis. Hierbei werden Geraden als Sonderfall eines Kreises (mit unendlich großem Radius) angesehen: jeder Kreis, der durch den Nullpunkt der Gauß'schen komplexen Zahlenebene geht, geht durch Inversion in eine Gerade über (und umgekehrt).

*c) Beweis: Durch Inversion einer Geraden entsteht ein Kreis*

Im Folgenden wird gezeigt, dass die Inversion der Geraden  $g$  den Kreis durch die Punkte  $0$  und  $P_1'$  ergibt. Inversion bedeutet dabei gemäß (2.3-1) und (2.3-2), dass jede Strecke  $\overline{OP}$ , die dem Zeiger  $\underline{Z}$  entspricht, in deren Kehrwert

$$\overline{0P'} = \frac{1}{\overline{0P}} \quad (2.3-3)$$

überführt wird. Dies entspricht der Kehrwertbildung

$$|\underline{Y}| = \frac{1}{|\underline{Z}|} \quad (2.3-4)$$

Gemäß Bild 2.3-1 gilt:

$$\overline{0P'} = \frac{1}{\overline{0P}} = \frac{\cos \alpha}{a} \quad (2.3-5)$$

Daraus folgt für die Koordinaten des Punktes  $P'$

$$x' = \overline{0P'} \cdot \cos \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{a} = \frac{\cos(2\alpha) + 1}{2a} \quad (2.3-6)$$

$$y' = \overline{0P'} \cdot \sin \alpha = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{a} = \frac{\sin(2\alpha)}{2a} \quad (2.3-7)$$

Durch Elimination des Parameters  $\alpha$  ergibt sich die Beziehung

$$\left(x' - \frac{1}{2a}\right)^2 + y'^2 = \left(\frac{1}{2a}\right)^2 \quad (2.3-8)$$

d.h. der zu  $P$  inverse Punkt  $P'$  liegt auf einem durch den Ursprung gehenden Kreis  $k'$  mit dem Mittelpunkt  $M'$  mit den Koordinaten  $\left(\frac{1}{2a} / 0\right)$  und dem Radius  $r' = 1/(2a)$ . Durchläuft der Punkt  $P$  die ganze Gerade  $g$ , so durchläuft der Punkt  $P'$  den ganzen Kreis  $k'$ . Aus (2.3-2) folgt daraus, dass der Kreisdurchmesser  $1/R$  beträgt. Die Ortskurve von  $\underline{Z}$ , Halbgerade von  $P_I$  nach oben, geht in einen Halbkreis über. Wegen

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{1}{Z \cdot e^{j\alpha}} = \frac{1}{Z} \cdot e^{-j\alpha} \quad (2.3-9)$$

ist es aber nicht der obere Halbkreis, **sondern der UNTERE Halbkreis.**

Aus der obigen Ableitung folgt umgekehrt, dass das inverse Bild eines Kreises, der durch den Ursprung geht, eine Gerade ist. Eine  $\omega$ -Skala auf der Geraden überträgt sich natürlich auf den Kreis. In unserem Beispiel (2.3-1) ist sie bei der Halbgeraden linear. Diese Linearität geht auf dem Halbkreis allerdings verloren. Der  $\infty$ -ferne  $\underline{Y}(\omega)$ -Punkt ( $\omega \rightarrow \infty$ ) geht in den Ursprung über.

**Fazit:**

**Praktisch muss man nur einen einzigen Punkt invertieren, nämlich den auf der Geraden  $g$  dem Inversionspunkt  $0$  am nächsten liegenden Punkt  $P_I$ . Der „unendlich ferne“ Punkt geht in den Mittelpunkt  $0$  des Inversionskreises über. Es liegt daher aus Symmetriegründen der**

Mittelpunkt  $M'$  des gesuchten Kreises in der Mitte zwischen  $0$  und  $P'_1$ . Der Radius des gesuchten Kreises ist durch  $\overline{M'0} = \overline{M'P'_1}$  gegeben.

### 2.4 Ortskurven und BODE-Diagramm von Zweipolen

Die Spannungs- und Stromverhältnisse bei sinusförmigen Zeitsignalen an passiven Netzwerken sind nach Betrag der Amplitude und Phasenlage zwischen  $u$  und  $i$  sowohl als Ortskurven in einem Bild oder getrennt nach Betrag der Amplitude und des Phasenwinkels in Abhängigkeit der Frequenz darstellbar. Der Logarithmus des Amplitudenverhältnisses und der Phasenwinkel über dem Logarithmus der Frequenz werden als **BODE-Diagramm** bezeichnet.

a) *R-C-Zweipol:*

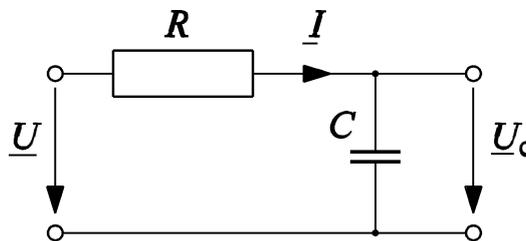


Bild 2.4-1: R-C-Glied mit zeitlich sinusförmig veränderlichen Größen Strom und Spannung

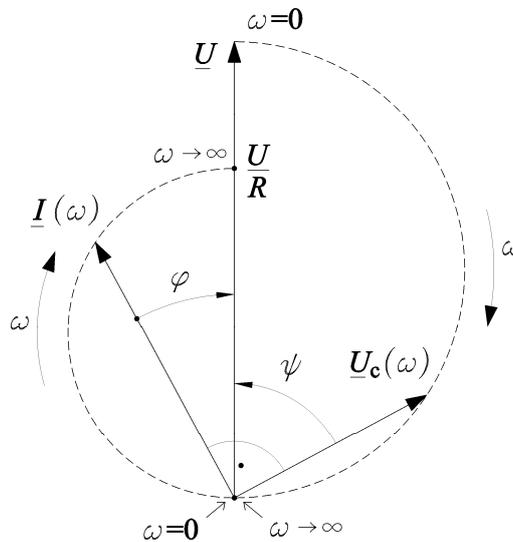


Bild 2.4-2: Ortskurve von Strom und Spannung am Kondensator für das R-C-Glied bei fester Spannung  $\underline{U} = U$  am Eingang und variabler Frequenz  $f$  bzw. Kreisfrequenz  $\omega$

$$\underline{U} = R\underline{I} + \frac{1}{j\omega C}\underline{I} \Rightarrow \underline{I} = \frac{U}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot e^{-j\varphi} \tag{2.4-1}$$

$$\underline{U}_C = \frac{U}{1 + j\omega RC} = \frac{U}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{U}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \cdot e^{j\psi} \quad \psi = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \tag{2.4-2}$$

Als "Eckkreisfrequenz"

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{T} \quad (2.4-3)$$

tritt der Kehrwert der Zeitkonstante  $T$  auf. Die Abschwächung der Spannung am Kondensator gegenüber der Eingangsspannung wird als logarithmischer Pegel, gemessen in dB (deziBel),

$$L = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_C}{U}\right) \quad (2.4-4)$$

angegeben. Für das  $R$ - $C$ -Glied ergibt sich

$$L = 20 \cdot \lg\left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_0)^2}}\right) \quad (2.4-5)$$

Der Phasenwinkel zwischen Eingangsspannung  $U$  und Strom  $I$  am Kondensator wird vom Strom zur Spannung gezählt (Bild 2.4-2) und ist daher im mathematischen Zählsinn negativ:

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (2.4-6)$$

Die graphische Darstellung von (2.4-4), (2.4-5) und den Phasenwinkel  $\psi$  (2.4-2) über der bezogenen Kreisfrequenz  $\omega/\omega_0$  im logarithmischen Maßstab ist das **BODE-Diagramm**.

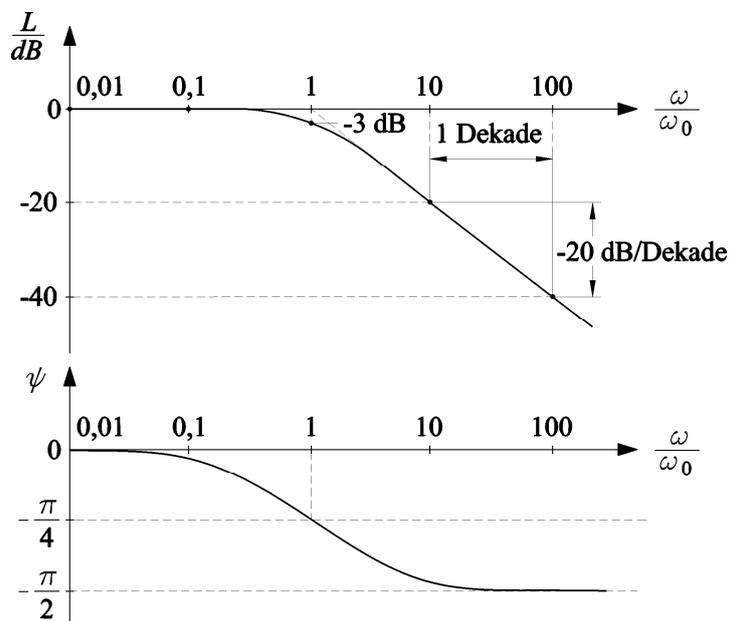


Bild 2.4-3: BODE-Diagramm des  $R$ - $C$ -Glieds: oben: Betragsverhältnis  $U_C/U$ , unten: Phasenwinkel zwischen  $U$  und  $U_C$

a)  $R$ - $L$ -Zweipol:

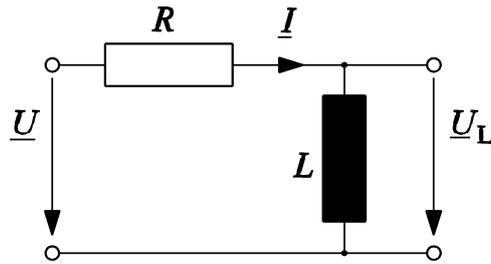


Bild 2.4-4: R-L-Glied mit zeitlich sinusförmig veränderlichen Größen Strom und Spannung

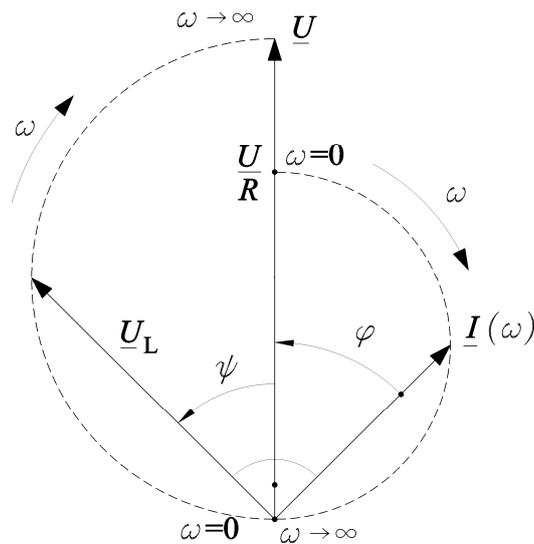


Bild 2.4-5: Ortskurve von Strom und Spannung an der Spule für das R-L-Glied bei fester Spannung  $\underline{U} = U$  am Eingang und variabler Frequenz  $f$  bzw. Kreisfrequenz  $\omega$

$$\underline{U} = R\underline{I} + j\omega L\underline{I} \Rightarrow \underline{I} = \frac{U}{R + j\omega L} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot e^{-j\varphi} \tag{2.4-7}$$

$$\underline{U}_L = \frac{j\omega(L/R) \cdot U}{1 + j\omega(L/R)} = \frac{j(\omega/\omega_0) \cdot U}{1 + j(\omega/\omega_0)} = \frac{(\omega/\omega_0) \cdot U}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \cdot e^{j\psi} \quad \psi = \arctan(\omega_0 / \omega) \tag{2.4-8}$$

Als "Eckkreisfrequenz"

$$\omega_0 = \frac{R}{L} = \frac{1}{T} \tag{2.4-9}$$

tritt der Kehrwert der Zeitkonstante  $T$  auf. Die Abschwächung der Spannung an der Spule gegenüber der Eingangsspannung wird wieder als logarithmischer Pegel,

$$L = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_L}{U}\right) \tag{2.4-10}$$

angegeben. Im Fall des R-L-Glieds ergibt sich

$$L = 20 \cdot \lg \left( \frac{\omega / \omega_0}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_0)^2}} \right) \quad (2.4-11)$$

Der Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom an der Spule wird vom Strom zur Spannung gezählt und ist daher im mathematischen Zählsinn positiv:

$$\varphi = \arctan \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad (2.4-12)$$

Die graphische Darstellung von (2.4-11) und (2.4-12) über der bezogenen Kreisfrequenz  $\omega/\omega_0$  im logarithmischen Maßstab ist das **BODE-Diagramm**.

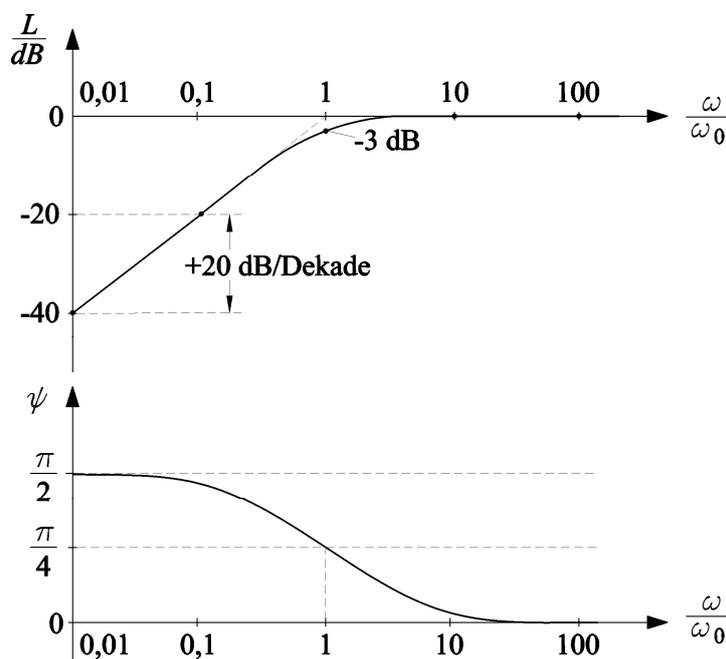


Bild 2.4-6: BODE-Diagramm des R-L-Glieds: oben: Betragsverhältnis  $U_L/U$ , unten: Phasenwinkel zwischen  $U_L$  und  $U$

## Versuchsdurchführung

### 2.5 Plattenkondensator mit variablem Plattenabstand/Dielektrikum, Elektrolyt-Kondensator

#### 2.5.1 Messung der Kapazität des Plattenkondensators in Luft ( $\epsilon_r = 1$ ) bei variablem Plattenabstand $x$

Aufbau:

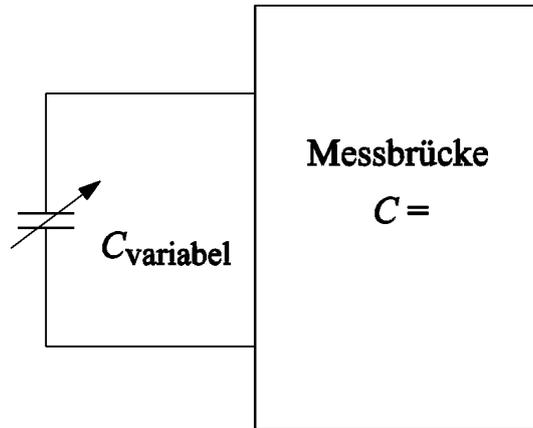


Bild 2.5-1: Schaltung zur Messung der Kapazität eines Plattenkondensators

Für die Messungen sind der Plattenkondensator und das digitale Kapazitätsmessgerät MEGGER B131 zu verwenden. Vor der Versuchsdurchführung ist bei eingeschaltetem Messgerät der Offset an der digitalen Messbrücke in den Messbereichen 200 pF und 2 nF auf etwa Null einzustellen. Dabei ist zu beachten, dass bei jedem Wechsel des Messbereichs eine erneute Offsetkorrektur erfolgen muss. Der Plattenkondensator ist nach Bild 2.5-1 mit der digitalen Messbrücke mit geeigneten Kabeln zu verbinden

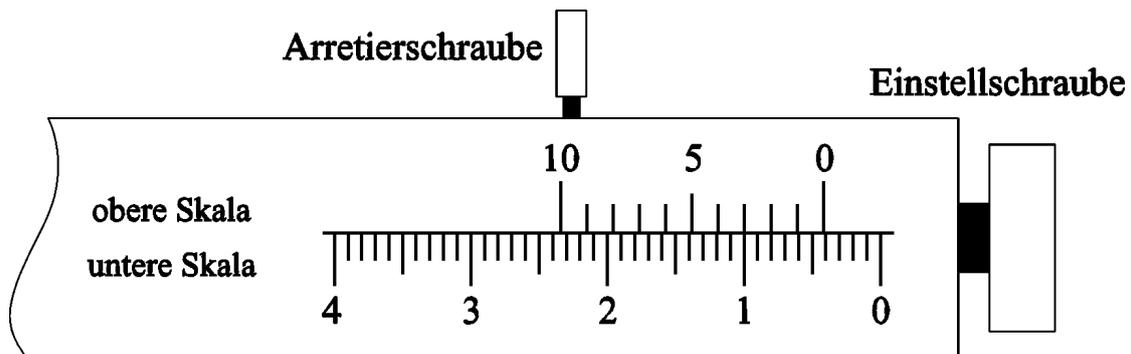


Bild 2.5-2: Zur Einstellung des Plattenabstandes

Vor dem Verstellen des Plattenabstandes ist die Arretierschraube zu lösen. Bei gelöster Arretierschraube ist nun der Plattenabstand frei per Hand einstellbar. Zum feinen Einstellen ist die Arretierschraube festzustellen und mit der Einstellschraube der geforderte Wert exakt einzustellen.

Hilfe: Der 'Null'-Strich der oberen Skala zeigt auf der unteren Skala den Wert in Millimeter an.

**Durchführung:**

Der Plattenabstand ist im Bereich  $1 \text{ mm} < x < 50 \text{ mm}$  einzustellen, und die jeweiligen Kapazitätswerte sind zu notieren.

Messwerttabelle 2.5-1:

$x / \text{mm}$	$C_{rech} / \text{nF}$	$C_{mess} / \text{nF}$
1		
2		
3		
4		
5		
10		
15		
20		
30		
40		
50		

**Auswertung:**

Die ermittelten Kapazitätswerte sind als Funktion  $C_{mess} = f(x)$  zusammen mit den in der Vorbereitung berechneten Werten  $C_{rech}$  in ein gemeinsames Diagramm einzuzeichnen. Die Abweichungen sind zu diskutieren.

**2.5.2 Messung der Kapazität des Plattenkondensators bei variablem Dielektrikum ( $\epsilon_r > 1$ ) und festem Plattenabstand  $x$**

**Aufbau:** Analog zu 2.5.1

**Durchführung:**

Die beiliegende PVC - Kunststoffplatte ist zwischen den beiden Platten einzuklemmen und der Kapazitätswert und der abgelesene Plattenabstand sind zu notieren. Für die genaue Ablesung verwenden Sie bitte die angebrachte NONIUS - Skala. Eine kurze Beschreibung, wie man damit abliest, wird unten gegeben. Danach wird die Kunststoffplatte wieder entfernt und der zuvor notierte Plattenabstand eingestellt. Der sich jetzt ergebende Kapazitätswert ist ebenfalls zu notieren.

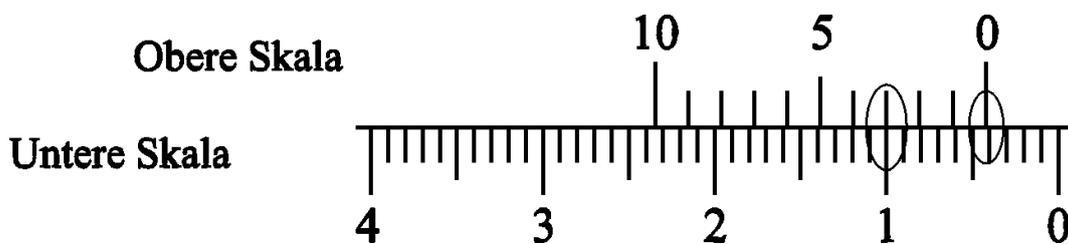


Bild 2.5-3: Zum Ablesen der NONIUS-Skala

Die untere Skala ist die Millimeterskala, die obere Skala ist die Feinskala. Abgelesen wird nach folgendem Schema. Der 'Null'-Strich der oberen Skala legt den Wert vor dem Komma fest, also im obigen Fall '4 mm'. Dann wird an der oberen Skala der Teilstrich gesucht, der sich mit einem Teilstrich auf der unteren Skala überdeckt. Dies ist dann der Wert nach der Kommastelle, in obigem Fall '3'. Das Bild oben entspricht demnach einem Wert von 4,3 mm.

Messwerttabelle 2.5-2:

Dielektrikum	$x / \text{mm}$	$C_{\text{mess}} / \text{nF}$	$\epsilon_r$
PVC-Platte			
Luft			1

**Auswertung:**

Berechnen Sie die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  des Materials.

**2.5.3 Messung der Kapazität eines Elektrolyt-Kondensators**

**Aufbau:**

Statt des Plattenkondensators ist jetzt der Kondensator  $C_1$  direkt an die Messbuchsen des digitale Kapazitätsmessgerätes anzuschließen (Auf die richtige Polung achten).

**Durchführung:**

Der angezeigte Wert ist zu notieren.

**Messwerttabelle:**

Kondensator	$C_{\text{mess}} / \mu\text{F}$
1	

Nach der Messung bitte das Kapazitätsmessgerät ausschalten (Akku schonen!).

**2.6 RC-Glied: Zeitkonstante, Frequenzgang, Strom-Ortskurve, BODE-Diagramm**

**2.6.1 Bestimmung der Kapazität aus der Zeitkonstanten**

Bauen Sie die Messschaltung nach Bild 2.6-1 auf. Verwenden sie dazu den Widerstand  $R_{vc} = 1 \text{ k}\Omega$ , den Kondensator  $C_2$ , den Funktionsgenerator FG 200, den Frequenzzähler und das Oszilloskop TDS 1002. Kanal 1 (Ch1) des Oszilloskops ist über das Steckbrett mit dem Ausgang des Funktionsgenerators zu verbinden. Kanal 2 (Ch2) ist über das Steckbrett am Kondensator  $C_2$  anzuschließen. Der Frequenzzähler ist über geeignete Messkabel mit dem Steckbrett zu verbinden. Achten Sie darauf, das die Masseanschlüsse der Messkabel auf das gleiche Potential gesteckt sind. Am Funktionsgenerator ist der Ausgang DC-Out zu benutzen.

**Aufbau:**

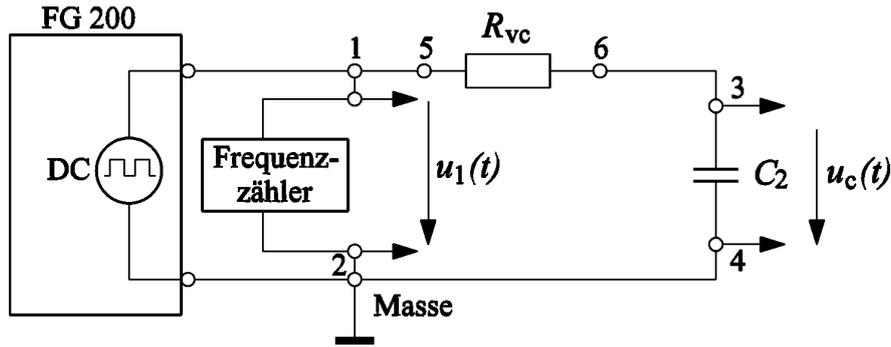


Bild 2.6-1: Schaltung zur Bestimmung der Kapazität über die Zeitkonstante

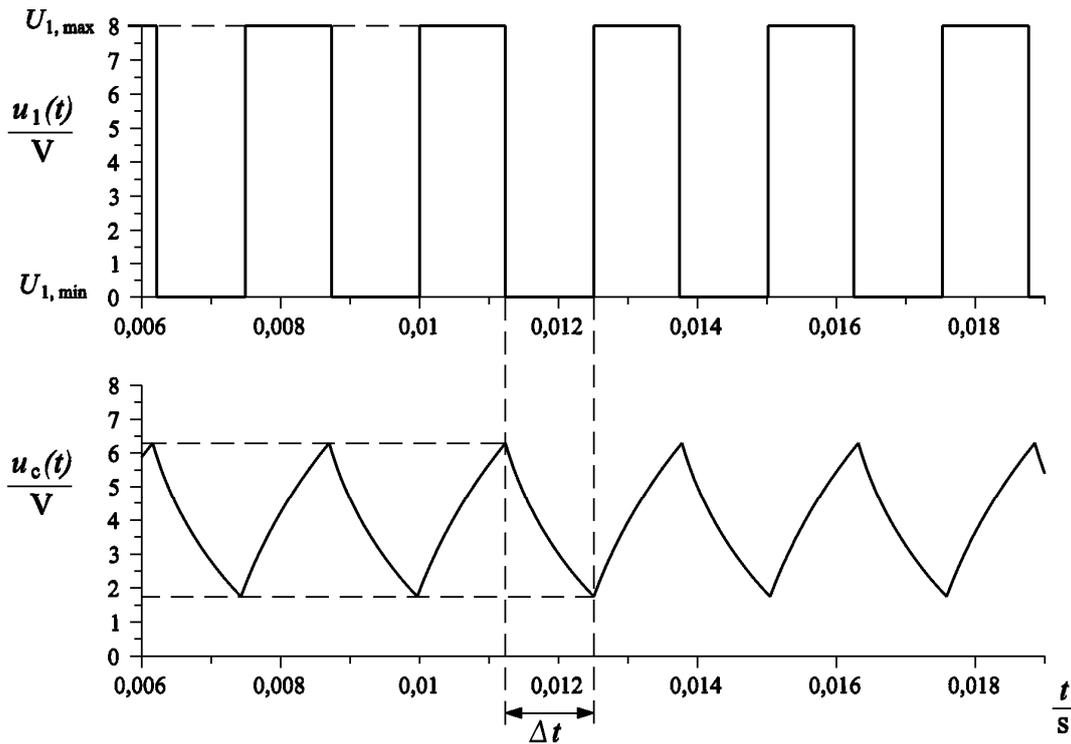


Bild 2.6-2: Beispielhafte Zeitverläufe von Eingangsspannung und Spannung am Kondensator

**Voreinstellungen am Oszilloskop:**

- Ch1: 5 V/Div, Position Ch1: +1 Div
- Ch2: 2 V/Div, Position Ch2: -3 Div
- Trigger: Ch1

**Durchführung:**

Der Funktionsgenerator ist auf "Rechtecksignal" zu stellen. Der Zeitverlauf der Eingangsspannung  $u_1(t)$  wird auf dem Oszilloskop dargestellt, und das Minimum der Rechteckfunktion  $U_{1,min}$  wird über den Knopf DC-Offset am Funktionsgenerator FG 200 auf 0 V eingestellt. Das Maximum  $U_{1,max}$  auf +8 V (siehe Bild 2.6-2). Die Spannung am Kondensator  $u_c(t)$  ist eine auf- und abklingende Exponential-Funktion. Über das Oszilloskop misst man mit der Cursor-Funktion die Höhe des Minimums  $U_{c,min}$  und des Maximums  $U_{c,max}$ , sowie die Abklingzeit  $\Delta t$  dieser Funktion  $u_c(t)$  (vergl. Bild 2.6-2). Führen Sie die Messungen für  $f = 200, 400$  und  $600$  Hz durch. Stellen Sie die Signale analog zu Bild 2.6-2 dar und machen Sie einen Ausdruck für  $f = 100$  Hz.

Messwerttabelle 2.6-1:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	$f_{\text{ist}} / \text{Hz}$	$U_{c,\text{max}} / \text{V}$	$U_{c,\text{min}} / \text{V}$	$\Delta t = 1/2f / \text{ms}$	$C_2 / \mu\text{F}$
200					
400					
600					

**Auswertung:**

Berechnen Sie aus den gemessenen Größen die Kapazität des Kondensators  $C_2$ .  
 Wie groß ist die Zeitkonstante des  $RC$ -Glieds?  
 Zeichnen Sie die berechnete Zeitkonstante in den Ausdruck ein.

**2.6.2 Bestimmung der Ortskurve  $I(\omega)$ , Vergleich mit der Rechnung**

**Aufbau:**

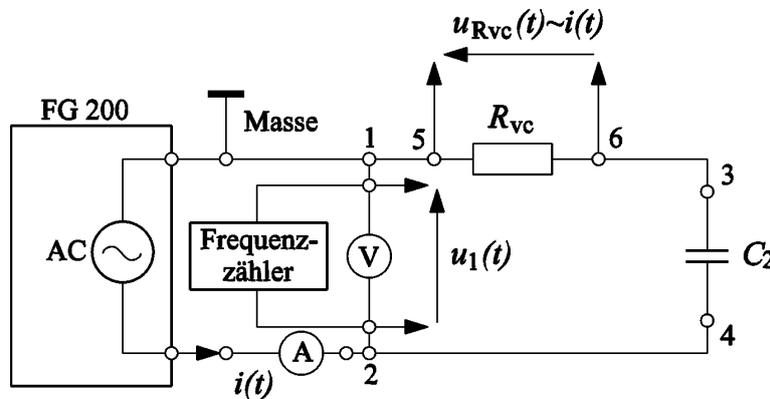


Bild 2.6-3: Schaltung zur Messung der Ortskurve  $I(\omega)$  des  $RC$ -Glieds

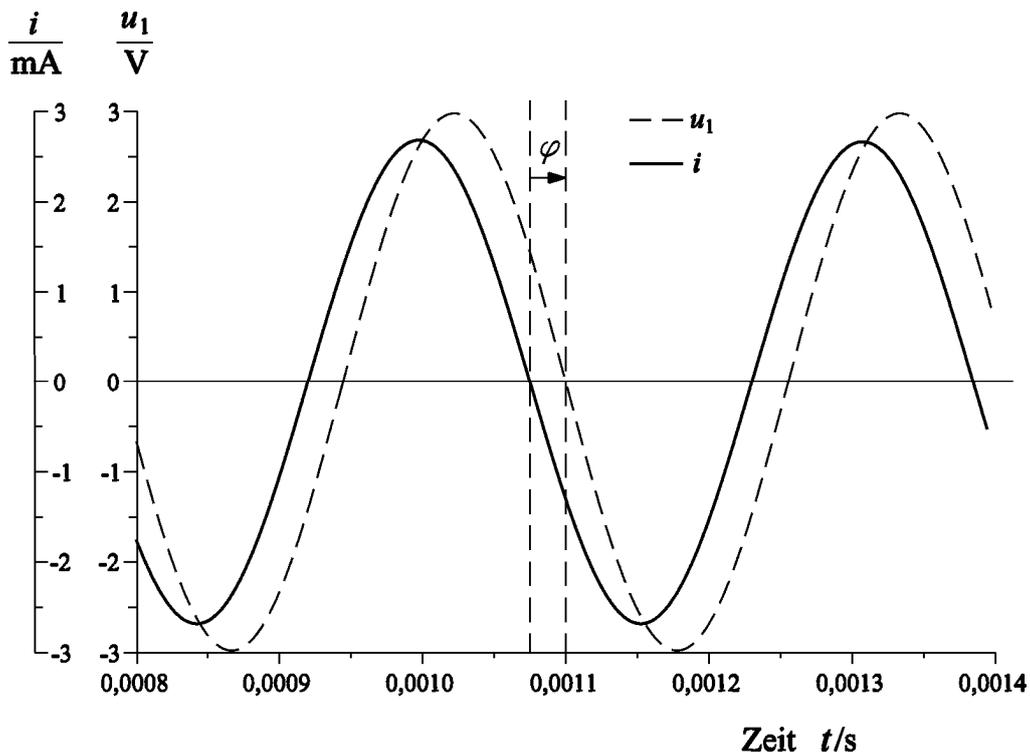


Bild 2.6-4: Beispielhafte Zeitverläufe der Eingangsspannung und des Stroms am Kondensator

Bauen Sie die Messschaltung nach Bild 2.6-3 auf. Verwenden Sie dazu den Widerstand  $R_{vc} = 1 \text{ k}\Omega$ , den Kondensator  $C_2$ , den Funktionsgenerator FG 200, die Wechselstrom (AC) Volt- und Ampere-meter, den Frequenzzähler und das Oszilloskop TDS 1002.

Kanal 1 (Ch1) des Oszilloskops ist über das Steckbrett mit dem Ausgang  $u_1(t)$  des Funktionsgenerators zu verbinden, Kanal 2 (Ch2) mit dem Messwiderstand  $R_{vc}$ . Achten Sie darauf, dass die Masseanschlüsse der Messkabel auf das gleiche Potential gesteckt sind. Am Funktionsgenerator ist der Ausgang AC-Out ( $600 \text{ }\Omega$ ,  $12 \text{ V}_{ss}$ ) zu benutzen.

**Voreinstellungen am Oszilloskop:**

Ch1: 2 V/Div, Position Ch1: 0 V  
 Ch2: 2 V/Div, Position Ch2: 0 V  
 Trigger: Ch1

**Durchführung:**

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Stellen Sie einen Effektivwert von  $U_1 = 3 \text{ V}$  ein und achten Sie darauf, dass die Spannung  $U_1$  am Voltmeter bei allen Messungen konstant bleibt. Bestimmen Sie den Effektivwert des Stroms  $i$  über den Spannungsabfall  $U_{Rvc}$  am Vorwiderstand  $R_{vc}$ . Wählen Sie dazu am Oszilloskop das Messmenü Effektivwert für Kanal 2 (Ch2) (siehe "Kurzanleitung Oszi"). Der Strom ergibt sich dann aus  $I = U_{Rvc}/R_{vc}$ . Am Oszilloskop ist dann die Zeitverschiebung  $\Delta t$  zwischen  $u_1(t)$  und  $i(t)$  zu bestimmen (vergl. Bild 2.6-4). Achten Sie auf das Vorzeichen von  $\varphi$ ! Die Messungen sind im Bereich  $10 \text{ Hz} < f < 2 \text{ kHz}$  durchzuführen. Der Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen  $u_1(t)$  und  $i(t)$  ergibt sich aus  $\varphi = f\Delta t 360^\circ$ .

Achten Sie auf das Vorzeichen von  $\varphi$ ! Die Zählung erfolgt vom Strom zur Spannung, und ist daher in diesem Fall kapazitiv, also negativ.

Messwerttabelle 2.6-2:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	$f_{\text{ist}} / \text{Hz}$	$\omega / \text{s}^{-1}$	$U_R / \text{V}$	$I_{\text{Ampermetr}} / \text{mA}$	$U_R / R_{vc}$	$\Delta t / \text{ms}$	$\varphi / ^\circ$	$U_1 / \text{V}$
10								
50								
100								
200								
300								
400								
500								
1000								
2000								

**Auswertung:**

Die gemessene Ortskurve  $\underline{I} = f(\omega)$  ist zu zeichnen.

Berechnen Sie für ein RC-Glied mit  $R = R_{vc} = 1 \text{ k}\Omega$  und  $C = C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$  die theoretische Ortskurve für  $U_1 = 3 \text{ V}$  und zeichnen Sie die Ergebnisse in dasselbe Diagramm mit der gemessenen Ortskurve ein. Der Phasenwinkel  $\varphi$  wird vom Strom  $I$  zur Spannung  $U_1$  gezählt und ist daher im mathematischen Zählsinn negativ.

$$I = \frac{U_1}{\left| R_{vc} + \frac{1}{j\omega C_2} \right|} \quad \text{und} \quad \varphi = -\arctan \frac{1}{\omega R_{vc} C_2}$$

Vergleichen Sie die gemessenen Werte von  $I$  und  $\varphi$  mit den theoretischen Werten.

### 2.6.3 Bestimmung des BODE-Diagramms mit Amplituden- und Phasengang

**Aufbau:**

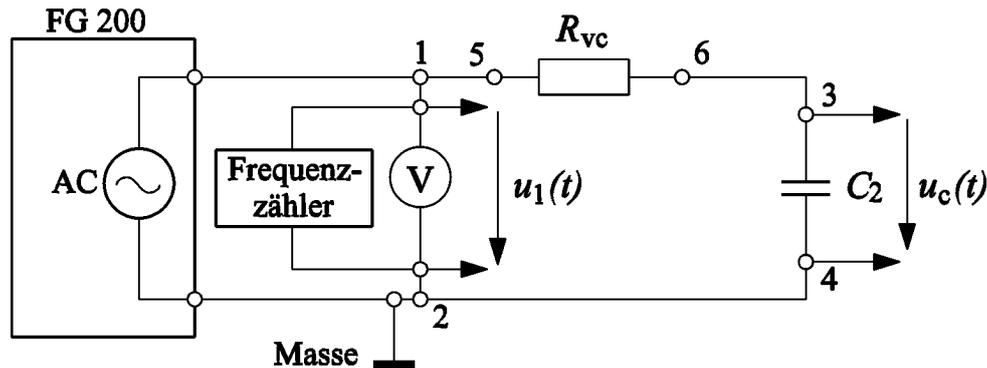


Bild 2.6-5: Schaltung zur Bestimmung des BODE-Diagramms des RC-Glieds

Ändern Sie die Messschaltung nach Bild 2.6-5 ab. Verwenden Sie dazu weiterhin den Widerstand  $R_{vc} = 1 \text{ k}\Omega$ , den Kondensator  $C_2$ , den Funktionsgenerator FG 200, das AC-Voltmeter, den Frequenzzähler und das Oszilloskop TDS 1002. Kanal 1 (Ch1) des Oszilloskops ist über die Klemmen 1 und 2 auf dem Steckbrett zu verbinden mit dem Ausgang des Funktionsgenerators zu verbinden, Kanal 2 (Ch2) über die Klemmen 3 und 4 auf dem Steckbrett mit dem Kondensator  $C_2$ . Achten Sie dabei auf den geänderten Masseanschluss! Am Funktionsgenerator ist der Ausgang AC-Out ( $600 \Omega, 12 \text{ V}_{ss}$ ) zu benutzen.

#### Voreinstellungen am Oszilloskop:

Ch1: 2 V/Div, Position Ch1: 0 V  
 Ch2: 2 V/Div, Position Ch2: 0 V  
 Trigger: Ch1

#### Durchführung:

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Stellen Sie einen Effektivwert von  $U_1 = 3\text{V}$  ein und achten Sie darauf, dass die Spannung  $U_1$  am Voltmeter bei allen Messungen konstant bleibt. Für Frequenzen  $f$  im Bereich  $10 \text{ Hz} < f < 10 \text{ kHz}$  sind die Eingangsspannung  $u_1(t)$  und die Spannung am Kondensator  $u_C(t)$ , sowie deren Phasenverschiebung  $\Delta t$  zu messen.

Messen Sie den Effektivwert der Spannung  $u_1(t)$  und den Effektivwert der Spannung  $u_C(t)$ , sowie die Phasenverschiebung  $\Delta t$  über das Oszilloskop. Der Phasenwinkel  $\psi$  zwischen  $u_1(t)$  und  $u_C(t)$  ergibt sich aus  $\psi = f \cdot \Delta t \cdot 360^\circ$ .

#### Auswertung:

Berechnen Sie den Amplitudengang  $L$

$$L = 20 \cdot \lg \frac{U_C}{U_1} \quad \text{und den Phasengang} \quad \psi = \angle(\underline{U}_1, \underline{U}_C)$$

Zeichnen Sie damit das BODE-Diagramm des Amplituden- und Phasengangs. Berechnen Sie alternativ den theoretischen Amplituden- und Phasengang ( $\psi$  wird hier von  $U_1$  zu  $U_C$  im mathematischen Zählsinn gezählt).

$$L = 20 \cdot \lg \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \right); \quad \text{mit } \omega_0 = \frac{1}{R_{vc}C_2}; \quad \underline{\psi = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

und zeichnen Sie die theoretischen Werte in das Diagramm mit den gemessenen Werten ein. Die Unterschiede sind zu diskutieren.

Messwerttabelle 2.6-3:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	$f_{\text{ist}} / \text{Hz}$	$\omega / \text{s}^{-1}$	$U_1 / \text{V}$	$U_C / \text{V}$	$\Delta t / \text{ms}$	$\psi / ^\circ$
10						
50						
100						
200						
300						
500						
1000						
2000						
5000						
10000						

### 2.7 RL-Glied: Zeitkonstante, Frequenzgang, Strom-Ortskurve, BODE-Diagramm

#### 2.7.1. Bestimmung der Induktivität aus der Zeitkonstanten

Aufbau:

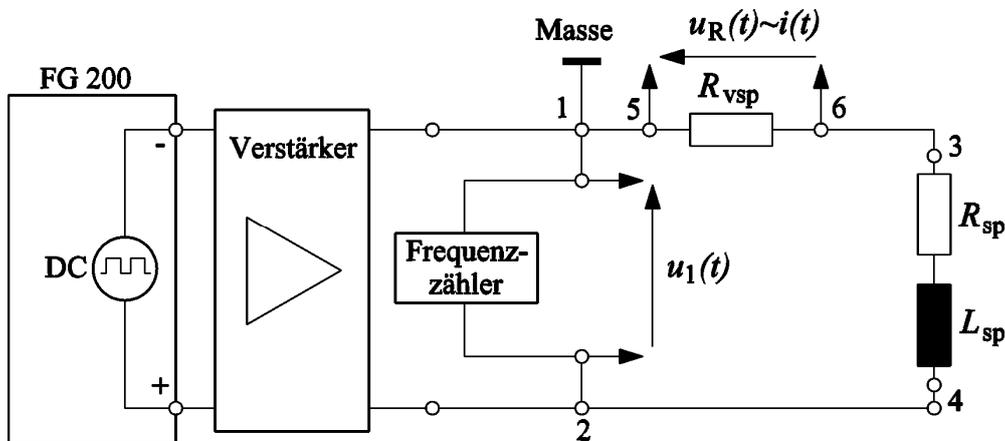


Bild 2.7-1: Schaltung zur Bestimmung der Spuleninduktivität

Bauen Sie die Messschaltung nach Bild 2.7-1 auf. Verwenden Sie dazu den Widerstand  $R_{\text{vsp}} = 100 \Omega$ , die Spule (mit  $R_{\text{sp}}$  und  $L_{\text{sp}}$ ), den Funktionsgenerator FG 200, den Frequenzzähler, den

Verstärker und das Oszilloskop TDS 1002. Kanal 1 (Ch1) des Oszilloskops ist über die Klemmen 1 und 2 auf dem Steckbrett mit dem Ausgang des Verstärkers zu verbinden, Kanal 2 (Ch2) über die Klemmen 5 und 6 auf dem Steckbrett mit dem Widerstand  $R_{vsp}$ . Achten Sie auf den korrekten Anschluss des Massepotentials. Am Funktionsgenerator ist der Ausgang DC-Out mit dem Verstärker über ein BNC-Kabel zu verbinden.

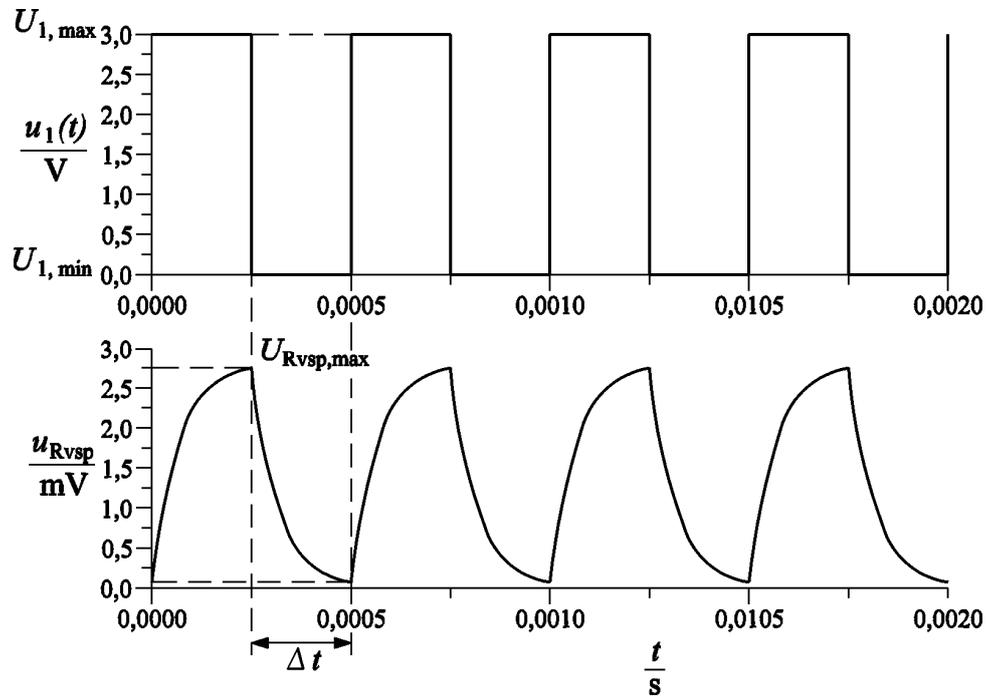


Bild 2.7-2: Beispielhafte Zeitverläufe der Eingangsspannung und des Spulenstroms

**Voreinstellungen am Oszilloskop:**

- Ch1: 5 V/Div, Position Ch1: +1 Div
- Ch2: 5 V/Div, Position Ch2: -3 Div
- Trigger: Ch1

**Durchführung:**

Der Funktionsgenerator ist auf "Rechtecksignal" zu stellen. Der Zeitverlauf der Eingangsspannung  $u_1(t)$  wird auf dem Oszilloskop dargestellt, und das Minimum der Rechteckfunktion  $U_{1,min}$  wird über den Knopf DC-Offset am Funktionsgenerator FG 200 auf 0V eingestellt, das Maximum  $U_{1,max}$  auf +10 V (siehe Bild 2.7-2). Die Spannung  $u_{Rvsp}(t)$  ist dabei eine Exponentialfunktion. Mit dem Oszilloskop misst man über die Cursor-Funktion die Höhe des Minimums  $U_{Rvsp,min}$  und des Maximums  $U_{Rvsp,max}$  dieser Funktion, sowie die Abklingzeit  $\Delta t$  (vergl. Bild 2.7-2).

Messwerttabelle 2.7-1:

$f_{soll} / \text{kHz}$	$f_{ist} / \text{kHz}$	$U_{Rvsp,max} / \text{V}$	$U_{Rvsp,min} / \text{V}$	$\Delta t = 1/2f / \text{ms}$	$L_{sp} / \text{mH}$
4					
7					
10					

Der Versuch ist mit drei verschiedenen Frequenzen der Rechteckfunktion durchzuführen. Achten Sie bei den Messungen darauf, dass  $U_{Rvsp,min} > 1 \text{ V}$  ist. Führen Sie die Messungen für die Frequenzen  $f = 4 \text{ kHz}$ ,  $7 \text{ kHz}$  und  $10 \text{ kHz}$  durch. Der Ohmsche Widerstand der Spule wurde bei einer Messung zu  $R_{sp} = 5,05 \Omega$  bei  $20^\circ\text{C}$  gemessen. Stellen Sie das Signal analog zu Bild 2.7-2 dar und machen Sie einen Ausdruck für  $f = 1 \text{ kHz}$ .

**Auswertung:**

Berechnen Sie die Induktivität  $L_{Sp}$ .

$$L_{Sp} = \frac{\Delta t \cdot (R_{Vsp} + R_{Sp})}{\ln(U_{R_{Vsp},max} / U_{R_{Vsp},min})}$$

Wie groß ist die Zeitkonstante des  $RL$ -Glieds? Zeichnen Sie diese in den Ausdruck des Oszilloskops ein.

Vergleichen Sie die oben bestimmten Werte  $L_{Sp}$  mit dem in der Vorbereitung berechneten theoretischen Wert.

**2.7.2 Bestimmung der Ortskurve  $I(\omega)$ , Vergleich mit der Rechnung**

**Aufbau:**

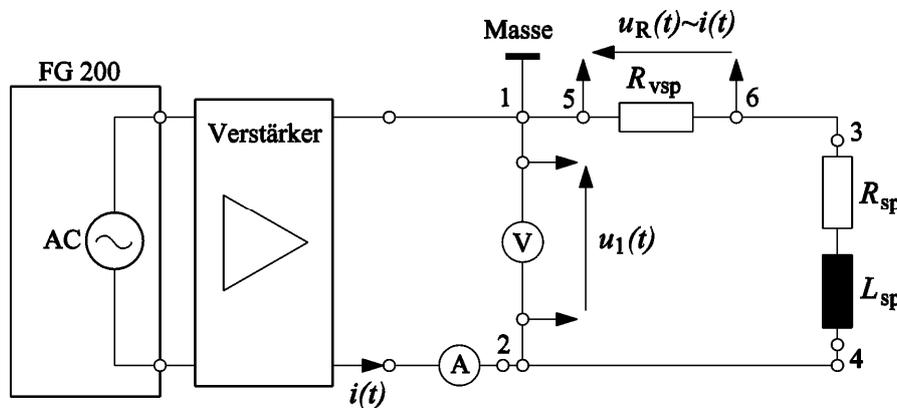


Bild 2.7-3: Schaltung zur Bestimmung der Ortskurve des  $RL$ -Glieds

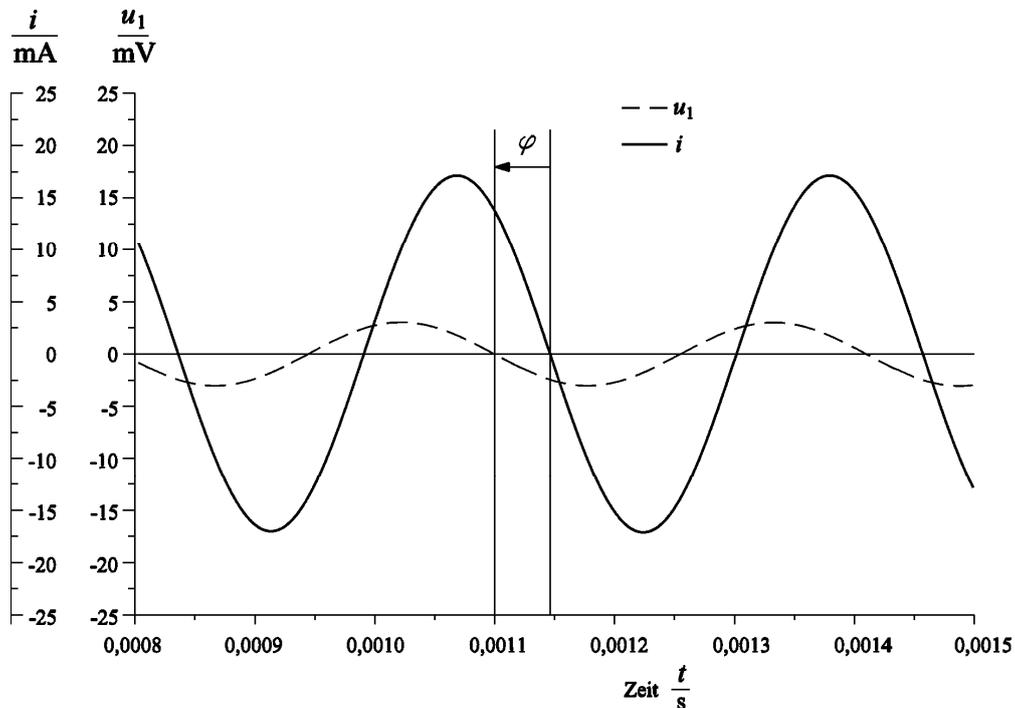


Bild 2.7-4: Beispielhafte Zeitverläufe von Eingangsspannung und Spulenstrom

Ändern Sie die Messschaltung nach Bild 2.7-3. Verwenden Sie weiterhin den Widerstand  $R_{Vsp} = 100 \Omega$ , die Spule (mit  $R_{Sp}$  und  $L_{Sp}$ ), den Funktionsgenerator FG 200, den Verstärker, das AC-Volt-TU Darmstadt

und Amperemeter und das Oszilloskop TDS 1002. Der erste Kanal des Oszilloskops ist mit den Klemmen 1 und 2 zu verbinden, und der zweite Kanal mit den Klemmen 5 und 6. Am Funktionsgenerator ist der Ausgang AC-Out (600 Ω, 1,2 V<sub>ss</sub>) über ein BNC-Kabel mit dem Verstärker zu verbinden.

**Voreinstellungen am Oszilloskop:**

Ch1: 5 V/Div, Position Ch1: 0 V  
 Ch2: 5 V/Div, Position Ch2: 0 V  
 Trigger: Ch1

**Durchführung:**

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Stellen Sie einen Effektivwert von  $U_1 = 3,5$  V ein und achten Sie darauf, dass die Spannung  $U_1$  am Voltmeter bei allen Messungen konstant bleibt. Messen Sie den Effektivwert des Stroms  $i$  über den Spannungsabfall  $U_R$  am Vorwiderstand  $R_{vsp}$ . Wählen Sie dazu am Oszilloskop das Messmenü Effektivwert für Kanal 2 (Ch2) (siehe "Kurzanleitung Oszi"). Der Strom ergibt sich dann aus  $I = U_R/R_{vsp}$ . Am Oszilloskop ist dann die Zeitverschiebung  $\Delta t$  zwischen  $u_1(t)$  und  $i(t)$  zu messen (vergl. Bild 2.7-4). Der Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen  $u_1(t)$  und  $i(t)$  ergibt sich aus  $\varphi = f\Delta t 360^\circ$ . Führen Sie die Messungen im Bereich  $100 \text{ Hz} < f < 25 \text{ kHz}$  durch. Die Frequenz ist bei diesem Versuchsteil am Oszilloskop abzulesen (Siehe "Kurzanleitung Oszi" Anzeige der Triggerfrequenz im Display).

Achten Sie auf das Vorzeichen von  $\varphi$ ! Die Zählung erfolgt vom Strom zur Spannung und ist daher in diesem Fall induktiv, also positiv.

Messwerttabelle 2.7-2:

$f_{\text{soll}} / \text{Hz}$	$f_{\text{ist}} / \text{Hz}$	$\omega / \text{s}^{-1}$	$U_R / \text{V}$	$I_{\text{Ampermetr.}} / \text{mA}$	$U_R / R_{\text{vsp}}$	$\Delta t / \text{ms}$	$\varphi / ^\circ$	$U_1 / \text{V}$
100								
500								
1000								
2000								
2500								
5000								
10000								
20000								
25000								

**Auswertung:**

Die gemessene Ortskurve  $I = f(\omega)$  ist zu zeichnen.

Berechnen Sie für ein RL-Glied die theoretische Ortskurve für  $U_1 = 3,5$  V und zeichnen Sie die Ergebnisse in dasselbe Diagramm mit der gemessenen Ortskurve ein.

$$I = \frac{U_1}{|(R_{\text{vsp}} + R_{\text{sp}}) + j\omega L_{\text{sp}}|} \quad \text{und} \quad \varphi = \arctan \frac{\omega \cdot L_{\text{sp}}}{R_{\text{vsp}} + R_{\text{sp}}}$$

Vergleichen Sie die gemessenen Werte von  $I$  und  $\varphi$  mit den theoretischen Werten.

2.7.3 Bestimmung des BODE-Diagramms mit Amplituden- und Phasengang

Aufbau:

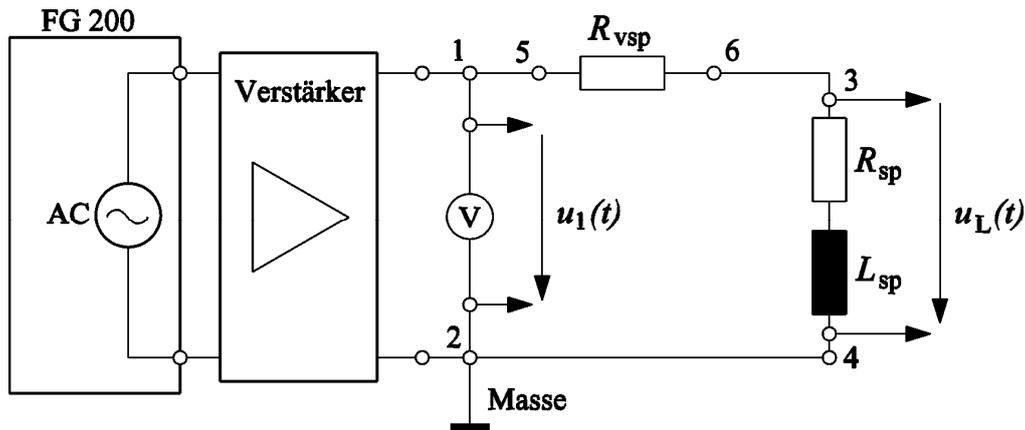


Bild 2.7-5: Schaltung zur Bestimmung des Bodediagramms eines RL-Gliedes.

Ändern Sie den Messaufbau nach Bild 2.7-5. **Achten Sie auf den geänderten Masseanschluss.** Verwenden Sie weiterhin den Widerstand  $R_{vsp} = 100 \Omega$ , die Spule (mit  $R_{sp}$  und  $L_{sp}$ ), den Funktionsgenerator FG 200, den Verstärker, das AC-Voltmeter und das Oszilloskop TDS 1002. Kanal 1 (Ch1) des Oszilloskops ist mit den Klemmen 1 und 2 zu verbinden, Kanal 2 (Ch2) mit den Klemmen 3 und 4. Der Funktionsgenerator wird über das Koaxialkabel mit dem Verstärker verbunden. Benutzen Sie den Ausgang AC-Out (600  $\Omega$ , 12 V<sub>ss</sub>). Der Ausgang des Verstärkers wird mit den Klemmen 1 und 2 verbunden, wobei auf die korrekte Polarität geachtet werden muss.

Voreinstellungen am Oszilloskop:

- Ch1: 5 V/Div, Position Ch1: 0 V
- Ch2: 5 V/Div, Position Ch2: 0 V
- Trigger: Ch1

Messwerttabelle 2.7-3:

$f_{soll} / \text{Hz}$	$f_{ist} / \text{Hz}$	$\omega / \text{s}^{-1}$	$U_1 / \text{V}$	$U_L / \text{V}$	$\Delta t / \text{ms}$	$\psi / ^\circ$
100						
500						
1000						
2000						
2500						
5000						
10000						
20000						
25000						

Durchführung:

Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" einzustellen. Messen Sie den Effektivwert der Spannung  $u_1(t)$  über das Voltmeter und stellen Sie  $U_1 = 5 \text{ V}$  ein. Den Effektivwert der Spannung  $u_L(t)$ , sowie die zeitliche Verschiebung  $\Delta t$  messen Sie mit dem Oszilloskop. Führen Sie die Messungen im Bereich  $100 \text{ Hz} < f < 25 \text{ kHz}$  in den vorgegebenen Schritten durch. Überlegen Sie vorher, wo die Eck-Kreisfrequenz  $\omega_0$  liegt. Die Frequenz  $f_0$  ist bei diesem Versuchsteil am Oszilloskop abzulesen (Siehe "Kurzanleitung Oszi", Anzeige der Triggerfrequenz im Display).

**Auswertung:**

Berechnen Sie aus den Messwerten den Amplitudengang  $L$

$$L = 20 \cdot \lg \left| \frac{U_L}{U_1} \right| \quad \text{und der Phasengang } \psi = \angle(U_1, U_L) \text{ .}$$

Zeichnen Sie damit das BODE-Diagramm des Amplituden- und Phasengangs! Es müsste sich ein Ergebnis gemäß Bild 2.7-6 und 2.7-7 (Messung) einstellen. Beachten Sie, dass bei realen Induktivitäten stets deren Innenwiderstand berücksichtigt werden muss. Im Abschnitt 2.4 von einer idealen Induktivität (Spuleninnenwiderstand ist Null) ausgegangen. Bei der idealen Induktivität tritt der Spannungsfall  $u_L$  nur an  $L_{sp}$  auf (Fall a)), in Wirklichkeit aber der Serienschaltung  $L_{sp}$  und  $R_{sp}$  (Fall b)). Amplituden- und Phasengang von  $u_L$  bezüglich  $u_1$  sind für beide Fälle a) und b) angegeben. Zeichnen Sie die mit diesen Formeln berechneten Werte in das Diagramm mit den gemessenen Werten ein und vergleichen Sie die Berechnungsergebnisse mit dem Messergebnis. Beachten Sie: Der Phasenwinkel  $\psi$  wird von  $U_1$  zu  $U_L$  mathematisch positiv gezählt.

a) Amplituden- und Phasengang, wenn die Induktivität ideal ist (Innenwiderstand ist Null).

Damit der Gesamtwiderstand gleich wie bei b) ist, wurde  $R_{sp}$  dem Vorwiderstand  $R_{vsp}$  zugerechnet.

$$L = 20 \cdot \lg \left( \frac{\omega / \omega_0^*}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_0^*)^2}} \right) \quad \text{mit } \omega_0^* = \frac{R_{vsp} + R_{sp}}{L_{sp}} \quad \psi = \arctan(\omega_0^* / \omega)$$

b) Amplituden- und Phasengang, wenn die Induktivität den Innenwiderstand  $R_{sp}$  hat.

$$L^* = 20 \cdot \lg \sqrt{\frac{1}{(1+r)^2 + (\omega / \omega_0^*)^2}} \quad \text{mit } r = \frac{R_{vsp}}{R_{sp}} \quad \psi^* = \arctan \left( \frac{\omega / \omega_0^*}{1 + (1+1/r) \cdot (\omega / \omega_0^*)^2} \right)$$

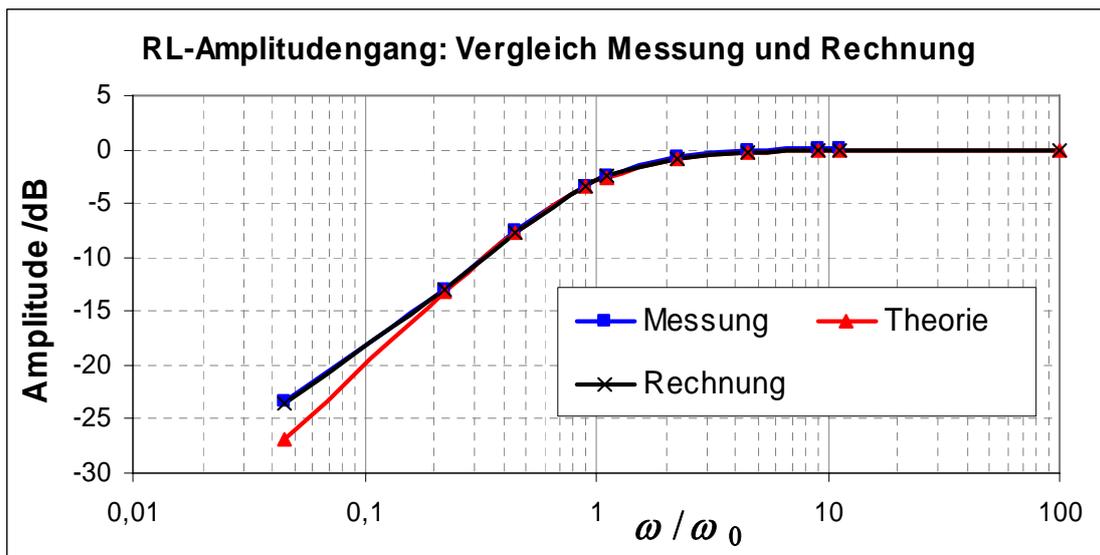


Bild 2.7-6: Amplitudengang  $L$  bzw.  $L^*$  (Verhältnis  $U_L$  zu  $U_1$ ) des  $RL$ -Glieds bei idealer („Theorie“:  $R_{sp}$  ist  $R_{vsp}$  zugerechnet) und realer Induktivität ( $R_{sp} > 0$ : „Rechnung“ und „Messung“) über  $\omega / \omega_0^*$

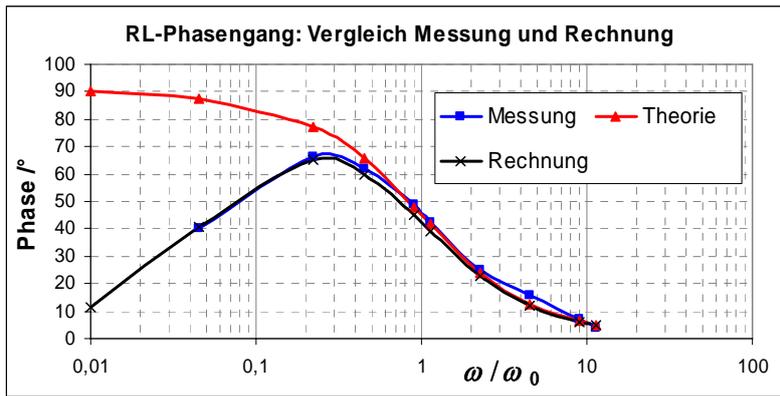


Bild 2.7-7: Phasengang (Phasenwinkel  $\psi$  bzw.  $\psi^*$  zwischen  $U_1$  und  $U_L$ ) des  $RL$ -Glieds bei idealer („Theorie“:  $R_{sp}$  ist  $R_{vsp}$  zugerechnet) und realer Induktivität ( $R_{sp} > 0$ : „Rechnung“ und „Messung“) über  $\omega/\omega_0^*$

## 2.8 Vorbereitungsaufgaben (Versuch 2)

1. a) Geben Sie die Formel für die Kapazität eines Plattenkondensator mit Dielektrikum an. Wie groß ist  $\epsilon_0$ ? b) Wie kann die Kapazität des Plattenkondensators in der Versuchsanleitung verändert werden? c) Geben Sie die Differenzialgleichung für den Strom in einem  $RC$ -Glied in Abhängigkeit der Gesamtspannung  $u(t)$  an.
2. a) Berechnen Sie die Kapazität eines Plattenkondensators  $C_{\text{rech}}$  (in pF) mit kreisförmigen Platten-Elektroden mit dem Plattendurchmesser  $d = 256$  mm ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  F/m,  $\epsilon_r = 1$ ) für Plattenabstände  $x = 1, 2, 5, 10, 20, 30, 40, 50$  mm. Skizzieren Sie den Graph  $C_{\text{rech}} = f(x)$ ! b) Welche mathematische Kurve ist dies? c) Wie groß sind die Grenzwerte  $C_{\text{rech}}(x \rightarrow 0)$  und  $C_{\text{rech}}(x \rightarrow \infty)$ ?
3. a) Leiten Sie die 3-dB Eckkreisfrequenz eines  $RC$ -Glieds her! b) Berechnen Sie die 3-dB-Eckkreisfrequenz und die Eckfrequenz eines  $RC$ -Glieds für  $R = 1$  k $\Omega$  und  $C = 1$   $\mu$ F.
4. a) Beschreiben Sie, wie die Kapazität  $C$  eines  $R$ - $C$ -Glieds mit einem Rechteckgenerator messtechnisch bestimmt wird. b) Geben Sie die Auswerteformel an! c) Zeichnen Sie die Schaltung dazu.
5. Wie kann die Zeitkonstante eines  $R$ - $C$ -Gliedes aus einem Messschrieb der Spannung am Kondensator über die Zeit ermittelt werden? Zeigen Sie dies anhand einer Skizze!
6. a) Zeichnen Sie qualitativ die Zeitverläufe der Gesamtspannung  $u_1$  und des Stroms  $i_C$  im Kondensator eines  $R$ - $C$ -Gliedes bei sinusförmiger Speisung. Tragen Sie die Phasenverschiebung (mit richtigem Vorzeichen) ein! b) Berechnen Sie diese Phasenverschiebung allgemein.
7. Erläutern Sie qualitativ das Tiefpassverhalten der Ausgangsspannung eines  $R$ - $C$ -Glieds. Wie groß ist das Verhältnis Ausgangs- /Eingangsspannung bei der Eckkreisfrequenz? Mit wie viel dB je Dekade sinkt oder steigt der Spannungsabfall am Kondensator mit steigender Frequenz? Weisen Sie dies durch eine kurze Rechnung nach.
8. Zeichnen Sie das BODE-Diagramm ( $L$  und  $\varphi$ ) des  $R$ - $C$ -Glieds als Tiefpass. Skalieren Sie die Achsen im Frequenzbereich  $0,01 \leq \omega / \omega_0 \leq 100$ . Bezeichnen Sie numerisch den Wert von  $L$  und  $\varphi$  bei der Eckkreisfrequenz. Zeichnen Sie die Asymptoten!
9. Geben Sie die Schaltung zur Messung des BODE-Diagramms des  $R$ - $C$ -Glieds (siehe Versuchsdurchführung) an. Erläutern Sie die Versuchsdurchführung. Wie werden die Auswertegrößen  $L$  und  $\varphi$  aus den Oszilloskopgrößen erhalten?
10. Geben Sie die Schaltung zur Messung der Strom-Ortskurve  $\underline{I}(\omega)$  des  $R$ - $C$ -Glieds an. Erläutern Sie den Versuchsablauf. Wie werden die Größen der Ortskurve  $\underline{I}(\omega)$  aus den Messgrößen ermittelt?
11. Für folgende Kreisfrequenzen berechnen Sie und zeichnen Sie maßstäblich für ein  $R$ - $C$ -Glied mit  $R = 1$  k $\Omega$  und  $C = 1$   $\mu$ F (Bild 2.6-3) die Strom-Ortskurve  $\underline{I}(\omega)$  für einen konstanten Spannungseffektivwert  $U_1 = 3$  V. Markieren Sie den Punkt der Eckkreisfrequenz. Welcher Form hat die Strom-Ortskurve (Gerade, Kreis, Ellipse...)?

$\omega / \text{s}^{-1}$	0,0001	50	314	628	1000	2000	5000	10000	100000
--------------------------	--------	----	-----	-----	------	------	------	-------	--------

12. Berechnen Sie die Induktivität  $L$  und den OHM'schen Widerstand  $R$  bei  $20^\circ\text{C}$  einer zylindrischen Luftspule der Länge  $l_{\text{sp}} = 628$  mm, mit  $N = 1500$  Windungen ( $\kappa = 57 \cdot 10^6$  S/m, Drahtquerschnitt  $q_{\text{cu}} = 7.85 \cdot 10^{-7}$  m<sup>2</sup>,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Vs/(Am)). Nehmen Sie dabei an, dass eine Windung als Kreis mit einem mittleren Durchmesser von  $d_m = 40$  mm ausgeführt ist.
13. a) Leiten Sie die Formel für die Eckkreisfrequenz eines  $RL$ -Glieds her (Bild 2.4-4). Berechnen Sie die 3-dB-Eckkreisfrequenz und die Eckfrequenz eines  $R-L$ -Glieds (Bild 2.7-3) mit einer Luftspule  $L_{\text{Sp}} = 5.655$  mH, die den Widerstand  $R_{\text{Sp}} = 4.21$   $\Omega$  hat und einem Vorwiderstand  $R_{\text{VSp}} = 100$   $\Omega$ .
14. a) Berechnen Sie die Formeln für den Amplitudengang  $L$  und den Phasengang  $\varphi$  der Spannung an der Spule  $U_L / U_1$  für die Schaltung Bild 2.7-5. b) Zeigen Sie den Sonderfall  $R_{\text{Sp}} = 0$  für  $L$  und  $\varphi$  und vergleichen Sie das Ergebnis mit den Formeln im Abschnitt 2.7.3 a), b) des Skripts.
15. a) Erläutern Sie qualitativ das Hochpassverhalten der Ausgangsspannung eines  $R-L$ -Glieds. b) Zeichnen Sie die Schaltung dazu. c) Mit wie viel dB je Dekade sinkt oder steigt der Spannungsabfall an der Induktivität mit steigender Frequenz? d) Zeigen Sie dies durch eine einfache Rechnung!
16. Zeichnen Sie das BODE-Diagramm ( $L$  und  $\varphi$ ) des  $R-L$ -Glieds als Hochpass. Skalieren Sie die Achsen im Frequenzbereich  $0,01 \leq \omega / \omega_0 \leq 100$ . Bezeichnen Sie numerisch den Wert von  $L$  und  $\varphi$  bei der Eckkreisfrequenz. Zeichnen Sie die Asymptoten!
17. a) Geben Sie die Schaltung zur Messung der Strom-Ortskurve  $\underline{I}(\omega)$  des  $R-L$ -Glieds an. b) Beschreiben Sie den Messablauf. c) Wie werden die Größen der Ortskurve  $\underline{I}(\omega)$  aus den Messgrößen ermittelt?
18. a) Für folgende Kreisfrequenzen berechnen und zeichnen Sie maßstäblich die Strom-Ortskurve  $\underline{I}(\omega)$  eines  $R-L$ -Glieds bei konstantem Spannungseffektivwert  $U_1 = 3,5$  V am Eingang. Die Luftspule ( $L_{\text{Sp}} = 6$  mH,  $R_{\text{Sp}} = 5,05$   $\Omega$ ) ist in Reihe mit einem ohmschen Vorwiderstand  $R_{\text{VSp}} = 100$   $\Omega$  geschaltet (Bild 2.7-3). b) Zeichnen Sie die Lage des Stromzeigers bei der Eckkreisfrequenz! c) Welche Form hat die Ortskurve (Gerade, Kreis, Ellipse...)?

$\omega / \text{s}^{-1}$	0	600	3000	6000	11000	17508,3	35000	70000	125000	$10^6$
--------------------------	---	-----	------	------	-------	---------	-------	-------	--------	--------

19. a) Geben Sie die Zeitkonstante  $T$  einer  $R-L$ -Serienschaltung an. b) Wie verändert sich die Zeitkonstante  $T$ , wenn die Temperatur des Widerstandes von  $20^\circ\text{C}$  auf  $150^\circ\text{C}$  steigt? (Zur Erwärmung des Widerstandes siehe Versuch 1).
20. a) Beschreiben Sie, wie die Spuleninduktivität  $L_{\text{Sp}}$  eines  $R-L$ -Glieds mit einem Rechteckgenerator messtechnisch bestimmt wird. b) Geben Sie die Auswerteformel an. c) Zeichnen Sie die Schaltung dazu.
21. Zeigen Sie durch Einsetzen, dass  $i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-t/T}$  eine Lösung der Differentialgleichung (2.1.3-4) ist.