



Institut für Elektrische Energiewandlung

Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Andreas Binder



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT**

Praktikum ETiT

-Grundlagen der Elektrotechnik-

Versuch 3

Leistung & Transformator

Inhaltsverzeichnis

3	ELEKTRISCHE LEISTUNG UND ELEKTRISCHER TRANSFORMATOR.....	3
3.1	ELEKTRISCHE LEISTUNG	3
3.1.1	<i>Effektivwert eines sinusförmigen Wechselstroms.....</i>	3
3.1.2	<i>Leistung und Arbeit des Wechselstroms.....</i>	5
3.2	MEßMETHODEN FÜR DIE ELEKTRISCHE LEISTUNG.....	8
3.3	LEISTUNGSMESSUNG IN DREIPHASENSYSTEMEN	10
3.3.1	<i>Drei-Wattmetermethode.....</i>	11
3.3.2	<i>Zwei-Wattmetermethode (Aron-Schaltung).....</i>	12
3.3.3	<i>Zeigerdiagramm einer unsymmetrischen Sternschaltung</i>	13
3.3.4	<i>Wattmeteranzeigen bei der Zwei-Wattmetermethode im Falle symmetrischer Belastung.....</i>	15
3.4	DER EINPHASEN-TRANSFORMATOR	17
3.4.1	<i>Leerlaufender Transformator.....</i>	18
3.4.2	<i>Belasteter Transformator</i>	20
3.4.3	<i>Selbst- und Gegeninduktivitäten des Einphasen-Transformators</i>	21
	VERSUCHSDURCHFÜHRUNG	26
3.5	VERWENDUNG DES MULTIMETERS SIEMENS B 1106.....	26
3.6	EINPHASENLEISTUNGSMESSUNG.....	26
3.7	LEISTUNGSMESSUNG IM DREIPHASENNETZ	28
3.8	TRANSFORMATOR	30
3.8.1	<i>Magnetisierungsstrom.....</i>	30
3.8.2	<i>Transformator im Leerlauf.....</i>	31
3.8.3	<i>Kurzschlussversuch.....</i>	32
3.9	VORBEREITUNGSAUFGABEN	34

3 Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

3.1 Elektrische Leistung

3.1.1 Effektivwert eines sinusförmigen Wechselstroms

An einem Leitungswiderstand R verursacht eine sinusförmige Wechselspannung (Frequenz f , Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$) mit dem Momentanwert

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega t \quad (3.1.1-1)$$

den phasengleichen Wechselstrom

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega t = (\hat{U} / R) \cdot \sin \omega t \quad (3.1.1-2)$$

Die Momentanleistung ist dann

$$p(t) = \frac{u^2(t)}{R} = Ri^2(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{\hat{U}^2}{R} \cdot \sin^2(\omega t) \quad (3.1.1-3)$$

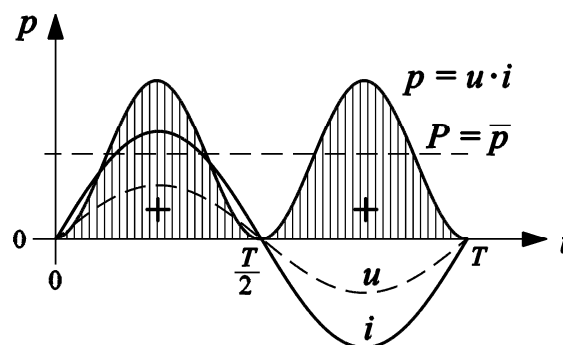


Bild 3.1.1-1: Momentanwerte von Spannung, Strom und Leistung an einem *Ohm'schen* Widerstand

In Bild 3.1.1-1 sind u , i und p im Intervall einer Periode $T = 1/f$ dargestellt. Der dort ersichtliche Verlauf der Leistung wird durch die Umformung

$$p(t) = \hat{U}\hat{I} \cdot \sin^2(\omega t) = \hat{U}\hat{I} \cdot \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} = \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} - \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \cos(2\omega t) = P + p_{\sim}(t) \quad (3.1.1-4)$$

klarer ausgedrückt: Der Ausdruck $\bar{p} = \hat{U}\hat{I}/2$ stellt eine von der Zeit **unabhängige** Leistung dar; sie wird durch die strichlierte Gerade in Bild 3.1.1-1 dargestellt. Dieser konstanten Leistung ist eine mit der doppelten Frequenz des Wechselstromes $2f$ periodische Leistung

$p_{\sim}(t) = -\frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \cos(2\omega t)$ überlagert. Für die Praxis ist die **Momentanleistung** $p(t)$ des Wechselstromes meist belanglos. Es interessiert nur die **mittlere Leistung** \bar{p} , die **Wirkleistung**, und

Arbeit des Stromes $W = \int_0^{\tau} p(t) \cdot dt$ über so lange Zeiten τ , dass diese mit vernachlässigbarem

Fehler einer ganzen Zahl von Perioden T gleichgesetzt werden können.

$$W = \int_0^{\tau} p(t) \cdot dt \approx \bar{p} \cdot \tau \quad (3.1.1-5)$$

Diese mittlere Leistung über eine ganze Zahl von Perioden wird durch den ersten Ausdruck

$$P = \bar{p} = \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} \quad (3.1.1-6)$$

angegeben, da ja die Leistungskurve in Bild 3.1.1-1 oberhalb und unterhalb dieser Geraden gleiche Flächen einschließt. Aus der Schreibweise in (3.1.1-6) erkennt man, dass die eingeführten Abkürzungen

$$U = \hat{U} / \sqrt{2} \quad , \quad (3.1.1-7)$$

$$I = \hat{I} / \sqrt{2} \quad , \quad (3.1.1-8)$$

die man den **Effektivwert der Spannung** und den **Effektivwert der Stromstärke** nennt, die Spannung und Stromstärke jenes Gleichstromes bedeuten, dessen Leistung gleich der durchschnittlichen Leistung des Wechselstromes ist. Für die Arbeit des Wechselstromes während einer ganzen Zahl N von Perioden T gilt gemäß (3.1.1-5):

$$W = P \cdot NT = U \cdot I \cdot NT \quad (3.1.1-9)$$

Die **Arbeit** kommt gemäß (3.1.1-5) in Bild 3.1.1-1 als **Fläche unter der Leistungskurve** $p(t)$ zum Ausdruck. Sie wird nach (3.1.1-9) durch die im Bereich einer ganzen Zahl von Perioden gleichen Fläche unter der strichlierten Geraden ersetzt.

Der Effektivwert I einer sinusförmig veränderlichen Größe $i(t)$ (3.1.1-8) ist daher der **Sonderfall** einer aus einer mittleren Leistung \bar{p} ermittelten **Ersatzgröße** einer **allgemein periodischen Größe** $i(t)$ (Periode T), deren Leistung an einem Widerstand R gleich groß ist wie die einer Gleichgröße I .

$$P = \bar{p} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot R \cdot dt = I^2 R \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt} \quad (3.1.1-10)$$

Das **Ohm'sche Gesetz** kann mit den Effektivwerten in folgender Form geschrieben werden, obwohl es sich um zeitlich sinusförmig veränderliche Größen handelt, wenn nur ein Betrachtungszeitraum gemeint ist, der zumindest eine Periode umfasst und wenn nur die mittlere im Widerstand umgesetzte Leistung interessiert:

$$U = R \cdot I \quad (3.1.1-11)$$

Fazit:

Unter dem Effektivwert einer Wechselspannung (eines Wechselstromes) verstehen wir jene Gleichspannung (jenen Gleichstrom), die an einem Leitungswiderstand während einer ganzen Zahl von Perioden dieselbe Arbeit wie der Wechselstrom verrichtet.

3.1.2 Leistung und Arbeit des Wechselstroms

Wenn im Wechselstromkreis kapazitive und induktive Widerstände auftreten, weisen Strom und Spannung im Allgemeinen eine Phasenverschiebung zueinander auf. Es sei der Strom durch die Funktion

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t - \varphi) \quad (3.1.2-1)$$

und die Spannung durch die Funktion

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t) \quad (3.1.2-2)$$

gegeben. Im Zeitintervall dt wird gemäß (3.1.1-5) die Arbeit (Differential der Arbeit)

$$dW = u(t) \cdot i(t) \cdot dt \quad (3.1.2-3)$$

verrichtet. Die Leistung im Zeitpunkt t ist daher

$$p(t) = dW / dt = u(t) \cdot i(t) \quad (3.1.2-4)$$

Wir betrachten zunächst einige Sonderfälle in graphischer Darstellung:

Fall a) $\varphi = 0$:

An **reinen Ohm'schen Verlustwiderständen** R sind Strom und Spannung **in Phase**, d.h. die Phasenverschiebung zwischen ihnen ist Null. Der Verlauf von $u(t)$, $i(t)$ und $p(t)$ ist in Bild 3.1.1-1 dargestellt. Da u und i stets gleiches Vorzeichen haben, ist die Leistung $p = u \cdot i$ **stets positiv**. Die Arbeit W wird durch die Fläche unter der Leistungskurve dargestellt (siehe Gl. (3.1.1-5), (3.1.1-9)). Für die mittlere Leistung (Wirkleistung) P über eine ganze Zahl von Perioden gilt (3.1.1-6). Die Arbeit in der Zeit einer Periode ist nach (3.1.1-9) $W(T) = U \cdot I \cdot T$. Diese Arbeit wird in **Wärme** umgesetzt und erhöht die Temperatur im Widerstand und die der umgebenden "Kühl"luft (Bild 3.1.1-1).

$$p(t) = P + p_{\sim}(t) \quad (3.1.2-5)$$

Fall b) $\varphi = -\pi/2$:

Dieser Fall liegt bei **rein kapazitivem Widerstand** (idealer Kondensator) vor. Den Verlauf von $u(t)$, $i(t)$ und $p(t)$ zeigt Bild 3.1.2-1. Der Strom eilt der Spannung um 90° vor. Der Phasenwinkel φ wird gemäß Norm bei Voreilen des Stroms **NEGATIV** gezählt.

Fall c) $\varphi = \pi/2$:

Dieser Fall liegt bei **rein induktivem Widerstand** (ideale Magnetspule ("**Drossel**")) vor. Der Strom eilt der Spannung um 90° nach. Der Phasenwinkel φ wird gemäß Norm bei Nacheilen des Stroms **POSITIV** gezählt.

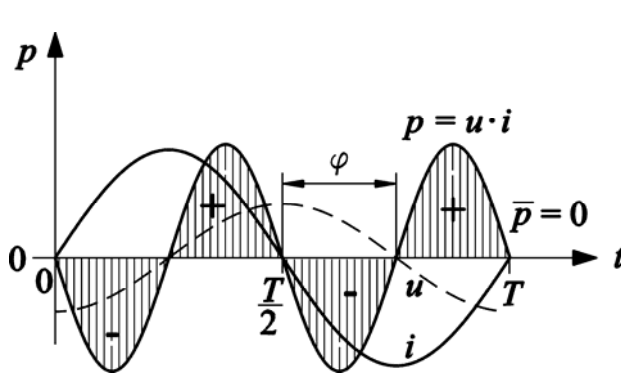


Bild 3.1.2-1: Momentanwerte von Spannung, Strom und Leistung an einem idealen Kondensator: $\varphi = -90^\circ$

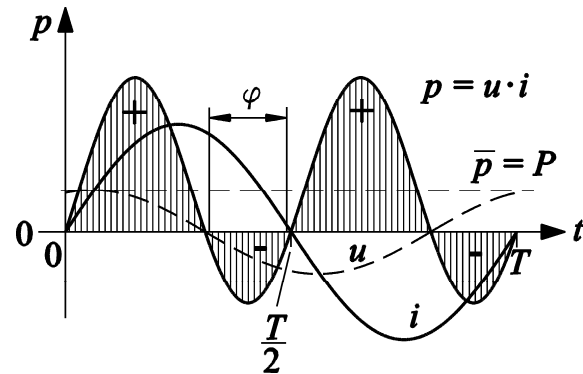


Bild 3.1.2-2: Momentanwerte von Spannung, Strom und Leistung an einer realen Spule (reale Drossel): $0 < \varphi < 90^\circ$

Man sieht unmittelbar, dass in den Fällen b) und c) während der Dauer einer Periode ebensoviel positive wie negative Arbeit verrichtet wird. Die mittlere Leistung und die Arbeit im Verlauf einer ganzen Zahl von Perioden **sind daher Null**. Man bezeichnet einen solchen Strom, der im zeitlichen Mittel keine Arbeit verrichtet, als **wattlosen Strom oder als Blindstrom**. Kapazitiver und induktiver Widerstand werden als **Blindwiderstände** bezeichnet. Die zugehörige Leistung mit dem Mittelwert Null wird als Pendelleistung zwischen Spannungsquelle und Blindwiderstand mit doppelter Netzfrequenz $2f$ verlustlos ausgetauscht. Die zugehörige Leistungsamplitude heißt **Blindleistung Q**. In realen Schaltungen stellt die leitfähige Verbindung (Anschlussdrähte z. B. aus Kupferlackdraht) zwischen Spannungsquelle und Blindwiderstand einen *Ohm'schen* Verlustwiderstand dar, so dass in diesen Zuleitungen durch den Blindstrom trotzdem elektrische Leistung in Wärme umgesetzt wird.

$$p(t) = \hat{U} \sin \omega t \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \hat{U} \sin \omega t \cdot \hat{I} \cdot \cos \omega t = UI \cdot \sin(2\omega t) = Q \sin(2\omega t) \quad (3.1.2-6)$$

$$\overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = 0 \quad (3.1.2-7)$$

Fall d) $0 < \varphi < \pi/2$:

Eine **reale Spule** besteht aus einem *Ohm'schen* Widerstand der Spulenwicklung und aus einer induktiven Komponente infolge Selbstinduktion durch das Spulen-Magnetfeld. Daher liegt der Phasenwinkel im Bereich $0 < \varphi < \pi/2$. Nach Bild 3.1.2-2 überwiegt im Laufe einer Periode die positive Arbeit. Es wird also **Wirkleistung** gemäß (3.1.2-11) in Wärme umgesetzt. Um diesen Mittelwert der Leistung pendelt die Momentanleistung, dargestellt durch $p_{\sim}(t)$. Dabei wird jener Leistungsanteil mit der Amplitude Q durch den induktiven Anteil der Spule bedingt, während jener Pendelanteil mit der Amplitude P durch den Verlustwiderstand bestimmt ist (3.1.2-13).

$$p(t) = \hat{U} \sin \omega t \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \hat{U} \sin \omega t \cdot \hat{I} \cdot [\sin \omega t \cdot \cos \varphi - \cos \omega t \cdot \sin \varphi] \quad (3.1.2-8)$$

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \cdot \cos \varphi \cdot (1 - \cos 2\omega t) - \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t = \\ &= P \cdot (1 - \cos 2\omega t) - Q \cdot \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (3.1.2-9)$$

$$p(t) = P + p_{\sim}(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi) = P - S \cdot \cos(2\omega t - \varphi) \quad (3.1.2-10)$$

$$\text{Wirkleistung: } P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (3.1.2-11)$$

$$\text{Blindleistung: } Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (3.1.2-12)$$

$$\text{Momentanleistung: } p(t) = P \cdot (1 - \cos 2\omega t) - Q \cdot \sin 2\omega t \quad (3.1.2-13)$$

Den Ausdruck

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I \quad (3.1.2-14)$$

nennt man **Scheinleistung**.

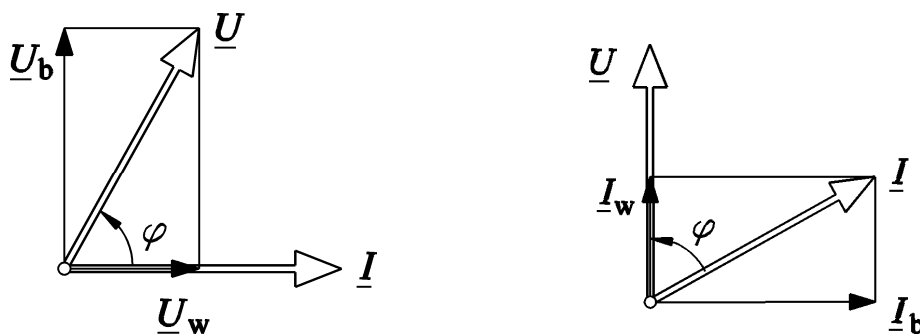


Bild 3.1.2-3: Zwei gleichwertige Zeigerdiagramme zu Bild 3.1.2-2: Reale Spule (Drossel): links: Zerlegung der Spannung, rechts: Zerlegung des Stroms in Wirk- und Blindkomponente.

Nach dem Zeigerdiagramm Bild 3.1.2-3 können wir Fall d) auf die besprochenen Fälle a), c) zurückführen: Wir zerlegen den Spannungszeiger \underline{U} in eine zum Stromzeiger \underline{I} parallele Komponente \underline{U}_w und eine dazu normale Komponente \underline{U}_b . Die Normalkomponente

$$U_b = U \cdot \sin \varphi \quad (3.1.2-15)$$

stellt eine Spannung mit der Phasenverschiebung 90° dar und trägt daher zur Arbeit im Laufe einer Periode nichts bei (**Blindkomponente**). Es folgt aus dem Zeigerdiagramm

$$U_b \cdot I = UI \cdot \sin \varphi = Q \quad (3.1.2-16)$$

in Übereinstimmung mit (3.1.2-12). Die Parallelkomponente stellt eine Spannung ohne Phasenverschiebung (Phasenwinkel Null) gegenüber dem Strom dar.

$$U_w = U \cdot \cos \varphi \quad (3.1.2-17)$$

Ihre **mittlere** Leistung im Laufe einer Periode ist die mittlere Leistung (Wirkleistung) des Gesamtstromes und beträgt

$$U_w \cdot I = UI \cdot \cos \varphi = P \quad (3.1.2-18)$$

in Übereinstimmung mit (3.1.2-11). Analog kommt man zu demselben Ergebnis mit einer Zerlegung des Stroms in eine parallel und normal zur Spannung wirkende Komponente:

$$I_b = I \cdot \sin \varphi \quad (3.1.2-19)$$

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \quad (3.1.2-20)$$

$$U \cdot I_b = UI \cdot \sin \varphi = Q \quad (3.1.2-21)$$

$$U \cdot I_w = UI \cdot \cos \varphi = P \quad (3.1.2-22)$$

3.2 Messmethoden für die elektrische Leistung

a) Wattmeter:

Die elektrische Wirkleistung kann mit einem **Wattmeter** gemessen werden. Moderne **elektronische Wattmeter** (digitale Arbeitsweise) können aus einem zeitlich beliebigen Stromsignal $i(t)$ und einem zeitlich beliebigen Spannungssignal $u(t)$, das an den Messeingängen anliegt, mit einer vorgegebenen Mittelwert-Zeit τ eine mittlere Leistung

$$\overline{p(t)} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u(t)i(t)dt \quad (3.2-1)$$

als Wirkleistung bestimmen. In diesem Praktikum werden nur zeitlich sinusförmig veränderliche Größen betrachtet. Speziell für sinusförmige Strom- und Spannungssignale konstruierte Wattmeter (z. B. **elektrodynamische Wattmeter** ohne elektronische Bauteile in analoger Arbeitsweise), ermitteln die Wirkleistung

$$\overline{p(t)} = UI \cdot \cos \varphi \quad (3.2-2)$$

Bitte beachten Sie, dass ein Phasenwinkel nur zwischen sinusförmigen Signalen definiert ist. Natürlich kann für die Messung bei sinusförmigen Signalen auch das o. g. elektronische Wattmeter verwendet werden, wobei die (i. a. nicht mit der Periodendauer synchronisierte) Mittelungszeit deutlich länger als die Periodendauer sein sollte, um eine Übereinstimmung zwischen (3.2-1) und (3.2-2) zu erreichen.

Die Spannung an einer Schaltung, in der die in Wärme umgesetzte elektrische Verlustleistung messtechnisch bestimmt werden soll, wird an die Spannungsklemmen ("**Spannungspfad**") des Wattmeters angeschlossen, während die Stromzufuhr in die Schaltung über die Stromklemmen ("**Strompfad**") des Wattmeters realisiert wird.

b) Oszillographische Methoden:

Legt man zwei sinusförmige Spannungen

$$u_A = \hat{U}_A \sin(\omega t + \psi_A) = \hat{U}_A \sin \omega(t + \psi_A / \omega) \quad (3.2-3)$$

und

$$u_B = \hat{U}_B \sin(\omega t + \psi_B) = \hat{U}_B \sin \omega(t + \psi_B / \omega) \quad (3.2-4)$$

an die Eingänge A bzw. B eines Zweikanal-Oszilloskops, so ist es möglich, aus dem auftretenden Schirmbild neben den Effektivwerten U_A und U_B auch den Phasenverschiebungswinkel

$$\Delta\psi = \psi_A - \psi_B \quad (3.2-5)$$

zwischen den beiden Signalen zu ermitteln. Bei Vorauseilen von u_B gegenüber u_A , also positivem Phasenwinkel $\Delta\psi$, wird sich der in Bild 3.2-1 dargestellte Kurvenverlauf am Schirm ergeben.

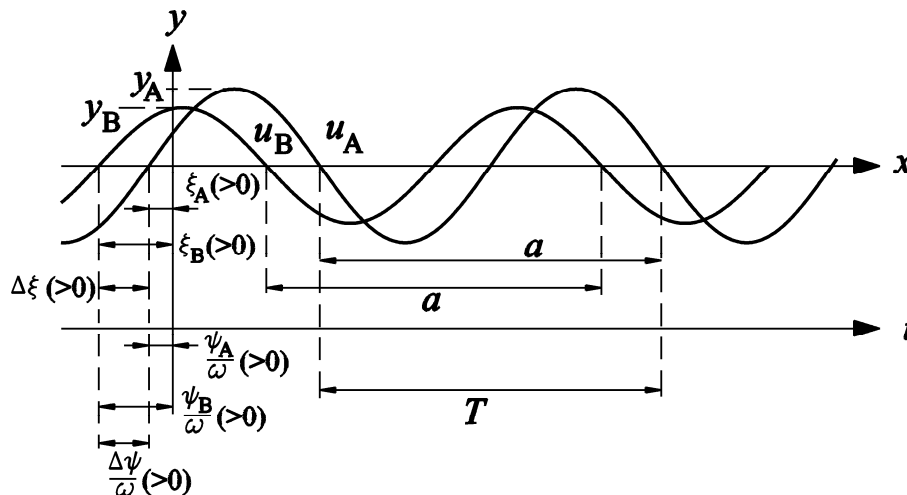


Bild 3.2-1: Oszillographische Bestimmung des Phasenwinkels zwischen zwei sinusförmigen Signalen

Es können nun zunächst aus den Maxima y_A und y_B der auf dem Bildschirm erscheinenden Kurvenzüge u_A und u_B die Spannungseffektivwerte U_A und U_B berechnet werden. Setzt man die **Vertikal-Ablenkkoefizienten** A_A bzw. A_B der Kanäle A und B in V/Div. (Division = Einheit, z. B. V/cm) an, so erhält man für U_A bzw. U_B

$$U_A = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_A \cdot y_A \quad \text{bzw.} \quad U_B = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_B \cdot y_B \quad , \quad (3.2-6)$$

wobei y_A und y_B in Div. (z. B. cm) zu messen sind.

Der Phasenverschiebungswinkel $\Delta\psi$ läßt sich aus der Verschiebung des Kurvenzuges u_B gegenüber u_A ermitteln, wobei wegen der Beobachtung am Oszillographen vorteilhafterweise zwei entsprechende Spannungsnulldurchgänge zu Grunde gelegt werden. Zur besseren Veranschaulichung der Verhältnisse wurde in Bild 3.2-1 für die unabhängige Variable t eine zweite Abszisse eingetragen. Der Zeitnullpunkt wurde so gewählt, dass sich für beide Funktionen positive **Nullphasenwinkel** ψ_A bzw. ψ_B ergeben.

Am Bildschirm entspricht nun der Periodendauer T eine Strecke a gemäß

$$T = B \cdot a \quad , \quad (3.2-7)$$

wobei B für den **Horizontal-Ablenkkoefizienten** (meist in s/Div., z. B. s/cm angegeben) gesetzt wurde, welcher bei beiden Kanälen gleich groß ist. Es gilt also $B_A = B_B = B$.

Analog dazu entsprechen den Nullphasenwinkeln ψ_A und ψ_B bzw. ψ_A/ω und ψ_B/ω (die bekanntlich von der Ordinate **nach links** positiv zu messen sind) am Bildschirm die Größen ξ_A und ξ_B als Abstände der Nulldurchgänge von der y -Achse.

Es gilt

$$\frac{\psi_A}{\omega} = B \cdot \xi_A, \quad \frac{\psi_B}{\omega} = B \cdot \xi_B \quad (3.2-8)$$

und für die gesuchte **Phasendifferenz**

$$\Delta\psi = \psi_B - \psi_A = \omega \cdot B \cdot (\xi_B - \xi_A) = \omega B \cdot \Delta\xi \quad (3.2-9)$$

Eliminiert man in (3.2-9) mit (3.2-7) die Größe B , so erhält man schließlich $\Delta\psi$ in der Einheit „Radiant“.

$$\Delta\psi = \omega \cdot \frac{T}{a} \cdot \Delta\xi = 2\pi \cdot \frac{\Delta\xi}{a} \quad (3.2-10)$$

Fazit:

Für die Bestimmung der Phasendifferenz genügt es, die Größen $\Delta\xi$ und a zu bestimmen. Die Größe B geht in das Ergebnis nicht ein, womit sich die Möglichkeit ergibt, beliebige, auch nicht kalibrierte, Horizontal-Ablenkkoeffizienten zu wählen.

Die Kenntnis der Effektivwerte und der gegenseitigen Phasenlagen der an einem Zweipol auftretenden Spannung und des in ihm fließenden Stroms macht es möglich, **die Leistung gemäß (3.2-2) zu bestimmen**. Auf Stromstärken allerdings ist über das *Ohm'sche* Gesetz aus Spannungsfällen an *Ohm'schen* Widerständen (**„Mess-Shunts“**) zu schließen (Bild 3.2-2).

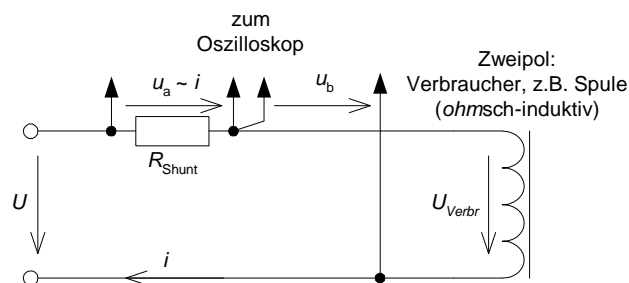


Bild 3.2-2: Oszillographische Bestimmung des Phasenwinkels zwischen Spannung u_b und Strom i : Der Strom i wird über einen Widerstand („Mess-Shunt“) in ein Spannungssignal u_a umgewandelt.

3.3 Leistungsmessung in Dreiphasensystemen

Elektrische Energie lässt sich mit einem Dreiphasensystem (Stränge U, V, W) wesentlich ökonomischer übertragen als mit drei Einphasensystemen, da statt sechs nur drei Verbindungsleiter von Quelle zu Verbraucher erforderlich sind. Darüber hinaus ist die Momentanleistung in symmetrischen Dreiphasensystemen **zeitlich konstant**, während sie in einem Einphasensystem mit doppelter Speisefrequenz pulsiert (3.1.2-10).

Zur Erinnerung:

Symmetrisches Dreiphasensystem:

Bedingung 1: - Je Strang sind dieselben Wirk- und Blindwiderstände vorhanden,

Bedingung 2: - Die Spannungen je Strang sind zueinander um 120° phasenverschoben und haben dieselbe Amplitude ("**symmetrisches Spannungs-Dreiein**"):

$$\begin{aligned} u_U(t) &= \hat{U} \cos(\omega t) \\ u_V(t) &= \hat{U} \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ u_W(t) &= \hat{U} \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (3.3-1)$$

Im allgemeinen sind aber die Verbraucher nicht symmetrisch (Bedingung 1 ist verletzt), während die Spannungen aus dem speisenden Netz in der Regel einen symmetrischen Spannungsstern bilden. Sind nur die drei Außenleiter U, V, W vorhanden, so kann nur die zwischen ihnen abzugreifende Spannung

$$\begin{aligned} u_{UV}(t) &= u_U(t) - u_V(t) \\ u_{VW}(t) &= u_V(t) - u_W(t) \\ u_{WU}(t) &= u_W(t) - u_U(t) \end{aligned} \quad (3.3-2)$$

genutzt werden. Diese drei sogen. "**verketteten**" **Spannungen (Außenleiter-Spannungen)** haben in Haushaltsnetzen den Effektivwert $U_{verk} = 400 \text{ V}$ (früher: 380 V) bei 50 Hz Frequenz. Ist der **Sternpunktleiter (Neutralleiter) N** ebenfalls vorhanden, so können zwischen U und N die Spannung u_U , zwischen V und N die Spannung u_V und zwischen W und N die Spannung u_W , also auch die drei Strangspannungen (3.3-1) abgegriffen werden. Dies ist in Haushaltsnetzen der Fall. Von der speisenden Transformatorstation, die die Spannung von z. B. 20 kV auf 400 V herunter transformiert, wird der Neutralleiter auf der Trafosekundärseite in die Haushalte mit verlegt. Der Effektivwert der **Strangspannungen** beträgt in einem symmetrischen Spannungsstern

$$U_{strang} = U = U_{verk} / \sqrt{3} \quad (3.3-3)$$

und somit in Haushalten $400 / \sqrt{3} = 230 \text{ V}$ (früher: $380 / \sqrt{3} = 220 \text{ V}$).

Die **genormte Bezeichnungsweise** für U, V, W ist L1, L2, L3. Die ältere (und auch heute noch oft verwendete) Schreibweise für dreiphasige Generatorsysteme ist U, V, W und für dreiphasige Verbraucher R, S, T. Wegen der kürzeren Schreibweise wird in diesem Skriptum die Schreibweise U, V, W (**Generatoren**) und R, S, T (**Verbraucher, Last**) verwendet.

3.3.1 Drei-Wattmetermethode

Diese Drei-Wattmeter-Methode zur Leistungsmessung in Dreiphasensystemen wird vor allem bei **Vierleitersystemen** verwendet, also wo R, S, T und N vorhanden sind. Wenn der Sternpunkt nicht zugänglich ist, bildet man sich den symmetrischen Sternpunkt (des Generators bzw. des speisenden Transformators!) **künstlich**, indem man in die drei Spannungspfade je ein Wattmeter einschaltet und sie zu einem Sternpunkt zusammen schaltet (Bild 3.3.1-1). Die Summe aus Wattmeterwiderstand und eventuellem Vorwiderstand muss natürlich in allen drei Pfaden jeweils die gleiche sein.

Da die drei Phasenleistungen p_R, p_S, p_T getrennt gemessen werden, gibt die Summe der drei angezeigten Leistungswerte auch bei unsymmetrischer Last (bei Vierleitersystem also auch bei stromführendem Neutralleiter) die **richtige Gesamtleistung** des Netzes:

$$p(t) = p_R(t) + p_S(t) + p_T(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) + u_S(t) \cdot i_S(t) + u_T(t) \cdot i_T(t) \quad (3.3.1-1)$$

$$P = P_R + P_S + P_T \quad (3.3.1-2)$$

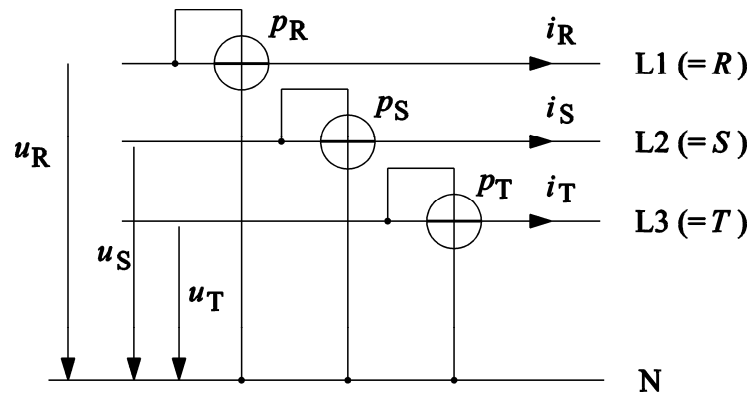


Bild 3.3.1-1: Drei-Wattmeterschaltung im Vierleiter-System R, S, T, N bzw. R, S, T und künstlichem Sternpunkt

3.3.2 Zwei-Wattmetermethode (Aron-Schaltung)

Bei einem Dreiphasensystem **ohne** Sternpunktleiter kann man mit **zwei** Wattmetern auskommen. Die **Zwei-Wattmetermethode** gibt auch bei **unsymmetrischer Last** die richtige Gesamtleistung des Systems an (Bild 3.3.2-1).

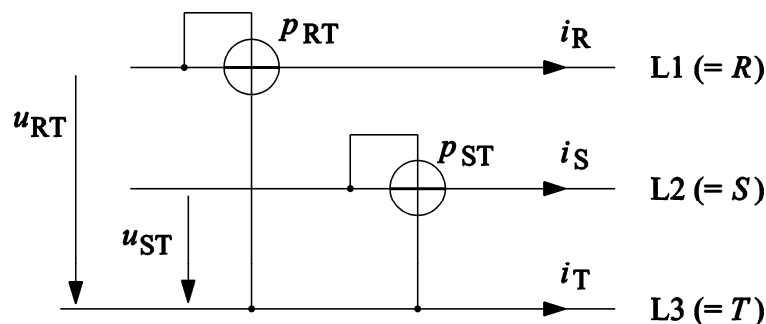


Bild 3.3.2-1: Zwei-Wattmeterschaltung im Dreileiter-System R, S, T (auch bei unsymmetrischer Last verwendbar)

An zwei Außenleitern werden die Strompfade eingeschaltet, die Spannungspfade werden von diesen beiden Außenleitern in **gleicher** Weise zum dritten Außenleiter geschaltet, also nicht zyklisch vertauscht! Die von den beiden Wattmetern angezeigten Leistungswerte geben **addiert die richtige** Gesamtleistung des verketteten Dreiphasensystems an. Die Anzeigewerte sind dabei mit ihren richtigen Vorzeichen in die Summe einzusetzen; das heißt, zeigt ein Wattmeter negativ an (richtige Schaltung natürlich vorausgesetzt), so ist der Leistungswert negativ zu zählen.

$$P = P_{RT} + P_{ST} \quad (3.3.2-1)$$

Nachweis der Richtigkeit der Zwei-Wattmetermethode:

Wir gehen von den Momentanwerten aus, die in den Wattmetern zur Wirkung kommen und dort arithmetisch gemittelt werden:

$$p(t) = p_{RT}(t) + p_{ST}(t) = i_R(t)u_{RT}(t) + i_S(t)u_{ST}(t) \quad (3.3.2-2)$$

Nun ist

$$u_{RT} = u_R - u_T = -u_{TR} \quad (3.3.2-3)$$

$$u_{ST} = u_S - u_T \quad (3.3.2-4)$$

Also folgt

$$p = i_R(u_R - u_T) + i_S(u_S - u_T) = i_R u_R + i_S u_S + (-i_R - i_S)u_T \quad (3.3.2-5)$$

Da kein Neutralleiter vorhanden sein darf, muss zwangsläufig

$$i_R + i_S + i_T = 0 \quad \text{bzw.} \quad -i_R - i_S = i_T \quad (\text{Kirchhoff'sche Knotenregel}) \quad (3.3.2-6)$$

gelten, so dass weiterhin folgt (vergleiche mit (3.3.1-1):

$$p = p_{RT} + p_{ST} = i_R u_R + i_S u_S + (-i_R - i_S)u_T = i_R u_R + i_S u_S + i_T u_T \quad (3.3.2-7)$$

Fazit:

Die Summe der beiden in den Wattmetern zur Messung gelangenden Momentanleistungswerte ist gleich der Summe der drei Phasen-Momentanleistungen. Allein für sich hat jede einzelne Teilleistung keine besondere physikalische Bedeutung.

Die Wattmeter bilden nun die arithmetischen Mittelwerte; die Mittelwertsbildung führt auf:

$$\begin{aligned} P &= P_{RT} + P_{ST} = I_R U_{RT} \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) + I_S U_{ST} \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = \\ &= I_R U_R \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_R) + I_S U_S \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_S) + I_T U_T \cos(\underline{I}_T, \underline{U}_T) \end{aligned} \quad (3.3.2-8)$$

Der vorletzte Ausdruck in (3.3.2-8) enthält die von den beiden Wattmetern angezeigten Leistungswerte, der letzte die Summe der drei Phasenwirkleistungen, also ist tatsächlich

$$P = P_{RT} + P_{ST} = P_R + P_S + P_T \quad (3.3.2-9)$$

3.3.3 Zeigerdiagramm einer unsymmetrischen Sternschaltung

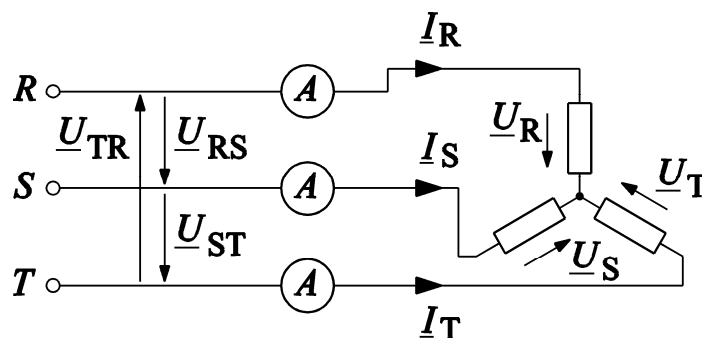


Bild 3.3.3-1: Unsymmetrische Sternschaltung ($U_R \neq U_S \neq U_T$), gespeist mit drei von außen eingeprägten symmetrischen verketteten Spannungen \underline{U}_{RS} , \underline{U}_{ST} , \underline{U}_{TR}

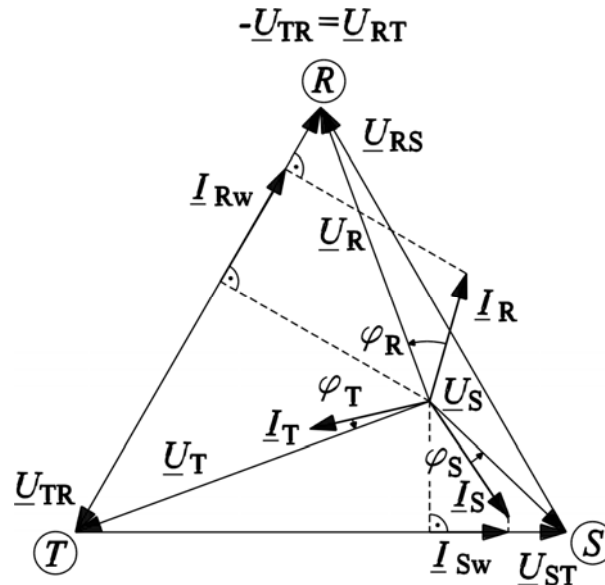


Bild 3.3.3-2: Konstruktion des Strom- und Spannungszeigerdiagramms bei unsymmetrischer Sternschaltung ($U_R \neq U_S \neq U_T, I_R \neq I_S \neq I_T$) aus Messwerten. Strangströme und -spannungen sind unterschiedlich groß!

Unter Verwendung der beiden von den Wattmetern angegebenen Messwerte (Zwei-Wattmetermethode), den Messwerten der 3 Strangströme (Phasenströme) und den drei gemessenen **Strangspannungen (Phasenspannungen)** kann man das **Zeigerdiagramm** einer unsymmetrischen Sternschaltung (drei unsymmetrische Verbraucherimpedanzen, siehe Bild 3.3.3-1) in einfacher Weise zeichnen:

- 1) Man zeichnet zuerst das (gleichseitige) Dreieck der symmetrisch eingepprägten verketteten Spannungen.
- 2) Von den Eckpunkten aus schlägt man mit dem Zirkel die drei ungleichen Phasenspannungen ab und erhält so den unsymmetrischen Sternpunkt der Belastungsseite.
- 3a) Die drei Außenleiterströme (= Phasenströme) werden ihrem Betrag nach mit *Ampere*-Metern gemessen. Ihre **Phasenlage** ergibt sich in folgender Weise aus den Wattmeteranzeigen: Wattmeter 1 mißt $P_1 = P_{RT} = I_R U_{RT} \cdot \cos(\angle I_R, \underline{U}_{RT})$, so dass man den Phasenverschiebungswinkel zwischen \underline{I}_R und \underline{U}_{RT} gemäß

$$\cos(\angle I_R, \underline{U}_{RT}) = \frac{P_{RT}}{I_R U_{RT}} \quad (3.3.3-1)$$

berechnen kann.

- 3b) Einfacher ist es, aus der Anzeige des Wattmeters P_{RT} durch Division

$$I_{Rw} = \frac{P_{RT}}{U_{RT}} = I_R \cos(\angle I_R, \underline{U}_{RT}) \quad (3.3.3-2)$$

die Größe I_{Rw} , also die mit \underline{U}_{RT} in Phase liegende Komponente von \underline{I}_R , auszurechnen.

- 4) Ermittlung von \underline{I}_R :

Man errichtet im Zeigerdiagramm die Normale vom Zeiger \underline{U}_{RT} durch den Sternpunkt und trägt vom Schnittpunkt mit dem Zeiger \underline{U}_{RT} bei **positivem** Wattmeterauschlag die Größe I_{Rw} **in Richtung** von \underline{U}_{RT} , bei **negativem** Wattmeterauschlag **in Gegenrichtung** von \underline{U}_{RT} auf. Im Endpunkt dieser Strecke errichtet man wieder die Normale zu \underline{U}_{RT} und schlägt vom

Sternpunkt aus die Größe I_R ab. Man muss dabei denjenigen Schnittpunkt des Kreises mit der zuletzt gezeichneten Normalen suchen, der eine Lage des Stromzeigers \underline{I}_R in einem **spitzen** Winkel zur Phasenspannung ergibt, da es sich ja um die Phase eines Verbrauchers handelt ($\cos(\underline{I}_R, \underline{U}_R) > 0$!).

- 5) In analoger Weise geht man beim Strom \underline{I}_S vor: Der Wattmeterausschlag des 2. Wattmeters liefert die Größe $P_2 = P_{ST}$. Daraus erhält man die Größe

$$I_{Sw} = I_S \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = \frac{P_{ST}}{U_{ST}}, \quad (3.3.3-3)$$

die bei **positivem** Wattmeterausschlag **in Richtung** \underline{U}_{ST} einzutragen ist. Mit Hilfe des mit dem *Ampere*-Meter gemessenen Betrages I_S erhält man so die richtige Größe und Richtung des Zeigers von \underline{I}_S .

- 6) Die Bedingung

$$\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0 \quad (3.3.3-4)$$

liefert schließlich den dritten Stromzeiger \underline{I}_T . Er sollte aus dem Zeigerdiagramm in der richtigen, mit dem Amperemeter in der Phase T gemessenen Betrags-Größe folgen!

3.3.4 Wattmeteranzeigen bei der Zwei-Wattmetermethode im Falle symmetrischer Belastung

Oft sind die dreiphasigen Verbraucher symmetrisch, d. h. in jedem Strang befindet sich die gleiche Impedanz. Für diesen Fall sollen die physikalischen Verhältnisse bei der Zwei-Wattmeterschaltung anschaulich diskutiert werden. Dabei sind die drei gleichartigen Verbraucher beispielhaft in Stern geschaltet. Natürlich wäre auch Dreieckschaltung möglich. Die zwei Wattmeter sind mit den Strompfaden in Phase R und S geschaltet. Wegen des symmetrischen Verbrauchers sind die Strombeträge in allen drei Strängen gleich:

$$I_R = I_S = I_T = I \quad (3.3.4-1)$$

Das symmetrisch speisende Netz ergibt für alle drei verketteten Spannungen gleich große Beträge:

$$U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U_{verk} \quad (3.3.4-2)$$

$$P_1 = P_{RT} = I_R U_{RT} \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) = I \cdot U_{verk} \cdot \cos(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) \quad (3.3.4-3)$$

$$P_2 = P_{ST} = I_S U_{ST} \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = I \cdot U_{verk} \cdot \cos(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) \quad (3.3.4-4)$$

Wenn der jeweilige Phasenwinkel $\angle(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT})$ bzw. $\angle(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST})$ gleich null, also der Cosinus dieses Winkels gleich 1 ist, tritt der maximal mögliche Ausschlag auf:

$$P_1 = I \cdot U_{verk} = P_{\max} \quad (3.3.4-5)$$

$$P_2 = I \cdot U_{verk} = P_{\max} \quad (3.3.4-6)$$

so dass man (3.3.4-3, 3.3.4-4) auch als

$$P_1 = P_{\max} \cdot \cos(\angle(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT})) \quad (3.3.4-7)$$

$$P_2 = P_{\max} \cdot \cos(\angle(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST})) \quad (3.3.4-8)$$

schreiben kann.

Beispiel 3.3.4-1:

Induktive symmetrische Last mit $\varphi = \angle(\underline{I}_R, \underline{U}_R) = 60^\circ$:

Gemäß Bild 3.3.4-1 b) ist der erste Phasenwinkel $\angle(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) = 30^\circ$, während der zweite Winkel $\angle(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = 90^\circ$ ist.

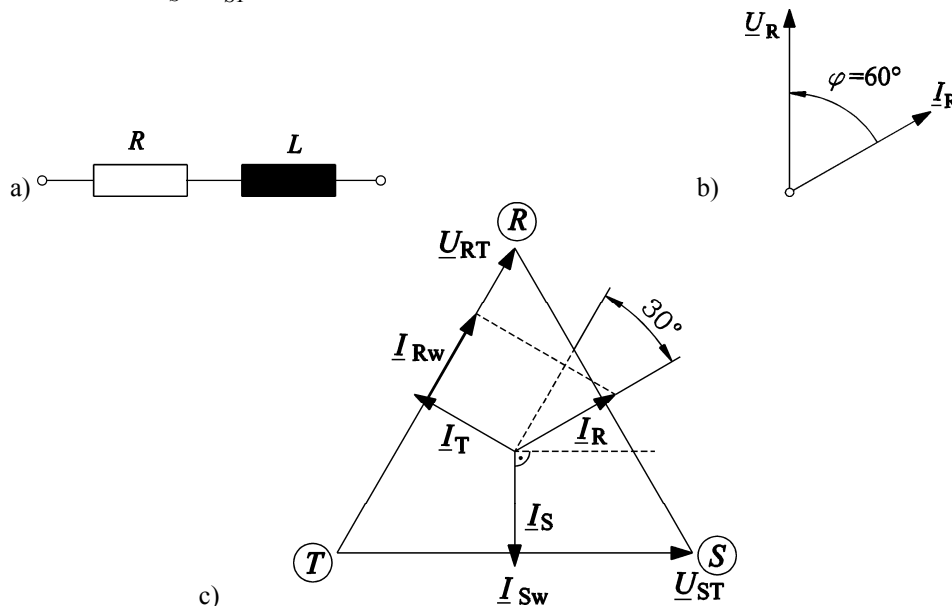


Bild 3.3.4-1: a) Je Strang: *Ohm'sch-induktive* Last mit $\varphi = 60^\circ$, b) Zeigerdiagramm je Strang, c) Zeigerdiagramm bei dreiphasiger Sternschaltung (Anwendung der Zweiwattmeter-Methode)

$$P_1 = P_{\max} \cdot \cos(30^\circ) = (\sqrt{3}/2) \cdot P_{\max} \quad (3.3.4-9)$$

$$P_2 = P_{\max} \cdot \cos(90^\circ) = 0 \quad (3.3.4-10)$$

Hier ist also Anzeige P_1 positiv, die andere Anzeige P_2 ist null. Die gesamte Drehstromleistung ist folglich

$$P = P_1 + P_2 = (\sqrt{3}/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \quad (3.3.4-11)$$

Dies ist in Übereinstimmung mit

$$P = 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \cos(60^\circ) = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \frac{1}{2} \quad (3.3.4-12)$$

Beispiel 3.3.4-2:

Rein induktive symmetrische Last mit $\varphi = \angle(\underline{I}_R, \underline{U}_R) = 90^\circ$:

Gemäß Bild 3.3.4-2 b) ist der erste Phasenwinkel $\angle(\underline{I}_R, \underline{U}_{RT}) = 60^\circ$, während der zweite Winkel $\angle(\underline{I}_S, \underline{U}_{ST}) = 120^\circ$ ist.

$$P_1 = P_{\max} \cdot \cos(60^\circ) = (1/2) \cdot P_{\max} \tag{3.3.4-13}$$

$$P_2 = P_{\max} \cdot \cos(120^\circ) = (-1/2) \cdot P_{\max} \tag{3.3.4-14}$$

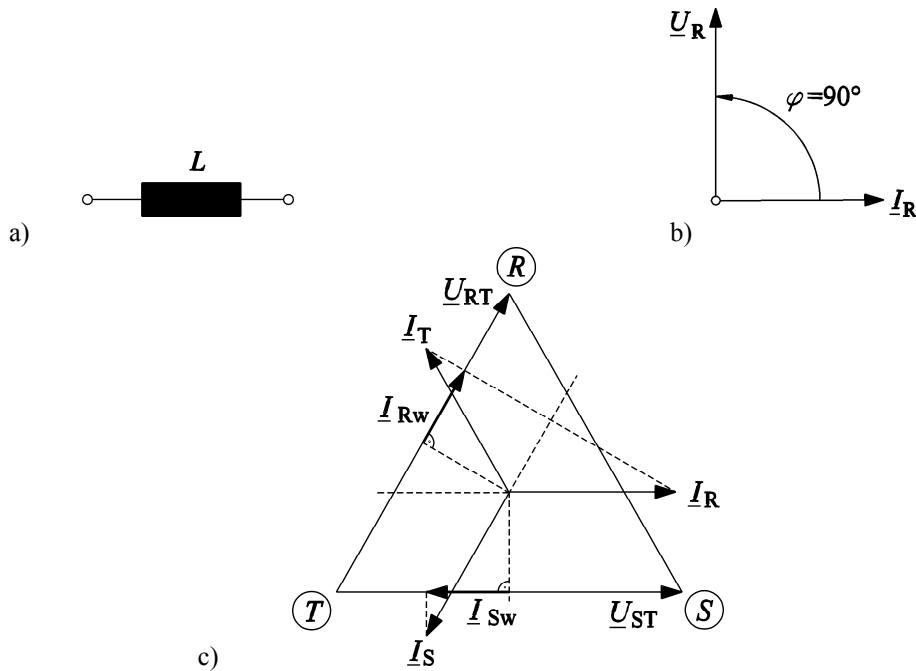


Bild 3.3.4-2: a) Je Strang: Induktive Last mit $\varphi = 90^\circ$, b) Zeigerdiagramm je Strang, c) Zeigerdiagramm bei dreiphasiger Sternschaltung (Anwendung der Zweiwattmeter-Methode)

Beide Anzeigen P_1 und P_2 sind dem Betrag nach gleich groß, jedoch haben sie entgegengesetzte Vorzeichen, so dass die Summe P gleich null ist. Es wird ja keine Wirkleistung verbraucht. Die gesamte Drehstromleistung ist folglich

$$P = P_1 + P_2 = (1/2) \cdot U_{verk} \cdot I - (1/2) \cdot U_{verk} \cdot I = 0 \tag{3.3.4-15}$$

Dies ist in Übereinstimmung mit

$$P = 3 \cdot U_{strang} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I \cdot \cos(90^\circ) = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I \cdot 0 = 0 \tag{3.3.4-16}$$

3.4 Der Einphasen-Transformator

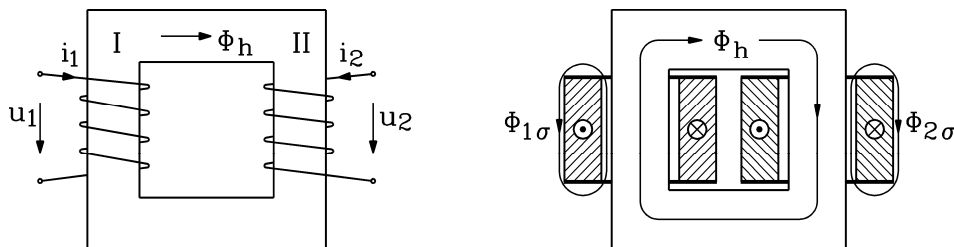


Bild 3.4-1: Einphasentransformator – Prinzipielle Anordnung mit Primär- und Sekundärwicklung und gemeinsamem Eisenkern (links) und Flussfaden (rechts): Der Hauptfluss Φ_h verkettet Primär- und Sekundärspule über die geschlossenen Feldlinien C im Eisen, der Streufluss Φ_σ ist nur mit je einer Spule verkettet

Der Einphasen-Transformator (Bild 3.4-1) besteht aus einem aus Blechschichten zusammengesetzten, geschlossenen **Weicheisenkern**, auf dem sich die **Primärwicklung** mit N_1 Windungen und die **Sekundärwicklung** mit N_2 Windungen befinden. Die Primärwicklung stellt eine Spule mit der Induktivität L_1 dar, die Sekundärwicklung eine Spule mit der Induktivität L_2 . Wegen der hohen Permeabilität des Eisenkerns μ_{Fe} sind beide Selbst-Induktivitäten groß, wenn auch wegen der unterschiedlichen Windungszahlen unterschiedlich (siehe (3.4.3-7)). Den *Ohm'schen* Widerstand der Wicklungen wollen wir vernachlässigen. Über den gemeinsamen Eisenkern schließt sich der magnetische Fluss und verkoppelt so Primär- mit Sekundärwicklung, ausgedrückt durch die Gegeninduktivität M .

3.4.1 Leerlaufender Transformator

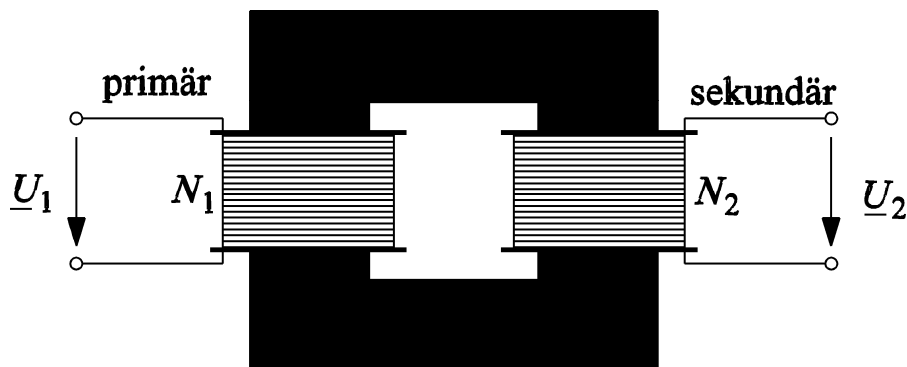


Bild 3.4.1-1: Leerlaufender Transformator (Sekundärklemmen offen)

Bei offenen Klemmen der Sekundärspule liegt kein Verbraucher an der Sekundärwicklung; der Sekundärstrom $I_2 = 0$. Diesen Betrieb nennt man "**Leerlauf**" des Transformators. Legt man an die Primärwicklung eine Wechselspannung

$$u_1(t) = \hat{U}_1 \cdot \sin(\omega t) = \hat{U}_1 \cdot \sin(2\pi f t) \quad , \quad (3.4.1-1)$$

so fließt wegen der hohen Induktivität der Primärspule nur ein kleiner induktiver Strom i_1 (**Leerlaufstrom**). Er erregt gemäß dem *Ampere'schen* Durchflutungssatz im Eisenkern eine magnetische Feldstärke H_{Fe} , die mit Primär- und Sekundärwicklung verkettet ist. Seine Phasenlage ist gegenüber der Spannung \underline{U}_1 ist (bei $R_l \cong 0$) um $\pi/2$ verschoben; der Strom "eilt" der Spannung „nach“. Die Primärspule ist ein (fast reiner) induktiver Widerstand L_1 ! Die magnetische Flussdichte im Eisenkern (Querschnitt A) ist

$$B = \mu_{Fe} H_{Fe} \quad (3.4.1-2)$$

und der zugehörige magnetische Fluss im Eisenkern

$$\Phi = B \cdot A \quad (3.4.1-3)$$

Es ergibt sich im Leerlauf **real** eine kleine Wirkleistungsaufnahme. Dieser geringe Leistungsaufwand geht auf die Erwärmung der Wicklung (**Stromwärmeverluste** $R_l \neq 0$) durch den Strom i_1 und auf die beim ständigen Ummagnetisieren des Eisenkerns mit der Frequenz f auftretenden Energieverluste zurück (**Ummagnetisierungsverluste**). Bei Vernachlässigung des *Ohm'schen* Widerstandes muss der angelegten Spannung U_1 eine Selbstinduktionsspannung gleicher Größe entgegenwirken:

$$u_{L1} = -d\Psi_1 / dt = -L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} = -N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.4.1-4)$$

Diese Spannung wird in den N_1 Windungen der Primärspule durch die Änderung des durchsetzenden magnetischen Flusses $\Phi = BA = \Psi_1/N_1$ induziert. Nun laufen die magnetischen Feldlinien aber fast ausschließlich im geschlossenen Eisenkern, da dessen magnetische Leitfähigkeit (**Permeabilität**) μ_{Fe} etwa 1000...5000-mal größer ist als jene der ihn umgebenden Luft mit $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$. Daher wird jede Windung der Primär- und Sekundärspule vom selben magnetischen Fluss Φ durchsetzt (Streufluss Φ_σ vernachlässigt, $\Phi = \Phi_h$) und in jeder dieselbe **Windungsspannung**

$$u_w = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (3.4.1-5)$$

induziert. In den N_2 Windungen der Sekundärwicklung wird daher die N_2 -fache Windungsspannung als **Gegeninduktionsspannung**

$$u_{M2} = -d\Psi_{21} / dt = -M \cdot \frac{di_1}{dt} = -N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.4.1-6)$$

induziert. Aus (3.4.1-1) und (3.4.1-4) folgt:

$$u_1 + u_{L1} = R_1 \cdot i_1 \cong 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = -u_{L1} = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.4.1-7)$$

In gleicher Weise gilt für die **Sekundärspannung**

$$u_2 + u_{M2} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_2 = M \cdot \frac{di_1}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.4.1-8)$$

Daraus folgt das **Übersetzungsverhältnis** \ddot{u} zwischen primärer und sekundärer Spannung im Leerlauf (das exakt nur bei Vernachlässigung des primären Wicklungswiderstandes gilt):

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (3.4.1-9)$$

Die experimentelle Überprüfung liefert **etwas kleinere** Werte für U_2 , was auf die erwähnten Verluste zurückzuführen ist.

Fazit:

Durch Wahl des entsprechenden Übersetzungsverhältnisses \ddot{u} kann aus einer gegebenen Primärspannung die gewünschte Sekundärspannung erhalten werden. Ein leerlaufender Transformator kann somit als "Spannungswandler" verwendet werden. ACHTUNG: Die Frequenz der Spannungen bleibt dabei UNVERÄNDERT!

3.4.2 Belasteter Transformator

Wenn aus der Sekundärseite des Transformators die elektrische Leistung P_2 entnommen wird, so muss diese Leistung vom elektrischen Strom an der Primärseite aufgebracht werden, da andere Energiequellen nicht zur Verfügung stehen. Der Primärstrom muss also die sekundär entnommene Leistung und die Verluste im Transformator aufbringen. Es gilt daher:

Primär-Wirkleistung = Sekundär-Wirkleistung + Verluste

$$P_1 = P_2 + P_d \quad (3.4.2-1)$$

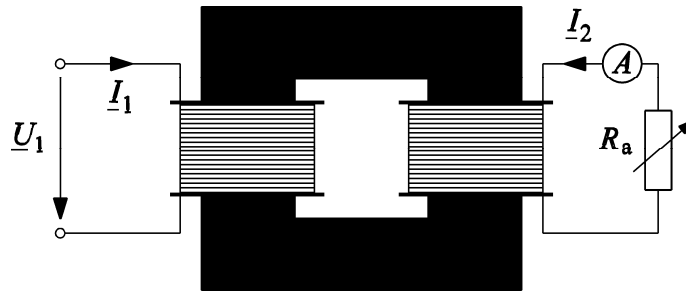


Bild 3.4.2-1: Sekundär *Ohm'sch* belasteter Transformator

Bei einem guten Transformator betragen diese **Verluste** je nach Größe etwa 1% ... 3% der Nenn-Scheinleistung. Dabei wird als **Nenn-Scheinleistung** das Produkt aus Nennstrom und Nennspannung definiert. Der **Nennstrom** ist so bemessen, dass die Temperatur der Transformatorwicklungen im Dauerbetrieb nicht gewisse zulässige Temperaturgrenzen überschreitet. Die **Nennspannung** ist so bemessen, dass im Dauerbetrieb mit dieser Spannung keine schädlichen Entladungen oder Überschläge im Transformator entstehen. Große Leistungstransformatoren mit mehreren 100 MVA Nennscheinleistung haben weniger als 1% Verluste.

Wenn wir

- die Verluste primär- und sekundärseitig vernachlässigen und weiter annehmen, dass
- der gesamte magnetische Fluss im Eisenkern verläuft und somit mit Primär- und Sekundärwicklung gleichermaßen verkettet ist, so erhalten wir den "**idealen**" Transformator.

$$P_1 = P_2 \quad , \quad P_d = 0 \quad (3.4.2-2)$$

Dann tritt bei **sekundärer Belastung** (Stromfluss $i_2 > 0$) beiderseits dieselbe Phasenverschiebung zwischen Primärspannung und –strom und Sekundärspannung und –strom auf:

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi = P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \quad (3.4.2-3)$$

Fazit:

Die Stromstärken verhalten sich beim Einphasen-Transformator umgekehrt wie die Spannungen oder die Windungszahlen. Der Transformator übersetzt also den Strom umgekehrt wie die Spannung. Im selben Maße, wie er etwa die Spannung herab transformiert, setzt er den Strom hinauf, und umgekehrt.

Wird durch die sekundäre Leistungsentnahme eine größere Leistung an der Primärseite erforderlich, so muss dazu der Primärstrom (bei konstanter Spannung!) ansteigen und die Phasenverschiebung gegen Null gehen (größerer Leistungsfaktor), denn ein Ansteigen des

Stromes bei unveränderter Phasenverschiebung von fast $\pi/2$ ($\cos \varphi = 0$) erbringt keine Wirkleistung, ein größerer Leistungsfaktor bei unverändert schwachem Primärstrom kann auch nicht die nötige Leistung ergeben.

Der Anstieg des Primärstromes von Leerlauf auf Belastung kann so verstanden werden:

Der Sekundärstrom verursacht wegen des *Ampere*'schen Durchflutungssatzes seinerseits einen magnetischen Fluss im Eisenkern, der nach dem *Faraday*'schen Induktionsgesetz (der *Lenz*'schen Regel) der Ursache des Sekundärstromes, also dem durch den Primärstrom erzeugten magnetischen Fluss, entgegenwirkt. Dadurch würde der magnetische Gesamtfluss Φ im Eisenkern verringert, was eine Verringerung auch der in der Primärspule induzierten Spannung zur Folge hätte. Das darf aber nicht sein, da sonst das Gleichgewicht zwischen der an die Primärspule gelegten äußeren (Netz-)Spannung und der ihr entgegen wirkenden Selbstinduktionsspannung gestört wäre. Der Primärstrom reagiert durch sein Anwachsen derart, dass der magnetische Gesamtfluss und damit die primäre Selbstinduktionsspannung den ursprünglichen Wert wieder erreichen.

Sekundärer Kurzschluss des Transformators:

Der reale Transformator kommt dem idealen Transformator dann am nächsten, wenn er **sekundär kurz geschlossen** betrieben wird. Der sekundäre Betriebsstrom und der primärseitig dann erforderliche Betriebsstrom sind dann deutlich größer als der o. g. kleine Leerlaufstrom. Der Transformator ist stark belastet. Für diese Betriebsart ist die Stromübersetzung (3.4.2-3) sehr gut erfüllt. Allerdings ist diese Betriebsart bei primärer Nennspannung in der Regel nicht dauernd zulässig, da der **Kurzschlussstrom sehr hoch** ist.

3.4.3 Selbst- und Gegeninduktivitäten des Einphasen-Transformators

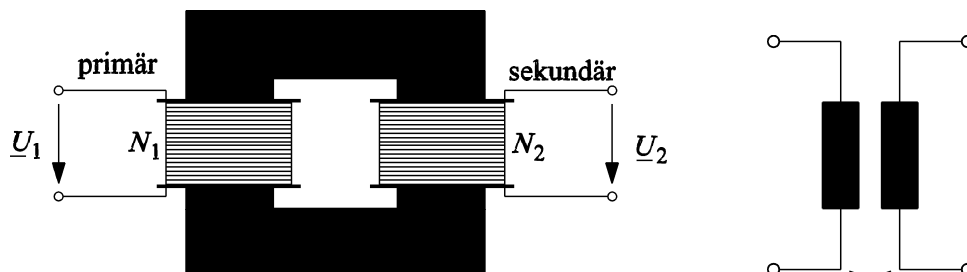


Bild 3.4.3-1: Realer Transformator (links) und elektromagnetische Ersatzdarstellung (rechts), bestehend aus der Selbstinduktivität je Spule und der Gegeninduktivität zwischen den Spulen

a) Berechnung der Selbst- und Gegeninduktivität:

Mit dem *Ampere*'schen Durchflutungssatz wird die vom Primärstrom i_1 erregte Feldstärke H_{Fe} im Eisenkern bei Leerlauf ($i_2 = 0$) bestimmt:

$$\oint_C \vec{H}_{Fe} \cdot d\vec{s} = \mathcal{O} = N_1 i_1 \quad (3.4.3-1)$$

Da der Querschnitt A des Eisenkerns überall gleich groß ist, ist auch die Feldstärke H_{Fe} längs eines geschlossenen Weges C im Eisenkern konstant. Die magnetischen Feldlinien von H_{Fe} verlaufen fast ausschließlich im geschlossenen Eisenkern, da dessen magnetische Leitfähigkeit (**Permeabilität**) μ_{Fe} etwa 1000...5000-mal größer ist als jene der ihn umgebenden Luft mit $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$. Ein real auftretender, geringer **Streufloss** über

Luftwege wird vernachlässigt. Daher kann eine der geschlossenen Feldlinien von H_{Fe} als geschlossene Kurve C verwendet werden, die die elektrische Durchflutung $\Theta = N_1 i_1$ umschließt. Da der Feldstärkevektor \vec{H}_{Fe} sich definitionsgemäß tangential an die Feldlinien schmiegt, ist der Winkel zwischen Feldstärkevektor \vec{H}_{Fe} und differentiellem Wegelementvektor $d\vec{s}$ Null. Es gilt für das skalare (innere) Vektorprodukt unter dem Kurvenintegral:

$$\oint_C \vec{H}_{Fe} \cdot d\vec{s} = \oint_C H_{Fe} \cdot ds \cdot \cos(\vec{H}_{Fe}, d\vec{s}) = \oint_C H_{Fe} \cdot ds \cdot \cos(0) = \oint_C H_{Fe}(s) \cdot ds \quad (3.4.3-2)$$

Da H_{Fe} wegen des konstanten Eisenquerschnitts A längs der Kurve C (Länge der Kurve C : s_{Fe}) bis auf den Bereich der vier Ecken annähernd konstant ist, kann H_{Fe} vor das Integral gezogen werden, und wir erhalten:

$$\oint_C H_{Fe}(s) ds = H_{Fe} \oint_C ds = H_{Fe} s_{Fe} = \Theta = N_1 i_1 \Rightarrow H_{Fe} = \frac{N_1 i_1}{s_{Fe}} \quad (3.4.3-3)$$

Das Werkstoffgesetz des verwendeten Eisenmaterials

$$B_{Fe} = \mu_{Fe} H_{Fe} \quad (3.4.3-4)$$

ergibt für den magnetischen Fluss Φ , da B_{Fe} über die Eisenquerschnittsfläche A annähernd konstant ist und diese im rechten Winkel durchsetzt,

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_A \vec{B}_{Fe} \cdot d\vec{A} = \int_A \vec{B}_{Fe} \cdot d\vec{A} \cdot \cos(\vec{B}_{Fe}, d\vec{A}) = \int_A B_{Fe} \cdot dA \cdot \cos(0) = \\ &= \int_A B_{Fe} dA = B_{Fe} \int_A dA = B_{Fe} A \end{aligned} \quad (3.4.3-5)$$

Jede der N_1 Windungen der Primärwicklung ist mit diesem Fluss verkettet, daher ist die gesamte **Flussverkettung** Ψ_1 der Primärwicklung

$$\Psi_1 = N_1 \Phi_1 \quad (3.4.3-6)$$

Daraus ergibt sich die **Selbstinduktivität der Primärwicklung**

$$L_1 = \frac{\Psi_1}{i_1} = \frac{N_1 B_{Fe} A}{i_1} = \frac{N_1 \mu_{Fe} H_{Fe} A}{i_1} = \frac{N_1 \mu_{Fe} \cdot \left(\frac{N_1 i_1}{s_{Fe}} \right) \cdot A}{i_1} = \mu_{Fe} \cdot N_1^2 \cdot \frac{A}{s_{Fe}} \quad (3.4.3-7)$$

Analog gilt für die Selbstinduktivität der Sekundärwicklung

$$L_2 = \frac{\Psi_2}{i_2} = \mu_{Fe} \cdot N_2^2 \cdot \frac{A}{s_{Fe}} \quad (3.4.3-8)$$

und für die **Gegeninduktivität** zwischen Primär- und Sekundärwicklung

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \mu_{Fe} \cdot N_1 N_2 \cdot \frac{A}{s_{Fe}} = M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \mu_{Fe} \cdot N_2 N_1 \cdot \frac{A}{s_{Fe}} = M \quad (3.4.3-9)$$

Fazit:

Die Selbstinduktivität ist quadratisch von der Windungszahl und linear von der Eisenpermeabilität abhängig, während die Gegeninduktivität vom Produkt beider Windungszahlen abhängt.

Beispiel 3.4.3-1:

Einfluss der Windungszahl auf die Induktivität:

Mit **steigender** Primärwindungszahl **sinkt** der Leerlaufstrom des Transformators bei konstant anliegender Primärspannung umgekehrt proportional mit dem Quadrat der Windungszahl. Gleichzeitig sinkt die Flussdichte im Eisenkern umgekehrt proportional mit der Windungszahl. Aus (3.4.1-7) folgt für $R_l \cong 0$:

$$u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \Rightarrow \underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 \Rightarrow \underline{I}_1 = -j \frac{U_1}{\omega L_1} \sim \frac{1}{\mu_{Fe} N_1^2} \quad (3.4.3-10)$$

$$u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \underline{U}_1 = \frac{N_1}{\sqrt{2}} \cdot j\omega \underline{\Phi} = \frac{N_1}{\sqrt{2}} \cdot j\omega \underline{B}_{Fe} A \Rightarrow B_{Fe} \sim \frac{1}{N_1} \quad (3.4.3-11)$$

Beachte:

Ströme und Spannungen werden stets als Effektivwerte angegeben, Flüsse, Flussdichten und Flussverkettungen als Scheitelwerte, da die Scheitelwerte die Sättigung der nichtlinearen Eisenkennlinie bestimmen (siehe z. B. (3.4.3-11)).

Zahlenwertbeispiel:

N_l	1200	600	300	150
I_{l0} / mA	34	136	544	2176
B_{Fe} / T	0.125	0.25	0.5	1.0

Tabelle 3.4.3-1: Steigender Leerlaufstrom und steigende Flussdichte im Eisenkern bei sinkender Windungszahl und KONSTANTER Permeabilität

b) Einfluss des Eisenwerkstoffs:

Bei **realen Transformatoren** ist die Werkstoffkennlinie $B_{Fe}(H_{Fe})$ **stark nichtlinear** (Eisen-sättigung ab ca. $B_{Fe} = 1.6 \dots 1.8 \text{ T}$), so dass μ_{Fe} mit steigender Flussdichte zunächst zu- und dann abnimmt. Deshalb sinkt in realen Transformatoren zwar B_{Fe} tatsächlich linear mit $1/N_l$, weil gemäß (3.4.3-11) diese Abnahme unabhängig von μ_{Fe} ist, aber die Abnahme von I_{l0} mit steigender Windungszahl ist auch von der Änderung von $\mu_{Fe}(B_{Fe})$ beeinflusst. Hinzu kommt der Einfluss des Primärwicklungswiderstands und der Ummagnetisierungsverluste, der in (3.4.1-7) vernachlässigt ist.

Den Einfluss des **Eisenwerkstoffes** erkennt man, wenn man bei **identischer** Windungszahl unterschiedliche Werkstoffe verwendet.

a) **Grauguss** hat *schlechte* magnetische Eigenschaften (niedriges μ_{Fe}) und kann als Massivgutsteil auch nicht dazu verwendet werden, Wirbelströme im Eisen zu unterdrücken. Es wird daher als magnetisch aktives Eisen nicht verwendet, sondern als Konstruktionswerkstoff.

b) **Stahlguss** hat *gute* magnetische Eigenschaften (hohes μ_{Fe}) und lässt sich zu Blechen (Stahlblech) walzen, so dass **lamellierte Eisenkerne** (mit Isolation dazwischen) herstellbar sind, die die Wirbelstromverluste (Teil der Ummagnetisierungsverluste) stark vermindern können. Sie werden für Kleintransformatoren im Netzfrequenzbereich verwendet.

c) **Kornorientierte Stahlbleche** werden durch ein spezielles **Kaltwalz-Verfahren** hergestellt. In Walzrichtung (**Vorzugsrichtung**) haben sie ein sehr hohes μ_{Fe} , quer dazu aber ein niedriges μ_{Fe} . Sie werden für große Transformatoren verwendet, wobei die Feldlinien in Vorzugsrichtung verlaufen müssen. Als Endlos-Wickel aufgewickelt, erreicht man, dass die Vorzugsrichtung stets in Feldlinienrichtung verläuft. Um Wicklungen aufstecken zu können, muss man den Wickel allerdings durchschneiden (**Schnittbandkern**). Solche Schnittbandkerne werden für hochwertige Kleintransformatoren mit hohen Betriebsfrequenzen (z. B. in der Nachrichtentechnik) verwendet.

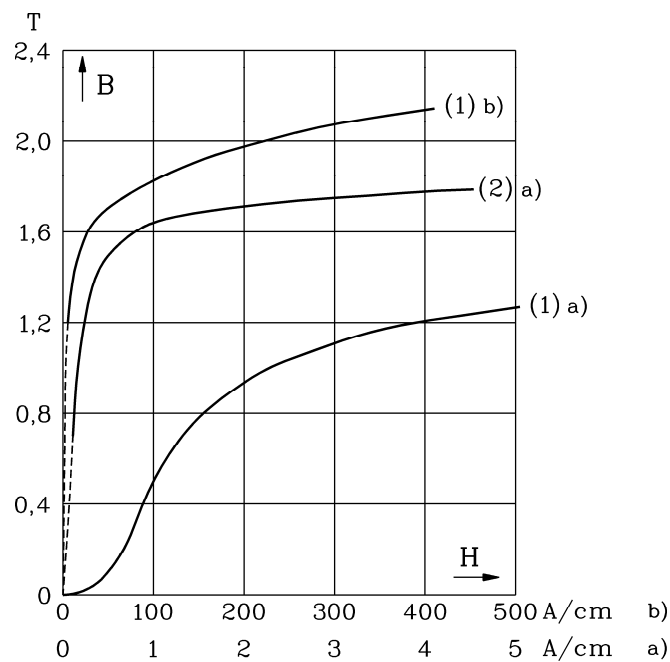


Bild 3.4.3-2: Gleichstrom-Magnetisierungskurven $B(H)$, Hystereseschleife vernachlässigt

(1) warmgewalztes Stahlblech (Elektroblech), 0,5 mm dick

Hinweis: Kurve 1a) ist ein Ausschnitt der Kurve 1b) für kleine Feldstärken H .

(2) kaltgewalztes, kornorientiertes Stahlblech, 0,35mm dick, Vorzugsrichtung

Beispiel 3.4.3-2:

Einfluss des magnetischen Werkstoffs auf den Leerlaufstrom und auf die Selbstinduktivität:

Werkstoff	<i>Grauguss</i>	<i>Stahlblech</i>	<i>Kornorientiertes Blech</i>
Magnet. Eigenschaft	niedriges μ_{Fe}	hohes μ_{Fe}	Sehr hohes μ_{Fe}
Ausführung	Massivkern	Lamellierter Kern	Schnittbandkern
I_{l0} / mA	800	64	30
L_1 / H	0.12	1.5	3.2

Tabelle 3.4.3-2: Gemessener Einfluss des Werkstoffs bei kleiner Flussdichte $B = 0.25 \text{ T}$ im Eisenkern (Eisen ungesättigt), konstante Windungszahl $N = 600$, $A = 9 \text{ cm}^2$, $f = 50 \text{ Hz}$, $U_1 = 30 \text{ V}$

$$\text{z.B.: } \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 \cong j\omega L_1 \underline{I}_1 \Rightarrow L_1 = \frac{U_1}{\omega I_1} = \frac{30}{2\pi \cdot 50 \cdot 0.8} = 0.12 \text{ H}$$

$$U_1 = \omega \frac{N_1}{\sqrt{2}} \cdot B_{Fe} \cdot A = 2\pi \cdot 50 \cdot \frac{600}{\sqrt{2}} \cdot 0.25 \cdot 0.0009 = 30 \text{ V}$$

Die nichtlineare Eisenkennlinie hat auch zur Folge, dass im Leerlauf des Transformators die Stromaufnahme nicht mehr sinusförmig ist, wie Bild 3.4.3-3 zeigt. Die sinusförmige Spannung, die vom Netz her angelegt wird, erzwingt gemäß (3.4.1-7)

$$R_1 \cong 0 \Rightarrow u_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \hat{U}_1 \cos(\omega t) \Rightarrow B_{Fe} = \frac{\hat{U}_1}{AN_1} \cdot \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \quad (3.4.3-12)$$

einen zeitlich sinusförmigen Verlauf der Flussdichte B_{Fe} im Eisen. Damit ergibt sich aber wegen der nichtlinearen (gekrümmten) $B_{Fe}(H_{Fe})$ -Kennlinie ein nichtsinusförmiger Verlauf $H_{Fe}(t)$. Dies ist in Bild 3.4.3-3 graphisch abgeleitet. Wegen des *Ampere*'schen Durchflutungssatzes (3.4.3-3) ist damit auch der Leerlaufstrom $i_{10}(t)$ zeitlich nicht sinusförmig.

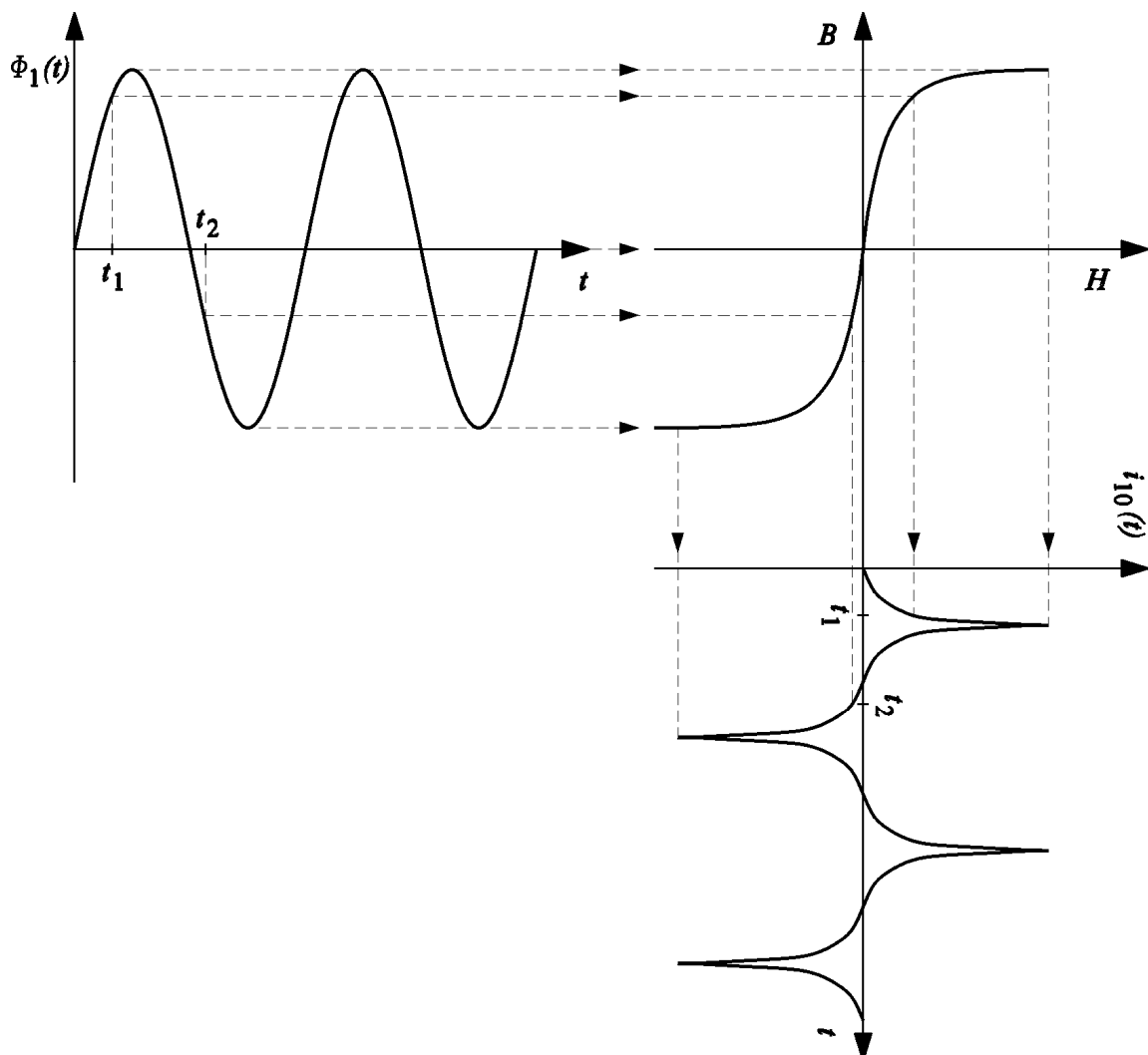


Bild 3.4.3-3: Herleitung des nichtsinusförmigen Verlaufs des Leerlaufstroms

Versuchsdurchführung

3.5 Verwendung des Multimeters SIEMENS B 1106

Zur Leistungsmessung im Einphasen- und Dreiphasensystem wird das Multimeter B 1106 von SIEMENS verwendet. Es ist eine Kombination eines Leistungsmessers, eines Ampere- und Voltmeters. Bild 3.5-1 zeigt die Schaltung zur Leistungsmessung und die zu wählenden Einstellungen am Multimeter. Während der Messung können dann Werte für Strom, Spannung und Leistung abgelesen werden. Zu beachten ist, dass die stationären Messwerte mit einer kleinen Zeitverzögerung angezeigt werden.

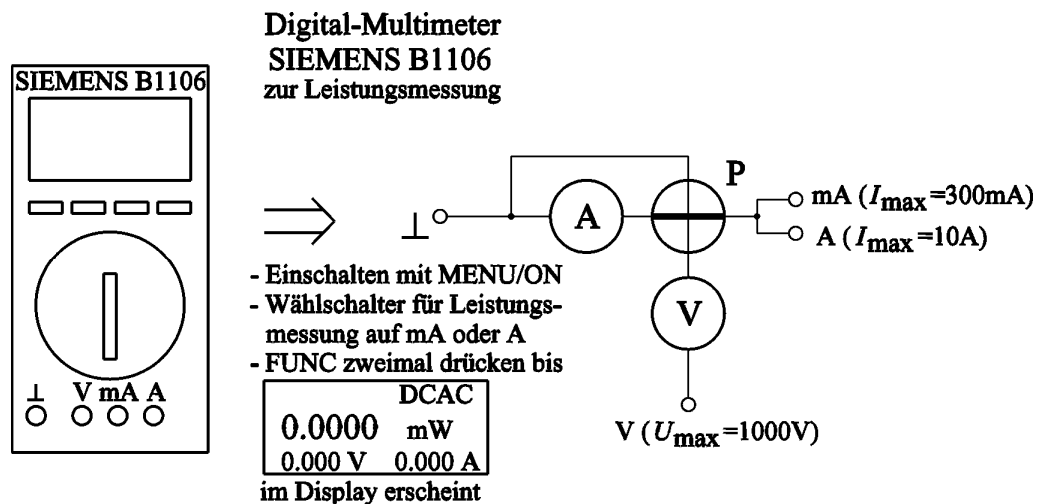


Bild 3.5-1: Leistungsmessung mit dem Multimeter B 1106

Es muss je nach auftretender Stromstärke der richtige Strompfad (Messbereich bis $I_{\max} = 300 \text{ mA}$ oder 10 A) gewählt und gesteckt werden. Die Strompfade des Multimeters dürfen nicht überlastet werden! Beim Umschalten und Umstecken des Strompfades muss die Stromversorgung des Versuchsaufbaus ausgeschaltet sein. Beide Stecker für Strom und Spannung müssen vor dem Verdrehen der Wählscheibe des Multimeters gezogen werden.

Wurde die FUNCTION-Taste am Multimeter zur Leistungsmessung öfter als zweimal gedrückt, kann man die ESCape-Funktion benutzen, indem man die Taste FUNCTION länger gedrückt hält, bis die Anfangseinstellung DC mit der Einheit A wieder erscheint. Dann nochmals mit FUNCTION zweimal zur Leistungsmessung umschalten.

Nach Beendigung der Messung das Multimeter zur Schonung der Batterie durch längeres Drücken der Taste MENU/ON ausschalten.

3.6 Einphasenleistungsmessung

3.6.1 Bauen Sie die in Bild 3.6-1 gezeigte Schaltung auf. Zur Spannungsversorgung benutzen Sie den LEYBOLD Kleinspannungs-Drehstromtransformator. Schließen Sie Buchsen L1 und L2 des rechten Anschlussfeldes an. Damit steht Ihnen eine einphasige (verkettete) Spannung von $U_N = 40 \text{ V}$ zur Verfügung. Als Induktivität verwenden Sie die Spule mit 2×1800 Windungen. Schalten Sie die beiden Wicklungen in Reihe, so dass sie eine Spule mit 3600 Wdg. ergeben. Zum Anschluss der Spule benutzen Sie die Buchsen L1

und L4 (siehe Bild 3.6.2). Die Reihenschaltung der beiden Wicklungen ergibt sich durch die Verbindung von Buchse L2 mit L3.

3.6.2 Führen Sie die Messung einmal ohne Kern und einmal unter Verwendung des Lamellenkerns durch. Mit dem Multimeter B 1106 messen Sie Strom, Spannung und Wirkleistung. Tragen Sie die Messwerte in Tabelle 3.6.1 ein.

Hinweis zur Wahl der Strompfade am Multimeter B 1106:

- Bei Messung mit Spule ohne Lamellenkern: 10 A-Pfad
- Bei Messung mit Spule mit Lamellenkern: 300 mA-Pfad

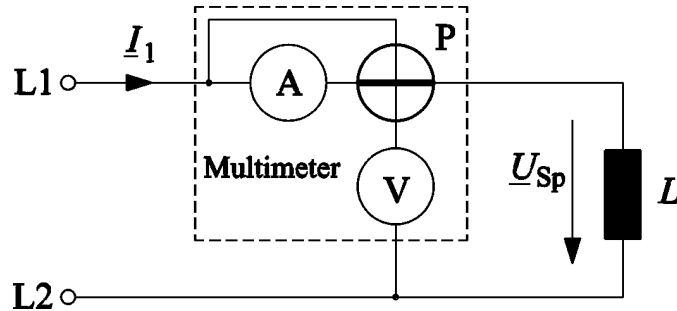


Bild 3.6-1: Schaltung zur Einphasen-Leistungsmessung

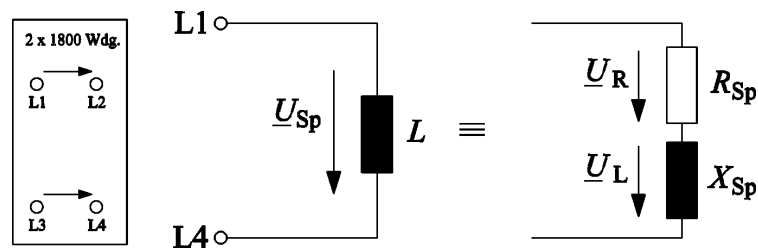


Bild 3.6-2: Anschlussbuchsen der Spule und Ersatzschaltbilder

Tabelle 3.6-1: Messwerte und Auswertungsergebnisse aus der Leistungsmessung im Einphasennetz

Spule/Wdg.	Kern	U / V	I / A	P / W	$\varphi / ^\circ$	U_R / V	U_L / V	R_{Sp} / Ω	X_{Sp} / Ω	L_{Sp} / mH
3.600	Nein									
3.600	Ja									

3.6.3 Berechnen Sie die Phasenverschiebung φ und die Spannungen U_L und U_R , die Reaktanz X_{Sp} und den *Ohm*'schen Widerstand R_{Sp} der Spule. Tragen Sie die Ergebnisse in Tabelle 3.6.1 ein. Wie groß ist die Induktivität L_{Sp} der Spule? Den Lösungsweg dokumentieren Sie in dem Versuchsprotokoll. Die Daten R_{Sp} und X_{Sp} der Spule ohne Kern benötigen Sie für den zweiten Teil der Leistungsmessung.

3.6.4 Die *Ohm*'schen Widerstände R_{Sp} der Spule mit und ohne Kern unterscheiden sich. Begründen Sie, warum, und errechnen Sie den gesamten Wirk- und Blindwiderstand der Spule. Kerngeometrie: $A_{Fe} = 360 \text{ mm}^2$, $s_{Fe} = 345 \text{ mm}$, Dichte $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, Verlustziffer $\nu_{10} = 5.5 \text{ W/kg}$ bei 1 T und 50 Hz.

Falls Sie bei der Berechnung der Flussdichte Probleme haben, rechnen Sie bitte mit $B_{Fe} = 0,15 \text{ T}$.

3.6.5 Zeichnen Sie maßstabgetreu (auf Millimeterpapier mit sinnvollem Maßstab) die beiden Zeigerdiagramme für Spannung und Strom (Spule mit und ohne Kern).

3.7 Leistungsmessung im Dreiphasennetz

3.7.1 Bauen Sie die in Bild 3.7-1 gezeigte Schaltung auf. Zur Stromversorgung dient der LEYBOLD Kleinspannungs-Drehstromtransformator. Benutzen Sie das rechte Anschlussfeld mit den Buchsen L1, L2 und L3, so dass Ihnen ein Dreiphasen-Spannungssystem mit einer verketteten Spannung von $U_N = 40 \text{ V}$ zur Verfügung steht. Zur Durchführung der Leistungsmessung im Dreiphasennetz mit der Zweiwattmeter-Methode verwenden Sie die Multimeter SIEMENS B 1106 (Strompfad 300 mA), die Ihnen neben den Außenleiterströmen I_R und I_S auch die verketteten Spannungen U_{ST} und U_{RT} anzeigen. Die dritte verkettete Spannung U_{RS} hat aufgrund der Symmetrie des speisenden Netzes des Drehstrom-Transformators den gleichen Betrag wie U_{ST} und U_{RT} und wird deshalb nicht gemessen. Zur Ermittlung des dritten Außenleiterstroms I_T setzen sie den Multimeter SIEMENS B 1106 (Strompfad 300 mA) ein. Die Strangspannungen U_R , U_S und U_T werden mit dem digitalen Voltmeter ($U_{\max} = 200 \text{ V}$) nacheinander über den Umschalter S gemessen.

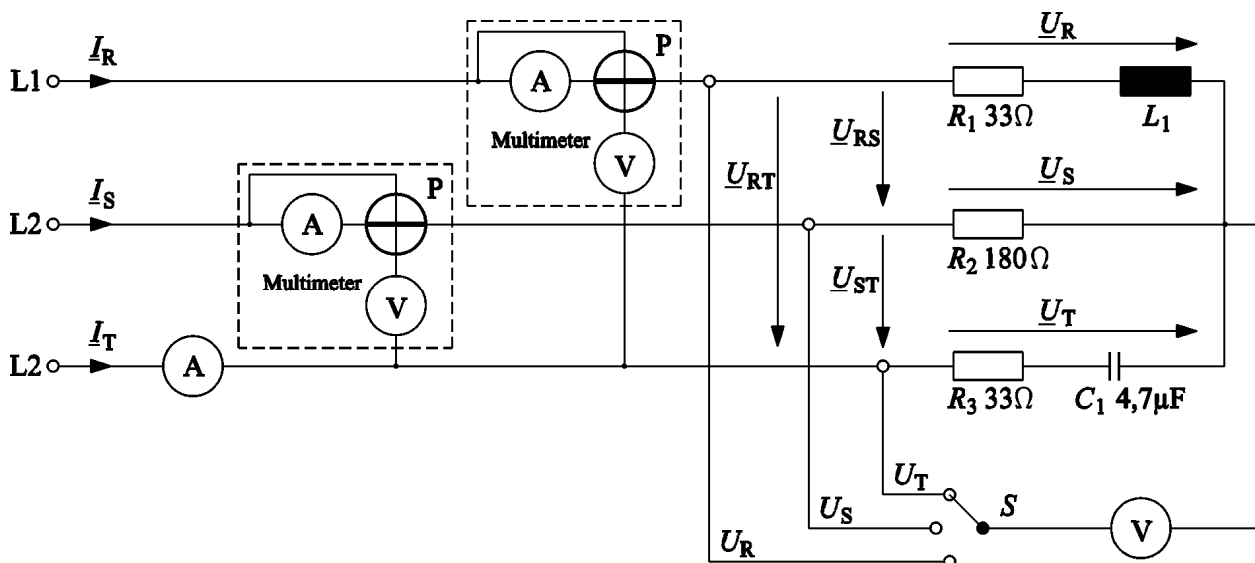


Bild 3.7-1: Schaltung zur Leistungsmessung im Dreiphasennetz

- In Strang R schalten Sie den Widerstand $R_1 = 33 \Omega$ mit der Spule L_1 (2 x 1800 Wdg. ohne Kern aus Aufgabe 3.6) in Serie. Die Spule ist wie bei dem Versuch zur Einphasenleistungsmessung zu schalten (Wicklungen in Serie). Die Daten der Spule (*Ohm'scher* Widerstand R_{Sp} und Induktivität L_{Sp} sind aus dem Versuch zur Einphasenleistungsmessung bekannt (Aufgabe 3.6.3).
- In Strang S befindet sich lediglich der Widerstand $R_2 = 180 \Omega$.
- In Strang T schalten Sie den Widerstand $R_3 = 33 \Omega$ mit dem Kondensator C_1 , der eine Kapazität von $4,7 \mu\text{F}$ besitzt, in Reihe.
- Der Sternpunkt, an den das Voltmeter ($U_{\max} = 200 \text{ V}$) angeschlossen ist, wird nicht geerdet.

- 3.7.2 Messen Sie sämtliche Spannungen, Ströme und Leistungen und tragen Sie alle Werte in die Tabelle 3.7-1 ein.

Tabelle 3.7-1: Messwerte aus Dreiphasenleistungsmessung

U_R	V	
U_S	V	
U_T	V	
U_{ST}	V	
U_{RT}	V	
I_R	mA	
I_S	mA	
I_T	mA	
P_{RT}	W	
P_{ST}	W	

- 3.7.3 Zur Überprüfung der Plausibilität Ihrer Messungen führen Sie eine Kontrollrechnung durch. Berechnen Sie anhand der Strangimpedanzen Z_R , Z_S und Z_T und den gemessenen Strangströmen I_R , I_S und I_T die Strangspannungen U_R , U_S und U_T und vergleichen Sie das Ergebnis mit den gemessenen Strangspannungen.

Wie groß sind die Verlustleistungen pro Strang? Vergleichen Sie die Summe der Verlustleistungen mit der gemessenen Gesamtverlustleistung $P_{\text{ges}} = P_{RT} + P_{ST}$.

Diskutieren Sie die Abweichungen zwischen Messung und Rechnung. Beachten Sie, dass das digitale Amperemeter und das digitale Voltmeter eine Genauigkeitsklasse 0,5 ($\pm 0,5$ % Fehler bezogen auf den Endwert) haben.

- 3.7.4 Berechnen Sie die Scheinleistung und die Blindleistung, die an den Verbrauchern umgesetzt werden.
- 3.7.5 Berechnen Sie die Phasenverschiebung zwischen I_R und U_{RT} , bzw. zwischen I_S und U_{ST} . Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm (auf Millimeterpapier mit sinnvollem Maßstab) für das speisende Dreiphasen-Spannungsnetz (U_{ST} , U_{RT} und U_{RS}), die Strangspannungen U_R , U_S und U_T und die Strangströme I_R , I_S und I_T .

3.8 Transformator

ACHTUNG! Ein hochsetzender Transformator kann bei hohem N_2/N_1 Spannungen von mehreren Hundert Volt erzeugen. Dies ist lebensgefährlich! Es ist absolut **verboten**, die Transformatoren so anzuschließen, dass sich ein Übersetzungsverhältnis von $\ddot{u} = N_1/N_2 < 1$ ergibt! (Windungszahl primär: N_1 , sekundär N_2 .)

3.8.1 Magnetisierungsstrom

Bauen Sie die in Bild 3.8-1 dargestellte Schaltung auf. Verwenden Sie dafür den Transformator mit Schnittbandkern (Farbe: Schwarz) und die Primärspule mit 75 Windungen. Da der Transformator im Leerlauf betrieben wird, kann die dann stromlose Sekundärspule entfallen. Die Stromversorgung erfolgt mit dem STATRON Trennstelltransformator AC/DC. Benutzen Sie den Wechselspannungsausgang AC 0.....30V/5A (rechts). Vor dem Einschalten der Stromversorgung sollte die Spannung immer auf Null gestellt sein (Stellknopf nach links)!

Verwenden Sie das Multimeter SIEMENS B 1106 zur Strommessung. Eingeschaltet wird das Multimeter durch einmaliges Drücken der Taste MENU/ON. Für den Messbereich des Multimeters verwenden Sie den Strompfad für 10 A und stellen dazu die Wählscheibe auf „A“. Die Stecker der Anschlusskabel müssen aus den Buchsen des Gerätes (außer aus Buchse \perp) beim Umschalten mit der Wählscheibe gezogen sein. Durch einmaliges Drücken der Taste FUNCTION schalten Sie auf die Messung für Wechselstrom um. Im Display erscheint DCAC mit der Einheit A(mpere). Zur Spannungsmessung dient das analoge Voltmeter mit 40 V Endausschlag.

Zum Oszillografieren des Magnetisierungsstroms I_m ist ein Mess-Shunt (Widerstand R_{Sh}) mit $100\text{ m}\Omega$ in die Schaltung einzubauen. Der Schirm des BNC-Anschlusskabels liegt wie die Abschirmung der BNC-Buchse des Oszilloskops auf Erdpotenzial (Masse in Bild 3.8-1). Für die Bedienung des Oszilloskops Tektronix TDS 1002 beachten Sie die separate Bedienungsanleitung. Die über den Mess-Shunt proportional zum Magnetisierungsstrom I_m abfallende Spannung U_{Rsh} stellen Sie auf Kanal 1 des Oszilloskops dar (Einstellung: 500 mV/Div für die Spannung U_{Rsh} und 5 ms/Div für die Zeitachse). Den Trigger stellen Sie auf Kanal 1 ein.

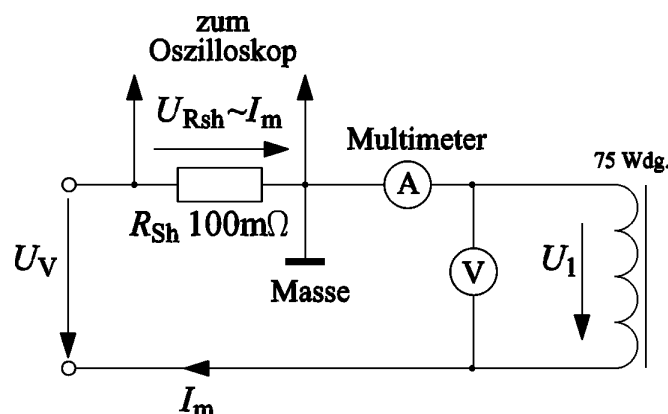


Bild 3.8-1: Schaltung zur Messung des Magnetisierungsstroms

Stellen Sie die Versorgungsspannung U_V am Trennstelltransformator so ein, dass der Strom $I_m = 5 \text{ A}$ beträgt. Stellen Sie am Oszilloskop den Magnetisierungsstrom I_m dar und drucken Sie das Bild aus.

3.8.1.1 Erklären Sie die Form des Magnetisierungsstroms und bestimmen Sie die Stromamplitude. Warum ist der mit dem Multimeter gemessene Effektivwert nicht gleich der Stromamplitude von I_m geteilt durch $\sqrt{2}$?

3.8.2 Transformator im Leerlauf

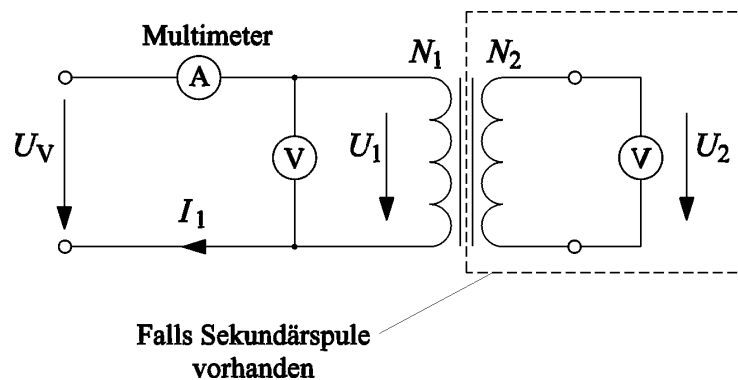


Bild 3.8-2: Schaltung zur Leerlaufmessung

Tabelle 3.8-1: Leerlaufstrom I_1

Spule N_1 / Windungen	I_1 / mA		
	Schnittbandkern (schwarz)	Lamellenkern (blau)	Eisenkern (silbergrau)
1200			
600			
300			
150			

Entfernen Sie aus der Schaltung zur Messung des Magnetisierungsstroms (Aufg. 3.8.1) den Mess-Shunt R_{Sh} . Ansonsten benutzen Sie weiterhin die Schaltung aus Aufgabe 3.8.1 mit dem Multimeter zur Messung von I_1 und dem Voltmeter (Endausschlag 40 V) für die Spannung U_1 . Stellen Sie die Versorgungsspannung U_V des STATRON Trennstelltransformators so ein, dass die Spannung U_1 , die direkt an der Spule gemessen wird, 30 Volt beträgt. Verwenden Sie nacheinander die sechs anderen aufgebauten Transformatoren (Kerne und Spulen) außer dem Schnittbandkern mit der Spule mit 75 Wdg. aus Aufgabe 3.8.1. Die Kombinationen finden Sie in Tabelle 3.8-1 auf der nächsten Seite. Wählen Sie den Messbereich des Multimeters B 1106 so, dass optimal abgelesen

werden kann und die Strompfade für 300 mA und 10 A nicht überlastet werden. Nach dem Umschalten des Strommessbereichs die Taste FUNCTION einmal drücken, um Wechselstrom messen zu können (Displayanzeige DCAC).

Messen Sie die Stromaufnahme der verschiedenen Spulen auf den verschiedenen Kernen bei $U_1 = 30\text{ V}$ und tragen Sie sie in Tabelle 3.8.1 ein. Bei den aufgebauten Transformatoren, bei denen auch eine Sekundärspule vorhanden ist, messen Sie zusätzlich die Sekundärspannung U_2 (Schaltung in Bild 3.8-2) mit dem analogen Voltmeter (Endausschlag 25 V) und tragen die Werte in Tabelle 3.8-2 ein.

3.8.2.1 Tragen Sie I_1 über die Windungen in einem Diagramm auf und diskutieren Sie das Messergebnis.

Tabelle 3.8-2: Sekundärspannung U_2 im Leerlauf

	U_2 / V mit Spule $N_2 = 75$ Wdg.
Spule $N_1 /$ Windungen	Lamellenkern
300	
150	

3.8.2.2 Berechnen Sie die Übersetzungsverhältnisse beider Transformatoren einmal über das Verhältnis der Windungszahlen und einmal über das Verhältnis der Spannungen. Diskutieren Sie eventuelle Abweichungen.

3.8.2.3 Ermitteln Sie die relative Permeabilität μ_r der drei Kerne (Lamellen-, Schnittband- und Eisenkern) bei der Primärwindungszahl $N_1 = 300$ Wdg. Nehmen Sie dazu an, dass in erster Näherung die durch den Hauptfluss Φ_h in die Spule induzierte Spannung U_h der an der Spule anliegenden Spannung U_1 entspricht. Die mittlere Feldlinienlänge s_{Fe} in den drei Kernen beträgt 350 mm. Der flussführende Querschnitt A_{Fe} beträgt 870 mm^2 .

Hinweis:

Wenden Sie hierzu das Durchflutungsgesetz und das Induktionsgesetz an.

3.8.2.4 Wie groß ist die jeweilige Hauptinduktivität L_h der drei Transformatoren aus Aufgabe 3.8.2.3?

3.8.3 Kurzschlussversuch

Der Kurzschlussversuch wird mit dem Lamellenkern und der Spulenkombination $N_1 = 300$ Wdg. (primärseitig) und $N_2 = 75$ Wdg. (sekundärseitig) durchgeführt. Zur Stromversorgung dient auch hier der STATRON Trennstelltransformator (AC-Ausgangsbuchsen, rechts), dessen Spannung vor dem Einschalten auf Null eingestellt sein muss. Die Schaltung zeigt Bild 3.8.3. Zur Messung der Spannung U_k , des Stroms I_k

und der Kurzschlussleistung P_k verwenden Sie das Multimeter B 1106 (Messbereich für Strom beachten!). Zur Bedienung des Multimeters beachten Sie Kapitel 3.5 der Anleitung. Zum Oszillographieren des Kurzschlussstroms I_k verwenden Sie den Mess-Shunt mit $R_{Sh} = 100\text{ m}\Omega$.

Beachten Sie, dass die Abschirmung der BNC-Buchsen des Oszilloskops auf Erdpotential (Masse) und damit auch die Schirme der BNC-Anschlusskabel auf Erdpotential liegen. Beim Anschluss der BNC-Kabel ist deshalb zu beachten, dass beide Schirme (schwarze Stecker) an das gleiche Potential (in Bild 3.8.3 mit Masse gekennzeichnet) angeschlossen werden. Ansonsten tritt ein **Kurzschluss** auf! Infolge des vertauschten Anschlusses findet eine Phasendrehung um 180 Grad zwischen Strom (Spannungsfall über Mess-Shunt R_{Sh}) und Spannung statt, so dass ein Signal am Oszilloskop zu invertieren ist. Die Einstellungen am Oszilloskop sind wie folgt:

- Zeitbasis: 2,5 ms/Div
- Kanal 1: 200 mV/Div
- Kanal 2: 5 V/Div

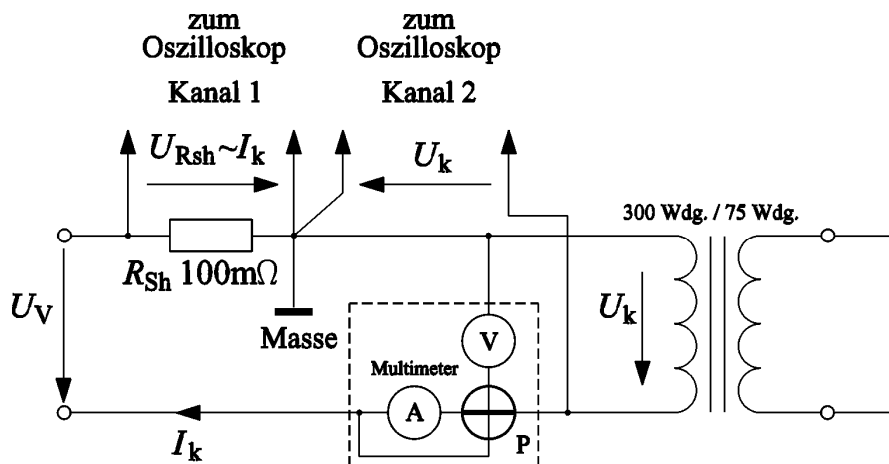


Bild 3.8-3: Kurzschlussversuch

Drehen Sie nun langsam, von 0 V beginnend, die Versorgungsspannung bis auf $U_k = 15\text{ V}$ auf. Lesen Sie den Kurzschlussstrom I_k und die Kurzschlussleistung P_k (Betrag) am Multimeter ab. Ermitteln Sie die Phasenverschiebung φ_k am Oszilloskop (über Δt) und machen Sie einen Ausdruck. Drehen Sie die Versorgungsspannung wieder auf 0 V zurück. Tragen Sie die Daten in Tabelle 3.8.3 ein.

Tabelle 3.8-3: Messwerte aus Kurzschlussversuch

Primär	Sekundär	I_k / A	U_k / V	$\varphi_k / ^\circ$	P_k / W
300	75		15		

3.8.3.1 Ermitteln Sie anhand des gemessenen Phasenwinkels φ_k die Kurzschlussleistung P_k und vergleichen Sie diese mit der gemessenen.

3.8.3.2 Zeichnen Sie maßstabsgetreu das Zeigerdiagramm (auf Millimeterpapier mit sinnvollem Maßstab) für Primärstrom und -spannung für den Transformator im Kurzschlussversuch. Lesen Sie aus der Zeichnung den *Ohm'schen* Spannungsfall U_R und den reaktiven Spannungsfall U_L ab, die (vektoriell) addiert die Kurzschlussspannung U_k ergeben. Vergleichen Sie die Verhältnisse auf der Primärseite bezüglich Spannung U_1 (bzw. U_k) und Strom I_1 (bzw. I_k) mit dem gleichen Transformator ($\ddot{u} = 300/75$) im Leerlaufversuch.

3.8.3.3 Der Transformator ist für eine primäre Spannung von $U_{1N} = 100$ V ausgelegt. Im Versuch wird mit $U_1 = U_k = 15$ V (primär) gemessen, so dass der Transformator bei dieser niedrigeren Nennspannung kurzgeschlossen werden darf, ohne thermisch überlastet zu werden. Dauerhaft erträgt der Transformator folgende Ströme (Nennbetrieb):

primär: $I_{1N} = 4$
 sekundär: $I_{2N} = 15$ A.

- Wie hoch ist beim Versuch mit $U_k = 15$ V der sekundäre Kurzschlussstrom?
- Wie hoch wären der primäre und sekundäre Kurzschlussstrom bei $U_{1N} = 100$ V primär?
- Wie ist das Verhältnis der Stromwärmeverluste in Primär- und Sekundärspule zwischen $U_k = 15$ V und $U_k = U_{1N} = 100$ V im Kurzschluss? Erträgt der Transformator die Kurzschlussströme bei $U_k = 100$ V dauerhaft?

3.9 Vorbereitungsaufgaben

1. An einem Leitungswiderstand R tritt eine sinusförmige Wechselspannung (Frequenz f , Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$) mit dem Momentanwert $u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega t$ auf. Welchen zeitlichen Verlauf (a) Formel, b) Skizze) haben Momentanstrom und Momentanleistung für diesen Fall? c) Geben Sie die Formel für die mittlere Leistung an. d) Tragen Sie diese in die Skizze ein.
2. Die Momentanleistung an einem Widerstand kann in eine konstante und eine zeitvariable Komponente zerlegt werden. a) Schreiben Sie diese Komponenten auf. b) Welche Komponente ist für die Erwärmung des Widerstands maßgeblich verantwortlich (mit Begründung!)? c) Welche Frequenz hat die zeitabhängige Komponente?
3. a) Geben Sie die Formel für den Effektivwert einer allgemeinen, periodischen Größe $i(t)$ (Periodendauer T) an! b) Berechnen Sie daraus den Effektivwert einer sinusförmigen veränderlichen Größe $i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$! c) Wie groß ist der Effektivwert eines Rechtecksignals mit der Amplitude $\hat{I} : 0 \leq t \leq T/2 : i(t) = \hat{I}, T/2 \leq t \leq T : i(t) = -\hat{I}$? d) Welchen Einfluss hat die Frequenz auf den Effektivwert in beiden Fällen b) und c)
4. Schreiben Sie die allgemeine Formel für einen zeitlich sinusförmigen Strom- und Spannungsverlauf mit einer Phasenverschiebung φ des Stroms zur Spannung an. Welche Phasenverschiebung tritt auf:
 - a) an einem *Ohm'schen* Widerstand,
 - b) an einem idealen Kondensator,
 - c) an einer idealen Induktivität,
 - d) an einer realen Spule?

- Geben Sie zu a) – d) qualitative Skizzen der Zeitverläufe und der komplexen Zeiger von u und i an. Beachten Sie das Vorzeichen des Phasenwinkels φ !
5. Geben Sie für zeitlich sinusförmige Strom- und Spannungsverläufe mit einer Phasenverschiebung φ an einem Zweipol die Formel für die a) Wirkleistung P , b) Blindleistung Q , c) Momentanleistung $p(t)$ und d) die Scheinleistung S an! Verwenden Sie in den Formeln die Effektivwerte. e) Geben Sie für P , Q , S Zahlenwerte an für $U = 230 \text{ V}$, $I = 2 \text{ A}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $\varphi = 30^\circ$. f) Wie groß ist der Maximalwert der Momentanleistung? g) Wie ändern sich die Zahlenwerte P , Q , S , p_{\max} bei Übergang auf die Frequenz 60 Hz?
 6. a) Für welche Art von Strom- und Spannungssignalen kann man ein elektrodynamisches Wattmeter benutzen? b) Wann ist ein elektronisches Wattmeter notwendig? c) Wie viele Klemmen hat ein Wattmeter? d) Wie sind sie angeschlossen (Skizze)?
 7. a) Geben Sie das Schaltbild für die messtechnische Bestimmung des Phasenwinkels φ (oszillographische Methode) zwischen der sinusförmigen Spannung $u_b(t)$ und dem Strom $i(t)$ einer Spule an! b) Beschreiben Sie den Messablauf! c) Wie ist der Phasenwinkel aus den Messsignalen bestimmt?
 8. a) Welche Größen können mit der Schaltung Bild 3.2-2 direkt gemessen werden? b) Wie werden daraus die Effektivwerte von Strom und Spannung bestimmt? c) Wie kann man mit diesen Messwerten die Wirkleistung, Blindleistung, Momentanleistung und Scheinleistung für sinusförmigen Strom- und Spannungsverlauf berechnen?
 9. a) Geben Sie die Schaltung für die Leistungsmessung in Dreiphasensystemen mit der Drei-Wattmeter-Methode an. b) Sind drei Leiter für diese Methode ausreichend? c) Wie wird die gesamte Leistung bestimmt (Formel!)? d) Gilt diese Schaltung auch für nichtsinusförmige Ströme und Spannungen?
 10. a) Geben Sie die Schaltung für die Leistungsmessung in Dreiphasensystemen mit der Zwei-Wattmeter-Methode (Aron-Schaltung) an. b) Wie viele Leiter benötigt diese Methode? c) Wie wird die gesamte Leistung bestimmt (Formel!)? d) Zeigen Sie, dass mit 2 Wattmetern tatsächlich die Gesamtleistung bestimmt wird!
 11. a) Wie berechnet man für einen Transformator das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} , wenn die Windungszahlen der Primärwicklung N_1 und Sekundärwicklung N_2 bekannt sind? b) Wie wird das Übersetzungsverhältnis messtechnisch bestimmt? c) Wie groß ist die Sekundärspannung bei offenen Sekundärklemmen, wenn primär 230 V/ 50 Hz anliegen ($N_1 = 100$, $N_2 = 10$)?
 12. a) Wie groß ist das Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis für einen "idealen" Transformator? b) Wie groß sind die Verluste im „idealen“ Transformator? c) Zeigen Sie, dass beim idealen Transformator Wirk-, Blind- und Scheinleistung unverändert von der Primär- auf die Sekundärseite übertragen werden. Verwenden Sie zu der Berechnung das Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis.

Berechnungsbeispiele

Allgemeine Angaben für die Aufgaben 13. bis 21.:

Bei einer Spule mit Eisenkern treten neben den Stromwärmeverlusten im Widerstand $R_{\text{Sp,Cu}}$ auch Ummagnetisierungsverluste ("Eisenverluste") in Form von Wirbelstrom- und Hystereseverlusten auf. Diese Verluste werden wie die Stromwärmeverluste durch die Wirkleistungsaufnahme der

Spulenwicklung gedeckt. Die Ummagnetisierungsverluste können im Ersatzschaltbild für die reale Spule (Bild 3.9-1) als (*Ohm'scher*) Eisenersatzwiderstand R_{Fe} dargestellt werden, der parallel zur Spule (rein induktiv) mit der Reaktanz X_{Sp} liegt (siehe auch Versuch 4 „Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessungen“, Kapitel 4.5 und 4.6).

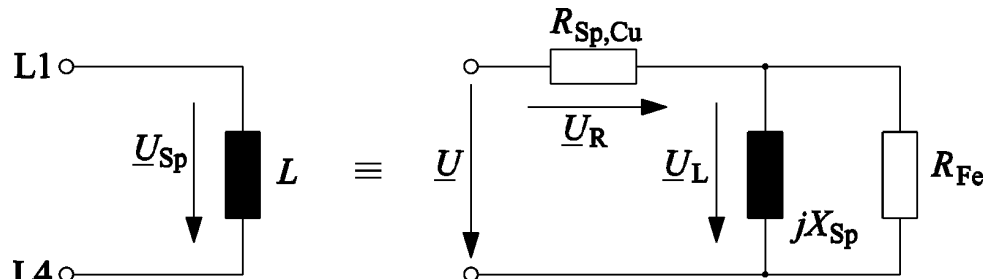


Bild 3.9-1: Ersatzschaltbild einer Spule mit Eisenkern

Die Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} werden über die je kg Materialmasse bei $B = 1 \text{ T}$ und $f = 50 \text{ Hz}$ gemessenen spezifischen Verluste (Verlustziffer ν_{10} in W/kg) bestimmt. Bei $f = 50 \text{ Hz}$ gilt für die Masse m des (geblechten) Eisenkörpers:

$$P_{Fe} = \left(\frac{B_{Fe}}{1\text{T}} \right)^2 \cdot \nu_{10} \cdot m$$

Der Eisenersatzwiderstand R_{Fe} errechnet sich daher aus: $R_{Fe} = \frac{U_L^2}{P_{Fe}}$

13. a) Berechnen Sie für eine Spule mit einer sinusförmigen Spannung $U_L = 20 \text{ V}$ (U_L : Effektivwert, Netzfrequenz $f = 50 \text{ Hz}$), einer Windungszahl $N = 1200$ und einer Eisenquerschnittsfläche $A_{Fe} = 460 \text{ mm}^2$ den Scheitelwert der Flussdichte B_{Fe} im Eisenkern! b) Ist bei dieser Flussdichte das Eisen gesättigt (siehe Kapitel 4)?
14. Die Spule ist um einen Ringkern (Torus) gewickelt. Die mittlere Länge des Ringkerns ist $s_{Fe} = 405 \text{ mm}$. Seine Eisenquerschnittsfläche ist $A_{Fe} = 160 \text{ mm}^2$. Die Dichte von Eisen ρ_{Fe} beträgt 7850 kg/m^3 . Die Verlustziffer ν_{10} beträgt 5.5 W/kg (ν_{10} gilt für $f = 50 \text{ Hz}$ und $B_{Fe} = 1 \text{ T}$) a) Wie groß ist die Masse m_{Fe} des Eisenkerns? b) Wie hoch sind die Ummagnetisierungsverluste im Eisenkern für eine Flussdichte $B_{Fe} = 0.11 \text{ T}$?
15. Berechnen Sie für die Daten $R_{Sp,Cu} = 35 \Omega$, $R_{Fe} = 13.5 \text{ k}\Omega$, $X_{Sp} = 2,5 \text{ k}\Omega$, $U = 40 \text{ V}$ a) die Stromaufnahme der Spule (Bild 3.9-1), b) den Eisenverluststrom im R_{Fe} und c) den induktiven Strom in X_L . Verwenden Sie die komplexe Wechselstromrechnung! Geben sie die drei Ströme mit Real- und Imaginärteil an.
16. a) Wie groß ist der Eisenersatzwiderstand R_{Fe} von Bild 3.9-1, wenn die Spulenspannung $U_L = 50 \text{ V}$ und die Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe} = 0.2 \text{ W}$ betragen? b) Berechnen Sie den gesamten Wirkwiderstand und Blindwiderstand der in Bild 3.9-1 gezeigten Schaltung b1) allgemein (Formel möglichst vereinfachen), b2) für eine Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$, $R_{Sp,Cu} = 35 \Omega$, $R_{Fe} = 13.5 \text{ k}\Omega$ und $L_{Sp} = 8 \text{ H}$!

17. In der Spule tritt bei $U = 40 \text{ V}$, 50 Hz , bei $R_{\text{sp,Cu}} = 35 \Omega$, $R_{\text{Fe}} = 13.5 \text{ k}\Omega$, $L = 8 \text{ H}$ eine Stromaufnahme $\underline{I} = 3.18 \text{ mA} - j 15.83 \text{ mA}$ auf. a) Wie groß ist der $\cos \varphi$? b) Wie groß ist U_L ? c) Wie groß ist P_{Fe} ? d) Wie groß ist P_{Cu} ? e) Wie groß ist S ? f) Stimmt die Relation $P_{\text{Cu}} + P_{\text{Fe}} = S \cos \varphi$?
18. Geben Sie die Verluste für a) $R_{\text{sp,Cu}}$ und b) R_{Fe} von Bild 3.9-1 an, wenn $R_{\text{sp,Cu}} = 30 \Omega$, $U_L = 40 \text{ V}$, $L = 8 \text{ H}$ und $R_{\text{Fe}} = 15.2 \text{ k}\Omega$ (bei 50 Hz) betragen. c) Welcher Verlustanteil dominiert?
19. Eine Spule mit Eisenkern ($\mu_{\text{Fe}} = 4000 \mu_0$) hat eine Eisenquerschnittsfläche $A_{\text{Fe}} = 500 \text{ mm}^2$, eine mittlere Länge des Kerns $s_{\text{Fe}} = 400 \text{ mm}$, $N = 200$ Windungen. Es fließt ein Spulenstrom $I = 0.2 \text{ A}$ (Effektivwert). Berechnen Sie a) den Scheitelwert der magnetischen Feldstärke im Eisen H_{Fe} , b) der magnetischen Flussdichte im Eisen B_{Fe} , c) des magnetischen Flusses Φ und d) der magnetischen Flussverkettung Ψ der Spule!
20. Ein Transformator hat eine Primärwicklung mit $N_1 = 100$ Windungen. Der mit der Primärwicklung verkettete magnetische Fluss beträgt bei einem primären Stromfluss $I_1 = 1 \text{ A}$ (Effektivwert) $\Phi = 0.02 \text{ Wb}$ (Scheitelwert). Die Sekundärklemmen sind dabei offen ($I_2 = 0$). Die Sekundärwicklung hat $N_2 = 200$ Windungen. a) Berechnen Sie die Primärflussverkettung Ψ_1 (Scheitelwert), b) die Selbstinduktivität der Primär- und Sekundärwicklung L_1 , L_2 und c) die Gegeninduktivität M !
21. Ein Transformator hat eine Eisenquerschnittsfläche $A_{\text{Fe}} = 400 \text{ mm}^2$ und eine mittlere Länge des Kerns $s_{\text{Fe}} = 400 \text{ mm}$. Primär- und Sekundärwicklung haben $N_1 = 75$ bzw. $N_2 = 150$ Windungen. Die Eisenkern-Permeabilität ist $\mu_{\text{Fe}} = 4000 \mu_0$. a) Berechnen Sie die Selbstinduktivität der Primär- und Sekundärwicklung L_1 , L_2 und b) die Gegeninduktivität M .