

# ETiT – Praktikum

## Durchsprache der elektrotechnischen Grundlagen

Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Andreas Binder

Tel. : 06151 / 16-2167

[abinder@ew.tu-darmstadt.de](mailto:abinder@ew.tu-darmstadt.de)

# ETiT – Praktikum

## Versuch 3 Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

Versuchsbetreuer: Dr.-Ing. Bogdan Funieru  
Raum S3|10/446  
Tel. : 06151 / 16-5694  
E-Mail : bfunieru@ew.tu-darmstadt.de

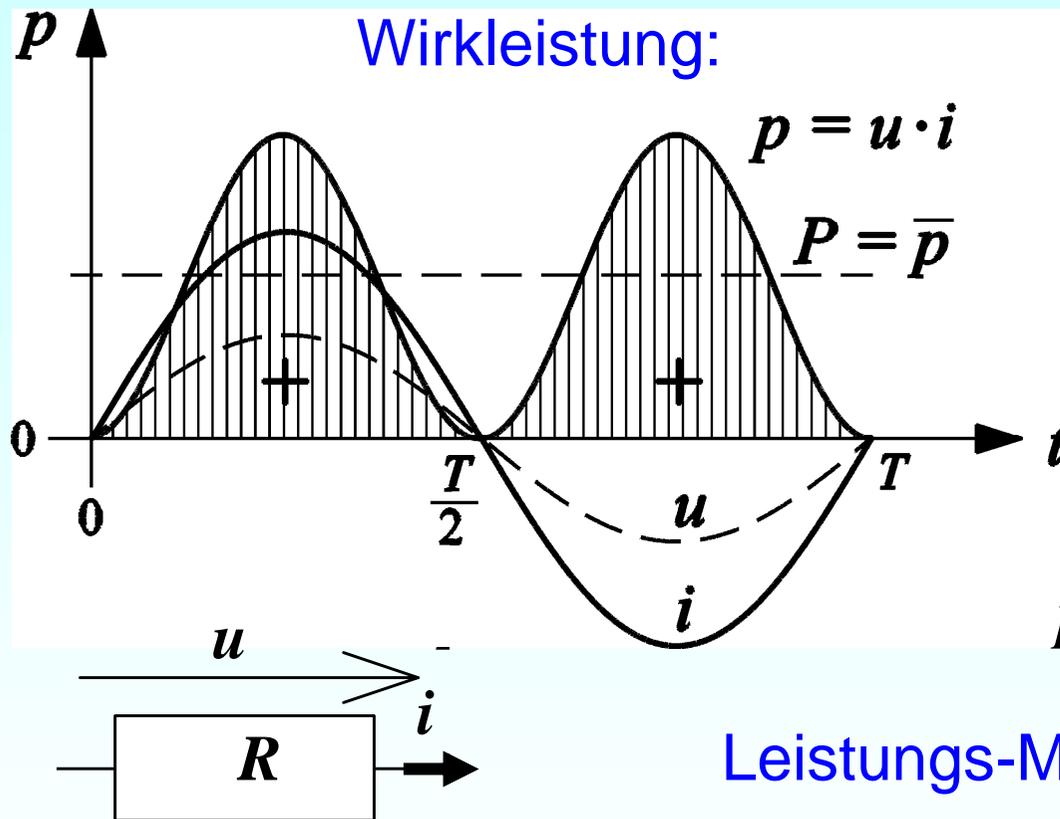
# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Inhalt

- Elektrische Leistung
- Messmethoden für die elektrische Leistung
- Leistungsmessung in Dreiphasensystemen
- Der Einphasen-Transformator

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.1 Elektrische Leistung



$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega t$$

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega t = (\hat{U} / R) \cdot \sin \omega t$$

Momentanleistung:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{\hat{U}^2}{R} \cdot \sin^2(\omega t)$$

$$p(t) = \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} - \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \cos(2\omega t) = P + p_{\sim}(t)$$

Leistungs-Mittelwert:  $P = \bar{p} = U \cdot I = U^2 / R$

Effektivwert von Spannung & Strom:  $U = \hat{U} / \sqrt{2}$        $I = \hat{I} / \sqrt{2}$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.1.1 Effektivwert eines sinusförmigen Wechselstroms

**Effektivwert eines Wechselstroms** = äquivalenter Gleichstrom, der an einem Widerstand während einer ganzen Zahl von Perioden dieselbe Arbeit wie der Wechselstrom verrichtet.

$$P = \overline{p} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot R \cdot dt = I^2 R \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$$

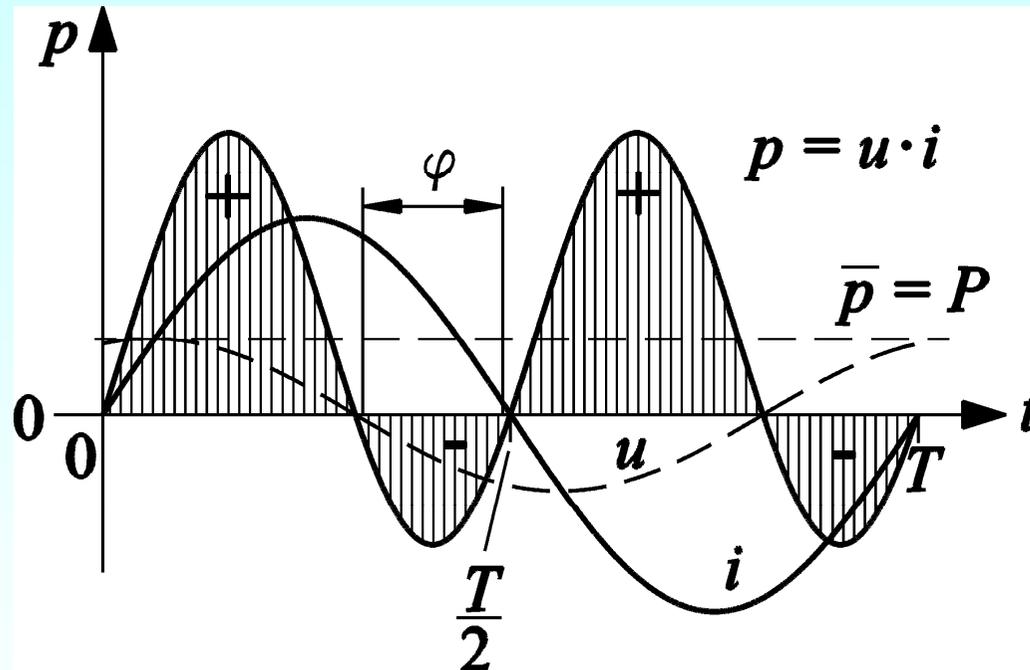
Effektivwert  $I$  einer sinusförmig veränderlichen Größe  $i(t)$  ist **Sonderfall**.

**Allgemein:** Aus der mittleren Leistung ermittelte **Ersatzgröße** einer **allgemein periodischen Größe  $i(t)$**  (Periode  $T$ ), deren Leistung an einem Widerstand  $R$  gleich groß ist wie die einer Gleichgröße  $I$ .

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.1.2 Leistung und Arbeit des Wechselstroms

Sinus-Strom und Spannung: im allgemeinen Phasenverschiebung  $\varphi$



$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = P \cdot (1 - \cos 2\omega t) - Q \cdot \sin 2\omega t$$

**Wirkleistung:**  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$

**Blindleistung:**  $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$

### Beispiel:

Momentanwerte von Spannung, Strom,  
Leistung an einem  $R$ - $L$ -Glied:  $0 < \varphi < 90^\circ$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

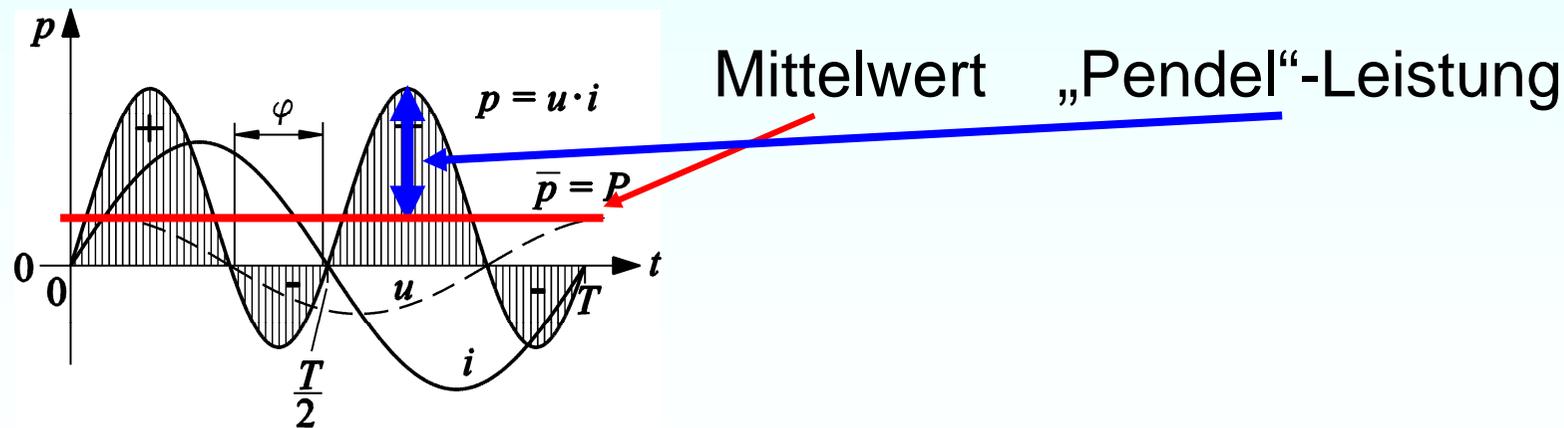
## Einphasen-Momentan-Leistung

$$p(t) = \hat{U} \sin \omega t \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \hat{U} \sin \omega t \cdot \hat{I} \cdot [\sin \omega t \cdot \cos \varphi - \cos \omega t \cdot \sin \varphi]$$

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \cdot \cos \varphi \cdot (1 - \cos 2\omega t) - \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t = \\ &= P \cdot (1 - \cos 2\omega t) - Q \cdot \sin 2\omega t \end{aligned}$$

**Scheinleistung S**

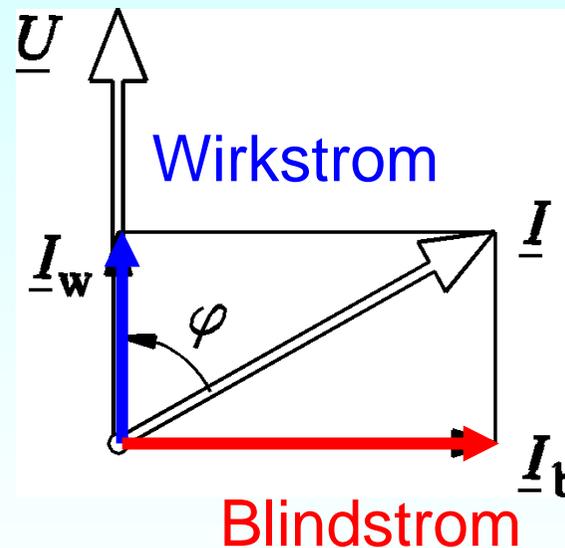
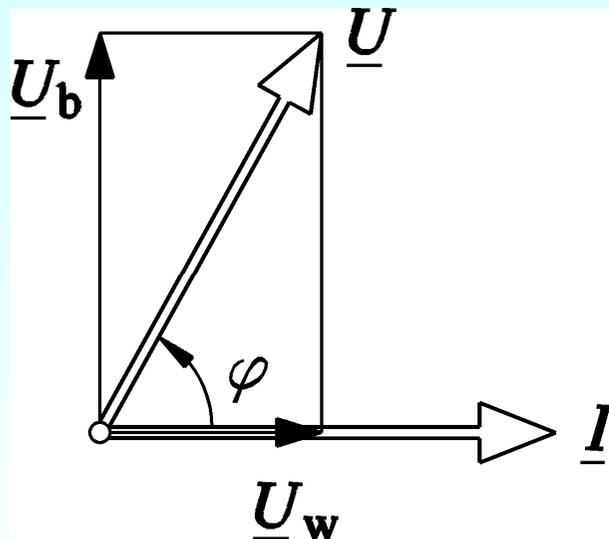
$$p(t) = P + p_{\sim}(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$$



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Scheinleistung, Wirk- und Blindstrom

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I$$



$$I_w = I \cdot \cos \varphi$$

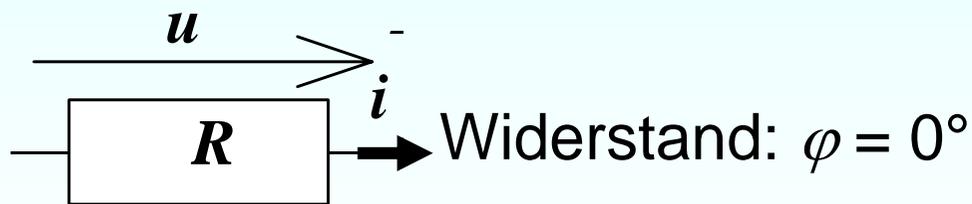
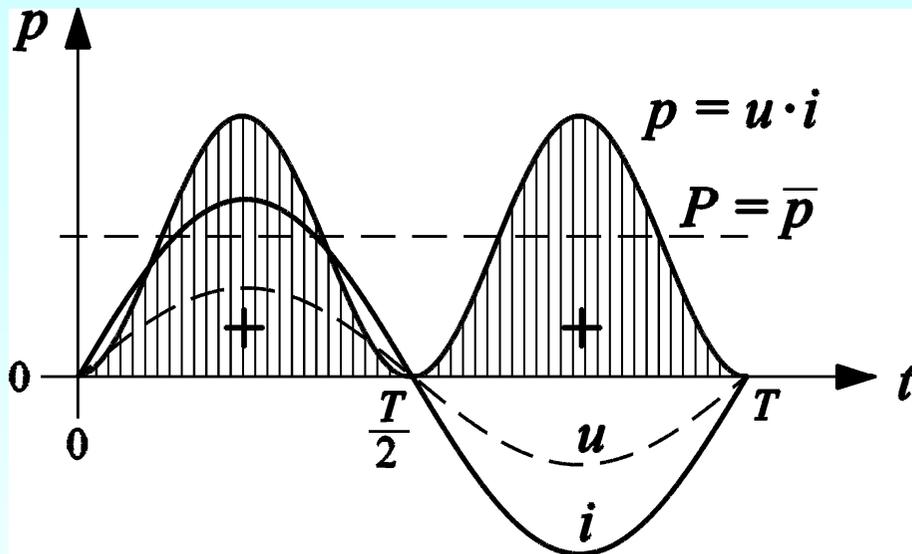
$$I_b = I \cdot \sin \varphi$$

$$U \cdot I_w = UI \cdot \cos \varphi = P$$

$$U \cdot I_b = UI \cdot \sin \varphi = Q$$

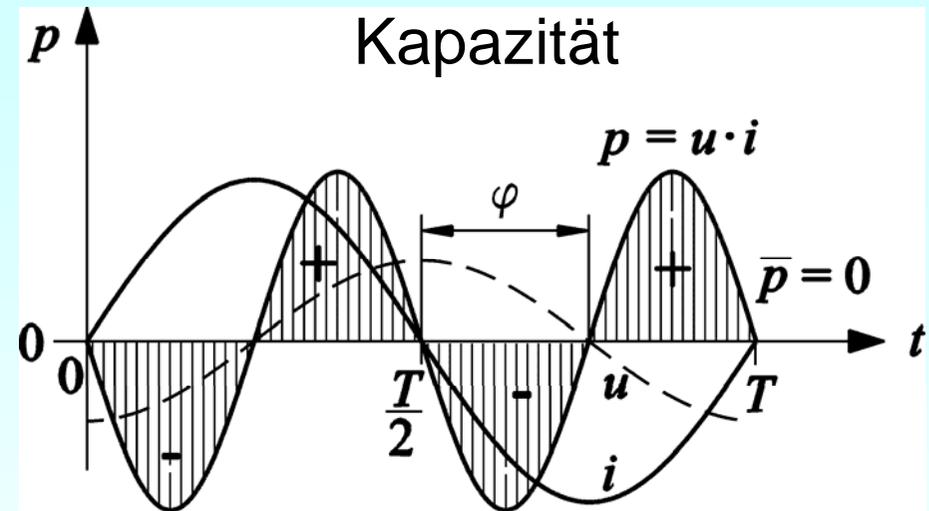
# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Wirkleistung



Widerstand:  $\varphi = 0^\circ$

## Blindleistung



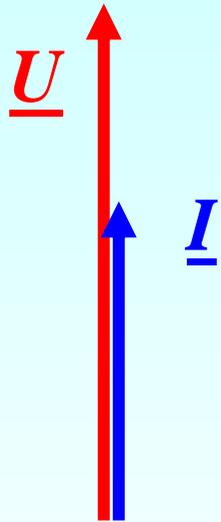
Kapazität:  $\varphi = -90^\circ$



Induktivität:  $\varphi = 90^\circ$

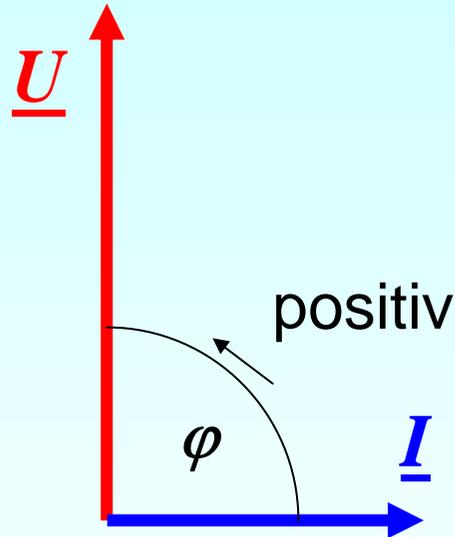
# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Widerstand



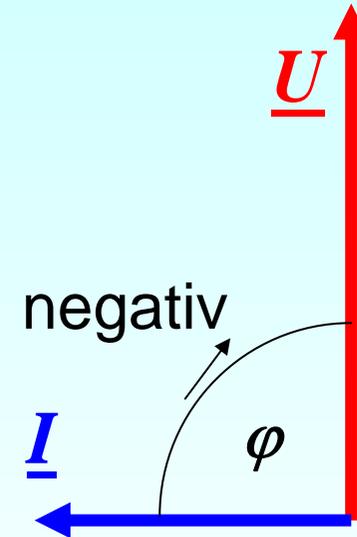
Widerstand:  $\varphi = 0^\circ$

## Induktivität



Induktivität:  $\varphi = 90^\circ$

## Kapazität



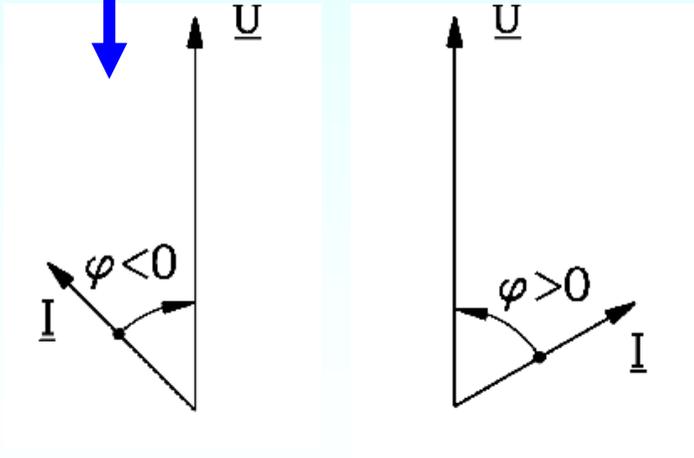
Kapazität:  $\varphi = -90^\circ$

Der Phasenwinkel  $\varphi$  wird VOM Strom ZUR Spannung IM MATHEMATISCHEN ZÄHLSINN (GEGEN-UHRZEIGERSINN) gezählt.

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Wirk- und Blindleistung

	Wirkleistung $P = UI \cos \varphi$	Blindleistung $Q = UI \sin \varphi$
$-90^\circ \leq \varphi < 0^\circ$	$P > 0$ , Verbraucher	$Q < 0$ , kapazitiver Verbraucher
$0 \leq \varphi < 90^\circ$	$P > 0$ , Verbraucher	$Q > 0$ , induktiver Verbraucher



Induktive Blindleistung ist **positiv**

Kapazitive Blindleistung ist **negativ**

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

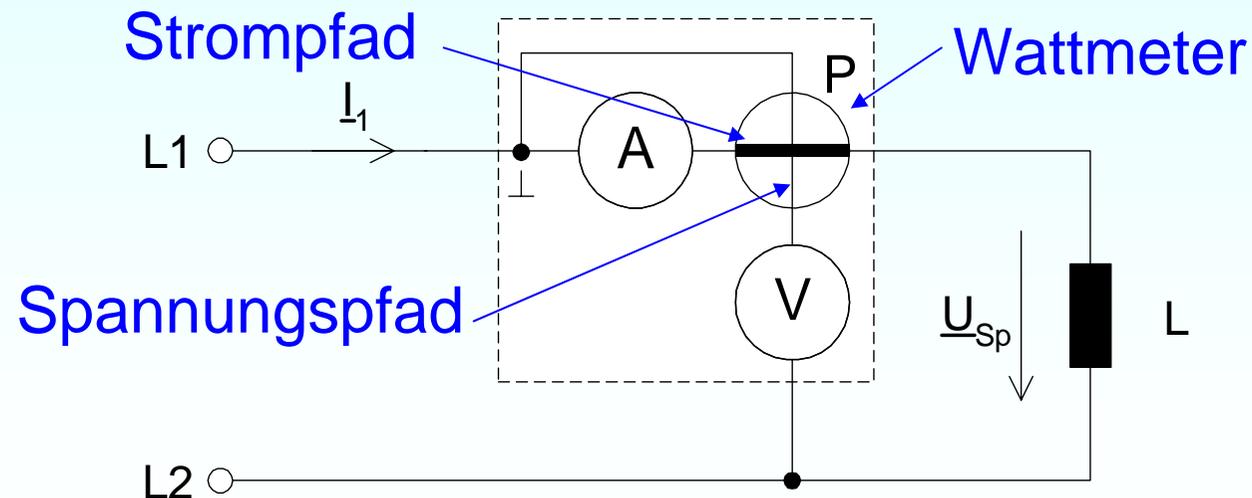
## 3.2 Messmethoden für die elektrische Leistung

a) *Wattmeter:*

- **Elektrodynamische** Wattmeter: i. a. für **sinusförmige** Strom & Spannung
- **Elektronische** Wattmeter: **beliebige** Zeitverläufe von Strom & Spannung

### Beispiel:

Leistungs-  
messung an  
einer Drossel

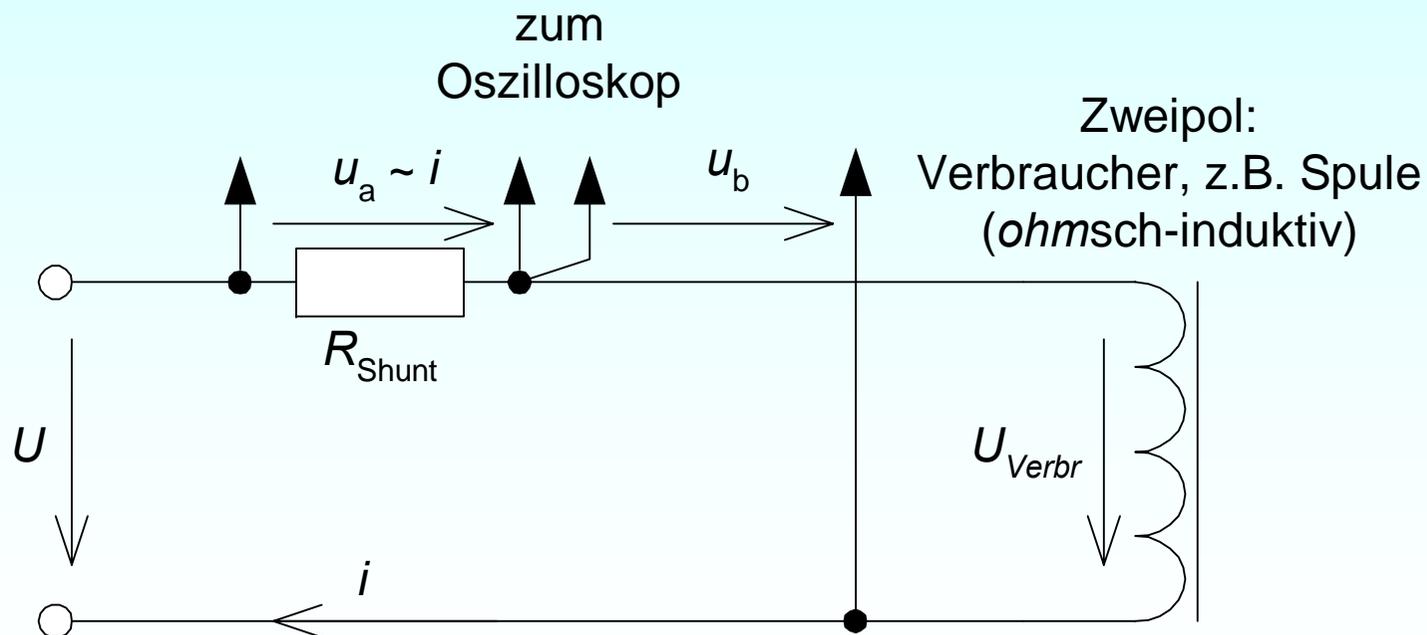


# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.2 Messmethoden für die elektrische Leistung

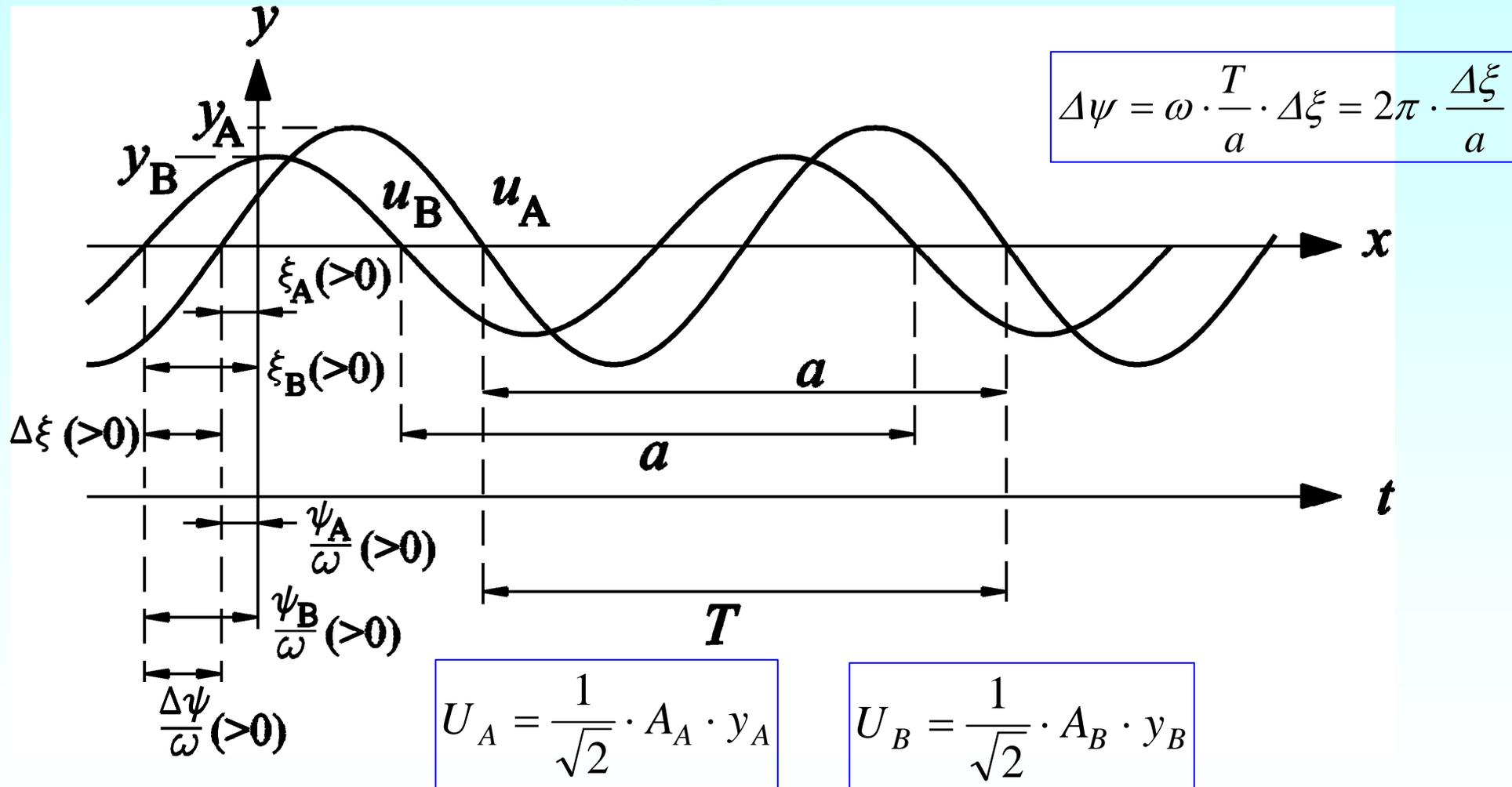
### b) Oszillographische Methode:

z. B. bei Sinusgrößen: Zweikanal-Oszilloskop: Messung von Strom und Spannung als Spannungen  $u_a$ ,  $u_b$  und des Phasenverschiebungswinkels  $\Delta\psi = \psi_A - \psi_B$



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

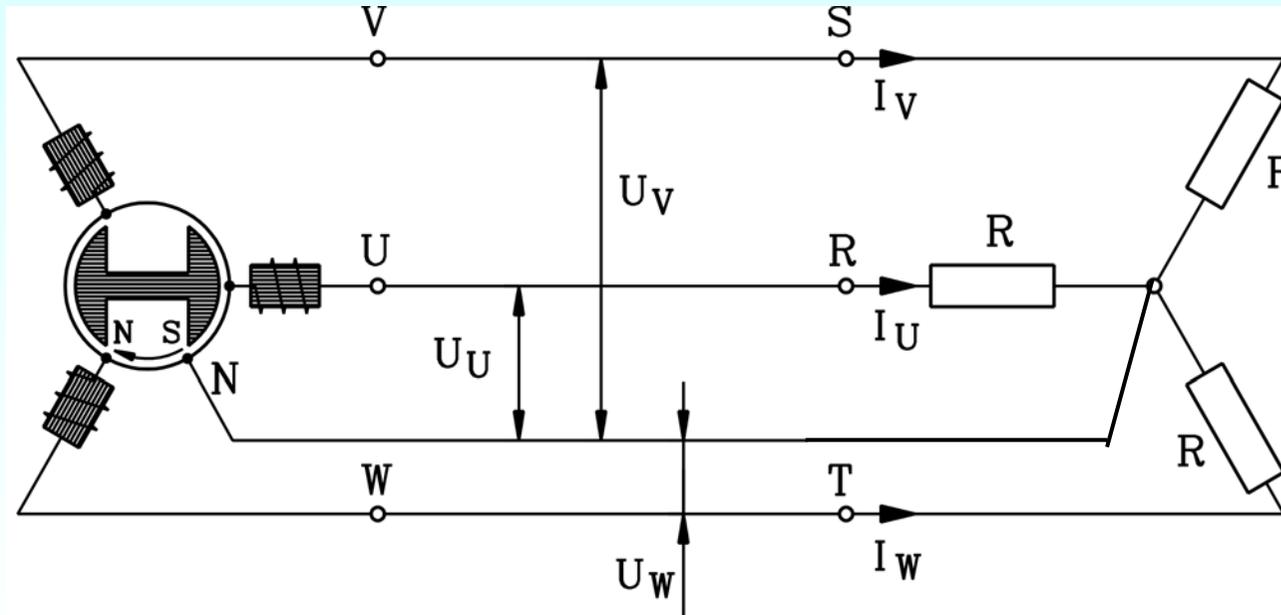
## Oszillographische Methode



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.3 Leistungsmessung in Dreiphasensystemen

- Drei Leitungen L1, L2, L3 und ein Neutraleiter N (falls vorhanden!)
- Sinusspannungen
  - a) „verkettet“ zwischen L1-L2, L2-L3, L3-L1
  - b) Strangwerte zwischen L1-N, L2-N, L3-N



L1 ... R  
L2 ... S  
L3 ... T

Generator

Fernleitung

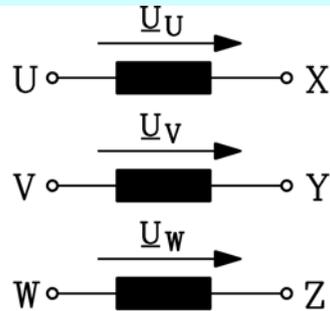
Verbraucher



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Beispiel: Symmetrisches Dreiphasensystemen

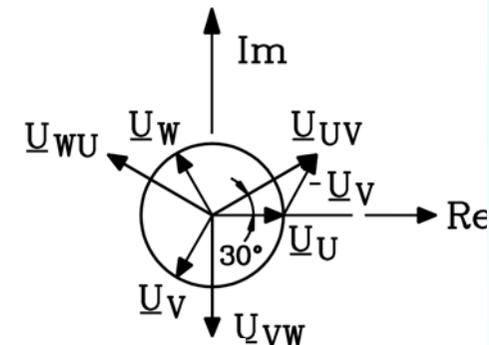
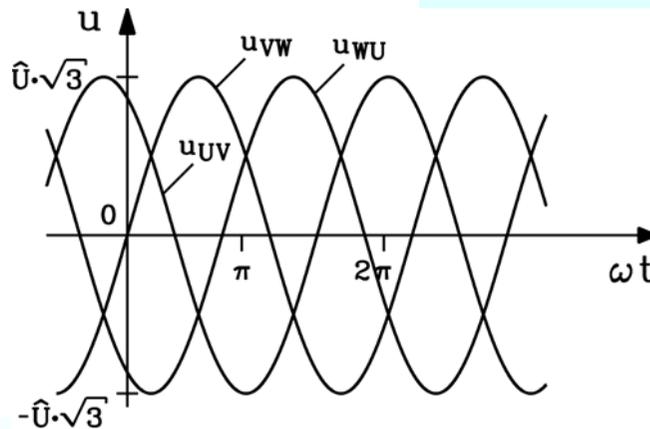
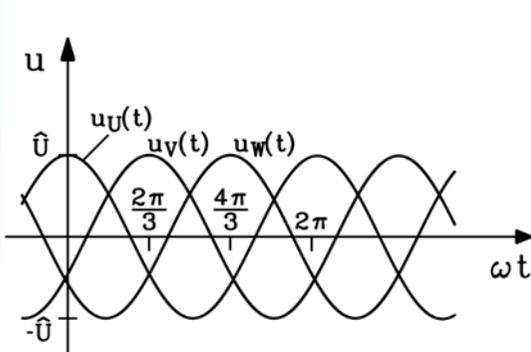
Strangwerte:



$$u_U(t) = \hat{U} \cos(\omega t)$$

$$u_V(t) = \hat{U} \cos(\omega t - 2\pi / 3)$$

$$u_W(t) = \hat{U} \cos(\omega t - 4\pi / 3)$$



Strangspannungen      Verkettete Spannungen

$$u_{UV}(t) = u_U(t) - u_V(t)$$

$$u_{VW}(t) = u_V(t) - u_W(t)$$

$$u_{WU}(t) = u_W(t) - u_U(t)$$

Amplitude  $U_{UV}$  um  $\sqrt{3}$  größer als Strangspannung  $U_U, U_V$ .  $u_{UV}$  eilt  $u_U$  um  $30^\circ$  el. VOR.

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Leistung im symmetrischen Dreiphasensystem

**Drehstromsystem: Momentanleistung: Summe der Leistungen der drei Stränge:**

**U:  $\omega t$ , V:  $\omega t - 2\pi/3$ , W:  $\omega t - 4\pi/3$ .**

$$p_U(t) = P + p_{\sim U}(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$p_V(t) = P + p_{\sim V}(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi - 2\pi/3)$$

$$p_W(t) = P + p_{\sim W}(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi - 4\pi/3)$$

Summe  
U+V+W

---

$$\cos(2\omega t) + \cos(2\omega t - 4\pi/3) + \cos(2\omega t - 8\pi/3) = 0$$

**$p(t) = P = 3UI \cos \varphi =$  zeitlich KONSTANT im symmetrischen Drehstromsystem!**

**Scheinleistung** gibt Strom- und Spannungsbelastung an:  **$S = 3UI$**

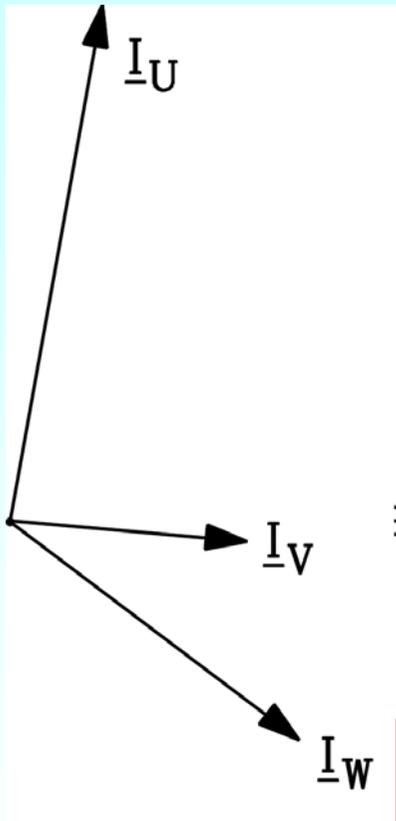
**Leistungsfaktor:**  **$\cos \varphi = P/S = \lambda$**

**Blindleistung:**  **$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 3 \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi$**

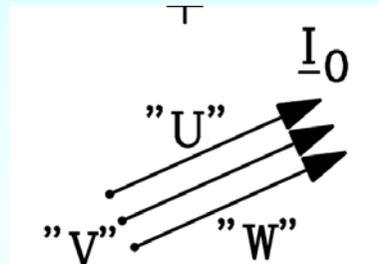
**- Pulsieren der Leistungen erfolgt nur innerhalb der Stränge !**

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Unsymmetrisches sinusförmiges Dreiphasensystemen



- Gleiche Frequenz und Sinus-FORM
- Ungleiche Amplitude und Phasenlage
- Bei Sternschaltung fließt Strom  $3\underline{I}_0$  über den N-Leiter
- Nullstromsystem:  $\underline{I}_0 = (\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W) / 3$



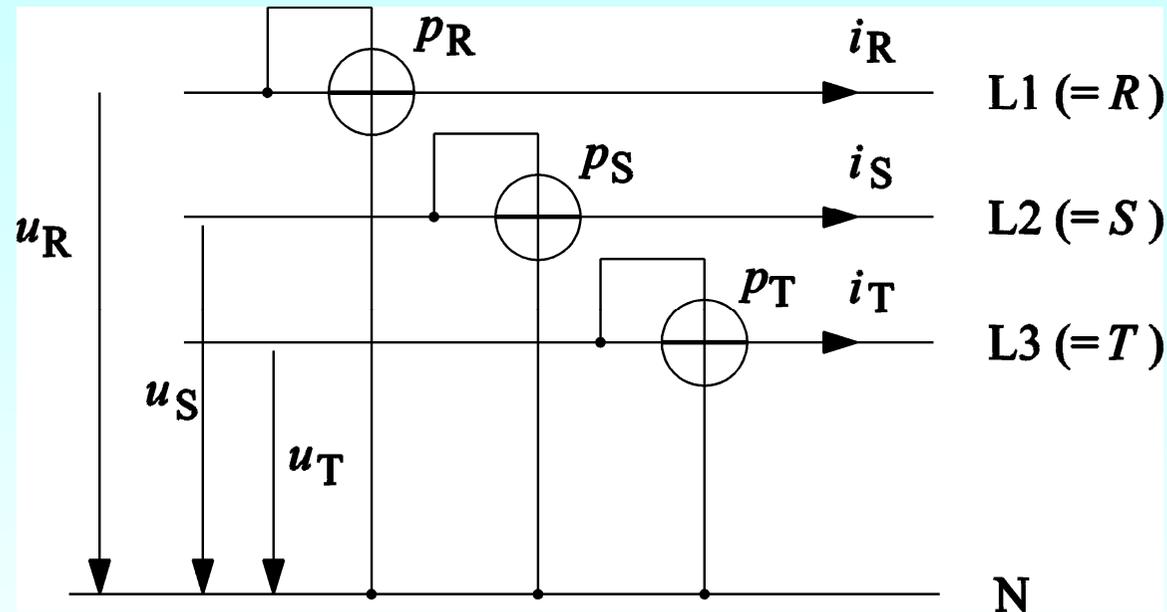
Leistungs-Mittelwert:

$$\overline{p} = P_U + P_V + P_W = U_U I_U \cos \varphi_U + U_V I_V \cos \varphi_V + U_W I_W \cos \varphi_W$$

Leistungspulsation hebt sich **nicht** auf – Momentanleistung **pulsiert** mit  $2f$  um den Mittelwert!

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.3.1 Drei-Wattmetermethode



**Gemessene Momentanleistung:** beliebige Strom- und Spannungskurvenform

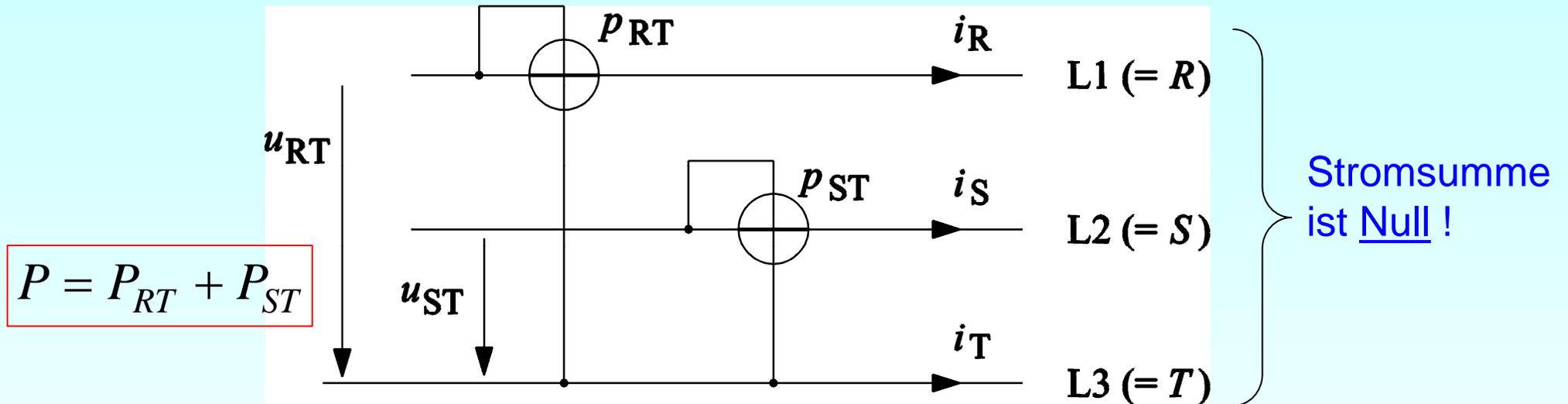
$$p(t) = p_R(t) + p_S(t) + p_T(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) + u_S(t) \cdot i_S(t) + u_T(t) \cdot i_T(t)$$

**Leistungs-Mittelwert:**

$$P = P_R + P_S + P_T$$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.3.2 Zwei-Wattmetermethode (Aron-Schaltung)



- Kein N-Leiter vorhanden, Messung der Leistungen zwischen R-T, S-T
- Beliebige Spannungs- und Stromformen
- Die Summe der beiden in den Wattmetern gemessenen Momentanleistungswerte ist gleich der Summe der drei Phasen-Momentanleistungen.
- Die beiden Teilleistungen keine besondere physikalische Bedeutung.

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Beweis: Zwei-Wattmetermethode „funktioniert“

$$p(t) = p_{RT}(t) + p_{ST}(t) = i_R(t)u_{RT}(t) + i_S(t)u_{ST}(t)$$

$$u_{RT} = u_R - u_T$$

$$u_{ST} = u_S - u_T$$

$$p = i_R(u_R - u_T) + i_S(u_S - u_T) = i_R u_R + i_S u_S + (-i_R - i_S)u_T$$

Kein Neutralleiter vorhanden: Stromsumme ist Null (2. Kirchhoff'sche Regel)

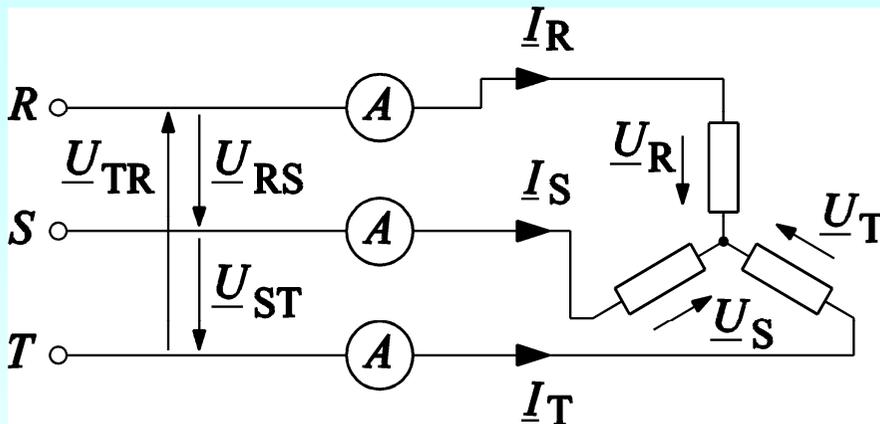
$$i_R + i_S + i_T = 0 \quad i_T = -i_R - i_S$$

$$p = p_{RT} + p_{ST} = i_R u_R + i_S u_S + (-i_R - i_S)u_T = i_R u_R + i_S u_S + i_T u_T$$

Die Summe der beiden in den Wattmetern gemessenen Momentanleistungswerte ist gleich der Summe der drei Phasen-Momentanleistungen.

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

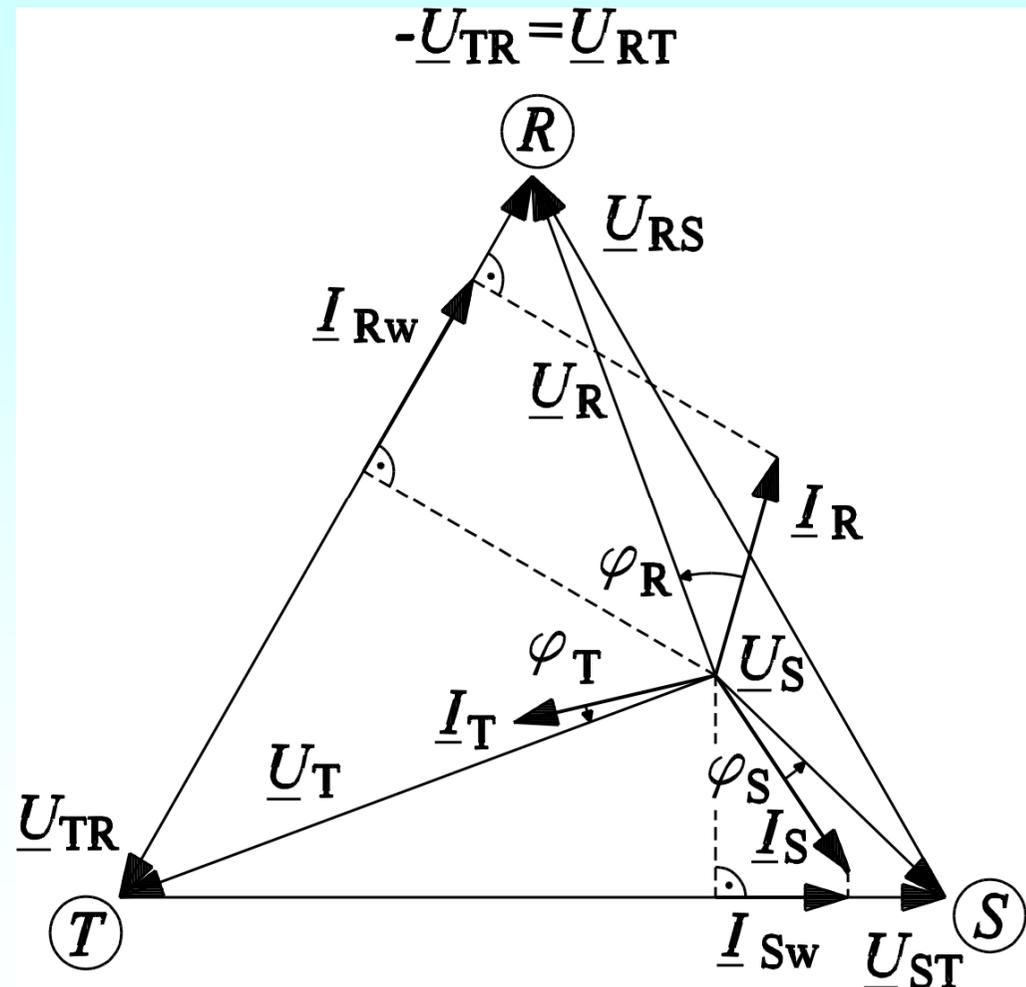
## 3.3.3 Zeigerdiagramm einer unsymmetrischen Sternschaltung



Aus den Messwerten von:

- Zwei Leistungen  $P_{RT}$ ,  $P_{ST}$  (Zwei-Wattmetermethode),
- 3 Strangströme  $I_R$ ,  $I_S$ ,  $I_T$ ,
- 3 Strangspannungen  $U_R$ ,  $U_S$ ,  $U_T$

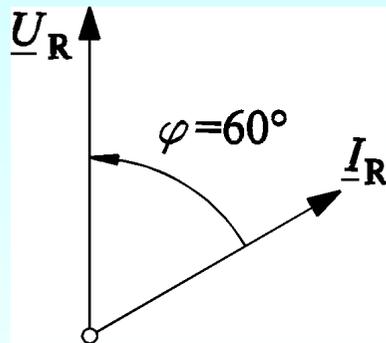
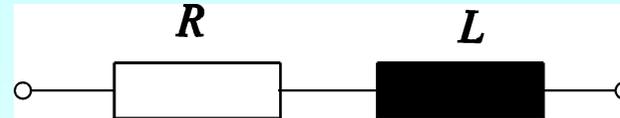
zeichne das Zeigerdiagramm einer unsymmetrischen Sternschaltung (drei unsymmetrische Verbraucher)



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

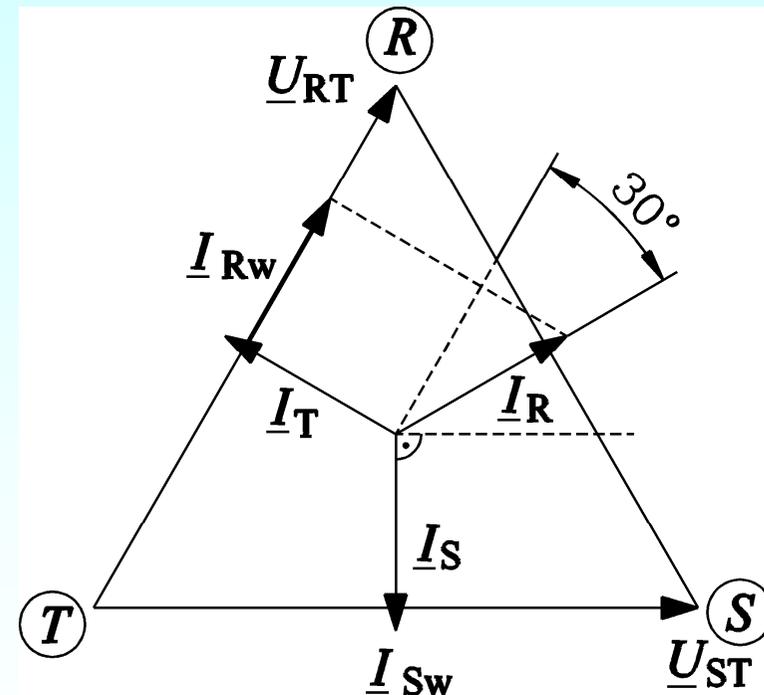
## 3.3.4 Wattmeteranzeigen bei der Zwei-Wattmetermethode im Falle symmetrischer Belastung

Induktive symmetrische Last mit  $\varphi = 60^\circ$ :



$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P_{\max} \cdot \cos(30^\circ) = (\sqrt{3}/2) \cdot P_{\max} \\ P_2 &= P_{\max} \cdot \cos(90^\circ) = 0 \end{aligned} \right\} +$$

$$P = P_1 + P_2 = (\sqrt{3}/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I$$

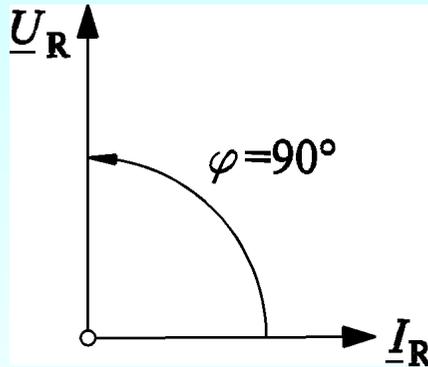


Kontrolle:  $P = 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \cos(60^\circ) = (\sqrt{3}/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

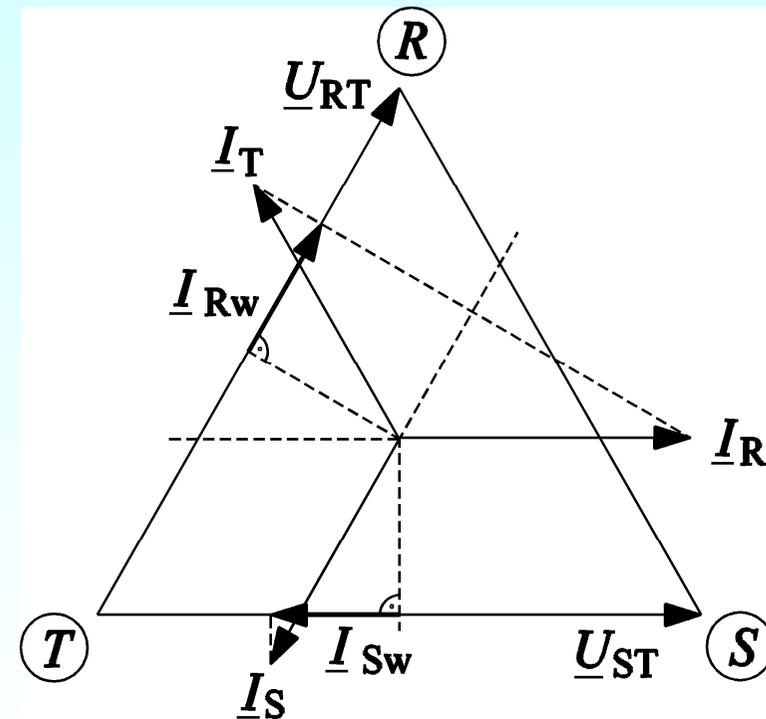
## 3.3.4 Wattmeteranzeigen bei der Zwei-Wattmetermethode im Falle symmetrischer Belastung

Rein induktive symmetrische Last mit  $\varphi = 90^\circ$ :



$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P_{\max} \cdot \cos(60^\circ) = (1/2) \cdot P_{\max} \\ P_2 &= P_{\max} \cdot \cos(120^\circ) = (-1/2) \cdot P_{\max} \end{aligned} \right\} +$$

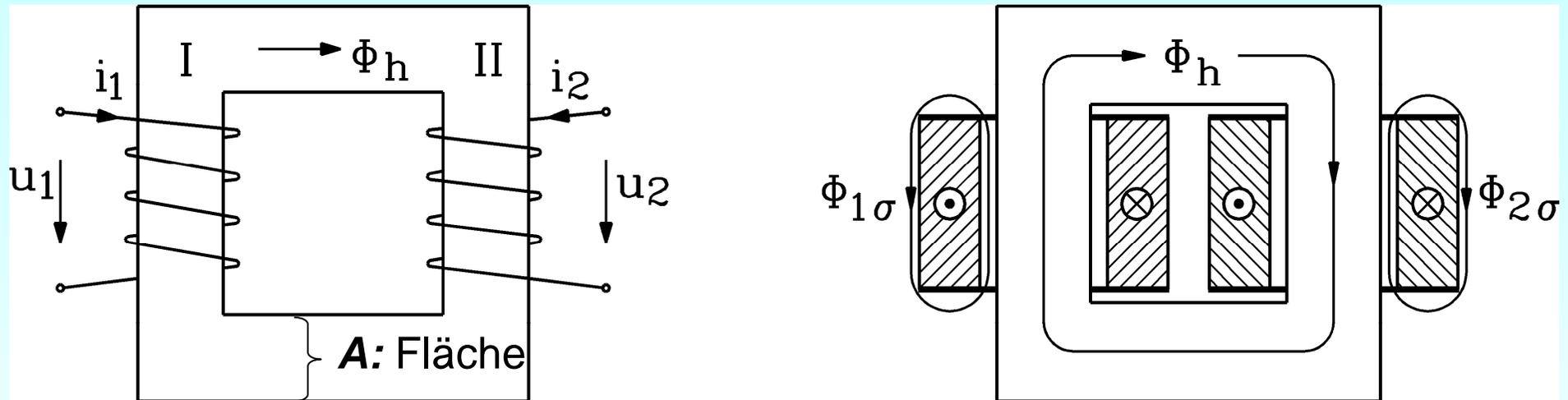
$$P = P_1 + P_2 = 0$$



Kontrolle:  $P = 3 \cdot U_{strang} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I \cdot \cos(90^\circ) = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I \cdot 0 = 0$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.4 Der Einphasen-Transformator



Einphasentransformator:

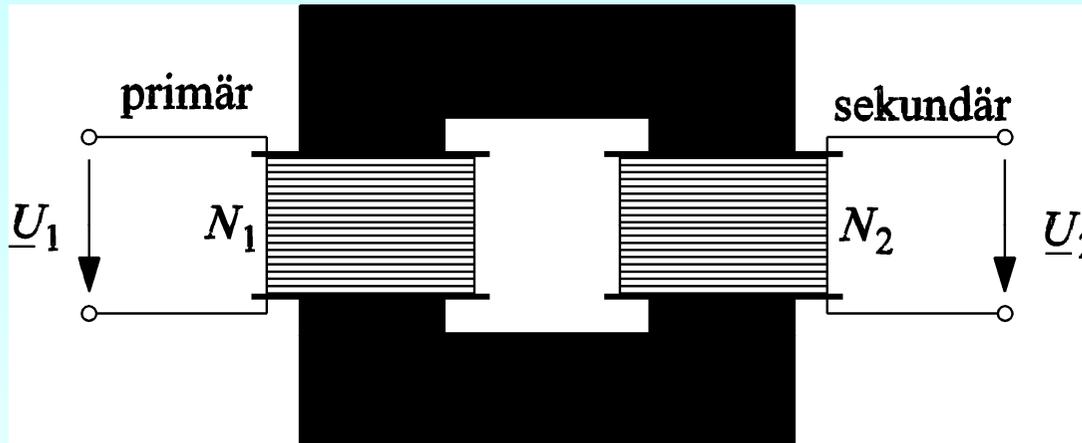
- Primär- und Sekundärwicklung und gemeinsamem Eisenkern

-Flusspfade:

- Hauptfluss  $\Phi_h$  verkettet Primär- und Sekundärspule über geschlossene Feldlinien  $C$  im Eisen
- Streulfluss  $\Phi_\sigma$  ist nur mit je einer Spule verkettet

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.4.1 Leerlaufender Transformator



**Leerlauf:** Offene Klemmen der Sekundärspule = kein Verbraucher sekundär

- Der Sekundärstrom  $I_2 = 0$ .
- Primärwicklung liegt an Wechselspannung:  $u_1(t) = \hat{U}_1 \cdot \sin(\omega t) = \hat{U}_1 \cdot \sin(2\pi f t)$
- magnetischer Wechselfluss  $\Phi(t) = B(t) \cdot A = \Psi_1 / N_1$
- Selbstinduktionsspannung primär:  $u_{L1} = -d\Psi_1 / dt = -L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} = -N_1 \cdot \frac{d(\Phi_h + \Phi_\sigma)}{dt}$
- Gegeninduktionsspannung sekundär:  $u_{M2} = -d\Psi_{21} / dt = -M \cdot \frac{di_1}{dt} = -N_2 \cdot \frac{d\Phi_h}{dt}$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Übersetzungsverhältnis der Spannungen

- Annahmen: Leerlaufstrom  $i_1$  klein:  $i_1 \approx 0$ , Streufluss  $\Phi_{1\sigma} \ll \Phi_h$

- Primär: Spannungsgleichung: Leerlauf:

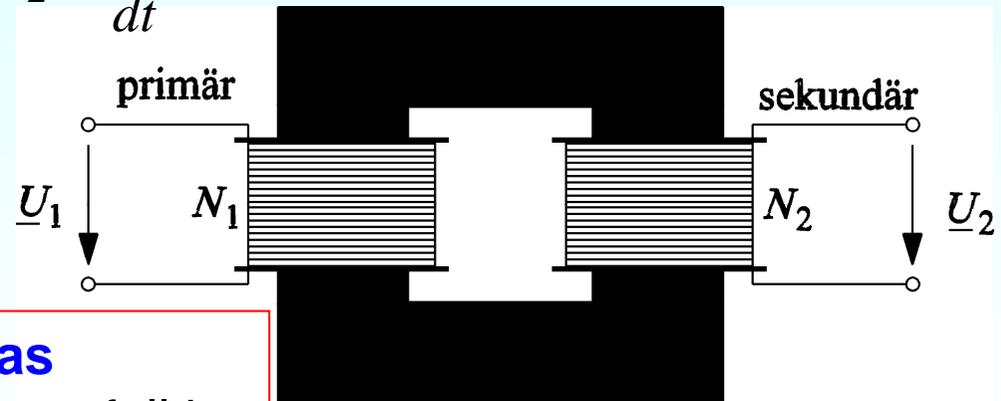
$$u_1 + u_{L1} = R_1 \cdot i_1 \cong 0 \Rightarrow u_1 = -u_{L1} = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_h}{dt}$$

- Sekundärspannung: Leerlauf:  $i_2 = 0$

$$u_2 + u_{M2} = 0 \Rightarrow u_2 = M \cdot \frac{di_1}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_h}{dt}$$

- Übersetzungsverhältnis:

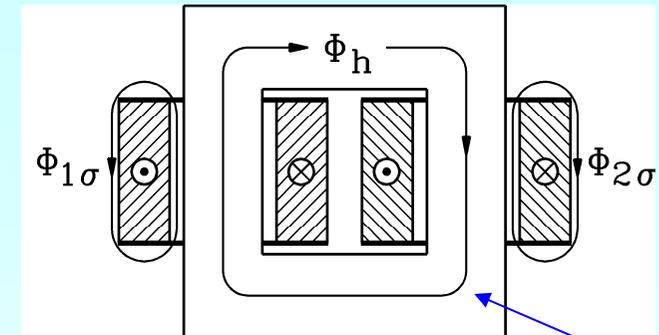
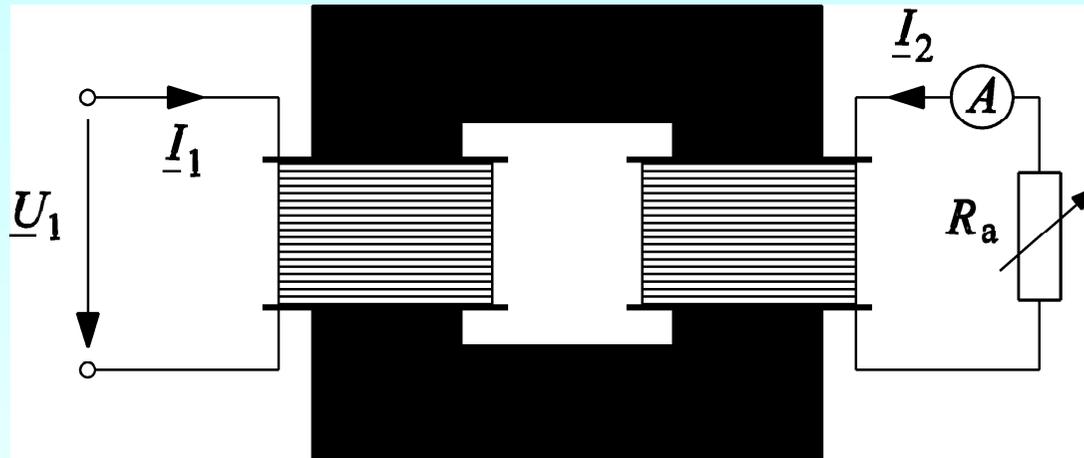
$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



Die experimentelle Überprüfung liefert **etwas kleinere** Werte für  $U_2$ , was auf den Spannungsfall im  $R_1$  zurückzuführen ist.

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.4.2 Belasteter Transformator



Geschlossene Kurve C,  
Länge  $s_{Fe}$

Bei Belastung fließt primär und sekundär (durch die dort induzierte Spannung) Strom gleicher Frequenz.

Ampere'scher Durchflutungssatz für die geschlossene Kurve C:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{Fe} s_{Fe} = \Theta = N_1 i_1 + N_2 i_2 \approx 0$$

$$i_2 = i_1 / \ddot{u}$$

Eisen hat hohes  $\mu_{rel,Fe} \approx 5000$ : Daher ist  $H_{Fe}$  sehr klein:

$$B_{Fe} = \Phi / A \quad H_{Fe} = B_{Fe} / (\mu_{rel,Fe} \cdot \mu_0) \quad H_{Fe} \approx 0$$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$

- Der Transformator übersetzt den Strom umgekehrt wie die Spannung.
- Im selben Maße, wie er etwa die Spannung herab transformiert, setzt er den Strom hinauf, und umgekehrt.

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}}$$

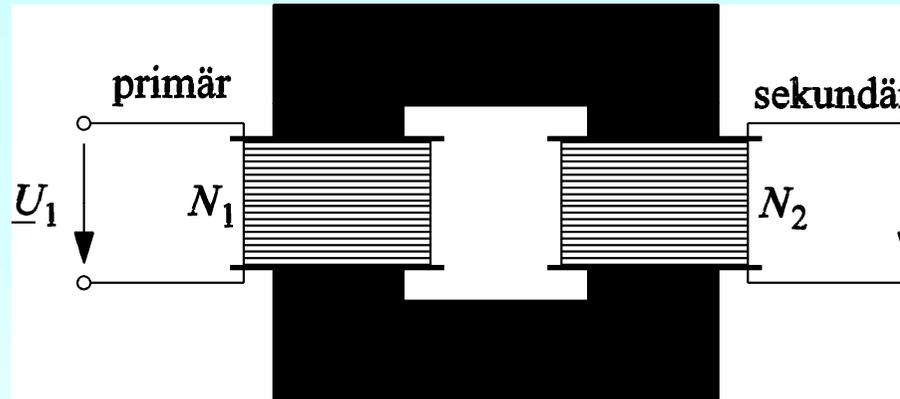
### „Idealer“ Transformator:

- Verluste primär- und sekundärseitig vernachlässigt ( $R_1 = 0, R_2 = 0, \dots$ )
- Gesamter magnetischer Fluss im Eisenkern = KEIN Streufluss

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi = (U_2 \cdot \ddot{u}) \cdot (I_2 / \ddot{u}) \cdot \cos \varphi = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = P_2$$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Sekundärer Kurzschluss des Transformators



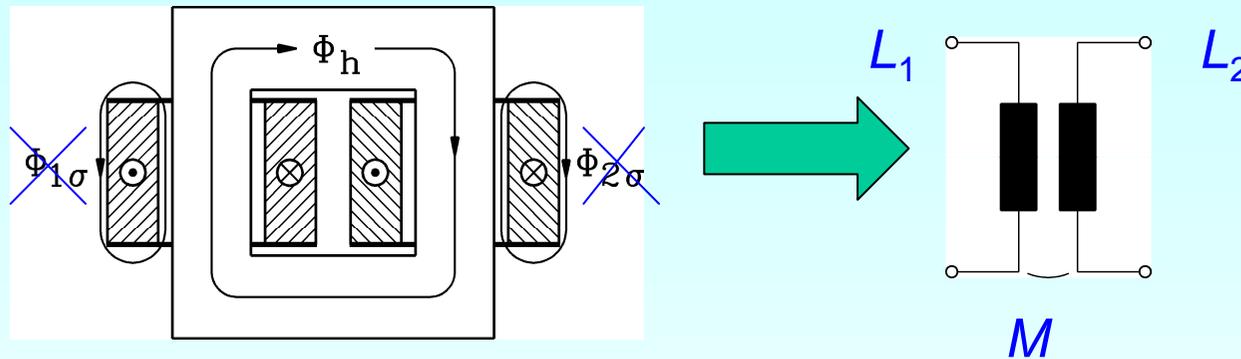
**Kurzschluss**

### Achtung:

- Wenn Transformator **sekundär kurz geschlossen**, dann fließt bei primärer Nennspannung hoher Strom sekundär und mit  $1/\underline{u}$  primär.
- Diese Betriebsart in der Regel nicht dauernd zulässig.
- Nur Selbstinduktion der Streuflüsse (klein !) und Widerstände (klein !) begrenzen den Strom.

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.4.3 Selbst- und Gegeninduktivitäten – bei Vernachlässigung der Streuflüsse



Selbstinduktivität der Primärwicklung  $L_1$ :

$$L_1 = \frac{\Psi_1}{i_1} = \frac{N_1 B_{Fe} A}{i_1} = \frac{N_1 \mu_{Fe} H_{Fe} A}{i_1} = \frac{N_1 \mu_{Fe} \cdot \left( \frac{N_1 i_1}{S_{Fe}} \right) \cdot A}{i_1} = \mu_{Fe} \cdot N_1^2 \cdot \frac{A}{S_{Fe}}$$

Selbstinduktivität der Sekundärwicklung  $L_2$ :  $L_2 = \mu_{Fe} \cdot N_2^2 \cdot \frac{A}{S_{Fe}}$

Gegeninduktivität  $M$ :

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \mu_{Fe} \cdot N_1 N_2 \cdot \frac{A}{S_{Fe}} = M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \mu_{Fe} \cdot N_2 N_1 \cdot \frac{A}{S_{Fe}} = M$$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Selbst- und Gegeninduktivitäten

$$L_1 = \mu_{Fe} \cdot N_1^2 \cdot \frac{A}{s_{Fe}}$$

$$M = \mu_{Fe} \cdot N_2 N_1 \cdot \frac{A}{s_{Fe}}$$

$$L_2 = \mu_{Fe} \cdot N_2^2 \cdot \frac{A}{s_{Fe}}$$

$$L_1 = \frac{M^2}{L_2} = \frac{M^2}{L_1} \cdot L_1$$

Die Selbstinduktivität ist **quadratisch** von der Windungszahl und **linear** von der Eisenpermeabilität abhängig, während die Gegeninduktivität vom **Produkt** beider Windungszahlen abhängt.

Leerlaufstrom ( $R_1 \approx 0$ ):  $u_1 \approx L_1 \cdot \frac{di_{10}}{dt} \Rightarrow \underline{U}_1 \cong j\omega L_1 \underline{I}_{10} \Rightarrow \underline{I}_{10} = -j \frac{\underline{U}_1}{\omega L_1} \sim \frac{1}{\mu_{Fe} N_1^2}$

$N_1$	1200	600	300	150
$I_{10} / \text{mA}$	34	136	544	2176
$B_{Fe} / \text{T}$	0.125	0.25	0.5	1.0

$$\underline{I}_{10} \sim \frac{1}{\mu_{Fe} N_1^2}$$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Werkstoffe für den Eisenkern

a) **Grauguss:** niedriges  $\mu_{Fe}$ , keine Bleche, keine Unterdrückung der Wirbelströme im Eisen. Wird NICHT als Eisenkern verwendet.

b) **Stahlguss:** hohes  $\mu_{Fe}$ , als Stahlblech verfügbar, **lamellierte Eisenkerne** (mit Isolation dazwischen) herstellbar, damit die Wirbelstromverluste vermindert werden. Eisenkerne für Kleintransformatoren bei Netzfrequenz 50 ... 60 Hz..

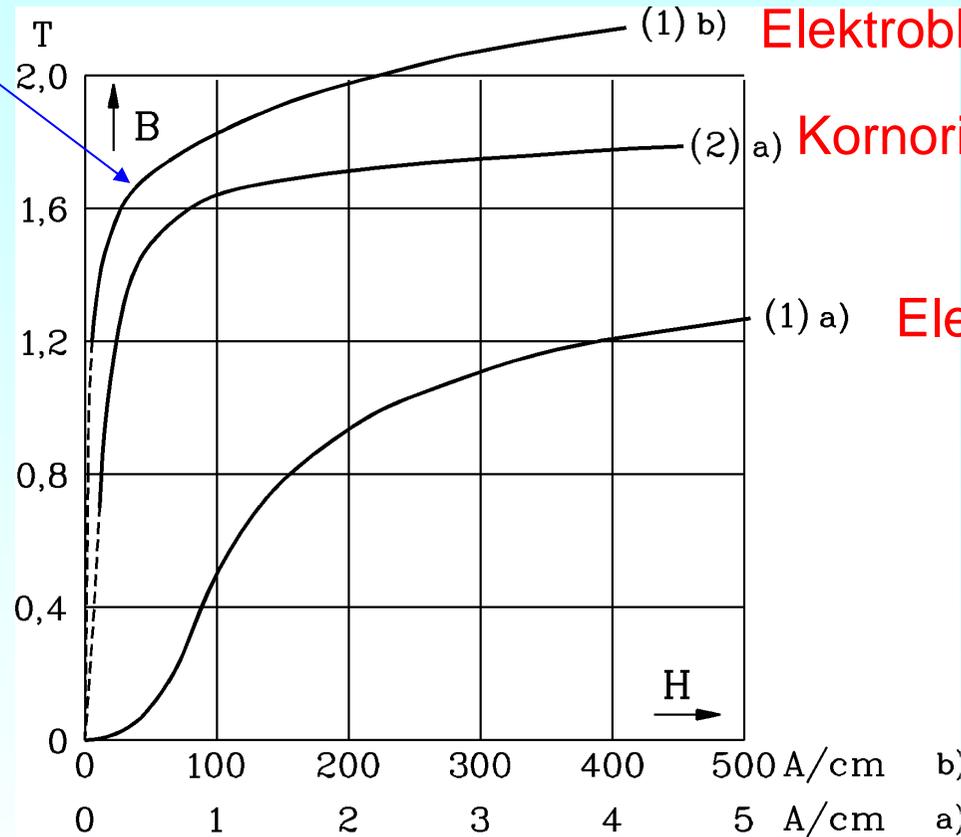
c) **Kornorientierte Stahlbleche:** spezielles **Kaltwalz-Verfahren**, in Walzrichtung sehr hohes  $\mu_{Fe}$ , quer dazu niedriges  $\mu_{Fe}$ . Eisenkerne bei großen Transformatoren.

**Schnittbandkerne:** Blech aufgewickelt. Um Wicklungen aufstecken zu können, muss man den Wickel allerdings durchschneiden. Kleintransformatoren für hohe Frequenzen (kHz !, Nachrichtentechnik).

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Weicheisenwerkstoffe

Eisensättigung:  
„Krümmung“ in der  
 $B(H)$ -Kurve



- **Elektroblech**, Dicke 0.5 mm,  $P_{Fe} = 3 \text{ W/kg}$  bei 50 Hz, 1 T
- **Kornorientiertes Blech**, Vorzugsrichtung, Dicke 0.35 mm,  $P_{Fe} = 0.45 \text{ W/kg}$  bei 50 Hz, 1 T

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Einfluss des Werkstoffs auf $I_{10}$ und $L_1$

Gemessen bei kleiner Flussdichte  $B = 0.25$  T im Eisenkern (Eisen ungesättigt)

- konstante Windungszahl  $N = 600$ ,  $A = 9$  cm<sup>2</sup>,  $f = 50$  Hz,  $U_1 = 30$  V

Werkstoff	<i>Grauguss</i>	<i>Stahlblech</i>	<i>Kornorientiertes Blech</i>
Magnet. Eigenschaft	niedriges $\mu_{Fe}$	hohes $\mu_{Fe}$	Sehr hohes $\mu_{Fe}$
Ausführung	Massivkern	Lamelliert	Schnittbandkern
$I_{10}$ / mA	800	64	30
$L_1$ / H	0.12	1.5	3.2

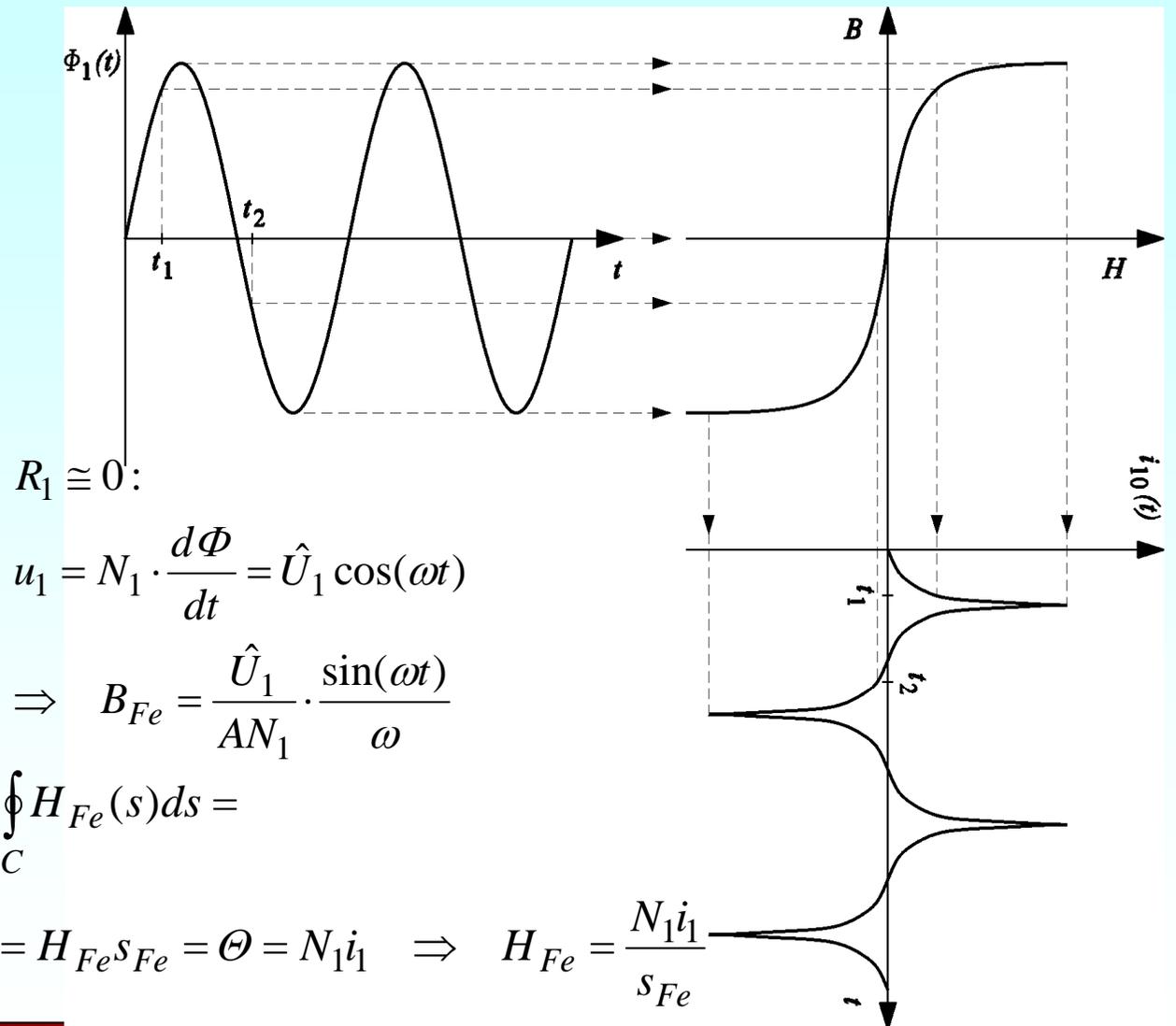
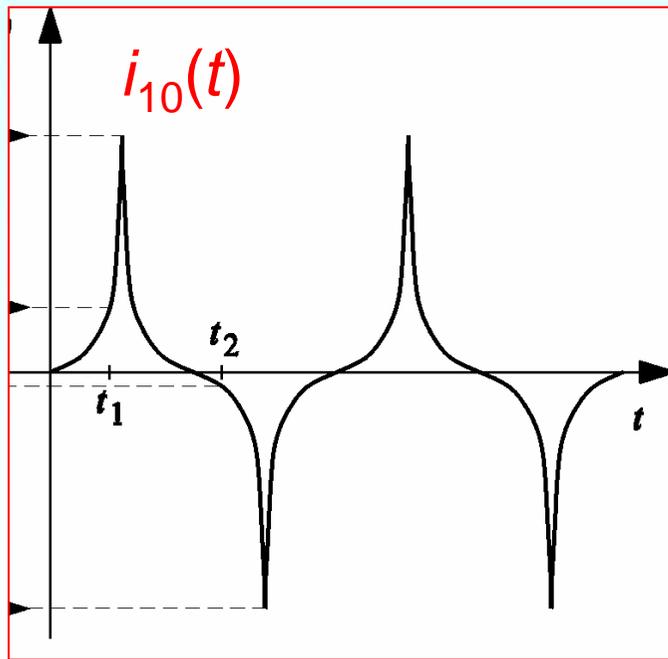
$$I_{10} \sim \frac{1}{\mu_{Fe} N_1^2}$$

$$L_1 = \mu_{Fe} \cdot N_1^2 \cdot \frac{A}{s_{Fe}}$$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Zeitverlauf des Leerlaufstroms

**Nichtlineare Eisenkennlinie:**  
 - Im Leerlauf Strom nicht sinusförmig, obwohl Spannung und damit Fluss sinusförmig



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Versuchsdurchführung

### Versuch 3 Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

Versuchsbetreuer: Dr.-Ing. Bogdan Funieru

Raum S3|10/446

Tel. : 06151 / 16-5694

E-Mail : [bfunieru@ew.tu-darmstadt.de](mailto:bfunieru@ew.tu-darmstadt.de)



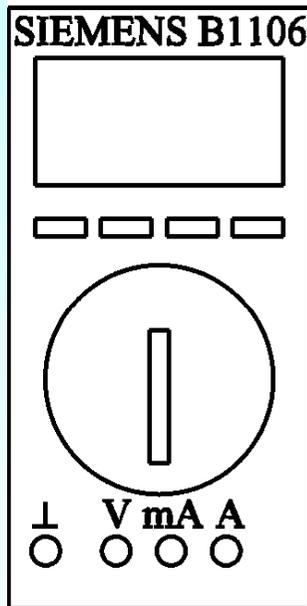
# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Übersicht über die Aufgaben

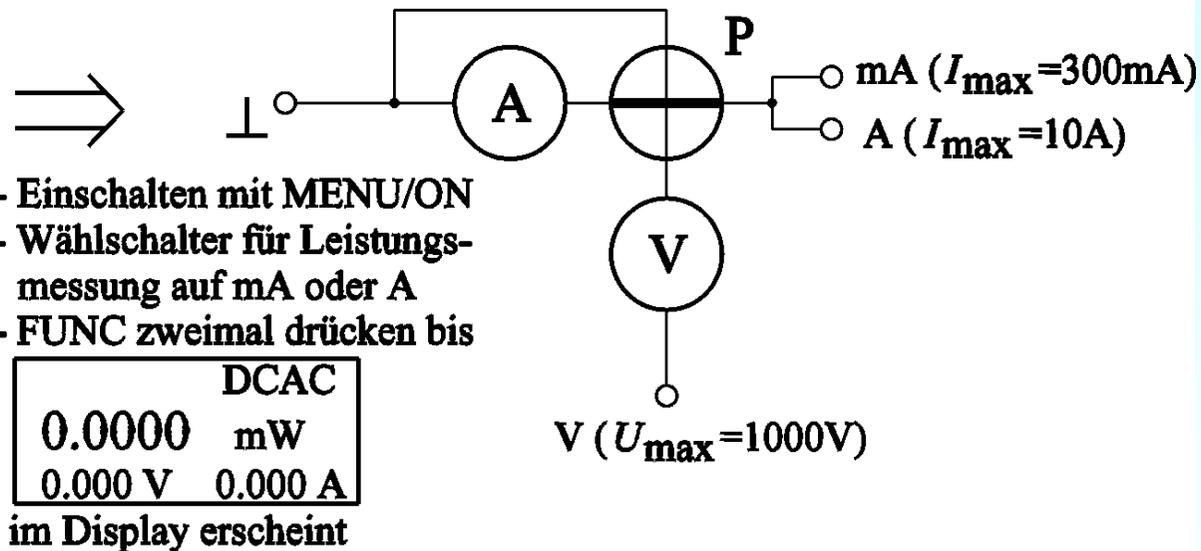
- 3.5 Verwendung des **Multimeters** SIEMENS B 1106
- 3.6 **Einphasen**leistungsmessung
- 3.7 **Leistungsmessung** im Dreiphasennetz
- 3.8 **Transformator**

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.5 Verwendung des Multimeters SIEMENS B 1106



Digital-Multimeter  
SIEMENS B1106  
zur Leistungsmessung



- Einschalten mit MENU/ON
- Wählschalter für Leistungsmessung auf mA oder A
- FUNC zweimal drücken bis

DCAC  
0.0000 mW  
0.000 V 0.000 A

im Display erscheint

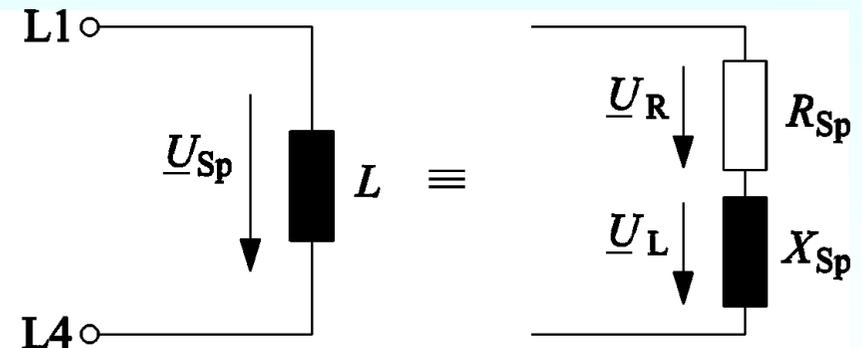
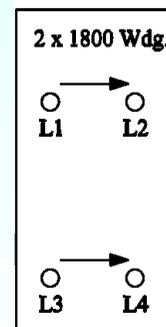
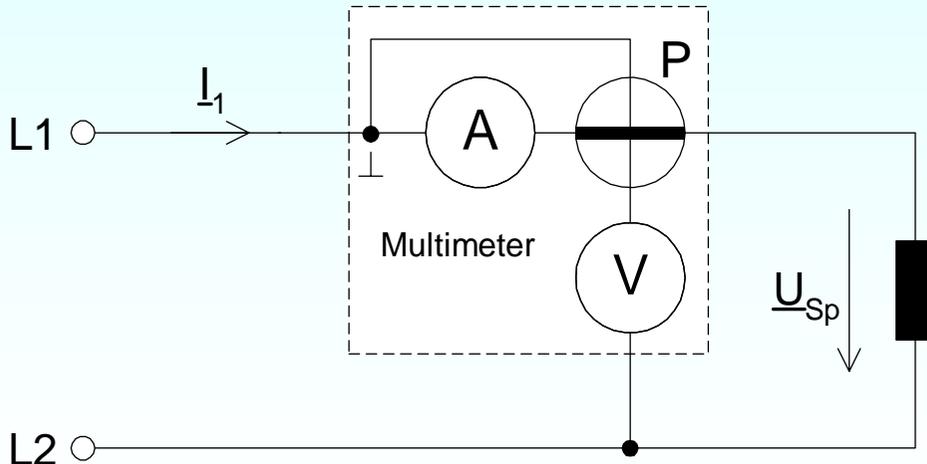
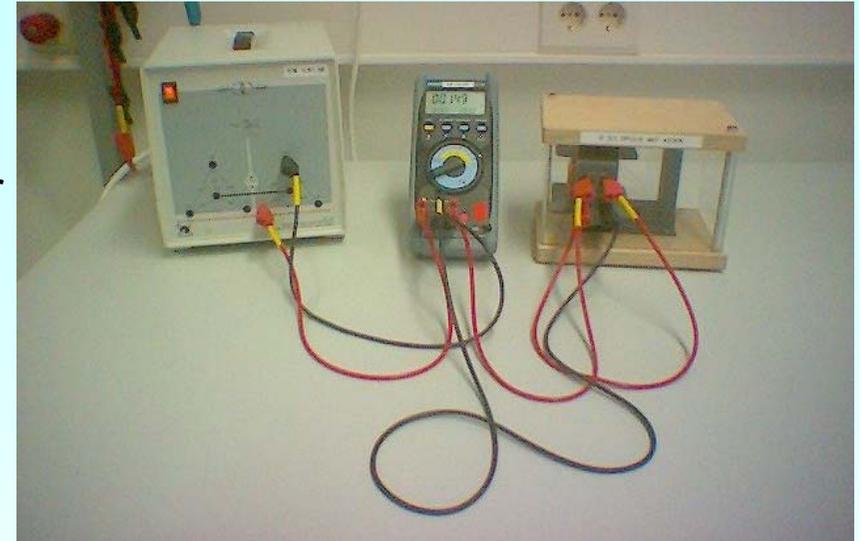
- Leistungsmessung im **Einphasen- und Drephasensystem**
- Kombination eines **Leistungsmessers, eines Ampere- und Voltmeters**
- **Strompfade** nicht überlasten!

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.6 Einphasenleistungsmessung 50 Hz, 45 V

### Verwendete Messgeräte:

- Multimeter SIEMENS B 1106 („Wattmeter“)
- LEYBOLD Kleinspannungs-Drehstromtransformator für Spannungsversorgung: ca. 45 V
- **“Last”**: 2 Spulen mit 2 x 1800 Windungen in Serie:
  - a) **ohne** lamelliertem Eisenkern
  - b) **mit** lamelliertem Eisenkern



Beide Spulen in Reihe, so dass sie eine Spule mit 3600 Wdg. bilden

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Einphasenleistung - Auswertung

	Kern	U / V	I / A	P / W	$\varphi / ^\circ$	U <sub>R</sub> / V	U <sub>L</sub> / V	R <sub>Sp</sub> / $\Omega$	X <sub>Sp</sub> / $\Omega$	L <sub>Sp</sub> / mH
	Nein									
	Ja									

- Phasenverschiebung  $\varphi$ , Spannungen  $U_L$  und  $U_R$
- Reaktanz  $X_{Sp}$ , Widerstand  $R_{Sp}$  der Spule.
- Widerstände  $R_{Sp}$  der Spule mit und ohne Kern unterscheiden sich. **Warum?**  
**Weil mit Kern Eisenwiderstand durch Wirbelströme im Eisenkern auftritt.**
- Zeichnen: Zeigerdiagramme für Spannung und Strom: a) mit, b) ohne Kern.

### Ergebnis:

**OHNE Kern:  $L = 0.25$  H (klein):  $I$  groß: 457 mA; Wirkleistung groß:  $P = 11$  W**

**MIT Kern:  $L = 7.7$  H (groß):  $I$  klein: 18 mA; Wirkleistung klein:  $P = 140$  mW**

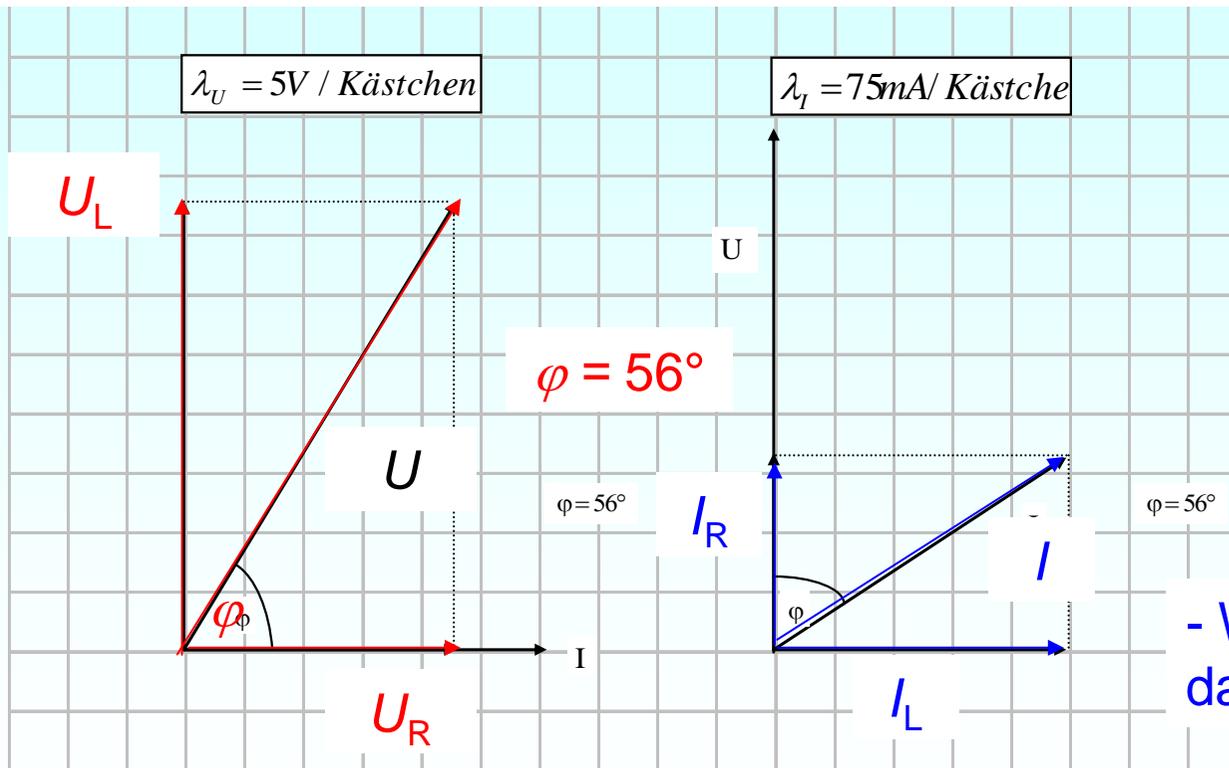
# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Zeigerdiagramm a) Spule OHNE Eisenkern

Zeigerdiagramm, Spule ohne Kern

a) Spannungsdiagramm

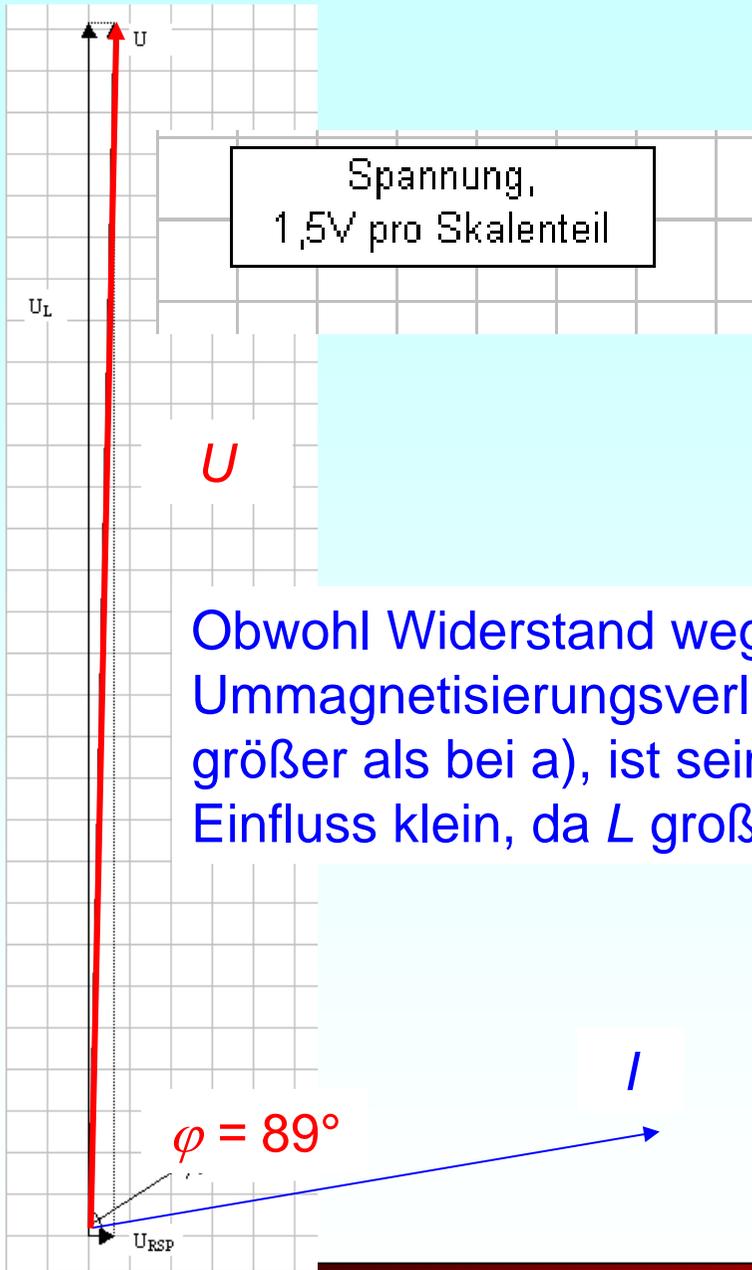
b) Stromdiagramm



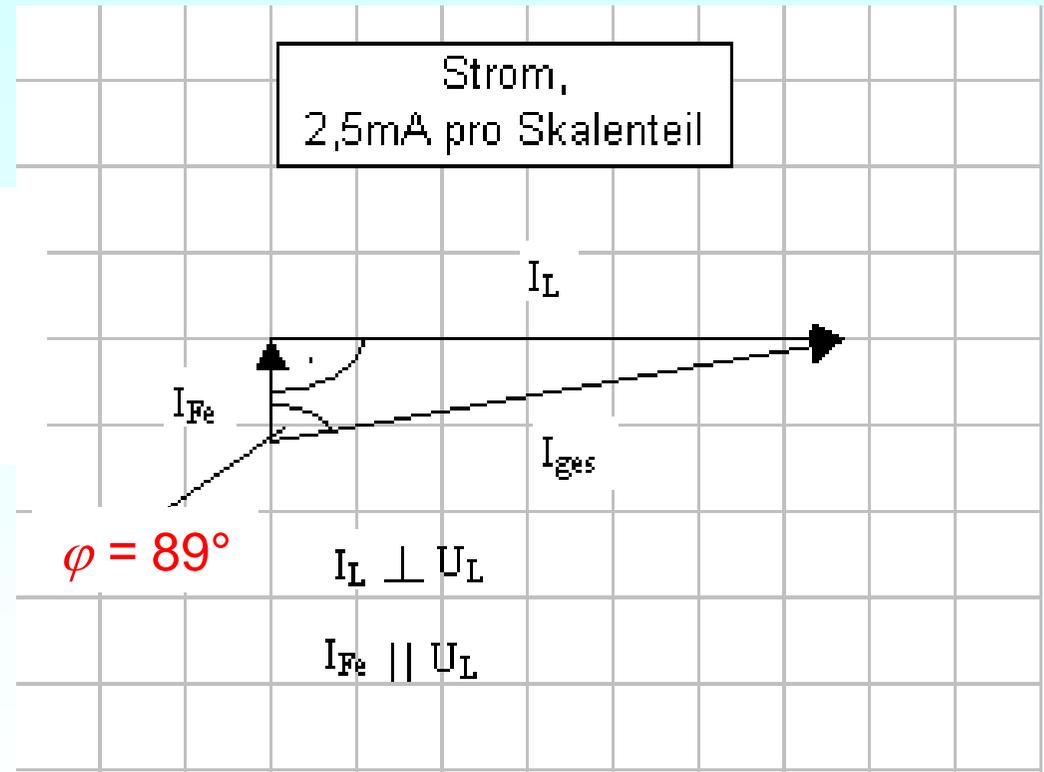
- Widerstand dominant,  
da  $L$  klein

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Zeigerdiagramm b) Spule MIT Eisenkern



Obwohl Widerstand wegen Ummagnetisierungsverluste größer als bei a), ist sein Einfluss klein, da  $L$  groß !



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

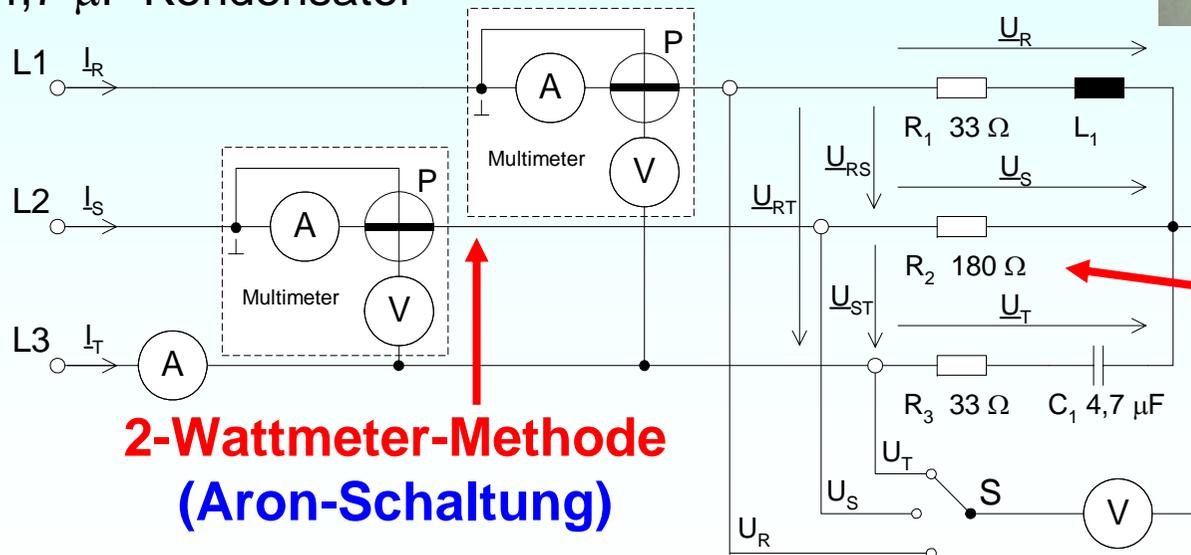
## 3.7 Leistungsmessung im Dreiphasennetz 50 Hz

### Verwendete Messgeräte:

- 2x Multimeter SIEMENS B 1106 („Wattmeter“)
- 1 digitales Amperemeter, 1 digitales Voltmeter
- Kleinspannungs-Drehstromtransformator für Spannungsversorgung

### Unsymmetrische dreiphasige Last:

- 1 Spule mit 2 x 1800 Windungen ohne Kern
- 33  $\Omega$  und 180  $\Omega$  Widerstände
- 4,7  $\mu\text{F}$  Kondensator



Unsymmetrische dreiphasige Last



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Dreiphasen-Leistung - Auswertung

$U_R$	V	
$U_S$	V	
$U_T$	V	
$U_{ST}$	V	
$U_{RT}$	V	
$I_R$	mA	
$I_S$	mA	
$I_T$	mA	
$P_{RT}$	W	
$P_{ST}$	W	

- Messen Sie sämtliche Spannungen, Ströme und Leistungen
- Kontrollrechnung der Strangspannungen  $U_R$ ,  $U_S$  und  $U_T$ , Vergleich mit Messung
- Verlustleistungen pro Strang?  
 $P_{ges} = P_{RT} + P_{ST} =$  gemessenen Gesamtverlustleistung ?
- Berechnen Sie Scheinleistung und Blindleistung.
- Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm:
  - a) speisendes Netz ( $\underline{U}_{ST}$ ,  $\underline{U}_{RT}$ ,  $\underline{U}_{RS}$ ),
  - b) Strangspannungen  $\underline{U}_R$ ,  $\underline{U}_S$ ,  $\underline{U}_T$
  - c) Strangströme  $\underline{I}_R$ ,  $\underline{I}_S$ ,  $\underline{I}_T$ .

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Dreiphasen-Leistungsmessung - Messergebnis

### Verluste Vergleich:

1) Verlustleistung pro Strang

$$P_R = I_R^2 \cdot (R_1 + R_{Sp}) =$$

$$= (203 \text{ mA})^2 \cdot (33 + 52,5) \Omega = \underline{\underline{3,5 \text{ W}}}$$

$$P_S = I_S^2 \cdot R_2 =$$

$$= (137 \text{ mA})^2 \cdot 180 \Omega = \underline{\underline{3,37 \text{ W}}}$$

$$P_T = I_T^2 \cdot R_3 = (70 \text{ mA})^2 \cdot 33 \Omega = \underline{\underline{0,2 \text{ W}}}$$

2) Gesamtverluste = Summe der Strangverluste:

$$P_{ges} = P_R + P_S + P_T = \underline{\underline{7,07 \text{ W}}}$$

3) Gesamtverluste von Aron-Schaltung:

$$P_{ges} = P_{RT} + P_{ST} = \underline{\underline{6,94 \text{ W}}}$$

### Gemessene Spannungen, Ströme und Leistungen:

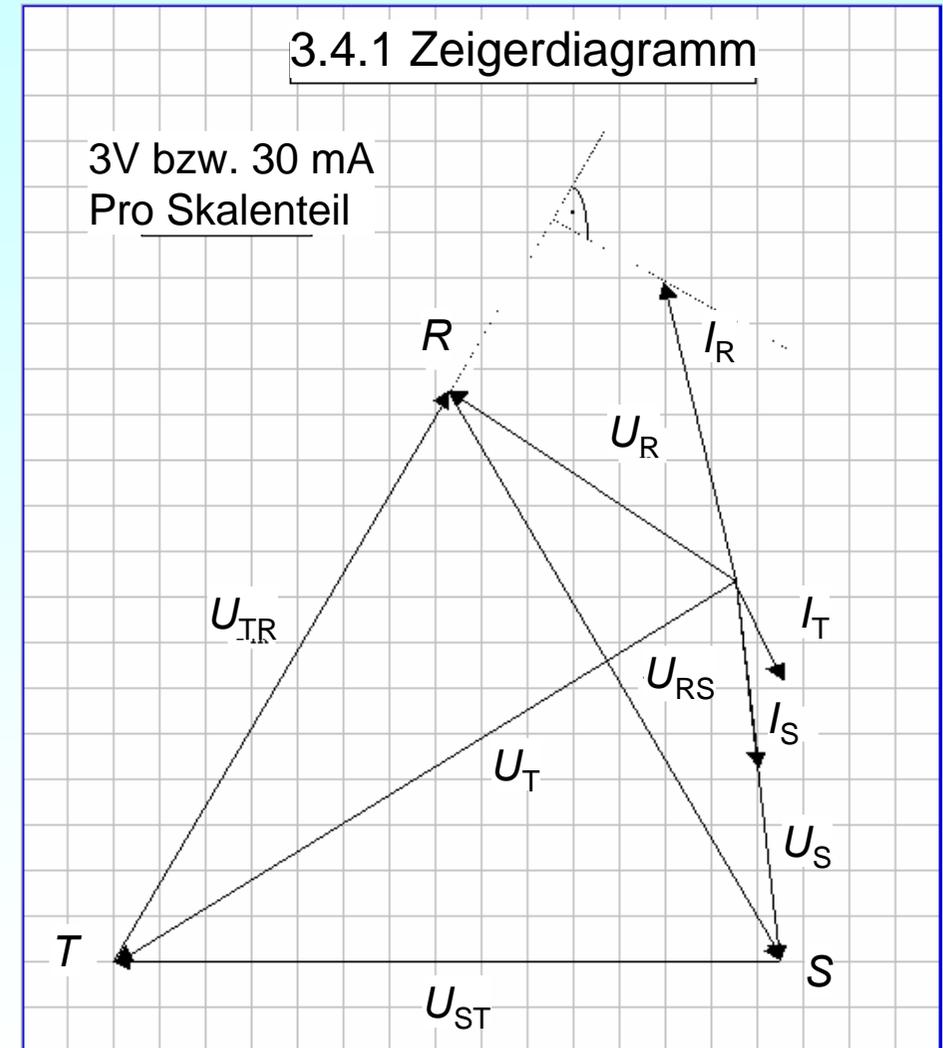
$U_R$	V	<b>22,8</b>
$U_S$	V	<b>24,9</b>
$U_T$	V	<b>47,9</b>
$U_{ST}$	V	<b>43,3</b>
$U_{RT}$	V	<b>43,3</b>
$I_R$	mA	<b>203</b>
$I_S$	mA	<b>137</b>
$I_T$	mA	<b>70</b>
$P_{RT}$	W	<b>6,36</b>
$P_{ST}$	W	<b>0,58</b>

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Dreiphasen-Leistungsmessung - Zeigerdiagramm

### Gemessene Spannungen, Ströme und Leistungen:

- Aus den **Leistungen** und
- aus den **Beträgen von Strom und Spannung** wird das dreiphasige Zeigerdiagramm der unsymmetrischen Last konstruiert !



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.8 SICHERHEIT - Transformator

### ACHTUNG!

- Ein hochsetzender Transformator kann bei hohem  $N_2/N_1$  Spannungen von mehreren Hundert Volt erzeugen.
- Dies ist lebensgefährlich!
- Es ist absolut **verboten**, die Transformatoren so anzuschließen, dass sich ein Übersetzungsverhältnis von  $\ddot{u} = N_1/N_2 < 1$  ergibt!

(Windungszahl primär:  $N_1$ , sekundär  $N_2$ .)

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

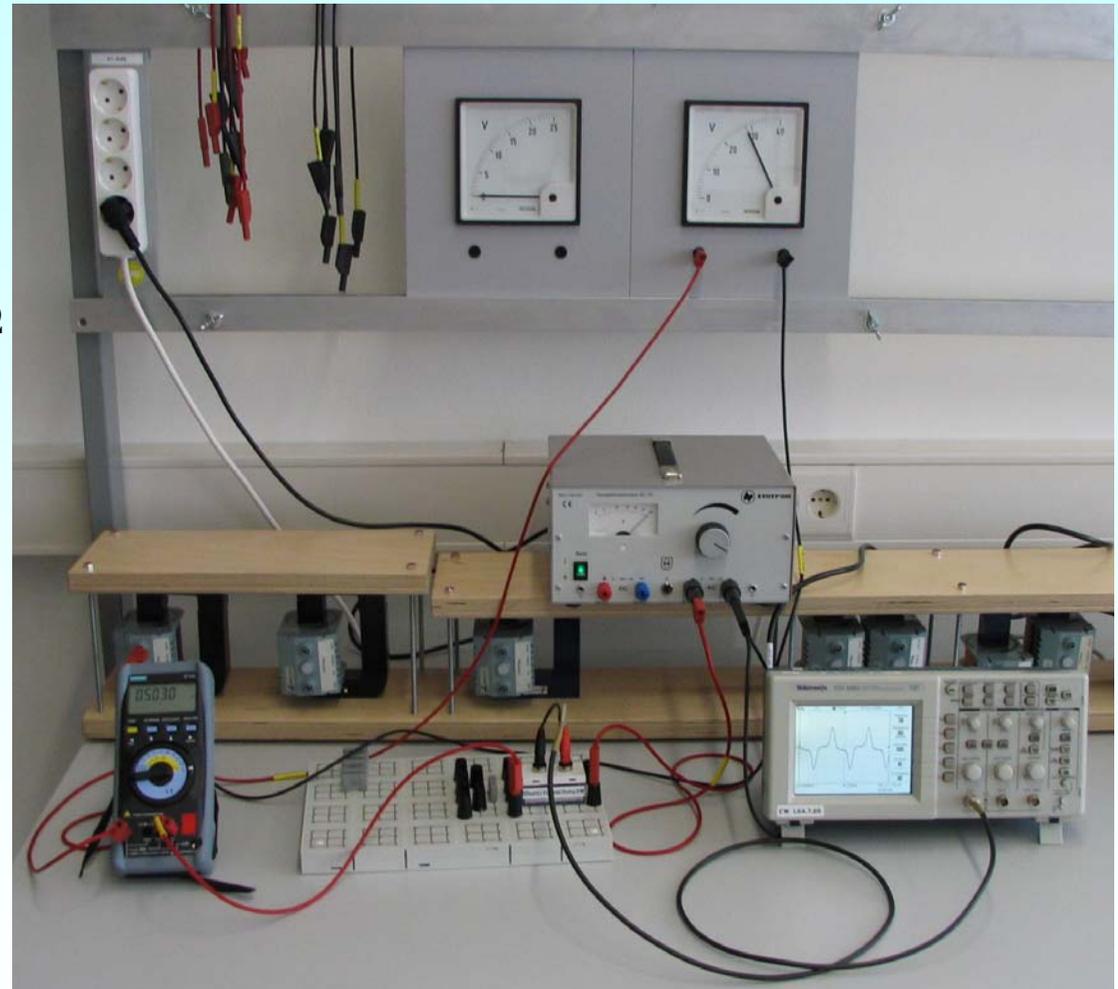
## 3.8 Einphasen-Transformator

### Verwendete Messgeräte:

- Multimeter SIEMENS B 1106
- STATRON Trennstelltransformator
- Messshunt (Widerstand  $R_{Sh}$ ) mit  $100\text{ m}\Omega$
- Analoges Voltmeter
- Oszilloskop Tektronix

### **Messobjekt:**

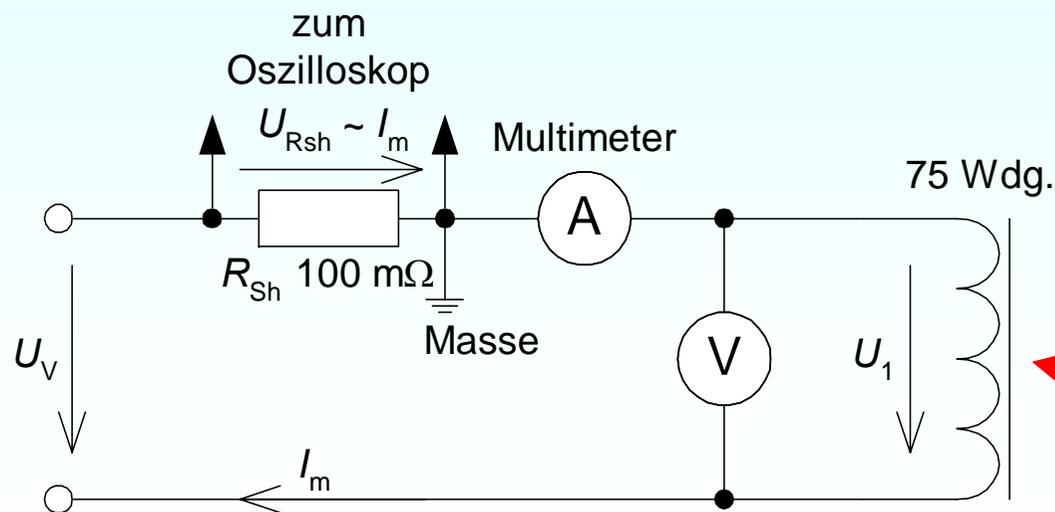
- Transformator mit Schnittbandkern und Primärspule mit 75 Windungen



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.8.1 Magnetisierungsstrom

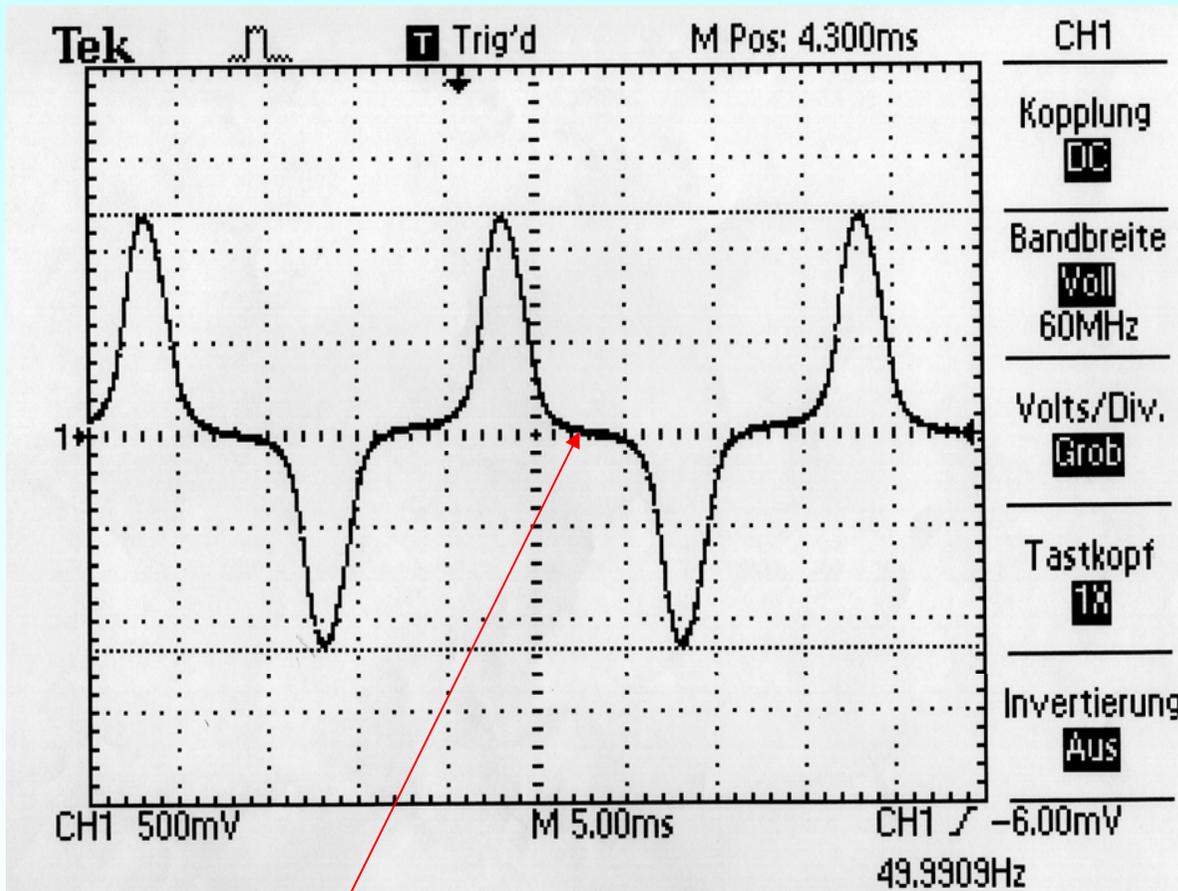
- Oszillografieren des Magnetisierungsstroms  $I_m$  mit Mess-Shunt  $R_{Sh} = 100 \text{ m}\Omega$
- **Prüfling:** Transformator mit Schnittbandkern: Primärspule mit 75 Windungen
- **Leerlauf** = keine Sekundärspule
- Stromversorgung aus Trennstelltransformator AC 0.....30V/5A (50 Hz)  
Stromfad 10 A Multimeter  
Spannungsmessung: analoges Voltmeter (40 V Endausschlag).



**Messobjekt:  
Einphasentrafo**

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Magnetisierungsstrom



Magnetisierungsstrom wegen nichtlinearer  $B(H)$ -Kennlinie des Eisenkerns **NICHT** sinusförmig !

Effektivwert des Stroms, Messung mit **Multimeter**:

$$I_M^{Multi} = \underline{\underline{5 \text{ A}}}$$

Stromamplitude (Oszilloskopmessung):

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R_{Sp}} = \frac{1,17 \text{ V}}{100 \text{ m}\Omega} = 11,7 \text{ A}$$

Effektivwert des Stroms, berechnet wie für einen **sinusförmigen Strom**:

$$I_M = \frac{11,7}{\sqrt{2}} = 8,3 \text{ A (ist also falsch!)}$$

Formel zur Berechnung des Effektivwerts für beliebige Stromkurvenform:

$$I_M = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## 3.8.2 Transformator im Leerlauf

### Verwendete Messgeräte:

- Multimeter SIEMENS B 1106
- STATRON Trennstelltransformator
- 25V und 40V analoge Voltmeter

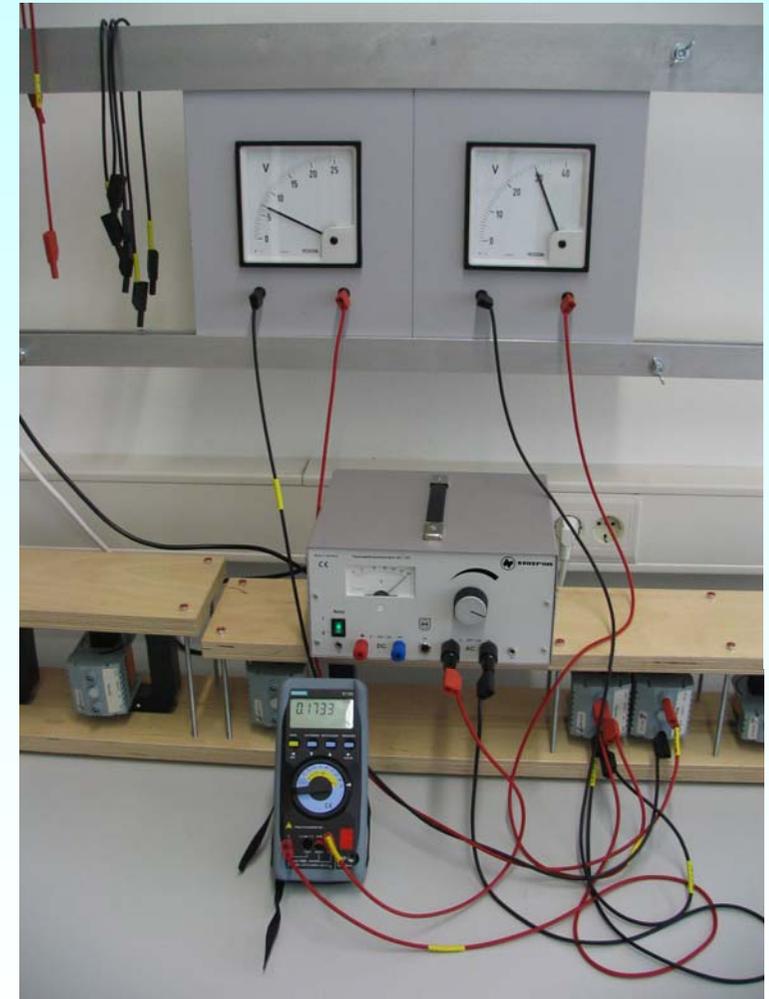
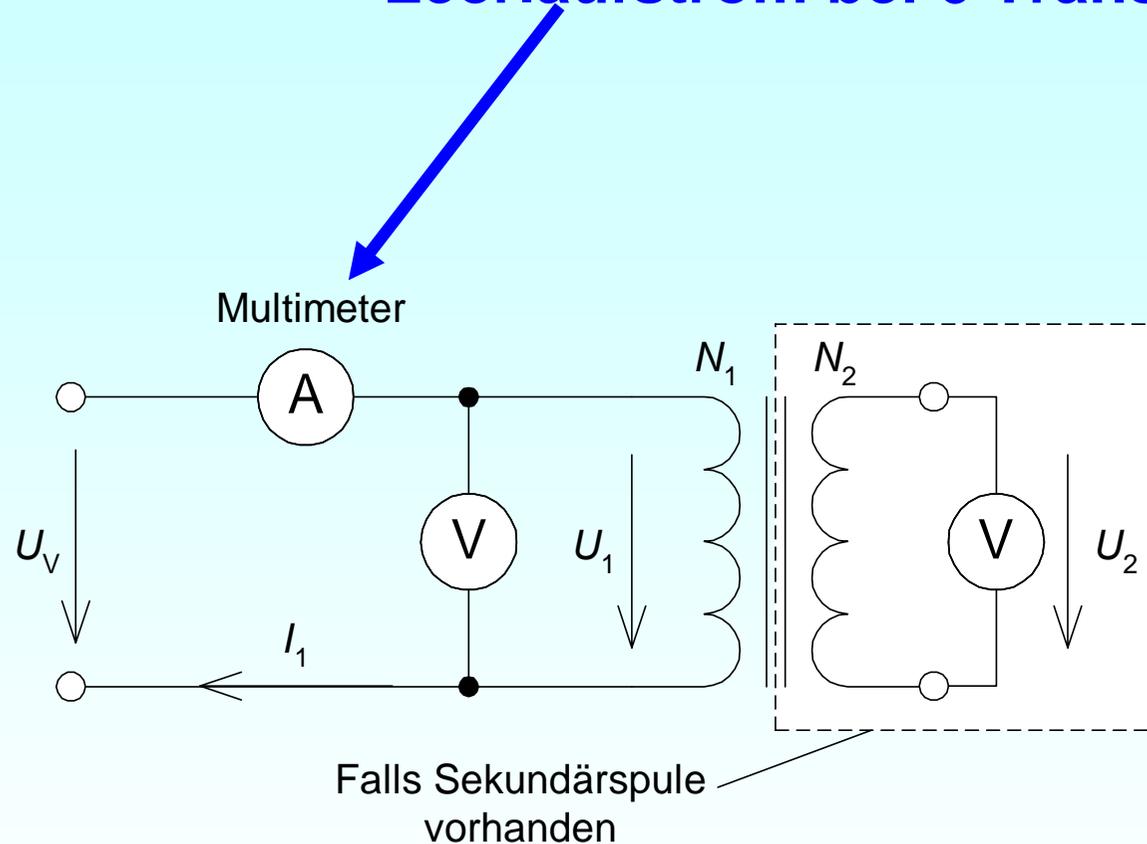
### Messobjekte:

- 6 Transformatoren mit unterschiedlichen Windungszahlen und Eisenkernen

Spule $N_1$ / Windungen	$I_1$ / mA		
	Schnittbandkern (schwarz)	Lamellenkern (blau)	Eisenkern (silbergrau)
1200		1	
600		2	
300	3	4	5
150		6	

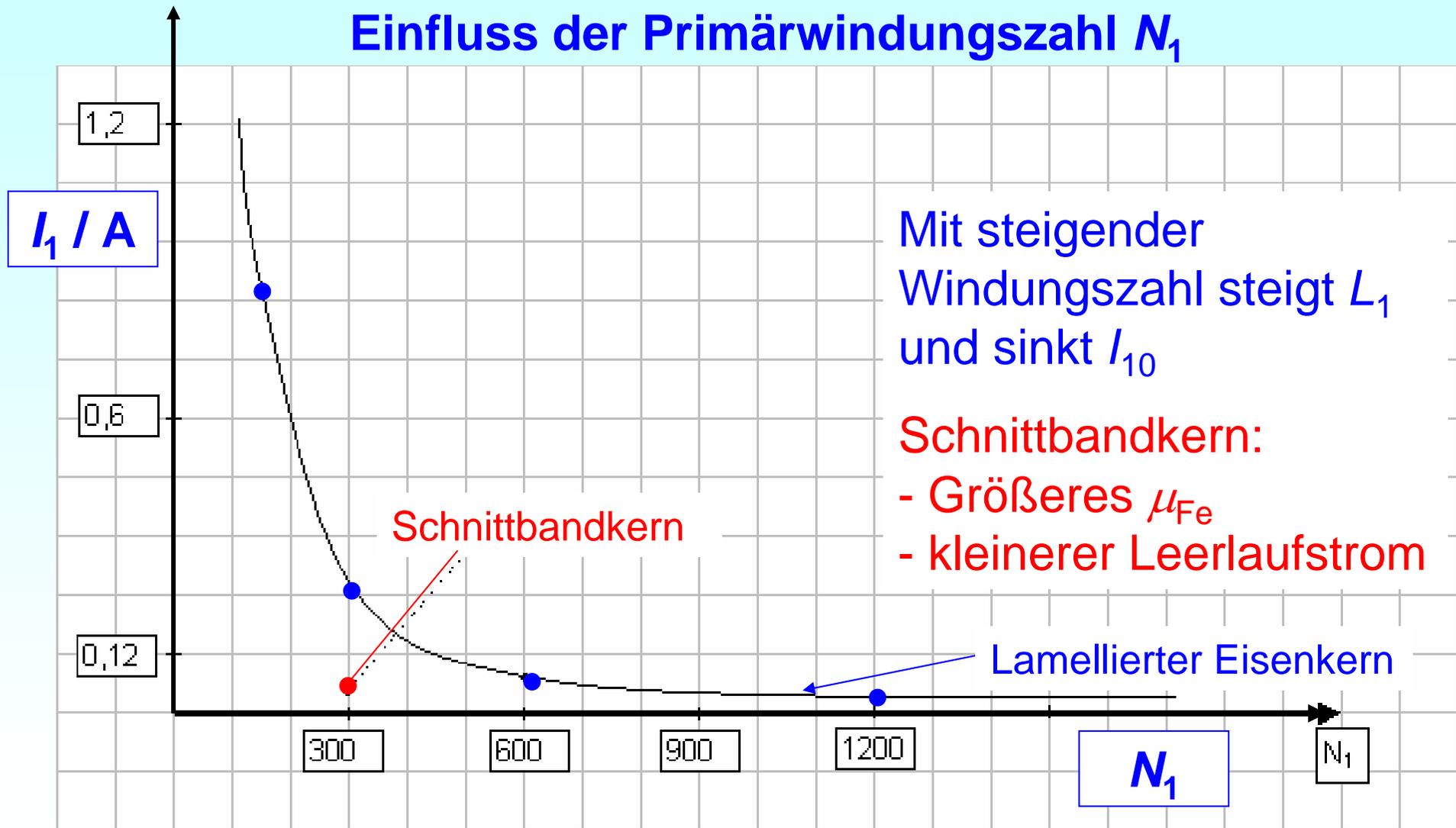
# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Leerlaufstrom bei 6 Transformatoren



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Leerlaufstrom bei 30 V, 50 Hz – Einfluss der Primärwindungszahl $N_1$



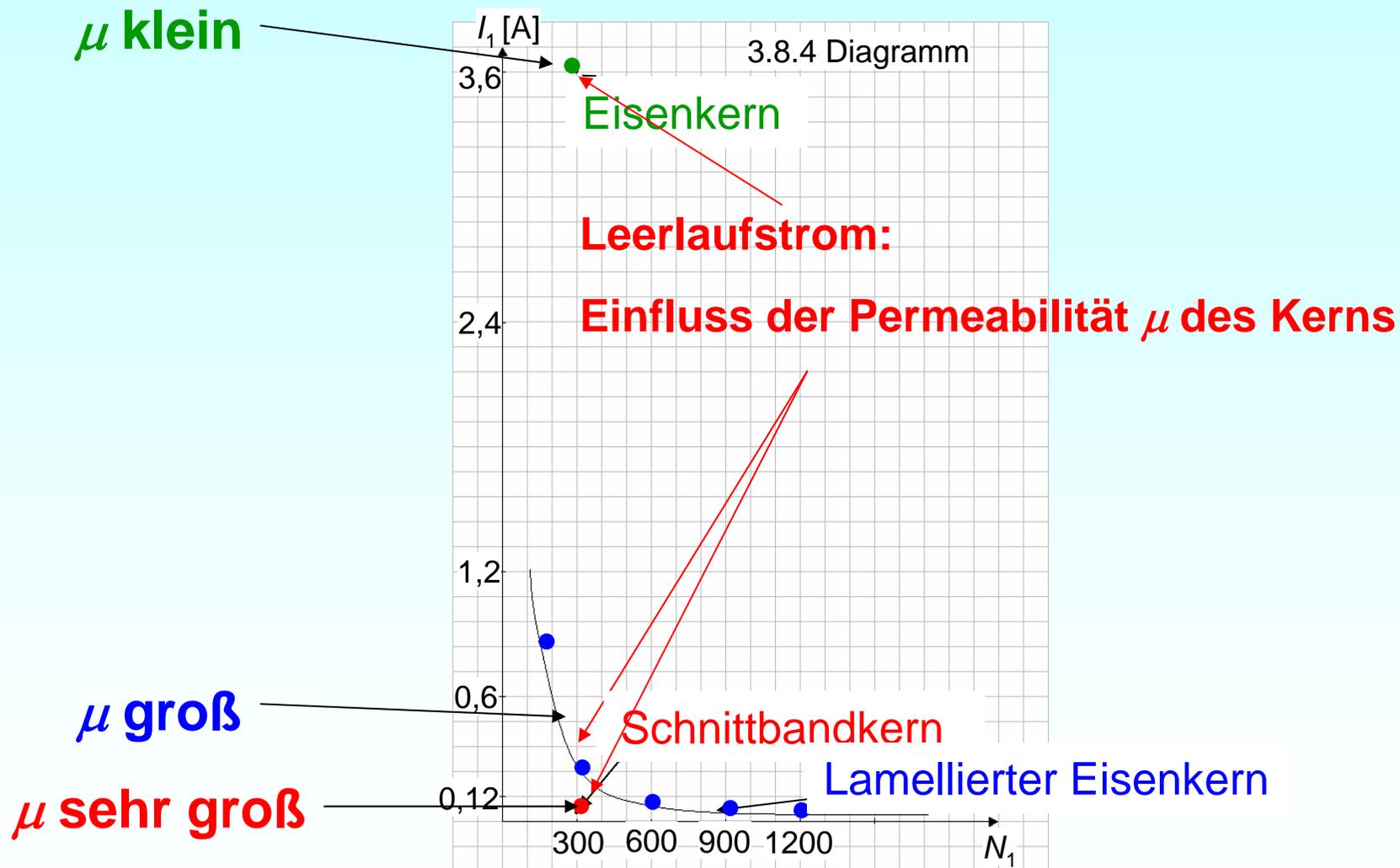
Mit steigender  
Windungszahl steigt  $L_1$   
und sinkt  $I_{10}$

Schnittbandkern:  
- Größeres  $\mu_{Fe}$   
- kleinerer Leerlaufstrom

Lamellierter Eisenkern

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Leerlaufstrom bei 30 V, 50 Hz – Einfluss von $\mu_{Fe}$



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Spannungsübersetzungsverhältnis

Übersetzungs- verhältnis	Berechnung	Messung
$\ddot{u}_1$	$(N_1 / N_2) =$ $= (300/75) =$ $= 4$	$(U_1 / U_2) =$ $= (30 \text{ V}/7,4 \text{ V}) =$ $4,05$
$\ddot{u}_2$	$(N_1 / N_2) =$ $= (150/75) = 2$	$(U_1 / U_2) =$ $= (30 \text{ V}/14,5 \text{ V}) =$ $2,07$



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Relative Permeabilität

- Berechnen der relativen Permeabilität  $\mu_r$  für  
a) Schnittbandkern, b) Lamell. Eisenkern, c) Eisenkern

$$\hat{B} = \frac{U_1 \cdot \sqrt{2}}{\omega \cdot N_1 \cdot A} \quad \hat{H} = \frac{N_1 \cdot I \cdot \sqrt{2}}{s_{Fe}}$$

$$\mu_r = \frac{\hat{B}}{\mu_0 \cdot \hat{H}} = \frac{U_1 \cdot s_{Fe}}{\mu_0 \cdot N_1^2 \cdot I \cdot \omega \cdot A}$$

Kerntyp	$\mu_r$
a) Schnittbandkern	11713
b) Lamell. Eisenkern	2326
c) Eisenkern	93

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Hauptinduktivität

- Bei Primärwindungszahl  $N_1 = 300$ : Hauptinduktivität  $L_h$  für  
a) Schnittbandkern, b) Lamell. Eisenkern, c) Eisenkern

$$U_1 = \omega \cdot L_h \cdot I \Rightarrow L_h = \frac{U_1}{\omega \cdot I}$$

Streufloss  
vernachlässigt !

Kerntyp	Hauptinduktivität $L_h$ /mH
a) Schnittbandkern	3292
b) Lamell. Eisenkern	654
Eisenkern	26

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

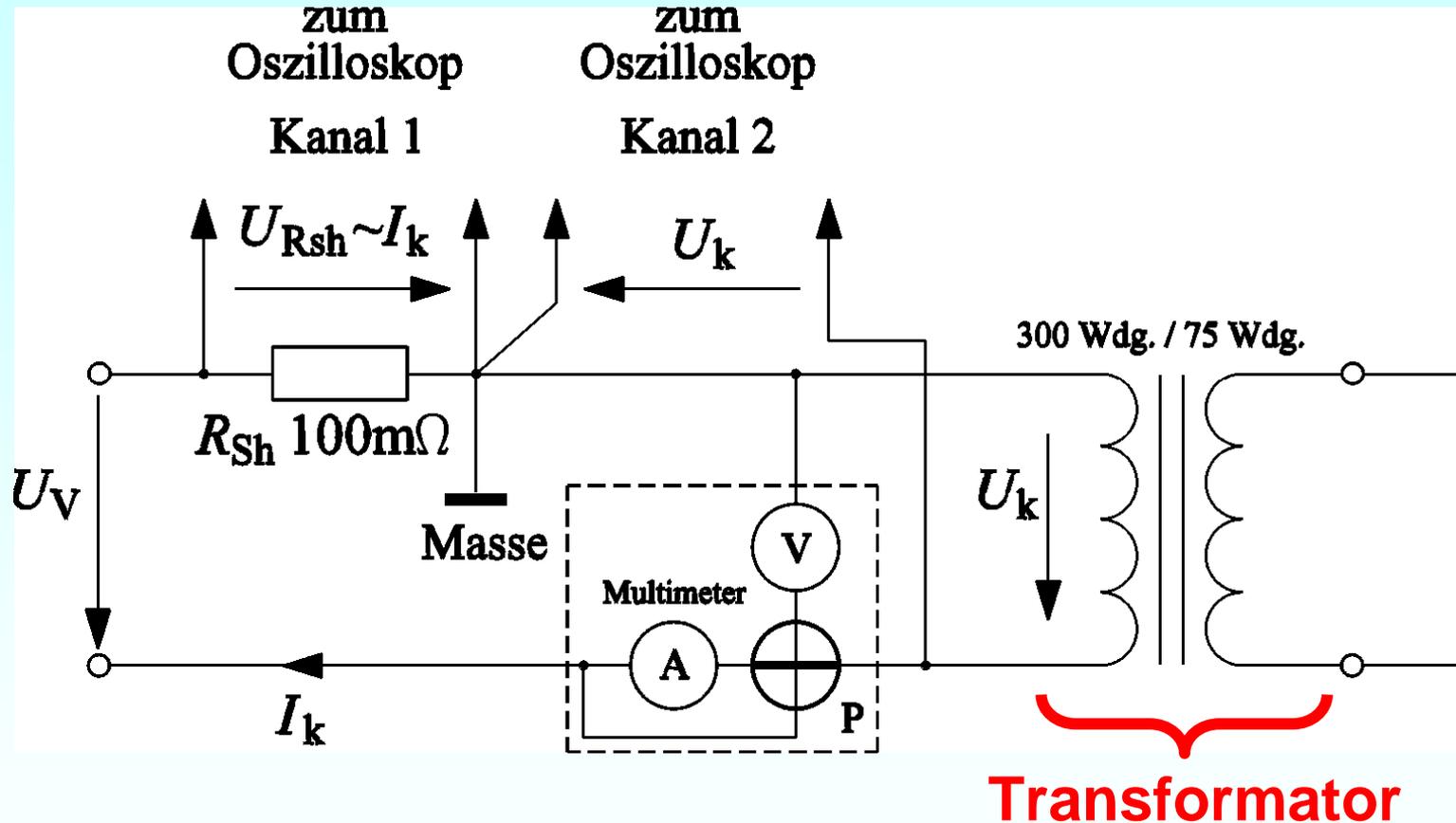
## 3.8.3 Kurzschlussversuch

### Verwendete Messgeräte:

- Multimeter SIEMENS B 1106
- STATRON Trennstelltransformator
- Messshunt (Widerstand  $R_{Sh}$ ) mit  $100 \text{ m}\Omega$
- Oszilloskop Tektronix
  
- **Prüfobjekt:** Trafo mit Lamellenkern:  $N_1 = 300 / N_2 = 75$ 
  - Messung: primär: Spannung  $U_k$ , Stroms  $I_k$  Kurzschlussleistung  $P_k$
  - Oszillographieren des Kurzschlussstroms  $I_k$  (Mess-Shunt  $R_{Sh} = 100 \text{ m}\Omega$ )
  
- Spannung vor dem Einschalten auf Null eingestellt !

# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Messschaltung: Kurzschlussversuch

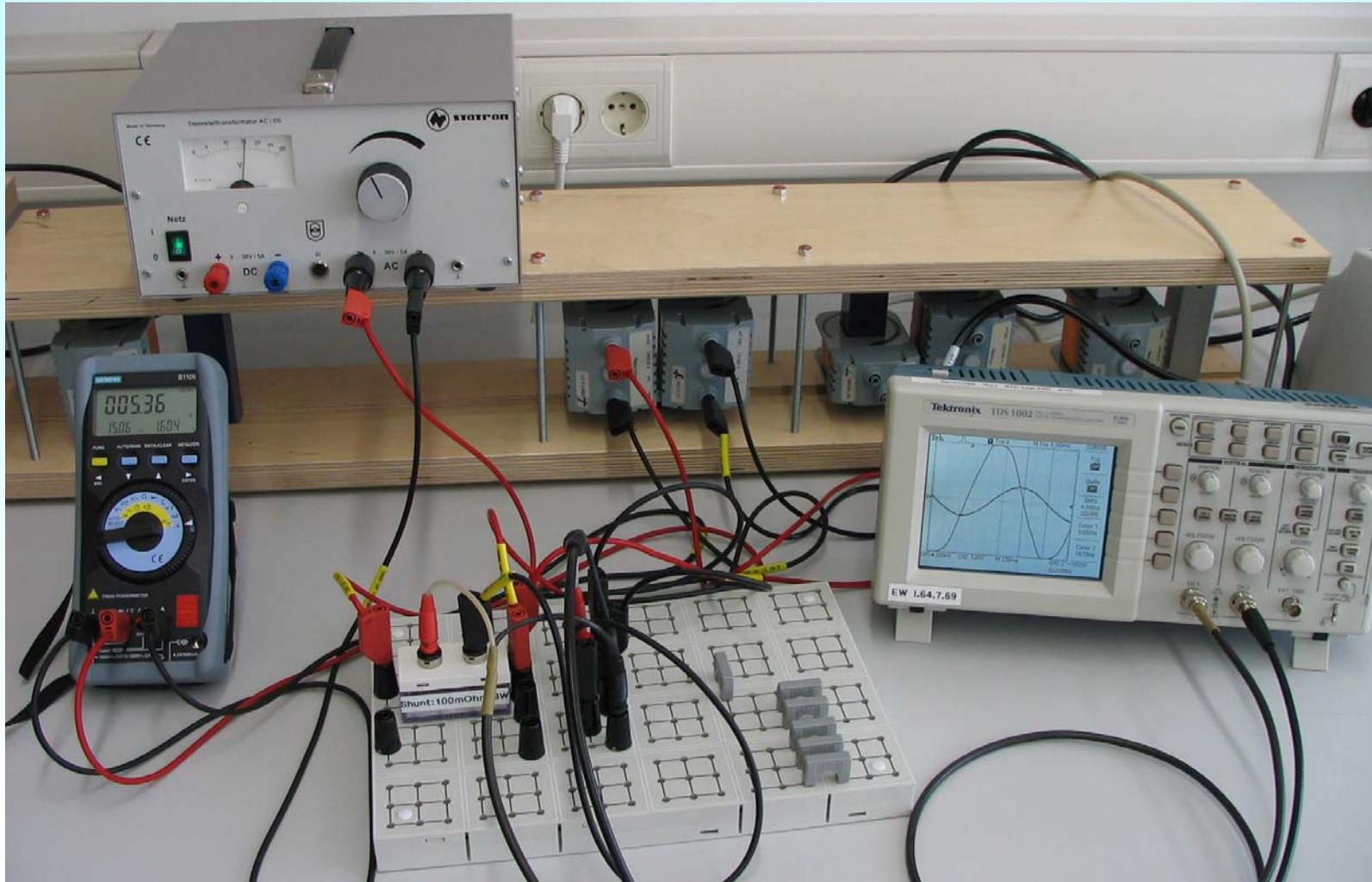


**Sekundärspule kurzgeschlossen !**



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Prüfaufbau: Kurzschlussversuch



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Messergebnis: Kurzschlussversuch

Primär	Sekundär	$I_k / \text{A}$	$U_k / \text{V}$	$\varphi_k / ^\circ$	$P_k / \text{W}$
$N_1 = 300$	$N_2 = 75$	1.6	15	79.2°	4.8

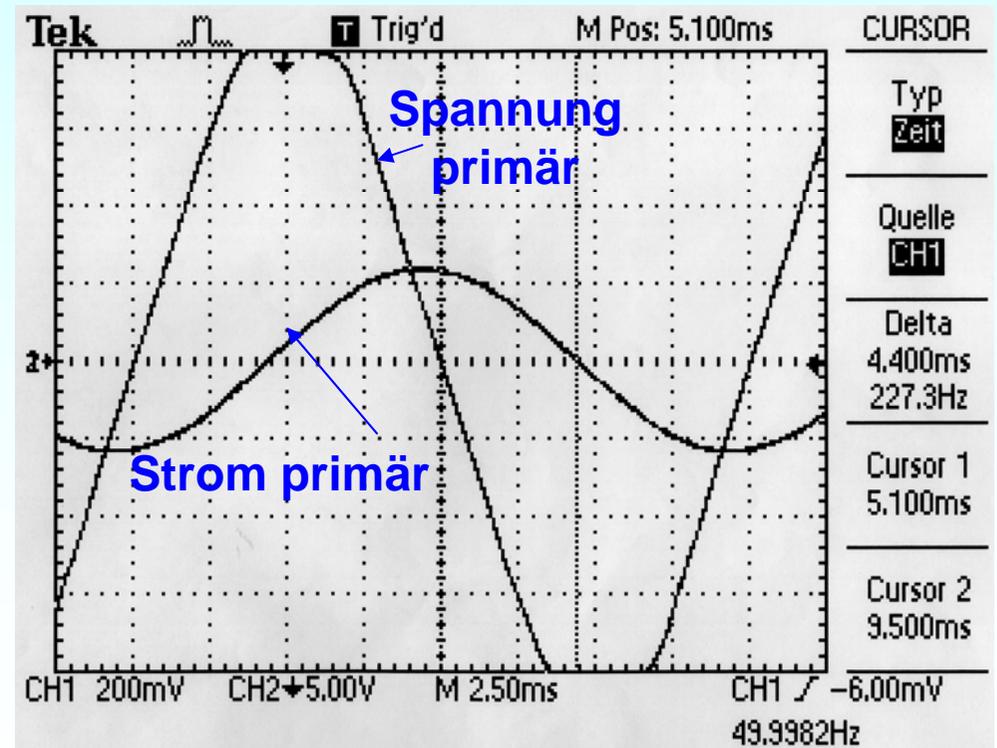
### Leistung:

a) Berechnet:

$$P_k = U_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k = \\ = 15 \text{ V} \cdot 1,6 \text{ A} \cdot \cos(79,2^\circ) = \underline{\underline{4,5 \text{ W}}}$$

b) Gemessen:

$$P_k = \underline{\underline{4,8 \text{ W}}}$$



# Elektrische Leistung und elektrischer Transformator

## Auswertung: Kurzschlussversuch

$$P_k = U_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k = \\ = 15 \text{ V} \cdot 1,6 \text{ A} \cdot \cos(79,2^\circ) = \underline{\underline{4,5 \text{ W}}}$$

Mit dem Maßstab folgt aus dem Zeigerdiagramm:

$$U_L = 14,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ cm}} = \underline{\underline{14,7 \text{ V}}}$$

$$U_R = 2,9 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ cm}} = \underline{\underline{2,9 \text{ V}}}$$

**Vergleich: Leerlauf – Kurzschluss:**

$$I_k / I_0 = 12,8 - \text{fach}$$

$$(U_1 = 30 \text{ V}; I_0 = 0,25 \text{ A})$$

Bei 30V beträgt das Verhältnis Kurzschluss-/Leerlaufstrom **12.8 !**

