ETiT – Praktikum

Durchsprache der elektrotechnischen Grundlagen

Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Andreas Binder

Tel. : 06151 / 16-2167

abinder@ew.tu-darmstadt.de

ETiT – Praktikum

Versuch 4 Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Versuchsbetreuer: Dipl.-Ing. Yoseph Gessese

Raum S3|10/036

Tel. : 06151 / 16-3579

E-Mail : ygessese@ew.tu-darmstadt.de

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Inhalt

- Allgemeines zu Gleichfeldmessungen
- Gleichfeldmessung durch feldabhängige Materialeigenschaften
- Weich- und hartmagnetische Werkstoffe
- Das magnetische Rückschlussjoch
- Magnetische Wechselfeldmessungen
- Dynamische Hystereseschleifen
- Die Wirbelstrombremse
- Magnetisch gekoppelte Kreise

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.1 Allgemeines zu Gleichfeldmessungen

B : magnetische Flussdichte (Induktion), $\text{Vs/m}^2 = \text{T}$ (Tesla)

H : magnetische Feldstärke, A/m

J : magnetische Polarisation, $\text{Vs/m}^2 = \text{T}$ (Tesla) $(\vec{J} = \mu_0 \vec{M})$

Im leeren Raum ("Luft"): $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

Permeabilität des leeren Raumes: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$

In ferromagnetischen Stoffen (Eisen, Nickel, Kobalt): $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu \cdot \vec{H}$

$$\vec{B} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}$$

Relative Permeabilität: μ_r . In ungesättigtem Eisen: $\mu_r = \text{ca. } 5000$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Erzeugung magnetischer Felder

Stromdurchflossene Spulen	Permanentmagnete
- Erregerverluste (Abhilfe: Supraleitung)	+ keine Verluste
- Stromversorgung nötig	+ einfacher Aufbau des Motors
+ (beliebig) hohe Felder möglich	- Magnetfeld nicht veränderbar
+ Magnetfeld veränderbar	- Gefahr der Entmagnetisierung
+ bei großen Maschinen kostengünstiger	

Material: Kupfer, Isolierstoff

Eisen-Nickel-Kobalt-Legierungen u.
Sinterwerkstoffe mit Seltenen Erden

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Der AMPERE'sche Durchflutungssatz

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta$$

Beispiel für Θ : $\Theta = N I_1 - I_2$

Das Kurvenintegral der magnetischen Feldstärke H längs der geschlossenen Kurve C , die die Fläche A aufspannt, ist gleich der resultierenden Durchflutung Θ , die durch die Fläche A hindurch tritt.

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Stromerregte Magnetfelder

- Geschlossene Kurve C = hier gewählt: Feldlinie B
- In der Spule: Strom I
- Spulenwindungszahl N (hier: 4)

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = N \cdot I \cong H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + \dots + H_n \cdot l_n$$

Anwendung des Durchflutungssatzes:

- Linienintegral über magn. Feldstärke H entlang geschlossene Linie C
- Durchflutung Θ = gesamte Strom $N \cdot I$ durch die von C gebildete Fläche

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Gesetz vom magnetischen Hüllenfluss

Der magnetische Hüllenfluss Φ über eine geschlossene Fläche A ist **stets Null!**

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \Phi = 0$$

- Konstanz der **B -Normalkomponente an Grenzflächen**: $B_{n,1} = B_{n,2}$
- **Nord- und Südpole** treten stets **gemeinsam** auf.
- Die Mindest-Polzahl ist 2 - ein Nord- und ein Südpol.

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Flusskonstanz in allen Eisenquerschnitten A_{Fe}

Anwendung des Satzes vom magnetischen Hüllenfluss:

- Kontrolloberfläche A
- Kein seitlicher Feldaustritt
- $B_1 A_1 = B_2 A_2$
- hier: $A_1 = A_2 = A_{Fe}$: B im Eisen ist konstant

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Verstärkung des Magnetfelds durch Eisen

- In **Luft** ist die magnetische Flußdichte B der magnetischen Feldstärke H über μ_0 direkt proportional:

$$B = \mu_0 \cdot H \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V}\cdot\text{s}/(\text{A}\cdot\text{m}).$$

- **Eisen** besteht aus vielen kleinen “**Elementarmagneten**”, die sich im Feld H der Spule parallel ausrichten und damit ein eigenes Magnetfeld J erzeugen, welches das H -Feld **verstärkt**.

$$B = \mu_0 \cdot H + J = \mu \cdot H \gg \mu_0 \cdot H$$

- Diese Verstärkung funktioniert nur bis ca. $B = 1.7 \text{ T}$, dann sind alle “Elementarmagnete” parallel (**SÄTTIGUNGSEFFEKT**).

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

$B(H)$ -Kennlinie des Eisens

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Beispiele für Weicheisenwerkstoffe

- (1) **Elektroblech**
Dicke 0.5 mm
- (2) **Kornorientiertes Blech**
Dicke 0.35 mm

Hystereseschleife klein: nicht dargestellt

Gedehnter H-Maßstab

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Magnetische Werkstoffkennlinie: Hystereseschleife

- **Eisen:** weichmagnetisch: für **Wechselfelder** geeignet
- **Permanentmagnete:** hartmagnetisch, z. B. **Ferrit**

Remanenzflussdichte B_R , Koerzitivfeldstärke $B_H C$
nur für **Gleichfelder** geeignet!

1 : Eisen

2 : Permanentmagnet

- Bei **Ummagnetisieren** von $+B$ nach $-B$ wird die Hystereseschleife im Uhrzeigersinn „umfahren“
- **Hystereseverluste** (Wärme !) durch „atomare Reibung“ beim Ummagnetisieren der mikroskopisch kleinen magnetischen Bezirke. **Verluste proportional A_{Hy} !**

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Statische Hystereseschleifen (Gleichfeld !)

Schar von Schleifen für unterschiedliche Feldstärkeamplituden H

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Zahlenbeispiel: Magnetkreis

- **Beispiel:**

- ungesättigtes Eisen: $\mu \gg \mu_0$
- Magnetfeld im Luftspalt soll $B_\delta = 1 \text{ T}$ sein
- Luftspalt beträgt $\delta = 3 \text{ mm}$

- **Wie groß ist Erregerbedarf $N \cdot I$?**

$$B_\delta = \mu_0 \cdot N \cdot I / \delta = 1 \text{ T} \Rightarrow N \cdot I = \underline{\underline{2390 \text{ A}}}$$

- **Auslegung der Erregerspule:**

z. B. $N = 100$ Windungen: $I = 2390 / 100 = \underline{\underline{23.9 \text{ A}}}$

oder $N = 250$ Windungen: $I = 2390 / 250 = \underline{\underline{9.56 \text{ A}}}$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Lorentz-Kraft des B -Felds auf Strom I

- Leiterstrom I im Leiter-Wegelement ds im Magnetfeld B
- **LORENTZ-Kraft** F_L senkrecht auf Feldrichtung und Stromflussrichtung.

$$d\vec{F}_L = I \cdot (d\vec{s} \times \vec{B})$$

- differentiell kleines Leiterelement ds : differentiell kleine **LORENTZ-Kraft** dF_L
- **Resultierende** Kraft F_L auf gesamtes Leiterstück der Länge l : Integrieren!

$$\vec{F}_L = \int_0^l d\vec{F}_L = I \cdot \int_0^l d\vec{s} \times \vec{B}$$

Sonderfall: B konstant:

$$\vec{F}_L = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Dreifingerregel der rechten Hand

1. Daumen
2. Zeigefinger
3. Mittelfinger

dass sie **rechte** Winkel miteinander bilden.

- 1. Finger in Richtung der Ursache (**Richtung des Stroms**),
- 2. Finger in **Richtung der Feldlinien**,
- 3. Finger gibt die Richtung der Wirkung (**Kraft**).

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Lorentz-Kraft des B -Felds auf Ladungsträger

- Strom: Bewegte Ladungsträger, Ladung q
- Strom $I = q/t$. Durchtritt an Ladung q durch Leiterquerschnittsfläche A in der Zeit t
- Ladungsgeschwindigkeit: $v = l/t$

$$\vec{F}_L = I \cdot \vec{l} \times \vec{B} = (q/t) \cdot \vec{l} \times \vec{B} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Bei **negativer** Ladung:
- Kraft in **entgegen** gesetzte Richtung !

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.2 Gleichfeldmessmethoden

a) Bestimmung der **Feldrichtung**

- drehbare **Magnetnadeln** u. Messgeneratoren (Tauchspulen, *Hall*-Sonden)

b) Darstellung von "**Feldlinien**„:

- **Eisenfeilspäne** auf eine Messebene gestreut

c) **Größe** und **Richtung von B** :

- **Fluxmeter**: Aus induzierter Spannung in einer Prüfspule ("Tauchspule") wird Fluss Φ bestimmt. Tauchspule klein = B ist „**lokale**“ Größe. Drehen der Spulenachse in die drei Raumrichtungen: **B -Vektor** gemessen.

- **Magneto-resistiver Effekt**,

- **Hall-Effekt**.

- **Magneto-optisch**: Polarisationssebene des Lichts dreht im Magnetfeld (*Faraday*-Effekt).

- **Elektronenstrahlkrümmung** im B -Feld durch ablenkende *Lorentz*-Kraft.

- **Kernresonanzmessung**: Atomare Kreiselwirkung („Präzession“)

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.2.1 Magneto-resistiver Effekt

- **Wismut:** $B > 0.1$ T: lineare Widerstandszunahme R bei Erhöhung von B :
- **Feldplatten:** Wismutdrähte hoher Reinheit im Magnetfeld: R gemessen
- Wismutdraht zu einer Spule gewickelt. $B \sim R = U_{Mess} / I_{Mess}$
- Bei Wechselfeld $B(t)$: Gefahr der zusätzlichen Spannungsinduktion U_i in die Zuleitungsdrähte. Verfälscht U_{Mess} : $u_i(t) = -d\Phi(t) / dt = -A \cdot dB(t) / dt$
- **Abhilfe:** A so klein wie möglich machen:
 - a) **Bifilar** Drahtverlegung: Hin- und Rückleiter unmittelbar nebeneinander liegen,
 - b) **Verdrillen:** Hin- und Rückleiter ausgekreuzt: Positiv und negativ wirkende Flächen $+A$ und $-A$ heben Induktionswirkung auf

Bifilar: A klein

Verdrillt: $+A$ $-A$ $+A$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.2.2 Hall-Effekt: Halbleiter im B -Feld

$$\vec{F}_L = -e(\vec{v}_e \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_H = -e \cdot \vec{E}_H$$

- Stromfluss I durch Halbleiter
- Elektronen: Ladung $-e$
- Elektronengeschwindigkeit v_e
- Lorentz-Kraft F_L drängt Elektronen nach oben
- Obere Kante wird negativ:
 I E_H entsteht
- Ist als $U_H = E_H l$ messbar

Material:

Halbleiter Germanium u. Indiumarsenid haben großen *Hall*-Effekt

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Entstehen der *Hall-Spannung* proportional zum *B*-Feld

- Leitungselektronen $q = -e$, **Elementarladung** $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ As, 1As = C (*Coulomb*)
- Strom I durch Halbleiter (Breite l , Dicke d) = Ladungsänderung dQ/dt am Ort x
- Q : Ladungsmenge ρ je Volumeneinheit (**Ladungsdichte**) im Volumenelement V

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\rho \cdot dV}{dt} = \rho \cdot A \cdot \frac{dx}{dt} = \rho \cdot A \cdot v_e = J_e \cdot A = J_e \cdot (d \cdot l) \quad \vec{J}_e = \rho \cdot \vec{v}_e$$

- J_e : elektrische Stromdichte (wegen $-e$ ist $\rho < 0$):
- B : **Lorentz-Kraft** auf bewegte Leitungselektronen: $\vec{F}_L = -e(\vec{v}_e \times \vec{B})$
- Obere Kante lädt sich negativ auf, erzeugt E_H -Feld nach oben.
- Elektrostatische Kraft auf Ladungsträger nach unten: $\vec{F}_H = -e \cdot \vec{E}_H$
- Endzustand: Kräftegleichgewicht: Strom fließt ungehindert: $\vec{F}_{res} = \vec{F}_L + \vec{F}_H = 0$
- **Hall-Spannung:** $U_H = E_H \cdot l$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Hall-Spannung proportional zum B -Feld

$$\vec{F}_L = -e(\vec{v}_e \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_H = -e \cdot \vec{E}_H$$

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_L + \vec{F}_H = 0 \quad \boxed{\vec{F}_L = -\vec{F}_H}$$

$$\text{Hall-Feldstärke: } \vec{E}_H = -(\vec{v}_e \times \vec{B}) = -\frac{1}{\rho} \vec{J}_e \times \vec{B} = h \cdot (\vec{J}_e \times \vec{B})$$

Hall-Konstante h

$$\text{Hall-Spannung: } \boxed{U_H = E_H \cdot l = h \cdot l \cdot J_e \cdot B = h \cdot B \cdot I}$$

- Proportional zum Messstrom I und zur Flussdichte B
- **Halbleiter** Germanium und Indiumarsenid haben hohe Hall-Konstante h
- Zusammenhang zwischen B und U_H linear; Messbereich zw. 10^{-5} T bis ca. 1 T.

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.3 Weich- und hartmagnetische Werkstoffe

a) 1: Eisen
2: Permanentmagnet

b) Permanentmagnete: 1: Al-Ni-Co, 2: Ba-Ferrit
3: Sm-Co, 4: Nd-Fe-B

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

$B(H)$ -Kennlinie der Permanentmagnete

- Das Eigenfeld der Permanentmagnete ist die **magnetische Polarisation J_M** , die sich dem äußeren Fremd-Feld H_M überlagert zur resultierenden Flussdichte B_M :

$$\vec{B}_M = \mu_0 \vec{H}_M + \vec{J}_M$$

- Nach Abschalten des äußeren Felds verbleibt die **Remanenzflussdichte $B_R = J_M(H_M = 0) = J_R$** .

- Zwei **Koerzitivfeldstärken H_C** :

a) Bei $-H_{CB}$ ist die resultierende äußere magnetische Flussdichte B_M Null.

b) Bei $-H_{CJ}$ ist die magnetische Polarisation J_M im Magneten Null.

Die $B_M(H_M)$ -Kennlinie entsteht aus $J_M(H_M)$ -Kennlinie durch Addition von $B_M = \mu_0 H_M$ und ist daher im zweiten Quadranten **nahezu linear**:

$$B_M = B_R + \mu_M H_M, \quad \mu_M = ca. 1.05 \mu_0$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Permanentmagnetwerkstoffe

1. **Aluminium-Nickel-Kobalt-Magnete** (AlNiCo): hohes B_R , niedriges BH_C
2. **Ferrite** (z.B. Barium-Ferrit): deutlich niedrigeres B_R , erhöhtes BH_C
3. **Selten-Erd-Magnete Samarium-Kobalt**: hohes B_R und BH_C , kleiner Temperatureinfluss
4. **Selten-Erd-Magnete Neodym-Eisen-Bor**: sehr hohes B_R und BH_C , aber stärker sinkend mit steigender Temperatur

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Permanentmagnet im Eisenkreis mit Luftspalt

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe} s_{Fe} + H_M h_M + H_{\delta} \delta = \Theta = 0 \Rightarrow H_M = -\frac{\delta}{h_M} H_{\delta}$$

Der Magnet wird durch das Luftspaltfeld tw. **entmagnetisiert**: Das H -Feld im Magneten **ist negativ**: Kennlinie im **zweiten** B - H -Quadranten WICHTIG!

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Arbeitspunkt des Permanentmagneten

Magnetkennlinie im 2. B - H -Quadranten:
- Für Ferrite und Selten-Erd-Magnete LINEAR!

$$B_M = B_R + \frac{B_R}{H_C} \cdot H_M$$

$$B_\delta = B_M \Rightarrow B_\delta = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta} H_M = B_R + \frac{B_R}{H_C} \cdot H_M$$

$$B_M = B_R - \frac{B_R}{1 + \mu_0 \cdot \frac{h_M}{\delta} \cdot \frac{H_C}{B_R}}$$

- Magnetische Flussdichte im Magneten und im Luftspalt **kleiner** als Remanenzflussdichte: $B_M < B_R$.
- Um Magnetflussdichte zu messen, muss der Eisenkreis **geschlossen, OHNE Luftspalt und hochpermeabel** ($\mu_{Fe} \gg \mu_0$) sein = **magnetisches Rückschlussjoch !**

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.4 Das magnetische Rückschlussjoch

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Messung $B_M(H_M)$ im magnetischen Rückschlussjoch

- Erregerspulen (Windungszahl N) mit Gleichstrom I erregt: Probenlänge l

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe} s_{Fe} + H_M h_M = H_M h_M = \Theta = N \cdot I$$

$$H_M = \frac{\Theta}{l} = \frac{N \cdot I}{l}$$

- Flussdichte B_M mit *Hall*-Sonde an der Probenoberfläche gemessen.
- Strom I : Schrittweise: Von 0 auf $+I_{\max}$ erhöht, dann auf $-I_{\max}$ gesenkt, und wieder auf $+I_{\max}$ erhöht.
- Gesamte Hystereseschleife wird gemessen: $B_M(H_M)$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.5 Magnetische Wechselfeldmessungen

Magnetmaterial im zeitlich veränderlichen Magnetfeld (z. B. periodische Wechselfeldmagnetisierung):

Ummagnetisierungsverluste

- Wirbelstromverluste (wenn elektrisch leitfähig): $\sim f^2$,
 - Hysterese-Verluste: $\sim f$,
 - Nachwirkungsverluste: $\sim f^{1.5}$ (i. a. klein, hier vernachlässigt).
- a) Magnetische Werkstoffe i. a. elektrisch leitfähig (z. B. **Eisen**: 1/6 der Leitfähigkeit von Kupfer)
- b) Ferrite haben hohen *Ohm'schen* Widerstand

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Wirbelstromverluste

Beispiel: Eisenringkern - Ringspule

- Wechselstrom I in der Spule
- I erregt Wechselflussdichte B
- B induziert im Eisen u_i (*Faraday*'sches Induktionsgesetz)
- u_i treibt im Eisen Kreisströme I_{Ft} (*Foucault*'sche **Wirbelströme**)
- I_{Ft} erregt Eigenfeld B_{Ft} , das entgegengesetzt zu B wirkt (*Lenz*'sche Regel) = schwächt B
- I_{Ft} verursacht **Wirbelstromverluste** im Eisen am Eisenwiderstand R_{Fe} .

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Wirbelstromverluste

Wechselflussdichte im Eisenkern:

$$B_{Fe}(t) = \mu_{Fe} \cdot H_{Fe}(t) = \mu_{Fe} \cdot (N \cdot I(t)) / s_{Fe} \quad s_{Fe} = d \cdot \pi$$

Wechselfluss im Eisenkern: $\Phi(t) = B_{Fe}(t) \cdot A$

Induktionsgesetz, sinusförmiger Wechselfluss, Kreis-Frequenz $\omega = 2\pi f$:

$$\Phi(t) = \Phi \sin(\omega t) \Rightarrow u_i = -d\Phi / dt = -A \cdot dB / dt = -A \cdot \omega B \cdot \cos(\omega t) = R_{Fe} \cdot i_{Ft}(t)$$

Wirbelstromverluste P_{Ft} bei vernachlässigter Rückwirkung von B_{Ft} auf B :

$$P_{Ft} = \frac{R_{Fe} \hat{I}_{Ft}^2}{2} = \frac{\hat{U}^2}{2R_{Fe}} = \frac{(A \cdot \omega B)^2}{2R_{Fe}}$$

$$P_{Ft} \sim B^2 f^2$$

Die Wirbelstromverluste sind proportional zum Quadrat der Frequenz f^2 und der Flussdichte B^2 .

Abhilfe: a) **Lamellierter Eisenkörper:** aus isolierten Blechen geschichtet ($f = 50$ Hz: Dicke $d = 0.35$ mm ... 0.5 mm), b) Siliziumzugabe im Eisen erhöht *Ohm'schen* Widerstand R_{Fe}

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Hysterese-Verluste

Hysterese-Verluste sind proportional

- zur Frequenz f des Wechselfelds,
- zum Volumen V des Körpers und
- zur Schleifenfläche A_{Hy} des Werkstoffs.

Die Schleifenfläche ist bei "mittleren" Flussdichteamplituden B

- zum Quadrat der Flussdichteamplitude B^2 proportional.

$$P_{Hy} = A_{Hy} \cdot V \cdot f \sim B^2 \cdot f \cdot V$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Ummagnetisierungsverluste

Ummagnetisierungsverluste ("Eisenverluste"):

- Summe aus Wirbelstrom-, Hysterese- und Nachwirkungsverluste

$$P_{Fe} = P_{Ft} + P_{Hy} = \left[p_{Ft} \cdot \left(\frac{f}{f_N} \right)^2 + p_{Hy} \cdot \left(\frac{f}{f_N} \right) \right] \cdot \left(\frac{B}{B_N} \right)^2 \cdot m_{Fe}$$

$$P_{Fe} (B_N = 1T, f_N = 50Hz) = v_{10} \cdot m_{Fe}$$

Verlustziffer $v_{10} = p_{Ft} + p_{Hy}$:

- Verluste je Masseneinheit (je kg) bei $B_N = 1\text{ T}$ und $f_N = 50\text{ Hz}$
- Im **Epstein-Rahmen** gemessenen
- **Beispiel:** $v_{10} = 2.3\text{ W/kg}$: 2.3 W Verluste je $m_{Fe} = 1\text{ kg}$ Eisen bei 1 T, 50 Hz.

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.6 Dynamische Hystereseschleifen

- Statische Hystereseschleife:

Gleichfeldmessung: Nur Hystereseverluste: $A_{Hy} \sim P_{Hy}$

- Dynamische Hystereseschleife:

Wechselfeldmessung: Wirbelstrom- und Hystereseverluste: $A_{Hy} \sim P_{Ft} + P_{Hy}$

- Dynamische Schleifenfläche ist durch Wirbelstromverluste **größer** als statische Schleifenfläche

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Schleifenfläche zufolge Wirbelströme

Von den Wirbelströmen geleistete Arbeit je Zyklus:

$$W_{Ft} = A_{\text{Ellipse}} \cdot \frac{\hat{U}}{\omega} \cdot \hat{I} = \frac{\pi \hat{U}^2}{\omega R_{Fe}} = P_{Ft} / f$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.7 Die Wirbelstrombremse

- **Leitfähige Scheibe** rotiert in einem magnetischen Gleichfeld
- Spannung in die Scheibe induziert, die **Wirbelströme** treibt.
- Wirbelströme bilden mit Magnetfeld eine bremsende **Lorentz**-Kraft.
- Die Scheibe wird gebremst = **Wirbelstrombremse**
- **Anwendung: ICE3:**
Gleichstrommagnete über den Eisenschienen bewegt, induzieren Wirbelströme in den Schienen = Bremse

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Bewegungsinduktion – Herleitung über Lorentz-Kraft

- Kraft auf Ladungsträger im bewegten Leiter: $\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$
- Positive Ladungsträger nach oben verschoben: Draht lädt sich oben auf. Ladung erzeugt ele. Feldstärke E , die Kraft auf q nach unten bewirkt: $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$
- Endzustand: Bei Kräftegleichgewicht verschieben sich keine Ladungen mehr:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -\vec{F} = -q \cdot \vec{E}$$

- Induzierte elektrische Feldstärke: $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}$

- $E_b = -E$: Als induzierte Spannung messbar:

$$u_i = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = \int_B^A (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$$

- B im rechten Winkel zu v und l : $u_i = \int_0^l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = v \cdot B \cdot l$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.7.2 Rotierende Leiter-Scheibe im Magnetfeld

Faraday-Scheibe:

Umfangsgeschwindigkeit

$$v(r) = 2\pi r \cdot n$$

Bewegungsinduktion:

$$\begin{aligned}\vec{E}_b(r) &= \vec{v}(r) \times \vec{B}(r) = \\ &= v(r) \cdot B(r) \cdot \vec{e}_r\end{aligned}$$

Bei $B(r) = B = \text{konstant}$:

Induzierte Spannung:

$$U_i = \int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_0^R E(r) dr = \int_0^R v(r) B dr = \int_0^R 2\pi n r B \cdot dr = \pi n R^2 B$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Faraday'sche Scheibe: Draufsicht

- Induzierte Feldstärke in der Scheibe radial
- Induzierte Spannung zwischen Scheibenzentrum und Scheibenrand messbar.
- Ohne äußeren Anschluss mit Lastwiderstand kann kein Strom fließen.

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Scheibe als Wirbelstrombremse

- Flussdichte B wirkt nur im schraffierten Sektor der Scheibe.
- Induzierte Spannung zwischen Scheibenzentrum und Scheibenrand kann Strom I_{Ft} als Wirbelstrom treiben.
- Auch ohne äußeren Anschluss kann ein (Wirbel-)Strom fließen.
- Dieser Wirbelstrom bildet mit B eine bremsende *Lorentz-Kraft*.

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Bremskraft in der Scheibe

Bremskraft auf Stromelement: $d\vec{F} = I_{Ft} \cdot d\vec{r} \times \vec{B}$

Kraft ist tangential, und entgegen der Umfangsgeschwindigkeit v . BREMSE !

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Abhängigkeit des Wirbelstroms von der Drehzahl

- Mit steigender Drehzahl n steigt induzierte Spannung u_i .
- Der Wirbelstrom ist bezüglich jeder materiellen Schleife (Schleifeninduktivität L) in der Scheibe ein Wechselstrom mit der Frequenz $f = n$.
- Das Eigenfeld des Wirbelstroms induziert in die Schleife eine Selbstinduktionsspannung: $\underline{U}_L = j \cdot 2\pi f \cdot L \cdot \underline{I}_{Ft}$
- Schleifen-Gesamtspannung: Summe von **Induktionsspannung** u_i durch B , **Spannungsfall** von I_{Ft} am **Scheiben-Widerstand** R und **Selbstinduktionsspannung** U_L .

$$\underline{I}_{Ft} \cdot R + \underline{U}_L + \underline{U}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad (R + j2\pi f \cdot L) \cdot \underline{I}_{Ft} = \underline{U}_i \sim f \cdot B$$

$$I_{Ft} \sim \frac{f \cdot B}{\sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2}}$$

$$I_{Ft}(f \rightarrow \infty) \sim \frac{B}{2\pi L}$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Abhängigkeit des Wirbelstroms von Drehzahl und Erregerstrom

$$I_{Ft} \sim \frac{f \cdot B}{\sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2}} \sim \frac{f \cdot I_f}{\sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2}}$$

Abhängigkeit des Wirbelstroms I_{Ft} von der Drehzahl n und vom Erregerstrom I_f

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.8 Magnetisch gekoppelte Kreise

Selbstinduktivitäten L_1 und L_2 :

$$u_{i1}(t) = -L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$u_{i2}(t) = -L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Gegeninduktivität M zwischen 1 und 2:

$$u_{i12}(t) = -M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$u_{i21}(t) = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Maschengleichungen 1 & 2, komplexe Schreibweise:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \cdot \underline{I}_2 \quad \underline{U}_2 = j\omega M \cdot \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \cdot \underline{I}_2$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Sekundäre Spannung

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 &= j\omega M \cdot \underline{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 &= -\underline{I}_2 \cdot R_V \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{U}_2 \text{ unbekannt, } \underline{U}_1 \text{ gegeben} \\ \underline{\underline{\frac{U_2}{U_1}}} = \frac{j\omega M \cdot R_V}{(R_2 + R_V + j\omega L_2) \cdot (R_1 + j\omega L_1) + \omega^2 M^2} \end{array}$$

Voltmeter sind hochohmig: $R_V \gg R_1, R_2$

$R_V \gg \omega M, \omega L_1, \omega L_2$

$$\underline{\underline{\frac{U_2}{U_1}}} = \frac{j\omega M}{R_1 + j\omega L_1}$$

Bei genügend hohen Frequenzen und geringem *Ohm'schen*

Widerstand gilt auch: $\omega L_1 \gg R_1$

$$\underline{\underline{\frac{U_2}{U_1}}} = \frac{M}{L_1}$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Messung der Gegeninduktivität M

- Bekannte Eingangsspannung $\underline{U}_1$
- zuvor gemessene Induktivität L_1 der Primärspule
- **Gegeninduktivität M :**

$$M = L_1 \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \cong L_1 \frac{U_2}{U_1}$$

(u_1 und u_2 müssen etwa gleichen Phasenwinkel haben!)

Bei größerem Phasenunterschied $\Delta\varphi$:
$$M = L_1 \cdot \frac{|\underline{U}_2|}{|\underline{U}_1|} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{R_1}{\omega L_1}\right)^2}$$

(Messung wird frequenz**ab**hängig!)

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Variable Gegeninduktivität (1)

Zwei zueinander verschiebbare Luft-Spulen: variable Gegeninduktivität $M(x)$

Wirksame sekundäre
Windungszahl:

$$N' = N_2 \cdot \frac{l_2 - x}{l_2} = N_2 \cdot (1 - \xi) \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad \xi = x / l_2$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Variable Gegeninduktivität (2)

Magnetische Flussdichte B_1 (Strom I_1 von Spule 1): $B_1 = \mu_0 \cdot N_1 \cdot I_1 / l_1$

Fluss Φ_{21} durch die Windungsfläche A_2 der Spule 2: $\Phi_{21} = \mu_0 \cdot N_1 \cdot A_2 \cdot I_1 / l_1$

Gegeninduktivität $M = \Psi_{21} / I_1$: $M = \Psi_{21} / I_1 = N_2 \Phi_{21} / I_1$

Wirksame sekundäre Windungszahl: $N' = N_2 \cdot (1 - \xi)$

Variable Gegeninduktivität $M(x)$:

$$M(x) = \mu_0 \cdot N_1 N_2 \cdot A_2 \cdot (1 - (x / l_2)) / l_1$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Kopplungsgrad

Kopplungsgrad: $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$

Streuziffer: $\sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$

$\sigma = 1$: $M = 0$, nur Streufluss

$\sigma = 0$: kein Streufluss

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Versuchsdurchführung

Versuch 4

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Versuchsbetreuer: Dipl.-Ing. Yoseph Gessese

Raum S3|10/036

Tel. : 06151 / 16-3579

E-Mail : ygessese@ew.tu-darmstadt.de

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Übersicht über die Aufgaben

- 4.9 Permanentmagnete im **Rückschlussjoch**
- 4.10 **FARADAY'sche Scheibe** als Wirbelstrombremse
- 4.11 **Hysteresis-Kennlinien** und **Ummagnetisierungsverluste** in einem Schnittbandkern
- 4.12 Variable **Gegeninduktivität**, Kopplung, Streuziffer, Ruhinduktion
- 4.13 Vergleich der ermittelten **Streuziffern**

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.9 Permanentmagnete im Rückschlussjoch

Messung der $B(H)$ -Kennlinie in allen vier Quadranten eines Ferritmagnets

a) Barium-Ferrit, b) Strontium-Ferrit

Aussendurchmesser d_a : a) 30 mm, b) 40 mm

Dicke d : a) 9 mm, b) 7 mm

Magnetisches Rückschlussjoch:

- Zwei Erregerspulen, Windungszahl je Spule N_c : 842
- Widerstand je Spule R : 2,66 Ω
- Strom dauernd/kurzzeitig: $I / I_{\max}$: 4 A / 5 A
- Gleichstromquelle PS-405-D

Messung:

Strom von 0 ... 4 A ... -4 A ... 4 A in Schritten von 0.25 A variiert.

$$H = \frac{2 \cdot N_c \cdot I}{h_M}$$

Flussdichte aus Hallsondenspannung: $U_H = 1V \cong 1,35 T$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Permanentmagneten im Rückschlussjoch

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Rückschlussjoch

- Voltmeter
- Amperemeter
- Spule
- Hallsonde
- beweglicher Polschuh
- **Prüfling**
- Gleichstromquelle

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Messergebnis: $B(H)$ -Kennlinie des Ferrit-Magneten

Prüfling 2:
Strontium-Ferrit

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.10 FARADAY'sche Scheibe als Wirbelstrombremse

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Faraday'sche Scheibe als Wirbelstrombremse

• Erregerspule
0 ... 1 A

• Antriebsmotor
1,1 kW, 400 V
0 ... 3000/min

• *Faraday'sche* Cu-Scheibe
Durchmesser $d_a = 220$ mm
Dicke $d = 2$ mm

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Faraday'sche Scheibe als Wirbelstrombremse

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

FARADAY'sche Scheibe als Wirbelstrombremse

4.10.1 Messung der $U_i(n)$ -Kennlinie bei konstantem Magnetfeld

Drehzahlmessung mit Lichtschranke, Spannungsabgriff auf der Scheibe mit Graphitstiften, Erregerstrom 0.7 A

n / min^{-1}	0	300	600	900	1200	1500	1800	2100	2400	2700	3000
U_i / mV											

4.10.2 Messung der $U_i(I_f)$ -Kennlinie bei konstanter Drehzahl $n = 2000 \text{ min}^{-1}$

I_f / A	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
U_i / mV											

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Faraday'sche Scheibe als Wirbelstrombremse

Messung:

Variation der Drehzahl n bei konstantem Spulenstrom $I_f = 0,7 \text{ A}$ → Messung der induzierten Spannung in der Scheibe über zwei Graphit-Gleitkontakte $U_i(n)$

Induzierte Spannung in der Scheibe bei variabler Drehzahl

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.10.1 Messung der $U_i(n)$ -Kennlinie bei konstantem Magnetfeld

$$U_i = I_{Ft} \cdot R_{\text{scheibe}}$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Faraday'sche Scheibe als Wirbelstrombremse

Messung:

Variation des Spulenstroms I_f bei konstanter Drehzahl 2000/min → Messung der induzierten Spannung $U_i(n)$

Induzierte Spannung in der Scheibe bei variablem Erregerstrom

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.11 Hysteresis-Kennlinien und Ummagnetisierungsverluste in einem Schnittbandkern

Aufgabe:

Oszillographieren der Hysterese-Schleife:
Frequenzen 20 ... 200 Hz bei $B = 1\text{T}$

Messobjekt:

Schnittbandkern mit zwei Spulen (Windungszahl je $N_C = 75$)

Spule 1: Erzeugt die Magnetwechselfeldstärke H

Spule 2: Misst die Wechselflussdichte B

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = N_C \cdot I_{prim} = H \cdot l_m$$

Primärstrom an Shunt R_1 gemessen.

$$\Rightarrow H = \frac{N_C \cdot U_{prim}}{l_m \cdot R_1}$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Messung der Flussdichte B über Integrierglied

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} \approx \frac{1}{j\omega R_2 C_2}$$

$$f \gg \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}} = 1.6\text{Hz}$$

$$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{1}{j\omega R_2 C_2} \Rightarrow u_2(t) = \frac{\int u_1 \cdot dt}{R_2 C_2}$$

Für Frequenzen oberhalb 1.6 Hz ist u_2 das Integral der Spannung u_1 .

$$u_1 = -N_c \cdot d\Phi / dt = -N_c \cdot A \cdot dB / dt$$

$$u_2 \sim \int u_1 dt \sim \int (dB / dt) \cdot dt = \int dB = B(t)$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Aufbau des Integrierglieds für die B -Ermittlung

Integrierglied:

Steckbrett-Aufbau:

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Aufbau zur Messung der Hystereseschleife

- Integration der Sekundärspannung $u_{\text{sek}} \sim -dB/dt$ die **Induktion B** ermitteln!
- Aus Primärstrom i_{prim} über $H \cdot s \sim N \cdot i_{\text{prim}}$ die **Feldstärke H** ermitteln !
- Oszillogramm $B(H)$ als $y(x)$ -Darstellung der Spannungen an R_1 und C_2 .
- Ausdrucken der Oszillogramme !

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Versuchsaufbau im Labor

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Ummagnetisierungsverluste in einem Schnittbandkern

Durch Variation von Spannung und Frequenz am Funktionsgenerator **Messung** der **Hysteresis-Kennlinien**, daraus Berechnung der **Ummagnetisierungsverluste** im Schnittbandkern über Flächenberechnung A_{Hy} der Hystereseschleife.

$$B_{Max} = 1,03 \text{ T}$$
$$H_{Max} = 77,5 \text{ A/m}$$

$$P_{Fe} = f \cdot A_{Hy} \cdot V$$

$$B \sim \frac{U}{f} = konst. = 1 \text{ T}$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Statische und dynamische Hystereseschleifen

Nahezu statisch

20 Hz B 1 T H

90 Hz

Dynamisch

200 Hz

Wirbelströme nehmen zu !

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Ummagnetisierungsverluste in einem Schnittbandkern

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.12 Variable Gegeninduktivität, Kopplung, Streuziffer

Verwendetes Prüfobjekt:

Zwei koaxiale Zylinderspulen, die ineinander verschieblich sind

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.12.1 Messung der Leerlaufspannung $U_{i,34}$ bei variablem Abstand x

Verwendete Messgeräte:

- Funktionsgenerator
- Frequenzzähler
- Zwei koaxiale Zylinderspulen

Verstärker
Volt- & Amperemeter

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Messwerttabelle

x / mm	I_{12} / mA	$U_{i,34} / \text{V}$	$M_{\text{mess}} / \text{mH}$	$M_{\text{rech}} / \text{mH}$
0				
20				
40				
100				
150				
200				

Messung:

Rechnung:

$$M_{\text{mess}} = \frac{U_i}{\omega \cdot I_1} = \frac{U_{i,34}}{2\pi \cdot 1\text{kHz} \cdot 300\text{mA}}$$

$$M_{\text{rech}} = \mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \frac{A_2}{l_1} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_2}\right)$$

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Leerlaufspannung $U_{i,34}$ bei variablem Verschiebe-Weg x

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Gegeninduktivität M bei variablem Verschiebe-Weg x

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.12.2 Messung der Spuleninduktivität L_{sp1}

a) Messung der Leerlaufinduktivität $L_{sp1,0}$ (Spule 2 offen)

Spule 2 liegt vollständig innerhalb von Spule 1 ($x < 0$).

OFFEN

b) Messung der Kurzschlussinduktivität $L_{sp1,Ks}$ (Spule 2 kurzgeschlossen)

KURZSCHLUSS

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Auswertung: Spuleninduktivität L_{sp1} - Streufaktor σ (Variante 1: σ_1)

Spuleninduktivität L_{sp1} :

$$Z_{sp10} = \frac{U_{0,12}}{I_{0,12}} \Rightarrow Z_{sp10} = \sqrt{R_{sp1}^2 + \omega^2 L_{sp10}^2} \Rightarrow R_{sp1} = 19,67 \Omega \Rightarrow \boxed{L_{sp1,0}}$$

$$Z_{sp1ks} = \frac{U_{k,12}}{I_{k,12}} \Rightarrow \boxed{L_{sp1,ks}}$$

Streuziffer σ_1 :

$$\sigma_1 = \frac{L_{sp1ks}}{L_{sp10}}$$

f / Hz	Z_{sp10} / Ω	Z_{sp1ks} / Ω	L_{sp10} / mH	L_{sp1ks} / mH	σ_1
501	51,6	46,3	15,18	13,31	0,877
1000	97,7	75,1	15,18	11,47	0,755
2000	196,1	138,7	15,49	10,93	0,705
5000	555	358,2	17,63	11,38	0,646

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4.12.3 Messung der Spuleninduktivität L_{sp20} , wenn Spule 1 offen

Messschaltung

Sekundärseite !

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

Messtabelle für die Spuleninduktivität L_{sp20}

f_{soll} / Hz	f_{ist} / Hz	$U_{0,34} / \text{V}$	$I_{0,34} / \text{mA}$	Z_{sp20} / Ω	L_{sp20} / mH
500					
1000					
2000					
5000					

$$Z_{sp20} = \frac{U_{0,34}}{I_{0,34}} \rightarrow Z_{sp20} = \sqrt{R_{sp2}^2 + \omega^2 L_{sp20}^2} \rightarrow R_{sp2} = 8,59 \Omega \rightarrow L_{sp20}$$

f / Hz	Z_{sp20} / Ω	L_{sp20} / mH
501	15,06	3,93
1000	26,5	3,97
2000	51,02	4
5000	131,57	4,17

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessung

4. 13 Bestimmung der Streuziffer σ (Variante 2: σ_2)

$$\sigma_1 = \frac{L_{sp1ks}}{L_{sp10}} \quad \sigma_2 = 1 - \frac{M^2}{L_{sp10} \cdot L_{sp20}}$$

Vergleich der ermittelten Streuziffern

f / Hz	M / mH	L_{sp10} / mH	L_{sp20} / mH	σ_2	σ_1	$\Delta\sigma$
1000	4,19	15,18	3,97	0,71	0,75	6%

Variante 1 Variante 2

Der **Unterschied** in der Bestimmung der **Streuziffer σ** des gekoppelten Magnetkreises ist klein: 6% !