2.11 Vorbereitungsaufgaben (Versuch 2)

Summe pro Aufgabe 4 Punkte

- 1. a) Geben Sie die Formel für die Kapazität eines Plattenkondensator mit Dielektrikum an (1P). Wie groß ist ε_0 (0.5P)?
 - b) Wie kann die Kapazität des Plattenkondensators in der Versuchsanleitung verändert werden (1P)?
 - c) Geben Sie die Differenzialgleichung für den Strom in einem RC-Glied in Abhängigkeit der Gesamtspannung u(t) an (1,5 P).

Lösung: a)
$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{x}$$

 $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \, \text{V} \cdot \text{s/(A m)}$: die Dielektrizitätskonstante des Vakuums

 ε_r : die relative Dielektrizitätszahl des verwendeten Dielektrikums zwischen den Elektroden.

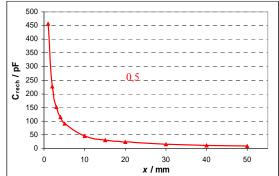
- b) Die Kapazität dieses Plattenkondensators kann durch Veränderung verschiedener Parameter beeinflusst werden.
 - 1) Plattenabstand x
 - 2) relative Dielektrizitäskonstante (verschiedene Materialien, die eingeschoben werden)
 - 3) Mehrschichtkondensator (mehrere Materialien werden eingeschoben)

c)
$$u(t) = R \cdot i(t) + u_C(t)$$
; $u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) \cdot dt$; $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot i(t) = \frac{1}{R} \cdot \frac{du(t)}{dt}$

- 2. a) Berechnen Sie die Kapazität eines Plattenkondensators C_{rech} (in pF) mit kreisförmigen Platten-Elektroden mit dem Plattendurchmesser d=256 mm $(\varepsilon_0=8,854\cdot10^{-12} \text{ F/m}, \varepsilon_r=1)$ für Plattenabstände x=1,2,5,10,20,30,40,50 mm (1P). Skizzieren Sie den Graph $C_{\text{rech}}=f(x)$ (1,5P)!
 - b) Welche mathematische Kurve ist dies (0.5P)?
 - c) Wie groß sind die Grenzwerte $C_{\text{rech}}(x \to 0)$ und $C_{\text{rech}}(x \to \infty)$ (1P)?

Lösung: a)
$$C_{rech} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{x}$$
; mit $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 51,47 \text{ mm}^2$

		т						
<i>x</i> / mm	1	2	5	10	20	30	40	50
$C_{\rm rech}$ / pF	455,7	227,8	91,1	45,6	22,8	15,2	11,4	9,1



- b) Hyperbel ^{0,5}
- c) Für $x \to 0$: $C_{\text{rech}} \to \infty$ und für $x \to \infty$: $C_{\text{rech}} \to 0$

- 3. a) Leiten Sie die 3-dB Eckkreisfrequenz eines RC-Glieds her (2P)!
 - b) Berechnen Sie die 3-dB Eckkreisfrequenz (1P) und die Eckfrequenz (1P) eines *RC*-Glieds für $R = 1 \text{ k}\Omega$ und $C = 1 \mu\text{F}$.

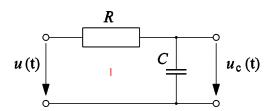
Lösung: a)

$$\underline{U} = \frac{1}{\frac{U}{I}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}$$

b)
$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = 1000 \text{ s}^{-1}$$
; $f_{3dB} = \frac{\omega_0}{2\pi} = 159,155 \text{ Hz}$

4. a) Beschreiben Sie, wie die Kapazität *C* eines *R-C*-Glieds mit einem Rechteckgenerator messtechnisch bestimmt wird (2P). b) Geben Sie die Auswerteformel an (1P)! c) Zeichnen Sie die Schaltung dazu (1P).

Lösung:



Schaltung zur Bestimmung der Kapazität

Aus dem zeitlichen Verlauf der Spannung $u_C(t)$ kann man die Kapazität C bestimmen. Wird an den Zweipol des R-C-Gliedes eine Spannung u(t) mit einem zeitlichen Rechteckverlauf gelegt, so entsteht durch den Wechsel von Auf- und Entladevorgängen eine Spannung $u_C(t)$ am Kondensator C. Diese Spannung ist eine auf- und abklingende Exponential-Funktion. Zwischen der maximalen Spannung $U_{c,max}$ und dem Spannungsminimum $U_{c,min}$ herrscht die einfache Beziehung

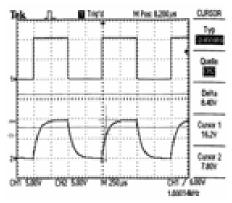
$$U_{
m c,min} = U_{
m c,max}$$
 . $e^{- au/T}$

Über das Oszilloskop misst man die Höhe des Minimums $U_{c,min}$ und des Maximums $U_{c,max}$, sowie die Abklingzeit Δt dieser Funktion $u_c(t)$. So lässt sich die Kapazität bestimmen:

$$C = \frac{\Delta t}{R \cdot \ln \left(\frac{U_{C, \text{max}}}{U_{C, \text{min}}}\right)}.$$

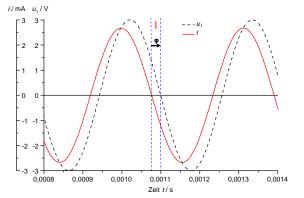
5. Wie kann die Zeitkonstante eines *R-C*-Gliedes aus einem Messschrieb der Spannung am Kondensator über die Zeit ermittelt werden (2P)? Zeigen Sie dies anhand einer Skizze (2P)!

Lösung: Der Funktionswert 63% der maximalen Spannung $u_{c,max}$ wird ermittelt. Die Zeit zwischen $u_{c,min}$ und $0.63 \cdot u_{c,max}$ ist die Zeitkonstante. ²



- 6. a) Zeichnen Sie qualitativ die Zeitverläufe der Gesamtspannung u_1 und des Stroms i_C im Kondensator eines R-C-Gliedes bei sinusförmiger Speisung (1P). Tragen Sie die Phasenverschiebung (mit richtigem Vorzeichen) ein (1P)!
 - b) Berechnen Sie diese Phasenverschiebung allgemein (2P).

Lösung: a) Der Strom eilt der Spannung um den Winkel φ vor, wobei $0 \ge \varphi \ge -90^\circ$ ist. Zählrichtung vom Strom zur Spannung, daher ist φ negativ.



Zeitverläufe der Eingangsspannung und des Stroms am Kondensator

b)
$$R$$
 \underline{I} \underline{U} \underline{V} \underline{U}

$$\underbrace{\frac{U}{C}}_{\mathbf{C}} \qquad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{U}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot (R + j\frac{1}{\omega C}) = I_1(\cos\psi + j\sin\psi)$$

(Ψ : Der Winkel von der Spannung U (reell) zum Strom)

$$\psi = \arctan \frac{\operatorname{Im}(\underline{I})}{\operatorname{Re}(\underline{I})} = \arctan \frac{1}{\omega RC} = -\varphi \rightarrow \varphi = -\arctan \frac{1}{\omega RC}$$

$$\varphi = \arctan \frac{\operatorname{Im}(\underline{Z})}{\operatorname{Re}(\underline{Z})} = -\arctan \frac{X_C}{R} = -\arctan \frac{1}{\omega RC}$$
 (Rein kapazitiv: -90°, sonst > -90°!)

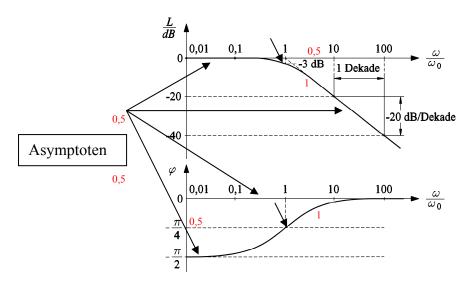
7. Erläutern Sie qualitativ das Tiefpassverhalten der Ausgangsspannung eines *R-C*-Glieds (1P). Wie groß ist das Verhältnis Ausgangs-/Eingangsspannung bei der Eckkreisfrequenz (0.5P)? Mit wie viel dB je Dekade sinkt oder steigt der Spannungsabfall am Kondensator mit steigender Frequenz (0.5P)? Weisen Sie dies durch eine kurze Rechnung nach (2P).

Lösung: Die Eingangsspannungen mit Frequenzen unterhalb der Grenzfrequenz "Eckkreisfrequenz" werden nahezu unabgedämpft an den Ausgang übertragen. Spannungen mit Frequenzen oberhalb der Grenzfrequenz "Eckkreisfrequenz" werden in ihrer Amplitude abgeschwächt (gefültert). Bei der "Eckkreisfrequenz" wird die Ausgangsspannung um 30% (=1-1/ $\sqrt{2}$), das sind logarithmisch $20\lg(1/\sqrt{2})\stackrel{0.5}{=}$ -3 dB, geschwächt. Oberhalb dieser Frequenz sinkt das Spannungsverhältnis am Kondensator im Bezug zur Eingangsspannung um 20 dB pro Dekade.

$$\left|\frac{\underline{U}_C}{\underline{U}}\right| = \frac{1}{\left|1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right|} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad \text{Für } \omega >> \omega_0 : \left|\frac{\underline{U}_C}{\underline{U}}\right| = \frac{1}{\omega}; \text{ Eine Frequenzdekade: } \omega_2/\omega_1 = 10$$

$$\frac{\underline{U}_{C,2}}{\underline{U}_{C,1}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{10}; \quad \Delta L = 20 \cdot \lg \frac{1}{10} = -20 \, \text{dB}$$

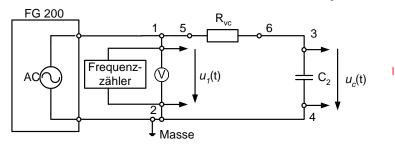
8. Zeichnen Sie das BODE-Diagramm (L (1P) und φ (1P)) des R-C-Glieds als Tiefpass. Skalieren Sie die Achsen im Frequenzbereich $0.01 \le \omega / \omega_0 \le 100$. Bezeichnen Sie numerisch den Wert von L und φ bei der Eckkreisfrequenz (1P). Zeichnen Sie die Asymptoten (1P)!



BODE-Diagramm des R-C-Glieds: oben: Amplitudengang, unten: Phasengang

9. Geben Sie die Schaltung zur Messung des BODE-Diagramms des R-C-Glieds (siehe Versuchdurchführung) an (1P). Erläutern Sie die Versuchdurchführung (2P). Wie werden die Auswertegrößen L und φ aus den Oszilloskopgrößen erhalten (1P)?

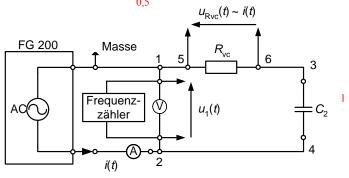
Lösung: Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen und speist als Spannung u_1 das R-C-Glied. Bei verschiedenen Frequenzen werden mit dem Oszilloskop der Effektivwert der Eingangsspannung $u_I(t)$ und der Effektivwert der Spannung am Kondensator $u_C(t)$ sowie die zeitliche Phasenverschiebung Δt gemessen. Daraus: $L = 20 \cdot \lg \frac{U_C}{U_1}$; $\varphi = -f \cdot \Delta t \cdot 2\pi$.



Schaltung zur Bestimmung des BODE-Diagramms des R-C-Gliedes

10. Geben Sie die Schaltung zur Messung der Strom-Ortskurve $\underline{I}(\omega)$ des R-C-Glieds an (1P). Erläutern Sie den Versuchsablauf (2P). Wie werden die Größen der Ortskurve $\underline{I}(\omega)$ aus den Messgrößen ermittelt (1P) ?

Lösung: Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Bei konstantem Spannungseffektivwert U_1 , gemessen mit dem Voltmeter, wird bei verschiedenen Frequenzen f mit dem Oszilloskop der Spannungsabfall $U_{\rm Rvc}^{0.5}$ am Vorwiderstand $R_{\rm vc}$ sowie die zeitliche Phasenverschiebung Δt zwischen $u_{\rm Rvc}$ und u_1 gemessen. Der Effektivwert des Stroms i wird über den Spannungsfall $U_{\rm Rvc}$ am Vorwiderstand $R_{\rm vc}$ durch $I \stackrel{5}{=} U_{\rm Rvc}/R_{\rm vc}$ bestimmt. Der Phasenwinkel des Stroms wird mit $\varphi = -f \cdot \Delta t \cdot 2\pi = -f \cdot \Delta t \cdot 360^\circ$ berechnet.



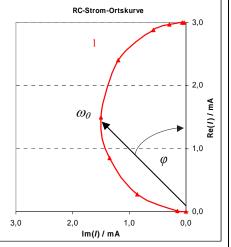
Schaltung zur Messung der Ortskurve $\underline{I}(\omega)$ des RC-Gliedes

11. Für folgende Kreisfrequenzen berechnen Sie und zeichnen Sie maßstäblich für ein R-C-Glied mit R = 1 k Ω und C = 1 µF (Bild 2.7-3) die Strom-Ortskurve $\underline{I}(\omega)$ für einen konstanten Spannungseffektivwert $U_1 = 3$ V (3P). Markieren Sie den Punkt der Eckkreisfrequenz (0.5P). Welcher Form hat die Strom-Ortskurve (Gerade, Kreis, Ellipse...) (0.5P)?

$$\omega / s^{-1}$$
 | 0,0001 | 50 | 314 | 628 | 1000 | 2000 | 5000 | 10000 | 100000

Lösung:
$$I = \frac{U_1}{\left| R_{vc} + \frac{1}{j\omega C_2} \right|}$$
; $\varphi = -\arctan \frac{1}{\omega R_{vc} C_2}$

1						
1	ω /s ⁻¹	I/mA	φ /°	I_{Re}/mA	$I_{\rm Im}/{ m mA}$	
	0,0001	0,000	-90,000	0,000	0,000	
	50	0,150	-87,138	0,007	0,150	
	314	0,899	-72,568	0,269	0,857	
	628	1,595	-57,871	0,849	1,351	
0,5	1000	2,121	-45,000	1,500	1,500	
	2000	2,683	-26,565	2,400	1,200	
	5000	2,942	-11,310	2,885	0,577	
	10000	2,985	-5,711	2,970	0,297	
	50000	2,999	-1,146	2,999	0,060	3
	100000	3,000	-0,573	3,000	0,030	



Die Ortskurve ist ein Halbkreis!

12. Berechnen Sie die Induktivität L (2P) und den OHM'schen Widerstand R (2P) bei 20°C einer zylindrischen Luftspule der Länge $l_{\rm sp}=628$ mm, mit N=1500 Windungen ($\kappa=57\cdot10^6$ S/m, Drahtquerschnitt $q_{\rm cu}=7,85\cdot10^{-7}$ m², $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Vs/(Am)). Nehmen Sie dabei an, dass <u>eine</u> Windung als Kreis mit einem mittleren Durchmesser von $d_{\rm m}=40$ mm ausgeführt ist.

Lösung: $\kappa = 57 \cdot 10^6 \, (\Omega \text{m})^{-1}$; $q_{\text{Cu}} = 7.85 \cdot 10^{-7} \, \text{m}^2$; N = 1500; $d_{\text{m}} = 40 \, \text{mm}$; $l_{\text{sp}} = 628 \, \text{mm}$, $l_{\text{cu}} = \pi d_{\text{m}} = 0.1256 \, \text{m}$

$$R = \frac{l_{cu} \cdot N}{\kappa \cdot q_{cu}} = 4,21 \ \Omega \ ; \quad L = \mu_0 \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l_{sp}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1500^2 \cdot \frac{\pi \cdot d_m^2}{4 \cdot l_{sp}} = 5,655 \ \text{mH}$$

- 13. a) Leiten Sie de Formel für die Eckkreisfrequenz eines *RL*-Glieds her (Bild 2.5-4) (2P).
 - b) Berechnen Sie die 3-dB Eckkreisfrequenz (1P) und die Eckfrequenz (1P) eines R-L-Glieds (Bild 2.8-3) mit einer Luftspule $L_{\rm Sp} = 5,655$ mH, die den Widerstand $R_{\rm Sp} = 4,21~\Omega$ hat und einem Vorwiderstand $R_{\rm VSp} = 100~\Omega$.

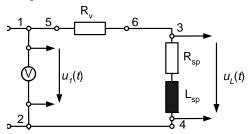
Lösung: a)
$$\frac{\underline{U}_{L}}{\underline{U}} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \quad \text{mit } \omega_{0} = \frac{R}{L}$$

$$\left|\frac{\underline{U}_{L}}{\underline{U}}\right| = \left|\frac{j\omega L}{R + j\omega L}\right| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^{2} + (\omega L)^{2}}} = \frac{\omega/\omega_{0}}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_{0})^{2}}} \quad \text{Für } \omega = \omega_{0}: \quad \left|\frac{\underline{U}_{L}}{\underline{U}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1^{2} + 1^{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$L = 20 \cdot \lg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3 \, \text{dB}.$$

b)
$$R_{\text{ges}} = R_{\text{Sp}} + R_{\text{VSp}} = 104,21 \ \Omega;$$
 $\omega_0 = \frac{R_{\text{ges}}}{L} = 18427,94 \ \text{s}^{-1};$ $f_{3dB} = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2932,898 \ \text{Hz}$

14. a) Berechnen Sie die Formeln für den Amplitudengang L (1,5P) und den Phasengang φ (1,5 P) der Spannung an der Spule $U_{\rm L}/U_{\rm l}$ für die angegebene Schaltung. b) Zeigen Sie den Sonderfall $R_{\rm sp}=0$ für L (0.5P) und φ (0.5P) und vergleichen Sie das Ergebnis mit den Formeln im Skript.



Lösung: a)
$$\left| \frac{\underline{U}_{L}}{\underline{U}_{1}} \right| = \left| \frac{R_{sp} + j\omega L_{sp}}{R_{v} + R_{sp} + j\omega L_{sp}} \right| = \frac{\sqrt{R_{sp}^{2} + (\omega L_{sp})^{2}}}{\sqrt{(R_{v} + R_{sp})^{2} + (\omega L_{sp})^{2}}}$$

$$L = 20 \cdot \lg \left| \frac{\underline{U}_{L}}{\underline{U}_{1}} \right| = 20 \cdot \lg \left(\sqrt{\frac{R_{sp}^{2} + (\omega L_{sp})^{2}}{(R_{v} + R_{sp})^{2} + (\omega L_{sp})^{2}}} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{R_{sp}^{2} + (\omega L_{sp})^{2}}{(R_{v} + R_{sp})^{2} + (\omega L_{sp})^{2}} \right)$$

$$\frac{\underline{U}_{L}}{\underline{U}_{1}} = \frac{R_{sp} + j\omega L_{sp}}{R_{v} + R_{sp} + j\omega L_{sp}} = \frac{R_{sp}(R_{v} + R_{sp}) + (\omega L_{sp})^{2} + j\omega L_{sp}R_{v}}{(R_{v} + R_{sp})^{2} + (\omega L_{sp})^{2}}$$

$$\frac{\underline{U}_{L}}{R_{sp}(R_{v} + R_{sp}) + (\omega L_{sp})^{2}}$$

$$1.5$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\omega L_{sp}R_{v}}{R_{sp}(R_{v} + R_{sp}) + (\omega L_{sp})^{2}} \right)$$

$$1.5$$

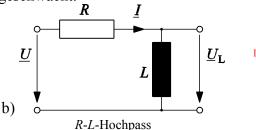
b) Sonderfall: $R_{\rm sp} = 0$;

$$L = 20 \cdot \lg \left| \frac{\underline{U}_L}{\underline{U}_1} \right| = 20 \cdot \lg \left(\sqrt{\frac{(\omega L_{sp})^2}{R_v^2 + (\omega L_{sp})^2}} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{(\omega L_{sp})^2}{R_v^2 + (\omega L_{sp})^2} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{(\omega L_{sp})^2}{1 + (\omega L_{sp})^2} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{(\omega L_{sp})^2}{1 + (\omega L_{sp})^2} \right) = 0.5$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{R_v}{\omega L_{sp}} \right) = \arctan \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad 0.5$$

a) Erläutern Sie qualitativ das Hochpassverhalten der Ausgangsspannung eines *R-L*-Glieds (1P). b) Zeichnen Sie die Schaltung dazu (1P). c) Mit wie viel dB je Dekade sinkt oder steigt der Spannungsabfall an der Induktivität mit steigender Frequenz (0.5P)? d) Zeigen Sie dies durch eine einfache Rechnung (1.5P)!

Lösung: a) Die Amplitude der Eingangsspannungen mit Frequenzen oberhalb der Grenzfrequenz "Eckkreisfrequenz" werden am Ausgang nahezu unabgedämpft übertragen. Die Amplitude der Spannungen mit Frequenzen unterhalb der Grenzfrequenz "Eckkreisfrequenz" werden abgeschwächt (gefiltert). c) Mit steigender Frequenz steigt der Spannungsfall an der Induktivität um 20 dB pro Dekade, bei der "Eckkreisfrequenz" wird die Ausgangsspannung um 3 dB geschwächt.



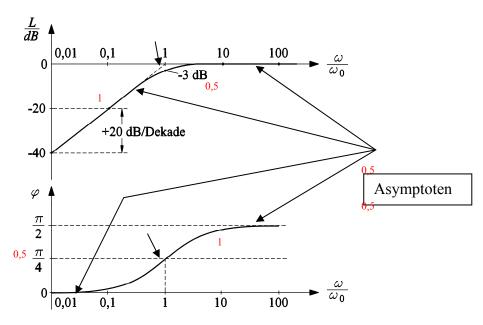
0,5

d)
$$\left| \frac{\underline{U}_L}{\underline{U}} \right| = \sqrt{\frac{(\omega L_{sp})^2}{R_v^2 + (\omega L_{sp})^2}} = \frac{\omega/\omega_0}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$$
 0,5

Für $\omega \ll \omega_0$: $\left| \frac{\underline{U}_L}{\underline{U}} \right| = \frac{\omega}{\omega_0}$; Eine Frequenzdekade: $\omega_2/\omega_1 = 10$

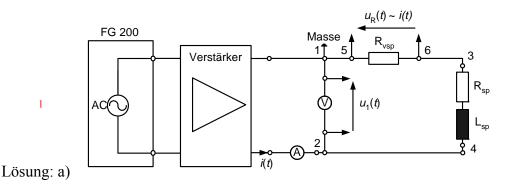
$$\frac{U_{L,2}}{U_{L,1}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 10; \quad \Delta L = 20 \cdot \lg 10 = 20 \,\mathrm{dB}$$

16. Zeichnen Sie das BODE-Diagramm (L (1P) und φ (1P)) des R-L-Glieds als Hochpass. Skalieren Sie die Achsen im Frequenzbereich $0.01 \le \omega / \omega_0 \le 100$. Bezeichnen Sie numerisch den Wert von L und φ bei der Eckkreisfrequenz (1P). Zeichnen Sie die Asymptoten (1P)!



BODE-Diagramm des R-L-Glieds: oben: Amplitudengang, unten: Phasengang

a) Geben Sie die Schaltung zur Messung der Strom-Ortskurve <u>I</u>(ω) des R-L-Glieds an (1P).
 b) Beschreiben Sie den Messablauf (2P).
 c) Wie werden die Größen der Ortskurve <u>I</u>(ω) aus den Messgrößen ermittelt (1P)?



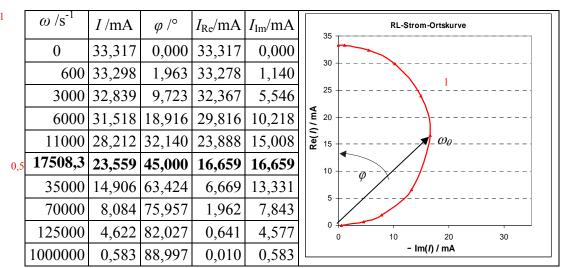
Schaltung zur Bestimmung der Ortskurve des RL-Gliedes

0,5

- b) Der Funktionsgenerator ist auf "Sinussignal" zu stellen. Er speist das R-L-Glied mit der Spannung $u_1(t)$. Bei konstanter Spannungsamplitude U_1 , gemessen mit dem Voltmeter, werden bei verschiedenen Frequenzen mit dem Oszilloskop der Spannungsabfall U_R am Vorwiderstand $R_{\rm vsp}$ sowie die zeitliche Phasenverschiebung Δt gemessen. Der Effektivwert des Stroms I wird über den Spannungsabfall U_R am Vorwiderstand $R_{\rm vsp}$ aus $I = U_R/R_{\rm vsp}$ 0,5 bestimmt. c) Mit dem Betrag des Stroms I und dem Phasenwinkel $\varphi = f \cdot \Delta t \cdot 360^\circ$ wird die Ortskurve gezeichnet.
- 18. a) Für folgende Kreisfrequenzen berechnen und zeichnen Sie maßstäblich die Strom-Ortskurve $\underline{I}(\omega)$ eines R-L-Glieds bei konstantem Spannungseffektivwert U_1 = 3,5 V am Eingang (3P). Die Luftspule ($L_{\rm Sp}$ = 6 mH, $R_{\rm Sp}$ = 5,05 Ω) ist in Reihe mit einem ohmschen Vorwiderstand $R_{\rm VSp}$ = 100 Ω geschaltet (Bild 2.8-3). b) Zeichnen Sie die Lage des Stromzeigers bei der Eckkreisfrequenz (0.5P) ! c) Welche Form hat die Ortskurve (Gerade, Kreis, Ellipse...) (0.5P)?

ω /s ⁻¹	0 600	3000	6000	11000	17508,3	35000	70000	125000	10^{6}
---------------------------	-------	------	------	-------	---------	-------	-------	--------	----------

Lösung: a)
$$I = \frac{U_1}{\left| (R_{VSp} + R_{Sp}) + j\omega L_{Sp} \right|}; \qquad \varphi = \arctan \frac{\omega \cdot L_{Sp}}{R_{VSp} + R_{Sp}}$$



- b) Siehe Skizze! c) Die Ortskurve ist ein Halbkreis! 0,5
- 19. a) Geben Sie die Zeitkonstante *T* einer *R-L*-Serienschaltung an (1,5P). b) Wie verändert sich die Zeitkonstante *T*, wenn die Temperatur des Widerstandes von 20°C auf 150°C steigt (2,5P)? (Zur Erwärmung des Widerstandes siehe Versuch 1).

Lösung: a)
$$T = \frac{L}{R}$$
; $R_{150^{\circ}C} / R_{20^{\circ}C} = 1.51$. b) Die Zeitkonstante T wird kleiner: $T_{150^{\circ}C} / T_{20^{\circ}C} = 0.66$ 2,5

20. a) Beschreiben Sie, wie die Spuleninduktivität $L_{\rm Sp}$ eines R-L-Glieds mit einem Rechteckgenerator messtechnisch bestimmt wird (2P). b) Geben Sie die Auswerteformel an (1P). c) Zeichnen Sie die Schaltung dazu (1P).

Lösung: a) Aus dem zeitlichen Verlauf der Spannung am Vorwiderstand $u_{\text{Rvsp}}(t)$ kann man die Induktivität L bestimmen. Wird an den Zweipol des R-L-Glieds eine Spannung u(t) mit einem zeitlichen Rechteckverlauf gelegt, so entsteht durch den Wechsel von Auf- und Entladevorgängen eine Spannung $u_{\text{Rvsp}}(t)$, die eine Exponentialfunktion ist. Zwischen der maximalen Spannung $U_{\text{Rvsp,max}}$ und dem Spannungsminimum $U_{\text{Rvsp,min}}$ herrscht die einfache Beziehung

$$U_{\text{Rvsp,min}} = U_{\text{Rvsp,max}} \cdot e^{-\tau/T}$$

b) Über das Oszilloskop misst man die Höhe des Minimums $U_{\text{Rvsp,min}}$ und des Maximums $U_{\text{Rvsp,max}}$ sowie die Zeit Δt zwischen diesen beiden Werten. So lässt sich die Spuleninduktivität bestimmen:

$$L_{sp} = \frac{\Delta t \cdot (R_{vsp} + R_{sp})}{\ln(U_{Rvsp, \max} / U_{Rvsp, \min})}.$$

c) Schaltung zur Bestimmung der Spuleninduktivität

21. Zeigen Sie durch Einsetzen, dass $i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-t/T}$ eine Lösung der Differentialgleichung (2.1.3-4) ist. (4P).