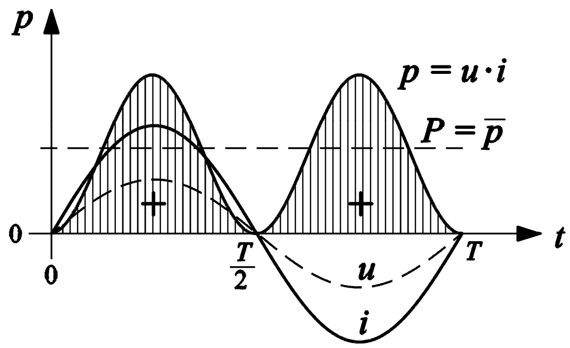
## 3.9 Vorbereitungsaufgaben

1. An einem Leitungswiderstand $R$ tritt eine sinusförmige Wechselspannung (Frequenz $f$, Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ ) mit dem Momentanwert $u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega t$ auf. Welchen zeitlichen Verlauf (a) Formel, b) Skizze) haben Momentanstrom und Momentanleistung für diesen Fall? c) Geben Sie die Formel für die mittlere Leistung an. d) Tragen Sie diese in die Skizze ein.

Lösung: a) $i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega t = \hat{U} / R \cdot \sin \omega t$ 1 P

$p(t) = u^2(t)/R = R \cdot i^2(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U}^2 / R \cdot \sin^2 \omega t$ 1 P




b) $i(t)$: 0.5 P, $p(t)$: 0.5 P

c) $P = \overline{p} = \frac{\hat{U}^2}{R}\frac{1}{2}$ 0.5 P

d) Siehe Skizze: 0.5 P

2. Die Momentanleistung an einem Widerstand kann in eine konstante und eine zeitvariable Komponente zerlegt werden. a) Schreiben Sie diese Komponenten auf. b) Welche Komponente ist für die Erwärmung des Widerstands maßgeblich verantwortlich (mit Begründung!)? c) Welche Frequenz hat die zeitabhängige Komponente?

Lösung: a) $i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega t$, $u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega t$

$$p(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \sin^2 \omega t = \hat{U} \cdot \hat{I} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} - \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cos 2\omega t = P_- + p_\sim(t)$$ 1.5 P

b) Die mittlere Leistung ist die vom Körper aufgenommene Leistung und wird in *Joule'* sche Wärme umgewandelt. $\overline{p} = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} = P$ 1.5 P

c) $p_\sim(t)$ hat doppelte Grundfrequenz $2f$. 1 P

3. a) Geben Sie die Formel für den Effektivwert einer allgemeinen, periodischen Größe *i(t)* (Periodendauer $T$) an! b) Berechnen Sie daraus den Effektivwert einer sinusförmigen veränderlichen Größe $i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$! c) Wie groß ist der Effektivwert eines Rechtecksignals mit der Amplitude $\hat{I}: 0 \le t \le T/2 : i(t) = \hat{I}, T/2 \le t \le T : i(t) = -\hat{I}$ ? d) Welchen Einfluss hat die Frequenz auf den Effektivwert in beiden Fällen b) und c)?

Lösung: a) $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$ 1 P

b) $I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \hat{I}^2\sin^2(\omega t+\varphi)dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \hat{I}^2\frac{1-\cos(2\omega t+2\varphi)}{2}dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\hat{I}^2\frac{T}{2}}=\frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$

1 P

c) Rechtecksignal: $i(t)=\begin{cases}\hat{I}, & k\cdot T<t\le\left(k+\frac{1}{2}\right)T\\ -\hat{I}, & \left(k+\frac{1}{2}\right)T<t\le(k+1)T\end{cases},k=0,1,2,...$

$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \hat{I}^2dt}=\hat{I}$ 1 P

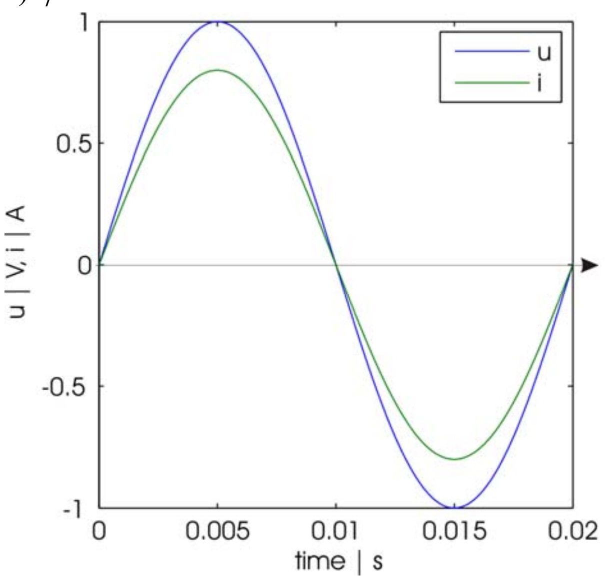
d) Die Frequenz hat in beiden Fällen <u>keinen</u> Einfluss auf den Effektivwert! 1 P

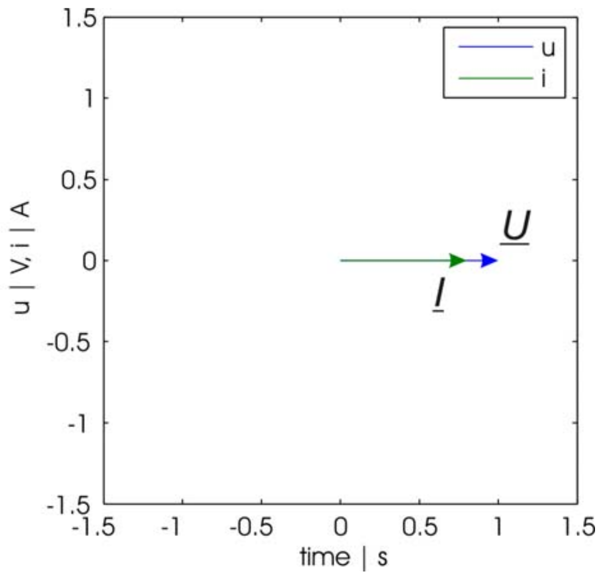
4. Schreiben Sie die allgemeine Formel für einen zeitlich sinusförmigen Strom- und Spannungsverlauf mit einer Phasenverschiebung $\varphi$ des Stroms zur Spannung an. Welche Phasenverschiebung tritt auf:
 a) an einem *Ohm*′schen Widerstand,
 b) an einem idealen Kondensator,
 c) an einer idealen Induktivität,
 d) an einer realen Spule?
 Geben Sie zu a) – d) qualitative Skizzen der Zeitverläufe und der komplexen Zeiger von $u$ und $i$ an. Beachten Sie das Vorzeichen des Phasenwinkels $\varphi$!

Lösung: $i(t)=\hat{I}\sin(\omega t-\varphi),\quad u(t)=\hat{U}\sin\omega t$ 1 P

Beachte: Der Phasenwinkel wird VOM Strom ZUR Spannung gezählt und ist im mathematischen Drehsinn (= entgegen dem Uhrzeigersinn) positiv zu zählen.

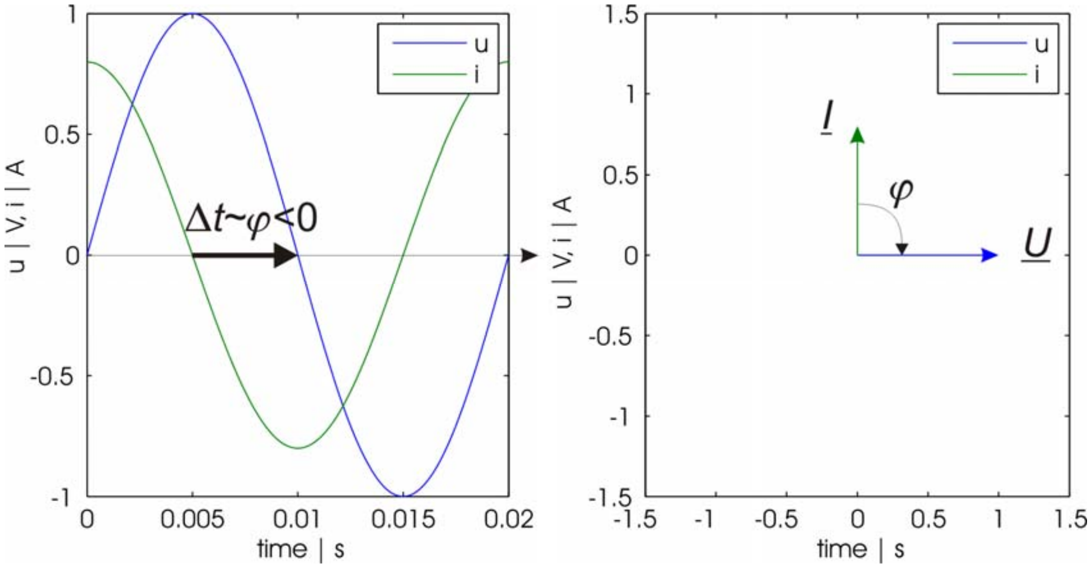
a) $\varphi=0$:




Links: Wechsel-Spannungs- und Stromverlauf an einem *ohm*′schen Widerstand, rechts: zugehöriges Zeigerdiagramm 0.75 P

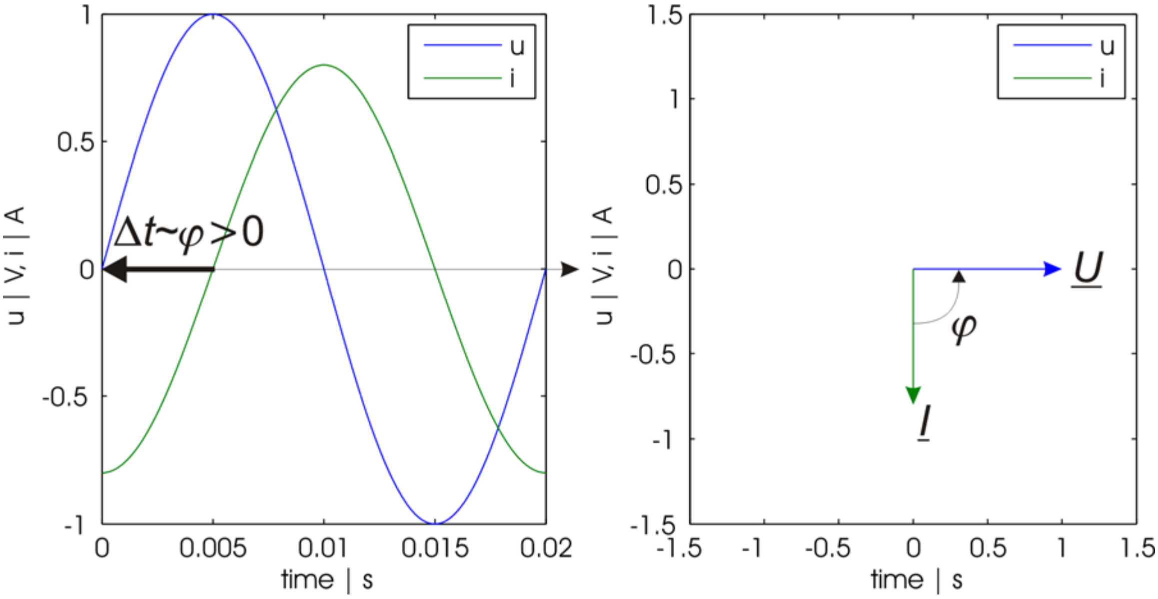
b) $\varphi=-\pi/2$:




Links: Wechsel-Spannungs- und Stromverlauf an einem idealen Kondensator, rechts: zugehöriges Zeigerdiagramm

0.75 P

c) $\varphi = \pi / 2$:

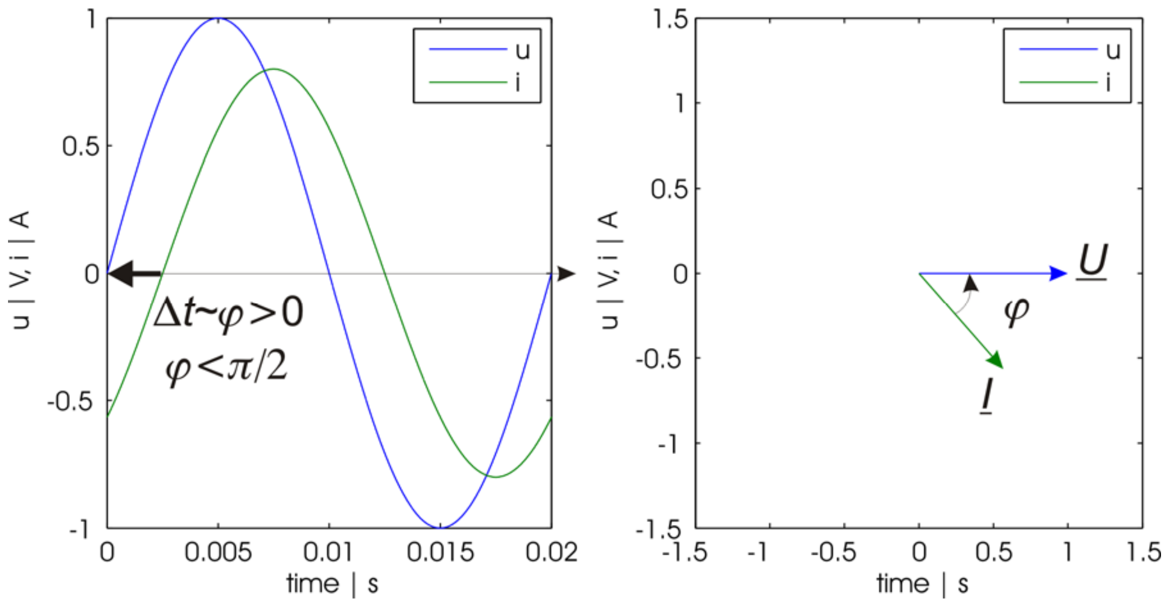



Links: Wechsel-Spannungs- und Stromverlauf an einer idealen Induktivität, rechts: zugehöriges Zeigerdiagramm

0.75 P

d) $0 < \varphi < \pi / 2$:

Eine reale Induktivität hat einen nicht vernachlässigbar großen *ohm´*schen Wicklungswiderstand. Deshalb ist der Strom weniger als 90° gegenüber der Spannung nacheilend.




Links: Wechsel-Spannungs- und Stromverlauf an einer realen Induktivität, rechts: zugehöriges Zeigerdiagramm

0.75 P

5. Geben Sie für zeitlich sinusförmige Strom- und Spannungsverläufe mit einer Phasenverschiebung $\varphi$ an einem Zweipol die Formel für die a) Wirkleistung $P$, b) Blindleistung $Q$, c) Momentanleistung $p(t)$ und d) die Scheinleistung $S$ an! Verwenden Sie in den Formeln die Effektivwerte. e) Geben Sie für $P$, $Q$, $S$ Zahlenwerte an für $U = 230$ V, $I = 2$ A, $f = 50$ Hz, $\varphi = 30°$. f) Wie groß ist der Maximalwert der Momentanleistung? g) Wie ändern sich die Zahlenwerte $P$, $Q$, $S$, $p_{\max}$ bei Übergang auf die Frequenz 60 Hz?

Lösung: a) $P = UI\cos\varphi$, 0.5 P

b) $Q = UI\sin\varphi$, 0.5 P

c) $p(t) = P(1-\cos 2\omega t) - Q\sin 2\omega t$, 0.5 P

d) $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI$, 0.5 P

e1) $S = 230 \cdot 2 = 460\,\text{VA}$ 0.5 P

e2) $P = S\cos\varphi = 460 \cdot \cos 30° = 398{,}37\,\text{W}$ 0.5 P

e3) $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 230\,\text{VAr}$ 0.5 P

f) $p_{\max} = 2 \cdot P = 796{,}8\,\text{W}$ 0.25 P

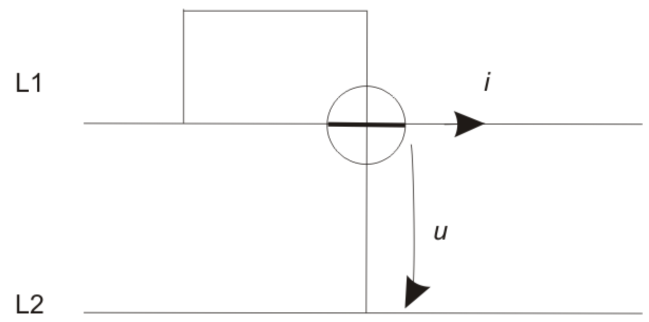
g) Bei Übergang von 50 Hz auf 60Hz ändert sich nichts für $S$, $P$, $Q$, $p_{\max}$. 0.25 P

6. a) Für welche Art von Strom- und Spannungssignalen kann man ein elektrodynamisches Wattmeter benutzen? b) Wann ist ein elektronisches Wattmeter notwendig? c) Wie viele Klemmen hat ein Wattmeter? d) Wie sind sie angeschlossen (Skizze!)?

Lösung: a) Elektrodynamisches Wattmeter für sinusförmige Größen. 1 P

b) Für nicht sinusförmige Größen: elektronisches Wattmeter. 1 P

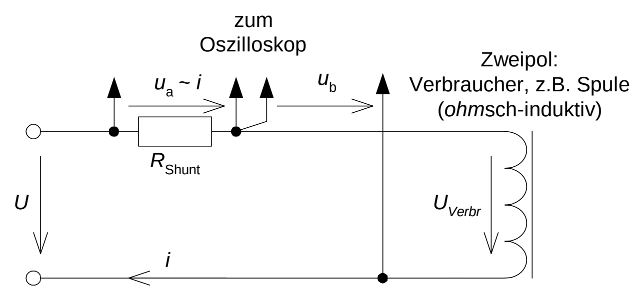
c) 4 Klemmen: 2 für den Strompfad, 2 für den Spannungspfad. 1 P d)




Anschlussschema für die einphasige elektrische Leistungsmessung 1 P

7. a) Geben Sie das Schaltbild für die messtechnische Bestimmung des Phasenwinkels $\varphi$ (oszillographische Methode) zwischen der sinusförmigen Spannung $u_b(t)$ und dem Strom $i(t)$ einer Spule an! b) Beschreiben Sie den Messablauf! c) Wie ist der Phasenwinkel aus den Messsignalen bestimmt?

Lösung: a)




Schaltbild für die messtechnische Bestimmung des Phasenwinkels $\varphi$ 1.5 P

b) An einem Vorwiderstand $R_{sh}$ wird über den Spannungsfall $u_R$ der Strom aus $u_R/R_{sh}$ als Zeitsignal oszillographiert. Die Spannung an der Spule $u_{Verbr}$ wird ebenfalls oszillographiert. Die Zeitverschiebung $\Delta t$ zwischen den Nulldurchgängen der Signale $u_R$ und $u_{Verbr}$ wird gemessen. Wegen der entgegengesetzten Bezugsrichtung von $u_{verbr}$ in der obigen Messschaltung ist zuvor $u_{Verbr}$ zu invertieren. 1.5 P

c) $\varphi = \dfrac{\Delta t}{1/f} 2\pi$ gezählt positiv von Strom zur Spannung 1 P

8. a) Welche Größen können mit der Schaltung Bild 3.2-2 direkt gemessen werden? b) Wie werden daraus die Effektivwerte von Strom und Spannung bestimmt? c) Wie kann man mit diesen Messwerten die Wirkleistung, Blindleistung, Momentanleistung und Scheinleistung für sinusförmigen Strom- und Spannungsverlauf berechnen?

Lösung: a) Gemessen werde direkt die Spannungsamplituden $\hat{U}$, $\hat{U}_I$ und die Zeitverschiebung $\Delta t$. 1 P

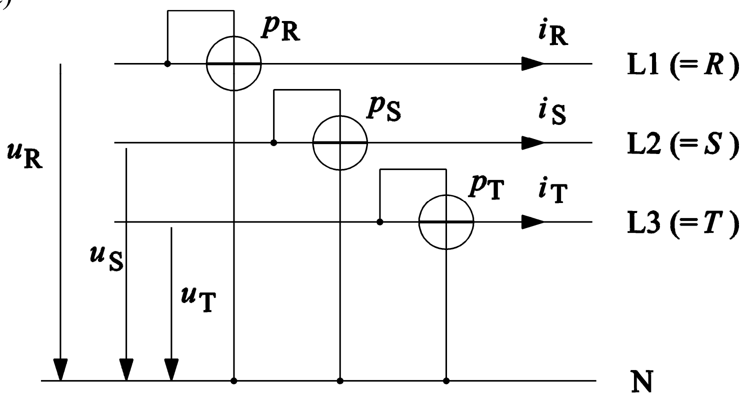
b) Stromamplitude $\hat{I} = \hat{U}_I / R_{shunt}$. Effektivwerte $U = \hat{U}/\sqrt{2}$, $I = \hat{I}/\sqrt{2}$. 0.5 P

c) Über $\varphi = \dfrac{\Delta t}{T} 2\pi$ (0.5 P) werden ermittelt:

c1) $P = UI\cos\varphi$, 0.5 P
c2) $Q = UI\sin\varphi$, 0.5 P
c3) $p(t) = P(1-\cos 2\omega t) - Q\sin 2\omega t$, 0.5 P
c4) $S = UI$. 0.5 P

9. a) Geben Sie die Schaltung für die Leistungsmessung in Dreiphasensystemen mit der Drei-Wattmeter-Methode an. b) Sind drei Leiter für diese Methode ausreichend? c) Wie wird die gesamte Leistung bestimmt (Formel!)? d) Gilt diese Schaltung auch für nichtsinusförmige Ströme und Spannungen?

Lösung: a)

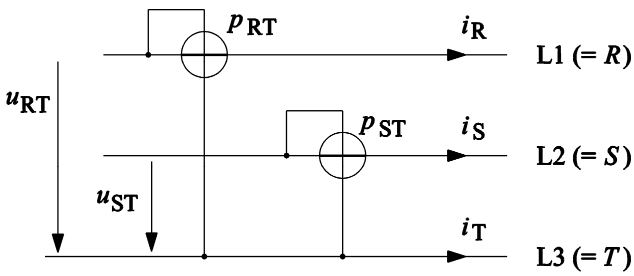



Schaltung für die Leistungsmessung in Dreiphasensystemen mit der Drei-Wattmeter-Methode 1 P

b) Drei Leiter sind nicht ausreichend, es muss ein Neutralleiter vorhanden sein! 1 P
c) $p = p_R + p_S + p_T = u_R(t)i_R(t) + u_S(t)i_S(t) + u_T(t)i_T(t)$ 1 P
d) c) gilt auch für nichtsinusförmige Größen. 1 P

10. a) Geben Sie die Schaltung für die Leistungsmessung in Dreiphasensystemen mit der Zwei-Wattmeter-Methode (*Aron*-Schaltung) an. b) Wie viele Leiter benötigt diese Methode? c) Wie wird die gesamte Leistung bestimmt (Formel!)? d) Zeigen Sie, dass mit 2 Wattmetern tatsächlich die Gesamtleistung bestimmt wird!

Lösung: a)




Schaltung für die Leistungsmessung in Dreiphasensystemen mit der Zwei-Wattmeter-Methode (*Aron*-Schaltung)
1 P

b) Es werden nur drei Leiter benötigt. 1 P
c) $P = P_{RT} + P_{ST}$ 1 P
d)
$p = p_{RT} + p_{ST} = u_{RT}i_R + u_{ST}i_S = (u_R - u_T)i_R + (u_S - u_T)i_S = u_R i_R + u_S i_S - u_T(i_R + i_S) = u_R i_R + u_S i_S + u_T i_T$

mit $i_R + i_S = -i_T$ 1 P

11. a) Wie berechnet man für einen Transformator das Übersetzungsverhältnis *ü,* wenn die Windungszahlen der Primärwicklung $N_1$ und Sekundärwicklung $N_2$ bekannt sind? b) Wie wird das Übersetzungsverhältnis messtechnisch bestimmt? c) Wie groß ist die Sekundärspannung bei offenen Sekundärklemmen, wenn primär 230 V/ 50 Hz anliegen ($N_1 = 100$, $N_2 = 10$)?

Lösung: a) $\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2}$ 1 P

b) Bei Leerlauf (= Sekundärklemmen offen) werden die Sekundärspannung und die Primärspannung $U_{20}$ und $U_1$ gemessen. Daraus ergibt sich $\ddot{u} = \frac{U_1}{U_{20}}$. 1.5 P

c) $U_{20} = U_1/\ddot{u} = 230/(100/10) = 23$ V 1.5 P

12. a) Wie groß ist das Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis für einen "idealen" Transformator? b) Wie groß sind die Verluste im „idealen“ Transformator? c) Zeigen Sie, dass beim idealen Transformator Wirk-, Blind- und Scheinleistung unverändert von der Primär- auf die Sekundärseite übertragen werden. Verwenden Sie zu der Berechnung das Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis.

Lösung: a1) $\frac{I_2}{I_1} = \ddot{u}$, 0.5 P, a2) $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\ddot{u}}$ 0.5 P

b) Die Verluste im „idealen“ Transformator sind Null. 0.5 P

c1) $P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi = \ddot{u} U_2 \frac{I_2}{\ddot{u}} \cos\varphi = U_2 I_2 \cos\varphi = P_2$ 1 P

c2) $Q_1 = U_1 I_1 \sin\varphi = \ddot{u} U_2 \frac{I_2}{\ddot{u}} \sin\varphi = U_2 I_2 \sin\varphi = Q_2$ 1 P

c3) $S_1 = U_1 I_1 = \ddot{u} U_2 \frac{I_2}{\ddot{u}} = U_2 I_2 = S_2$ 0.5 P

***Berechnungsbeispiele***

*Allgemeine Angaben für die Aufgaben 13. bis 21.:*

Bei einer Spule mit Eisenkern treten neben den Stromwärmeverlusten im Widerstand $R_{Sp,Cu}$ auch Ummagnetisierungsverluste ("Eisenverluste") in Form von Wirbelstrom- und Hystereseverlusten auf. Diese Verluste werden wie die Stromwärmeverluste durch die Wirkleistungsaufnahme der Spulenwicklung gedeckt. Die Ummagnetisierungsverluste können im Ersatzschaltbild für die reale Spule (Bild 3.9-1) als (*Ohm*'scher) Eisenersatzwiderstand $R_{Fe}$ dargestellt werden, der parallel zur Spule (rein induktiv) mit der Reaktanz $X_{Sp}$ liegt (siehe auch Versuch 4 „Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessungen“, Kapitel 4.5 und 4.6).

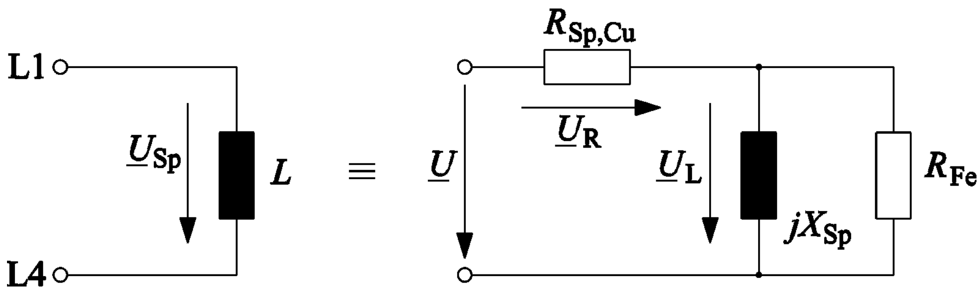



Bild 3.9-1: Ersatzschaltbild einer Spule mit Eisenkern

Die Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe}$ werden über die je kg Materialmasse bei $B = 1$ T und $f = 50$ Hz gemessenen spezifischen Verluste (Verlustziffer $v_{10}$ in W/kg) bestimmt. Bei $f = 50$ Hz gilt für die Masse $m$ des (geblechten) Eisenkörpers:

$$P_{Fe} = \left(\frac{B_{Fe}}{1T}\right)^2 \cdot v_{10} \cdot m$$

Der Eisenersatzwiderstand $R_{Fe}$ errechnet sich daher aus: $R_{Fe} = \dfrac{U_L^2}{P_{Fe}}$

13. a) Berechnen Sie für eine Spule mit einer sinusförmigen Spannung $U_L$ = 20 V ($U_L$: Effektivwert, Netzfrequenz $f$ = 50 Hz), einer Windungszahl $N$ = 1200 und einer Eisenquerschnittsfläche $A_{Fe}$ = 460 mm² den Scheitelwert der Flussdichte $B_{Fe}$ im Eisenkern! b) Ist bei dieser Flussdichte das Eisen gesättigt (siehe Kapitel 4)?

Lösung: a) *Faraday*'sches Induktionsgesetz: $u_L = -N\dfrac{d\Phi}{dt}$ für sinusförmige Größen.

Komplexe Rechnung: $\underline{U}_L = j\omega N\dfrac{\Phi}{\sqrt{2}}$, $\Phi = B_{Fe}A_{Fe} \Rightarrow B_{Fe} = \dfrac{U_L\sqrt{2}}{2\pi f N A_{Fe}} = 0.163\,\mathrm{T}$ 3 P

b) $B_{Fe}$ in $B(H)$-Kurve im ungesättigten Bereich. 1 P

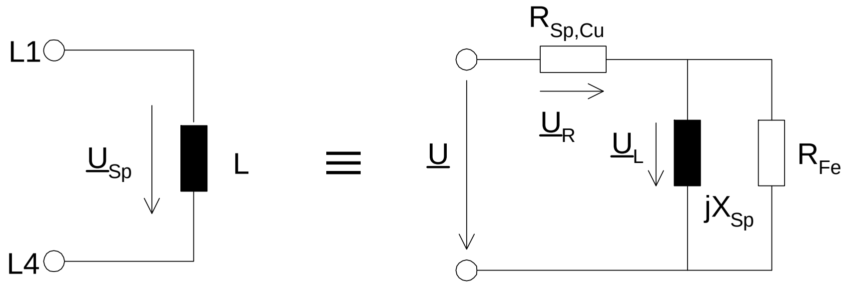
14. Die Spule ist um einen Ringkern (Torus) gewickelt. Die mittlere Länge des Ringkerns ist $s_{Fe} = 405$ mm. Seine Eisenquerschnittsfläche ist $A_{Fe}$ = 160 mm². Die Dichte von Eisen $\rho_{Fe}$ beträgt 7850 kg/m³. Die Verlustziffer $v_{10}$ beträgt 5.5 W/kg ($v_{10}$ gilt für $f = 50$ Hz und $B_{Fe}$ = 1 T) a) Wie groß ist die Masse $m_{Fe}$ des Eisenkerns? b) Wie hoch sind die Ummagnetisierungsverluste im Eisenkern für eine Flussdichte $B_{Fe} = 0.11$ T?

Lösung: a) $m_{Fe} = V_{Fe}\rho_{Fe} = s_{Fe}A_{Fe}\rho_{Fe} = 0.50868\,\mathrm{kg}$ 2 P

b) $P_{Fe} = \left(\dfrac{0.11}{1}\right)^2 5.5 \cdot 0.50868 = 33.85\,\mathrm{mW}$ 2 P

15. Berechnen Sie für die Daten $R_{spCu} = 35\ \Omega$, $R_{Fe} = 13.5\ \mathrm{k}\Omega$, $X_{sp} = 2{,}5\ \mathrm{k}\Omega$, $U = 40$ V a) die Stromaufnahme der Spule (Bild 3.9-1), b) den Eisenverluststrom im $R_{FE}$ und c) den induktiven Strom in $X_L$. Verwenden Sie die komplexe Wechselstromrechnung! Geben sie die drei Ströme mit Real- und Imaginärteil an.

Lösung: a)




$$\underline{I} = \underline{I}_{Fe} + \underline{I}_L$$

$$U = R_{sp,Cu}\underline{I} + jX_{sp}\underline{I}_L \Rightarrow \underline{I}_L = \frac{U - R_{sp,Cu}\underline{I}}{jX_{sp}}$$

$$jX_{sp}\underline{I}_L = R_{Fe}\underline{I}_{Fe} \Rightarrow \underline{I}_{Fe} = \frac{U - R_{sp,Cu}\underline{I}}{R_{Fe}}$$

$$\Rightarrow \underline{I} = \left(U - R_{sp,Cu}\underline{I}\right)\left(\frac{1}{jX_{sp}} + \frac{1}{R_{Fe}}\right) \Rightarrow \underline{I} = \frac{U}{R_{sp,Cu} + \dfrac{jR_{Fe}X_{sp}}{R_{Fe} + X_{sp}}} = 0.00318 - j0.0159\,\text{A}$$ 1. P

b) $\Rightarrow \underline{I}_L = \dfrac{U - R_{sp,Cu}\underline{I}}{jX_{sp}} = 0.000226 \text{ - } j0.01595\,\text{A}$ 1.5 P

c) $\Rightarrow \underline{I}_{Fe} = \dfrac{U - R_{sp,Cu}\underline{I}}{R_{Fe}} = 0.00296 + j0.0000419\,\text{A}$ 1 P

16. a) Wie groß ist der Eisenersatzwiderstand $R_{Fe}$ von Bild 3.9-1, wenn die Spulenspannung $U_L = 50$ V und die Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe} = 0.2$ W betragen? b) Berechnen Sie den gesamten Wirkwiderstand und Blindwiderstand der in Bild 3.9-1 gezeigten Schaltung b1) allgemein (Formel möglichst vereinfachen), b2) für eine Frequenz $f = 50$ Hz, $R_{Sp,Cu} = 35\ \Omega$, $R_{Fe} = 13.5$ k$\Omega$ und $L_{Sp} = 8$ H!

Lösung: a) $R_{Fe} = \dfrac{U_L^2}{P_{Fe}} = \dfrac{50^2}{0.2} = 12.5\,\text{k}\Omega$ 1 P

b1) $\underline{Z} = R_{sp,Cu} + \dfrac{j\omega L_{sp}R_{Fe}}{j\omega L_{sp} + R_{Fe}} = R_{sp,Cu} + \dfrac{X_{sp}^2 R_{Fe} + jX_{sp}R_{Fe}^2}{X_{sp}^2 + R_{Fe}^2}$ 1.5 P

b2) $X_{Sp} = 2513.25\ \ \Omega$,

$$\underline{Z} = R_{sp,Cu} + \frac{X_{sp}^2 R_{Fe} + jX_{sp}R_{Fe}^2}{X_{sp}^2 + R_{Fe}^2} = 35 + \frac{2513.25^2 \cdot 13500 + j2513.25 \cdot 13500^2}{2513.25^2 + 13500^2} =$$ 1.5 P

$$= 487.21 + j2429.06\,\Omega$$

17. In der Spule tritt bei $U = 40$ V, 50 Hz, bei $R_{sp,Cu} = 35\ \Omega$, $R_{Fe} = 13.5$ k$\Omega$, $L = 8$ H eine Stromaufnahme $\underline{I} = 3.18$ mA –j 15.83 mA auf. a) Wie groß ist der cos $\varphi$? b) Wie groß ist $U_L$? c) Wie groß ist $P_{Fe}$? d) Wie groß ist $P_{Cu}$? e) Wie groß ist $S$?
f) Stimmt die Relation $P_{Cu} + P_{Fe} = S\cdot\cos\varphi$?

Lösung: a) $\cos\varphi = \dfrac{I_{wirk}}{\sqrt{I_{wirk}^2 + I_{blind}^2}} = 0.1969$ 1 P

b) $|\underline{U}_L| = |U - R_{sp,Cu}\underline{I}| = 39.893\,\mathrm{V}$ 0.5 P

c) $P_{Fe} = \dfrac{U_L^2}{R_{Fe}} = \dfrac{39.893^2}{13500} = 0.11788\,\mathrm{W}$ 0.5 P

d) $P_{Cu} = R_{cu}I^2 = 35\cdot(0.00318^2 + 0.01583^2) = 0.00912\,\mathrm{W}$ 1 P

e) $S = UI = 0.648 = 40\cdot\sqrt{0.00318^2 + 0.01583^2} = 0.6458\,\mathrm{VA}$ 0.5 P

f) $S\cos\varphi = 0.6458\cdot 0.1969 = 0.127\,\mathrm{W}$

$P_{Fe} + P_{Cu} = 0.11788 + 0.00912 = 0.127\,\mathrm{W}$ Die Relation $P_{Fe} + P_{Cu} = S\cdot\cos\varphi$ stimmt numerisch überein. 0.5 P

18. Geben Sie die Verluste für a) $R_{\mathrm{Sp,Cu}}$ und b) $R_{\mathrm{Fe}}$ von Bild 3.9-1 an, wenn $R_{\mathrm{Sp,Cu}} = 30\ \Omega$, $U_{\mathrm{L}} = 40$ V, $L = 8$ H und $R_{\mathrm{Fe}} = 15.2$ kΩ (bei 50 Hz) betragen. c) Welcher Verlustanteil dominiert?

Lösung: a) $\dfrac{\underline{U}_{Rsp}}{\underline{U}_L} = \dfrac{R_{sp,Cu}}{\underline{Z}_L}$ 0.5 P $\underline{Z}_L = \dfrac{j\omega L R_{Fe}}{j\omega L + R_{Fe}} = (404.5 + j2446.4)\Omega$ 1 P

$\underline{U}_{Rsp} = \dfrac{\underline{U}_L}{\underline{Z}_L}R_{sp,Cu} = \dfrac{40\cdot 30}{404.5 + j2446.4} = (0.0789 + j0.4775)\mathrm{V} \Rightarrow |\underline{U}_{Rsp}| = 0.4839\,\mathrm{V}$ 1 P

$P_{Cu} = \dfrac{U_{Rsp}^2}{R_{sp,Cu}} = 0.0078\,\mathrm{W}$ 0.5 P

b) $P_{Fe} = \dfrac{U_L^2}{R_{Fe}} = \dfrac{40^2}{15200} = 0.105\,\mathrm{W}$ 0.5 P

c) $P_{\mathrm{Fe}}$ dominiert über $P_{\mathrm{cu}}$ (Faktor: 13.46) 0.5 P

19. Eine Spule mit Eisenkern ($\mu_{\mathrm{Fe}} = 4000\,\mu_0$) hat eine Eisenquerschnittsfläche $A_{\mathrm{Fe}} = 500\ \mathrm{mm}^2$, eine mittlere Länge des Kerns $s_{\mathrm{Fe}} = 400$ mm, $N = 200$ Windungen. Es fließt ein Spulenstrom $I = 0.2$ A (Effektivwert). Berechnen Sie a) den Scheitelwert der magnetischen Feldstärke im Eisen $H_{\mathrm{Fe}}$, b) der magnetischen Flussdichte im Eisen $B_{\mathrm{Fe}}$, c) des magnetischen Flusses $\Phi$ und d) der magnetischen Flussverkettung $\Psi$ der Spule!

Lösung: a) *Ampere'*scher Durchflutungssatz: $H_{Fe} = \dfrac{NI\sqrt{2}}{s_{Fe}} = 141.4\ \mathrm{A/m}$ 1 P

b) $B_{Fe} = \mu_{Fe}H_{Fe} = 0.71\,\mathrm{T}$ 1 P

c) $\Phi = B_{Fe}A_{Fe} = 0.355\,\mathrm{mWb}$ 1 P

d) $\Psi = N\Phi = 0.071\,\mathrm{Vs}$ 1 P

20. Ein Transformator hat eine Primärwicklung mit $N_1 = 100$ Windungen. Der mit der Primärwicklung verkettete magnetische Fluss beträgt bei einem primären Stromfluss $I_1 = 1$ A (Effektivwert) $\Phi = 0.02$ Wb (Scheitelwert). Die Sekundärklemmen sind dabei

offen ($I_2 = 0$). Die Sekundärwicklung hat $N_2 = 200$ Windungen. a) Berechnen Sie die Primärflussverkettung $\Psi_1$ (Scheitelwert), b) die Selbstinduktivität der Primär- und Sekundärwicklung $L_1$, $L_2$ und c) die Gegeninduktivität $M$!

Lösung: a) $\Psi_1 = N_1\Phi = 2\,\mathrm{Vs}$ 1 P

b1) $L_1 = \dfrac{\Psi_1}{I\sqrt{2}} = 1.414\,\mathrm{H}$ 1 P

b2) $I_2 = \dfrac{N_1}{N_2} I_1 = 0.5\,\mathrm{A}$ $L_2 = \dfrac{N_2\Phi}{I_2\sqrt{2}} = 5.656\,\mathrm{H}$ 1 P

c) $M = \dfrac{N_1\Phi}{I_2\sqrt{2}} = 2.828\,\mathrm{H}$ 1 P

21. Ein Transformator hat eine Eisenquerschnittsfläche $A_{\mathrm{Fe}} = 400\,\mathrm{mm}^2$ und eine mittlere Länge des Kerns $s_{\mathrm{Fe}} = 400\,\mathrm{mm}$. Primär- und Sekundärwicklung haben $N_1 = 75$ bzw. $N_2 = 150$ Windungen. Die Eisenkern-Permeabilität ist $\mu_{\mathrm{Fe}} = 4000\,\mu_0$. a) Berechnen Sie die Selbstinduktivität der Primär- und Sekundärwicklung $L_1$, $L_2$ und b) die Gegeninduktivität $M$.

Lösung: a1) $L_1 = \mu_{Fe} N_1^2 A_{Fe} / s_{Fe} = 0.02827\,\mathrm{H}$ 1.5 P

a2) $L_2 = \mu_{Fe} N_2^2 A_{Fe} / s_{Fe} = 0.1130\,\mathrm{H}$ 1.5 P

b) $M = \mu_{Fe} N_1 N_2 A_{Fe} / s_{Fe} = 0.0565\,\mathrm{H}$ 1 P