



Praktikum

Grundlagen der Elektrotechnik

Versuch 4

Magnetische Gleich- und Wechselfeldmessungen

VORBEREITUNGS-AUFGABEN: LÖSUNGEN

4.14 Versuchsvorbereitung

1. a) Nennen Sie die typischen Dauermagnetwerkstoffe! b) Beschreiben Sie ihre charakteristischen magnetischen Eigenschaften! c) Geben Sie diese Werte für die typischen Dauermagnetwerkstoffe an!

Lösung: a) Nachzulesen auf S.5 im Theorieteil.

Typische Dauermagnetwerkstoffe sind:

- AlNiCo (0.25 P)
- Hartferrite (Strontium-Ferrit, Barium-Ferrit). (0.25 P)
- Selten-Erd-Magnete (SmCo_5 , $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$) und Neodymium-Eisen-Bor (NdFeB). (0.25 P)

b) Magnetische Eigenschaften:

- Hohe Remanenzflussdichte 0.5 P
(Ausrichtung der *Weiss*'schen Bezirke bleibt auch nach Abschalten des von außen anliegenden Fremdfeldes erhalten.) 0.5 P
- Hohe Koerzitivfeldstärke 0.5 P
- Relative Permeabilität bei Selten-Erd-Magneten und Ferriten: 0.5 P
 $\mu_M \approx \mu_0$

c) Tabelle: 1.25 P (Werte aus Bild 4.3-2)

Material	B_R in T	H_C in kA/m
AlNiCo	1,3	70
Ferrite	0,4	250
$\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$	0,95	700
NdFeB	1,2	1000

2. a) Zeichnen Sie qualitativ die Hysteresis-Schleife für weichmagnetische und hartmagnetische Werkstoffe. b) Kennzeichnen Sie die Remanenz B_R und die Koerzitivfeldstärke H_C . c) Beschriften Sie zusätzlich die vier Quadranten mit römischen Ziffern! d) Wie können aus der Hystereseschleife die Hystereseverluste ermittelt werden (Erklärung in Worten, Formel)?

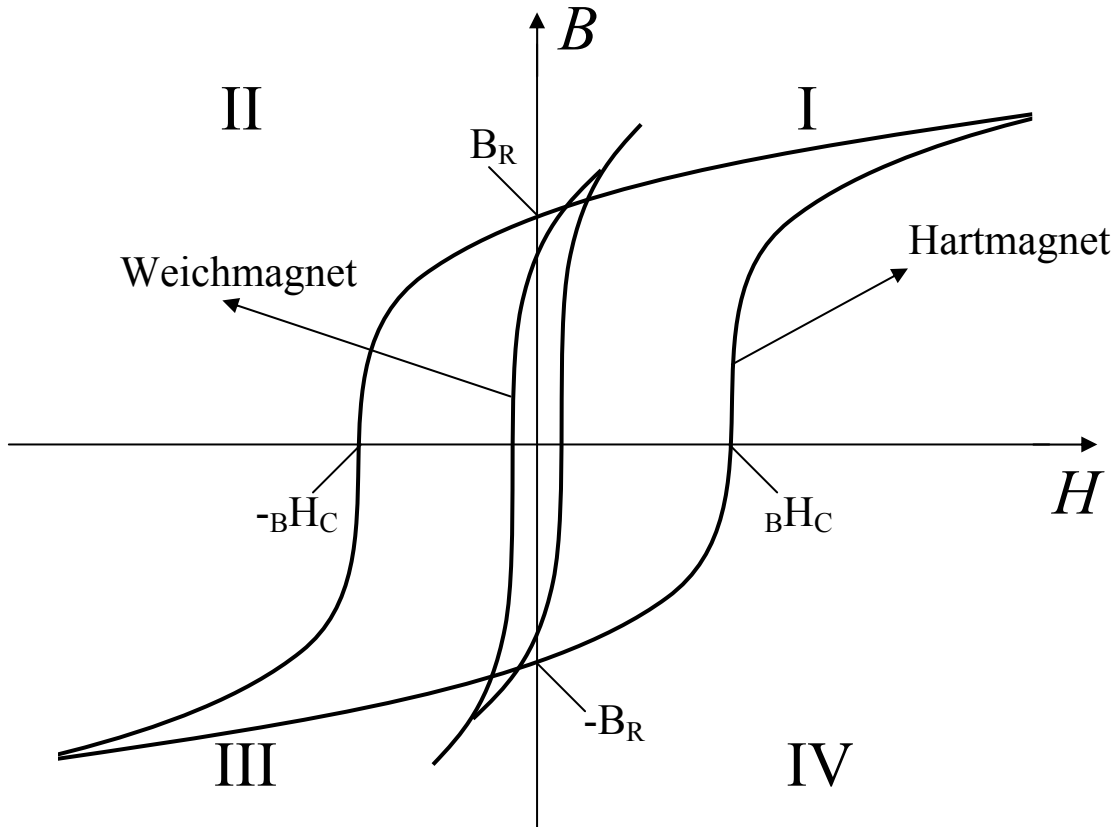
Lösung: a), b), c): siehe Zeichnung.

Bewertung:

- Zu a) Hystereseschleife Weichmagnet: 0.5 P
 Hystereseschleife Hartmagnet: 0.5 P
 Achsenbeschriftungen: 0.25 P
 Zu b) Remanenzflussdichte B_R : 0.5 P
 Koerzitivfeldstärke BH_C : 0.5 P
 c) Quadrantenbezeichnung: 0.25 P

- d) Die Hystereseverluste werden mit der eingeschlossenen Fläche A_{Hy} der Hystereseschleife, der Frequenz f und dem Volumen V des Werkstoffs multiplikativ ermittelt (1 P):

$$P_{Hy} = A_{Hy} \cdot f \cdot V \quad 0.5 P$$



3. a) Berechnen Sie die Umfangsgeschwindigkeit der im Versuch verwendeten *Faraday*'schen Scheibe bei $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ (Scheibendurchmesser: $d = 0.22 \text{ m}$)! b) Wie groß ist für $B = 12.5 \text{ mT}$ die induzierte Spannung U_i ? c) Skizzieren Sie, wie die elektrische Feldstärke \vec{E} in die *Faraday*-Scheibe induziert wird (Vektordiagramm mit \vec{v} und \vec{B})!

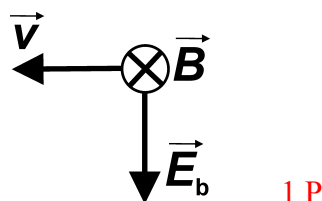
Lösung: a) $v = \Omega \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n = \pi \cdot n \cdot d$ 0.5 P

mit $n = 3000 \text{ min}^{-1} = 50 \text{ s}^{-1}$ 0.5 P und $d = 0.22 \text{ m}$ 0.5 P
ergibt sich

$v = 34.6 \text{ ms}^{-1} = 124.4 \text{ kmh}^{-1}$ 0.5 P

b) $U_i = 0.5 \cdot v \cdot B \cdot l = 0.5 \cdot 34.6 \cdot 12.5 \cdot 0.11 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 23.8 \text{ mV}$
0.5 P 0.5 P

c) Skizze: $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}$



4. a) Leiten Sie für den Aufgabenteil 4.11 die Formel zur Berechnung der induzierten Spannung (Effektivwert) in einer Spule (Spulenwindungszahl N , Spulenflussquerschnitt A) her. Verwenden Sie dazu das Induktionsgesetz und die Gleichung für den magnetischen Fluss in integraler Form:

$$u_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Geben Sie die Formel für U_i als Amplituden- und Effektivwert für zeitlich sinusförmig veränderliche Größen an! b) Wie groß ist Φ (Scheitelwert) für $A = 10 \text{ cm}^2$ und $B = 0.9 \text{ T}$ (Scheitelwert)? c) Wie groß ist U_i (Effektivwert) bei $N = 450$ und $f = 100 \text{ Hz}$?

Lösung: a) $\Phi = \int_A \vec{B}(t) \cdot d\vec{A} = B(t) \cdot A$, da B auf der Fläche A konstant und normalgerichtet ist. 0.5 P

Bei $B(t)$ handelt es sich (wie bei allen anderen elektrischen Größen in diesem Teilversuch auch) um eine sinusförmige Größe: $B(t) = \hat{B} \cos(\omega t)$ 0.5 P

$$u_i(t) = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot A \cdot \frac{dB(t)}{dt} = N \cdot A \cdot \omega \cdot \hat{B} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\text{0.25 P} \quad \text{0.25 P} \quad \text{0.5 P}$$

$$\text{a1) } \left| \hat{U}_i \right| = \sqrt{2} \cdot U_i = \omega \cdot N \cdot \hat{B} \cdot A = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot N \cdot \hat{B} \cdot A \quad \text{0.5 P}$$

$$\text{a2) } U_i = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N \cdot \hat{B} \cdot A \quad \text{0.5 P}$$

$$\text{b) } \Phi = B \cdot A = 0.9 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} = \underline{\underline{0.9 \text{ mWb}}} \quad \text{0.5 P}$$

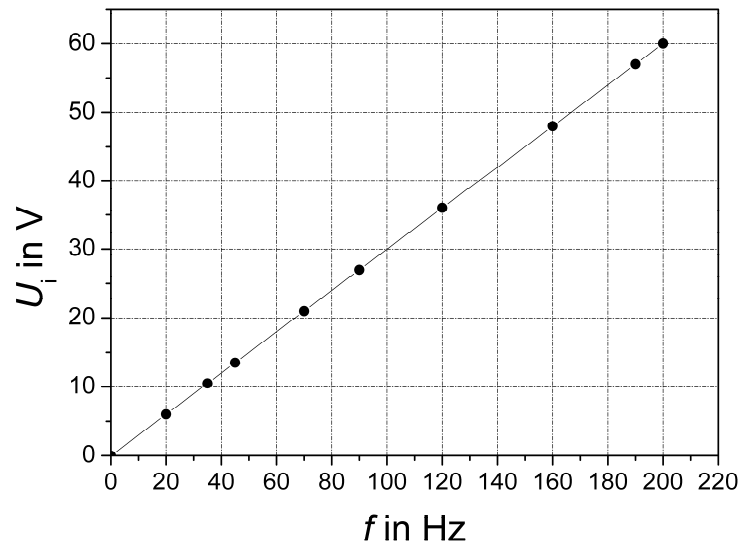
$$\text{c) } U_i = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N \cdot \Phi = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot 100 \cdot 450 \cdot 0.9 \text{ mV} = \underline{\underline{180 \text{ V}}} \quad \text{0.5 P}$$

5. a) Berechnen Sie die induzierten Spannungen in der Sekundärspule für den Versuchsteil 4.11 für die Frequenzen $f = 0, 20, 35, 45, 70, 90, 120, 160, 190$ und 200 Hz , wenn die Amplitude der Flussdichte im Schnittbandkern 1 T beträgt. Tragen Sie die berechneten Spannungswerte in eine Tabelle (vgl. Tabelle 4.11.1-1) ein ($N = 75, A = 900 \text{ mm}^2$). b) Skizzieren Sie den Verlauf $U_i(f)$ maßstäblich mit skalierten Achsen! c) Welche Kurvenform wird von $U_i(f)$ beschrieben?

Lösung: a) Formel: $U_i = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N \cdot \hat{B} \cdot A = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot 75 \cdot 1 \cdot 900 \cdot 10^{-6} \text{ Vs} = 0.3 \cdot f \cdot \text{Vs}$
0.25 P 0.25 P 0.25 P

f / Hz	0	20	35	45	70	90	120	160	190	200
U_i / V	0	6	10,5	13,5	21	27	36	48	57	60

Tabelle: 1.5 P
 b) Graph: 1.5 P



c) $U_i(f)$ ist eine Gerade durch den Ursprung.

0.25 P

6. a) Erklären Sie die Funktionsweise eines Fluxmeters! b) Wie kann mit dem Fluxmeter die lokale Flussdichte näherungsweise erfasst werden?

Lösung: a) Fluxmeter (flux (lat.): Fluss): Das Fluxmeter misst die Flussverkehtungsänderung durch eine Spule, indem die Spannung an der Spule integriert wird. Aus $u_i = -d\Psi / dt$ folgt:

$$\Delta\Psi = \Psi(T) - \Psi(0) = -\int_0^T u_i dt. \text{ Es ist dazu ein spannungsintegrierendes Messgerät}$$

erforderlich. Auf elektromechanischer Basis ist dies z. B. ein ballistisches Galvanometer. Moderne Geräte integrieren elektronisch. Es wird somit die Änderung der Flussverkehtung mit der Spule zwischen den Zeiten 0 und T gemessen (1.5 P).

b) Eine kleine Prüfspule ("Tauchspule") mit kleinem Spulenflussquerschnitt A und geringer Spulenhöhe wird z.B. aus dem Magnetfeld (Verkehtung Ψ) in den feldfreien Raum gebracht (Verkehtung $\Psi = 0$). Die Flussverkehtungsänderung $\Delta\Psi = \Psi - 0 = \Psi$ induziert dabei eine Spannung u_i in der Spule. Mit der Fläche der Tauchspule A und deren Windungszahl N wird daraus $B = \Psi / (N \cdot A)$ bestimmt. Die Anschlussdrähte sind verdrillt ausgeführt, damit dort nichts induziert wird (1 P).

Da die Tauchspule klein ist (Fläche A ist klein gegenüber der Abmessungen der Apparatur), kann B als **lokale** Größe betrachtet werden. Durch Drehen der Spulenhöhe in die drei Raumrichtungen x, y, z und jeweiliges Messen von Ψ und B kann der B -Vektor (B_x, B_y, B_z) messtechnisch bestimmt werden (1.5 P).

7. a) Erklären Sie das Wirkprinzip des magnetoresistiven Effekts! b) Was muss für eine genaue Messung der Flussdichte beachtet werden?

Lösung: a) Magnetoresistiver Effekt:

Wird Wismut in ein Magnetfeld im leeren Raum gebracht, so wird oberhalb etwa 0.1 T eine lineare Widerstandszunahme bei Erhöhung der Induktion beobachtet. Für Messzwecke

verwendet man Wismutdrähte hoher Reinheit ("**Feldplatten**"), aus deren Widerstandsänderung die Induktion bestimmt werden kann. **1.5 P**

b) Bei Messungen mit Wismutspiralen ist die starke Temperaturabhängigkeit des Widerstands sehr störend; die Widerstandszunahme beträgt bei Raumtemperatur etwa 0.4 % je Grad. Dies entspricht einem möglichen Induktionsunterschied von etwa 0.01 T. Für genaue Messungen muss man daher kleine Ströme verwenden, damit die Stromwärme im Wismutdraht das Messergebnis nicht verfälscht **1.5 P**.

Zur Vermeidung einer Induktionswirkung wird der Wismutdraht bifilar zu einer Spule gewickelt. **1 P**

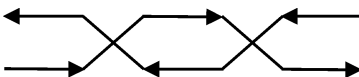
8. a) Was bedeutet „bifilar“? b) In welchem Zusammenhang wird der Ausdruck im Skript (Kap. 4) verwendet? c) Was bedeutet verdrillt (in Worten und Skizze!)? d) Warum werden Anschlussleitungen verdrillt?

Lösung: a) Bifilar: doppeladrig, als Hin- und Rückleiter, die unmittelbar nebeneinander liegen, so dass sie keine flussverkettende Fläche dazwischen aufspannen! **1 P**

b) Der Wismutdraht, der beim Messen durch den magnetoresistiven Effekt verwendet wird, wird bifilar zu einer Spule gewickelt, so dass sich keine Eigeninduktivität ergibt, da keine Eigenflussverkettung auftritt. Die Spule wirkt daher auch bei Wechselstrom rein ohm'sch, so dass nur die Widerstandsänderung im Magnetfeld gemessen wird, aber keine induktive Wirkung. **1 P**

c) Hin- und Rückleiter werden ausgekreuzt verlegt. **0.5 P**

Skizze: **0.5 P**



d) Durch die Verdrillung wird die Flussverkettung eines Fremd- und des Eigenfelds mit dem Leiterpaar auf nahezu Null verringert. Durch das Verdrillen werden keine unerwünschten Störspannungen durch Fremdfelder in die Anschlussleitungen induziert. Die Selbstinduktivität des Leiterpaares wird auf die innere Induktivität der Leiterdrähte verringert. Verdrillen hat gegenüber bifilarer Verlegung zusätzlich den Vorteil, dass beide Leiter mechanisch eng aneinander gekoppelt sind. Selbst wenn durch mechanisch steife Leiter sich abschnittsweise eine Fläche zwischen beiden aufspannt (siehe Skizze), so wechselt die Polarität der Flussverkettung von Teilfläche zu Teilfläche und stellt so sicher, dass keine resultierende Flussverkettung auftritt. **1 P**

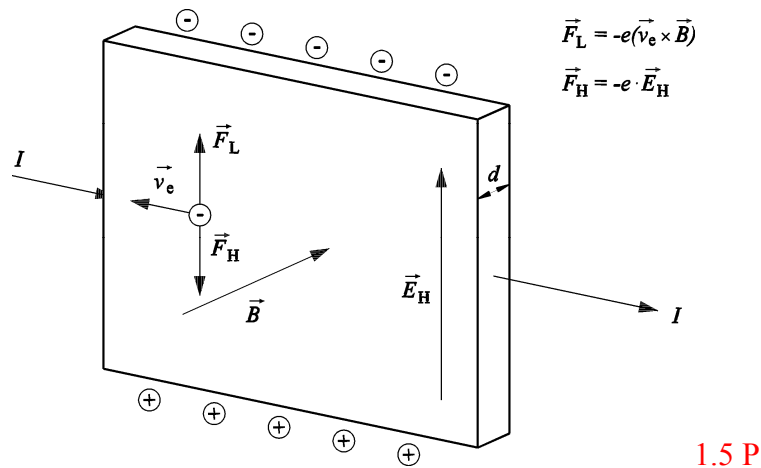
9. a) Erläutern Sie den *Halleffekt* in Worten anhand einer Skizze! b) Geben Sie die Formel für U_H an! c) Wie ändert sich U_H bei Umkehr der Polarität

c1) von I ?

c2) von B ?

c3) von I und B ?

Lösung: a) Ein Strom von z. B. überwiegend negativen Ladungsträgern in einem Halbleiter wird durch die in einem transversal gerichteten Magnetfeld auf die Leiter seitlich ausgeübte *Lorentz-Kraft* abgelenkt, so dass sich die beiden Seiten des Halbleiters unterschiedlich aufladen (positiv: Ladungsträgerverarmung, negativ: Ladungsträgeranreicherung). Die durch diese Aufladung bewirkte Quellenfeldstärke bewirkt eine der Lorentz-Kraft entgegengesetzt wirkende Kraft, so dass sich ein Kräfte-Gleichgewicht einstellt. Dadurch fließt der Strom ungehindert weiter, während nun eine Hall-Spannung quer zur Strom- und Feldrichtung gemessen werden kann, die der Magnetflussdichte und dem Strom direkt proportional ist.



b) $U_H = k_H \cdot B \cdot I$ **1 P**

c1) U_H ändert seine Polarität. **0.5 P**

c2) U_H ändert seine Polarität. **0.5 P**

c3) Die Polarität von U_H bleibt gleich. **0.5 P**

10. Erläutern Sie das Messprinzip des *Hall*-Effekts anhand der Gleichungen aus dem Skript (ohne Worte)! Annahme: Überwiegend Elektronenleitung im Halbleiter!

Lösung:

1. $\vec{F}_L = -e \cdot (\vec{v}_e \times \vec{B})$ **0.5 P**

2. $\vec{F}_H = -e \cdot \vec{E}_H$ **0.5 P**

3. $\vec{F}_{res} = \vec{F}_L + \vec{F}_H = 0$ $\vec{E}_H = -(\vec{v}_e \times \vec{B})$ **1 P**

4. $I = J_e \cdot A = \rho \cdot d \cdot l \cdot J_e$ **1 P**

5. $U_H = E_H \cdot l = \frac{J_e}{\rho} \cdot B \cdot l = \frac{I \cdot B}{d\rho} = \frac{I \cdot B}{de} \propto I \cdot B$
0.5 P **0.5 P**

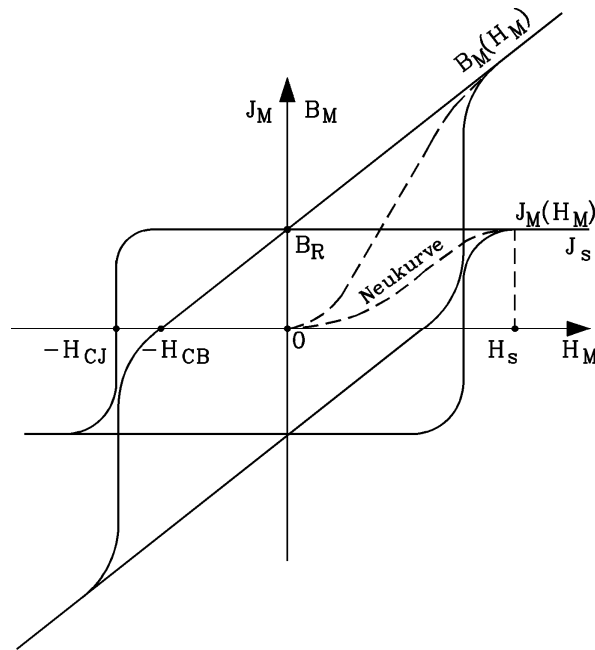
11. Für Ferrit- und Selten-Erd-Magnete (Bild 4.3-3) ist die $B(H)$ -Kennlinie im 2. und 4. Quadranten nahezu linear. a) Warum? b) Wie groß ist im linearen Bereich der $B(H)$ -Kennlinie die Steigung? c) Geben Sie die Skizzen $J(H)$ und $B(H)$ an.

Lösung: a) Die nahezu lineare Kennlinie $B(H)$ im 2. und 4. Quadranten der Ferrit- und der Selten-Erd-Magnete wird durch Bild 4.3-3 erklärt. Die sehr breite Hysteresis-Schleife $J(H)$ bedingt einen weiten Bereich, wo $J = J_s = \text{konstant}$ ist.

Daher ergibt sich $B = \mu_0 H + J = \mu_0 H + J_s$ als lineare Charakteristik, ausgehend von der Remanenzflussdichte $B_R = J_s$. **1.5 P**

b) Der Anstieg der (linearen) Kurve $B(H)$ im 2. Quadranten ist somit annähernd μ_0 . **1 P**

c) Skizze: **1.5 P**

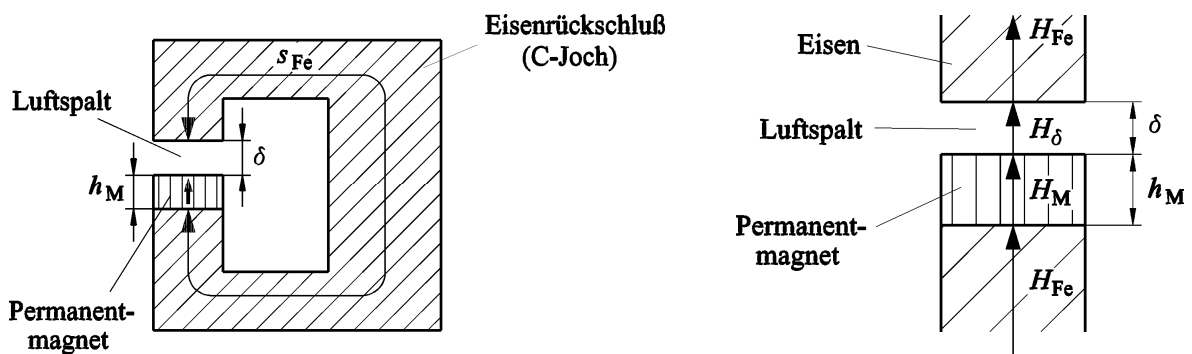


Entstehen der $B(H)$ -Hysteresis-Schleife aus der $J(H)$ -Hysteresisschleife für Ferrite und Seltenerd-Magnete (Index M für „Magnet“)

12. Weshalb entmagnetisiert sich ein Dauermagnet in Luftumgebung teilweise? Leiten Sie dies für einen Magneten in einem Eisenkreis mit Luftspalt (Bild 4.3-4) anhand der elektromagnetischen Grundgleichungen und der Materialkennlinie des Magneten her!

Lösung: Hinweis: Nur Gleichungen für Punktevergabe relevant.

Im Bild ist ein Magnet im Luftspalt eines C-förmigen Eisenkreises so angeordnet, dass zwischen Dauermagnet und Eisenpolschuhen ein Restluftspalt δ verbleibt.



Dauermagnet zwischen zwei Polschuhen eines C-förmigen Eisenkreises mit Luftspalt δ , links: Gesamtanordnung, rechts: vergrößerter Ausschnitt im Luftspaltbereich

Der *Ampere'sche* Durchflutungssatz längs eines geschlossenen Weges C durch den Eisenkreis, Dauer-Magneten und Luftspalt (bestehend aus dem Wegabschnitten s_{Fe} im Eisen, h_M im Magneten und dem Luftspalt δ) ergibt, da keine elektrische Durchflutung Θ vorhanden ist:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = 0, \text{ also } \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe}s_{Fe} + H_M h_M + H_\delta \delta = 0 \quad \mathbf{1 P}$$

Da der magnetische Fluss Φ im C-Eisenkreis und im Magnet (geschlossener Weg) stets derselbe ist, ist bei gleichen Querschnitten A im Eisen, Magneten und Luftspalt die Flussdichte $B = \Phi / A$ stets gleich: $B_{Fe} = B_M = B_\delta$ **0.5 P**

Daraus folgt, dass wegen der großen Eisenpermeabilität μ_{Fe} die Feldstärke im Eisen viel kleiner als die in Luft ist und daher vernachlässigt werden kann:

$$H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu_{Fe}} = \frac{B_\delta}{\mu_{Fe}} \ll \frac{B_\delta}{\mu_0} = H_\delta$$

Damit ist

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe} s_{Fe} + H_M h_M + H_\delta \delta = H_M h_M + H_\delta \delta = 0 \Rightarrow H_M = -\frac{\delta}{h_M} H_\delta \quad \mathbf{1 P}$$

Die Feldstärke im Magneten ist NEGATIV: Der Magnet "arbeitet" im 2. Quadranten. Wird die $B_M(H_M)$ -Kennlinie im 2. Quadranten durch eine lineare Kennlinie angenähert (Steigung B_R/H_C) gemäß $B_M = B_R + \frac{B_R}{H_C} \cdot H_M$, so folgt für die Feldstärke im Magneten H_M ein negativer Wert

$$B_\delta = B_M \Rightarrow B_\delta = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta} H_M = B_R + \frac{B_R}{H_C} \cdot H_M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_M = -\frac{B_R}{\mu_0 \frac{h_M}{\delta} + \frac{B_R}{H_C}} \quad \mathbf{1 P}$$

und für die magnetische Flussdichte im Magneten (und damit im Luftspalt) $y < a$ ein gegenüber der Remanenzflussdichte verringerter Wert. Gegenüber der Remanenzflussdichte wird der Dauermagnet durch die Luftstrecke teilweise **entmagnetisiert** ($B_M < B_R$)

0.5 P.

13. Dauermagnete entmagnetisieren sich teilweise, wenn sich ihr Feld in der Umgebung des Magneten ausbreitet. a) Wie kann man trotzdem mit Hilfe des magnetischen Rückschlussjochs die $B(H)$ -Kennlinie eines Dauermagneten bis nahe zum Remanenzpunkt B_R messen? b) Untermauern Sie die verbale Begründung von a) mit Formeln, indem Sie B_M in Abhängigkeit von der Durchflutung Θ darstellen und die Aussagen von a) damit verifizieren!

Lösung: a) Magnetisierte Einzelproben wie z. B. Dauermagnete, deren $B(H)$ -Kennlinie man messen will, kann man durch Einbau in ein besonders dickes, hoch permeables magnetisches Rückschlussjoch ohne Luftspalt (**1 P**) vom Einfluss des **entmagnetisierenden H-Feldes nahezu befreien**. Durch die hohe Permeabilität ist H im Rückschlussjoch klein. Durch den gegenüber der Probe deutlich größeren Flussquerschnitt im Rückschlussjoch ist die Flussdichte dort sehr klein. Daher bleibt das Jochmaterial ungesättigt, somit also hochpermeabel, so dass der Durchflutungsbedarf für das Rückschlussjoch sehr klein gegenüber dem Magnetisierungsbedarf des Prüflings bleibt (**1 P**).

$$b) \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_{Fe} s_{Fe} + H_M h_M = \Theta \Rightarrow H_M = (\Theta - H_{Fe} s_{Fe}) / h_M$$

$$\Phi = B_M A_M = B_{Fe} A_{Fe} \quad B_{Fe} = \mu_{Fe} H_{Fe} \quad B_M = B_R + \frac{B_R}{H_C} \cdot H_M$$

4 Gleichungen, 4 Unbekannte B_{Fe} , H_{Fe} , B_M , H_M

Daraus folgt:
$$B_M = B_R \cdot \frac{1 + \frac{\Theta}{h_M H_C}}{1 + \frac{B_R}{H_C \cdot \mu_{Fe}} \cdot \frac{s_{Fe}}{h_M} \cdot \frac{A_M}{A_{Fe}}}$$

Für $\Theta = 0$ wird nicht der Remanenzpunkt $B_M = B_R$ erreicht, sondern B_M ist kleiner:

$$B_M = B_R \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_R}{H_C \cdot \mu_{Fe}} \cdot \frac{s_{Fe}}{h_M} \cdot \frac{A_M}{A_{Fe}}} < B_R. \text{ Wenn aber } A_M \ll A_{Fe} \text{ ist und } \mu_{Fe} \gg \mu_0 \approx B_R / H_C$$

ist, dann ist der Ausdruck $\frac{B_R}{H_C \cdot \mu_{Fe}} \cdot \frac{s_{Fe}}{h_M} \cdot \frac{A_M}{A_{Fe}}$ sehr klein, und daher B_M nahezu gleich B_R

(2 P)

14. a) Erläutern Sie die Entstehung von Wirbelstromverlusten! b) Wie sind Wirbelstromverluste P_{Ft} von der Flussdichte B und der Frequenz f abhängig? c) Leiten Sie diese Abhängigkeiten her!

Lösung: a) Eine magnetische Wechselflussdichte B induziert gemäß dem *Faraday'schen* Induktionsgesetz in elektrisch leitfähigen Körpern (z. B. Eisenkörper) eine elektrische (Kreis)-Spannung, die im Körper Kreisströme I_{Ft} treibt. Diese **Wirbelströme** verursachen Stromwärme-Verluste (**Wirbelstromverluste**) und erwärmen den Körper (1 P).

b) Die Wirbelstromverluste sind proportional zum Quadrat der Frequenz und der Flussdichte (1 P).

c) Fasst man die Querschnittsfläche, wo der Fluss durch den leitfähigen Körper tritt, als eine kurzgeschlossene "Schleife" mit einer Windung auf (Querschnitt $A =$ Fläche der "Schleife"), so ist die dort induzierte Kreis-Spannung bei sinusförmiger Spannungsänderung (Kreisfrequenz ω) gleich dem Spannungsfall des fließenden Wirbelstroms i_{Ft} (Ft: *Foucault*) am Widerstand der Schleife des Körpers (z. B.: Eisenkörper R_{Fe}).

$$\Phi(t) = \Phi \sin(\omega t) \Rightarrow u_i = -d\Phi / dt = -A \cdot dB / dt = -A \cdot \omega B \cdot \cos(\omega t) = R_{Fe} \cdot i_{Ft}(t) \quad (1 \text{ P})$$

$$P_{Ft} = \frac{R_{Fe} \cdot \hat{I}_{Ft}^2}{2} = \frac{\hat{U}_i^2}{2 \cdot R_{Fe}} = \frac{(A \cdot \omega \cdot B)^2}{2 \cdot R_{Fe}} \Rightarrow P_{Ft} \propto B^2 f^2 \quad (1 \text{ P})$$

15. a) Wie entstehen Hystereseverluste P_{Hy} ? b) Wie sind sie von der Flussdichte B und der Frequenz f abhängig? c) Inwiefern gibt die statische $B(H)$ -Kurve Auskunft über die Größe von P_{Hy} ? d) Welche Maßnahmen existieren, um Wirbelstromverluste in leitfähigen Materialien zu verringern? e) Tragen diese Maßnahmen auch zur Verringerung der Hystereseverluste bei?

Lösung: a) Das Ummagnetisieren des Eisens im Wechselfeld durch die damit verbundenen Änderung der Größe und Lage (z. B. Drehprozesse) der *Weiss'schen* Bezirke ist mit „innerer Reibung“ verbunden und daher nicht verlustfrei. Diese Verluste werden Hystereseverluste genannt (1 P).

b) Die Hysterese-Verluste sind proportional zur Frequenz, und zum Quadrat der Flussdichte-amplitude proportional (1 P).

c) Diese **Hysterese-Verluste** sind zur Fläche innerhalb der Hysteresis-Schleife des nichtlinearen Eisenwerkstoffs $B(H)$ proportional, die etwa proportional B^2 ist (1 P).

d) Durch die Verwendung von zueinander elektrisch isolierten Blechen (Dicke $d = 0.35$ mm ... 0.5 mm bei 50 Hz) als **lamellierte Körper** werden die Wirbelstrombahnen wirkungsvoll unterbrochen. Weiter wird bei Eisenblechen durch Siliziumzugabe im Eisen ("silizierte Bleche") der *Ohm'sche* Widerstand R_{Fe} der Bleche erhöht („**Dynamoblech**“, „**Elektroblech**“), was wiederum P_{Fl} verringert (0.5 P).

e) Die Maßnahmen d) helfen nicht, die Hystereseverluste zu verringern, sondern nur Maßnahmen, die die Hystereseschleife verkleinern (also z. B. Rekristallisations-Glügen von Eisenblechen) (0.5 P).

16. Gegeben ist ein Magnetkreis mit Permanentmagnet NdFeB, Eisenjoch und Luftspalt gemäß Bild 4.3-4 mit den Daten: Magnethöhe: $h_M = 5$ mm, Luftspaltweite: $\delta = 2$ mm, mittlere Eisenlänge des Rückschlussjochs: $s_{Fe} = 200$ mm. Der NdFeB-Magnet hat bei 20°C eine Remanenzflussdichte $B_R = 1.4$ T und eine Koerzitivfeldstärke $H_C = 1060$ kA/m. Die Magnetkennlinie ist im zweiten Quadranten der B_M - H_M -Ebene linear. Die $B_{Fe}(H_{Fe})$ -Kennlinie wird durch die lineare Beziehung $B_{Fe} = \mu_{Fe,rel} \cdot \mu_0 \cdot H_{Fe}$ mit $\mu_{Fe,rel} = 1000$ angenähert. Die flusstragenden Querschnitte in Eisen, Luft und Magnet sind identisch.

Wie groß ist a) die Luftspaltflussdichte B_δ , b) die Flussdichte im Eisen und c) im Magneten? d) Wie groß sind die dazugehörigen Feldstärken? e) Wie groß ist der Unterschied zwischen H_δ und H_{Fe} ?

$$\text{Lösung: a) } \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0 = H_\delta \cdot \delta + H_{Fe} \cdot s_{Fe} + H_M \cdot h_M$$

$$\Phi = B \cdot A = \text{konst.} \quad \overset{A=\text{konst.}}{\Rightarrow} \quad B_\delta = B_{Fe} = B_M$$

$$B_{Fe} = \mu_{Fe,rel} \cdot \mu_0 \cdot H_{Fe} \Rightarrow H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu_{Fe,rel} \cdot \mu_0} \quad B_\delta = \mu_0 \cdot H_\delta \Rightarrow H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0}$$

$$B_M = B_R + \mu_{M,rel} \cdot \mu_0 \cdot H_M \Rightarrow H_M = \frac{B_M - B_R}{\mu_{M,rel} \cdot \mu_0}$$

$$\mu_M = \frac{B_R}{H_C} = \frac{1.4}{1060000} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1.32 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1.051 \cdot \mu_0$$

$$0 = H_\delta \cdot \delta + H_{Fe} \cdot s_{Fe} + H_M \cdot h_M = \frac{B_\delta}{\mu_0} \cdot \delta + \frac{B_\delta}{\mu_{Fe,rel} \cdot \mu_0} \cdot s_{Fe} + \frac{B_\delta - B_R}{\mu_{M,rel} \cdot \mu_0} \cdot h_M$$

$$\Rightarrow B_\delta = \frac{B_R}{\mu_{M,rel} \cdot \frac{\delta}{h_M} + \frac{\mu_{M,rel} \cdot s_{Fe}}{\mu_{Fe,rel} \cdot h_M} + 1} = \frac{1.4}{1.051 \cdot \frac{2}{5} + \frac{1.051 \cdot 200}{1000 \cdot 5} + 1} = \underline{\underline{0.9573 \text{ T}}} \quad \text{1.5 P}$$

$$\text{b) und c) } B_M = B_\delta = B_{Fe} = \underline{\underline{0.9573 \text{ T}}} \quad \text{0.5 P}$$

$$\text{d1) } H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu_{Fe,rel} \cdot \mu_0} = \frac{0.9573}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{761.8 \text{ A/m}}} \quad \text{0.5 P}$$

$$\text{d2) } H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \mu_{Fe,rel} \cdot H_{Fe} = 1000 \cdot 761.8 = \underline{\underline{761.8 \text{ kA/m}}} \quad \text{0.5 P}$$

$$\text{d3) } H_M = \frac{B_M - B_R}{\mu_{M,rel} \cdot \mu_0} = \frac{0.9573 - 1.4}{1.051 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{-335.19 \text{ kA/m}}} \quad \text{0.5 P}$$

$$e) \frac{H_{\delta}}{H_{Fe}} = \mu_{Fe,rel} = \underline{\underline{1000}} \quad 0.5 \text{ P}$$

17. a) Wie ist die Verlustziffer ν_{10} definiert? b) Wie wird sie messtechnisch bestimmt? c) Geben Sie ein Zahlenbeispiel für ν_{10} ! d) Worin besteht der Unterschied zwischen statischer und dynamischer Hystereseschleife? e) Weshalb kommen Dauermagnete daher nur für Gleichfeldanwendungen in Frage?

Lösung: a) Definition der *Verlustziffer*: Bei $B_N = 1 \text{ T}$ Flussdichte (pulsierend mit $f_N = 50 \text{ Hz}$) im Eisenkörper werden die Ummagnetisierungsverluste je Masseneinheit (je kg) p_{Fi} und p_{Hy} als Verlustziffer ν_{10} angegeben. **1 P**.

b) Die Verlustziffer wird im Epstein-Rahmen messtechnisch bestimmt. **(0.5 P)**.

c) Zahlenbeispiel für Verlustziffer ν_{10} : $\nu_{10} = 2.3 \text{ W/kg}$: Das sind 2.3 W Ummagnetisierungsverluste je $m_{Fe} = 1 \text{ kg}$ Eisen bei 1 T Wechselfeld, das mit 50 Hz pulsiert. **1 P**

d) *Statische und dynamische Hystereseschleife*:

Die **statische Hystereseschleife** wird messtechnisch Punkt für Punkt bei jeweils konstanten Wertepaaren $B(H)$ aufgenommen. Die Schleifenfläche ist den Hystereseverlusten proportional. **0.5 P** Die **dynamische Hystereseschleife** wird bei sinusförmig zeitlich veränderlichem B -Feld aufgenommen. Die mit wachsender Frequenz im Magnetmaterial auftretenden Wirbelstromverluste werden in der sich verbreiternden Hystereseschleife sichtbar. Die Wirbelstromverluste bewirken somit eine Flächenvergrößerung der Schleife innerhalb der $B(H)$ -Kurve, so dass die Fläche der **dynamischen Hystereseschleife** größer als die statische Hystereseschleife ist. Bei der dynamischen Hystereseschleife sind sowohl die Hysterese- als auch die Wirbelstromverluste in der $B(H)$ -Schleife enthalten. **0.5 P**

e) Wegen der breiten Hysteresschleife und den damit hohen Hystereseverlusten bei Dauermagneten kommen diese nur für Gleichfeldanwendungen in Frage. **0.5 P**

18. Eine Ringkernspule auf einem geblechten Torus-Eisenkern (kreisförmiger Eisenquerschnitt $A_{Fe} = 100 \text{ mm}^2$, mittlerer Torusdurchmesser $d_T = 1 \text{ m}$) hat eine Windungszahl $N = 3000$ und besteht aus Runddraht (Drahtdurchmesser $d_{cu} = 1 \text{ mm}$). Die Dichte des Eisens ist $\gamma_{Fe} = 7850 \text{ kg/m}^3$. Die Ummagnetisierungsverluste je kg Eisenmasse bei 50 Hz und 1 T sind 2.3 W/kg, davon sind 70 % Hystereseverluste.

a) Wie groß ist der *ohm*'sche Spulenwiderstand R bei 20°C (elektrische Leitfähigkeit von Kupfer $\kappa_{cu} = 57 \text{ MS/m}$) ?

b) Wie groß ist der Spulenstrom (Effektivwert) bei einer effektiven Stromdichte von $3,5 \text{ A/mm}^2$?

c) Wie groß ist die magnetische Feldstärke in Eisen?

d) Wie groß ist die Flussdichte im Eisen bei $\mu_{Fe,rel} = 530$?

e) Wie groß ist die Spulenselbstinduktivität?

f) Wie groß sind die Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} bei $f = 100 \text{ Hz}$?

g) Wie groß sind die Stromwärmeverluste P_{cu} der Spule bei 20°C?

Lösung: a) **0.5 P**

$$R = \frac{l_D}{\kappa \cdot A_D} = \frac{\pi \cdot N \cdot \bar{d}}{\kappa \cdot \pi \cdot d_D^2 / 4} = \frac{\pi \cdot 3000 \cdot 0.01228}{57 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 0.001^2 / 4} \Omega = \underline{\underline{2.585 \Omega}}$$

$$\bar{d} = \sqrt{\frac{A_{\text{Fe}}}{\pi} \cdot 4} + d_{\text{cu}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-6}}{\pi} \cdot 4} \text{ m} + 0,001 \text{ m} = \underline{\underline{12.28 \text{ mm}}}$$

b) 0.5 P

$$I = J \cdot A_{\text{D}} = J \cdot \pi \cdot \frac{d_{\text{D}}^2}{4} = 3.5 \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \text{ A} = \underline{\underline{2.75 \text{ A}}}$$

c) 0.5 P

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{\text{Fe}} \cdot s_{\text{Fe}} = N \cdot I \Rightarrow H_{\text{Fe}} = \frac{N \cdot I}{s_{\text{Fe}}} = \frac{N \cdot I}{d_{\text{T}} \cdot \pi} = \frac{3000 \cdot 2.75}{1 \cdot \pi} \frac{\text{A}}{\text{m}} = \underline{\underline{2626 \frac{\text{A}}{\text{m}}}}$$

d) 0.5 P

$$B_{\text{Fe}} = \mu_{\text{Fe}} \cdot H_{\text{Fe}} = \mu_{\text{Fe,rel}} \cdot \mu_0 \cdot H_{\text{Fe}} = 530 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2626 \text{ T} = \underline{\underline{1.749 \text{ T}}}$$

e) 0.5 P

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{N \cdot B_{\text{Fe}} \cdot A_{\text{Fe}}}{I} = \frac{3000 \cdot 1.749 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{2.75} \text{ H} = \underline{\underline{0.1908 \text{ H}}}$$

f) 1P $v_{10} = 2.3 \text{ W/kg}$ bei 50 Hz mit $\sigma_{\text{Hy}} = 0.7 \rightarrow \sigma_{\text{Ft}} = 0.3$

$$v_1|_{f=100\text{Hz}} = v_{10} \cdot \left[\sigma_{\text{Hy}} \cdot \left(\frac{f}{50}\right) + \sigma_{\text{Ft}} \cdot \left(\frac{f}{50}\right)^2 \right] = 2.3 \cdot \left[0.7 \cdot \left(\frac{100}{50}\right) + 0.3 \cdot \left(\frac{100}{50}\right)^2 \right] \frac{\text{W}}{\text{kg}} = \underline{\underline{5.98 \frac{\text{W}}{\text{kg}}}}$$

$$m_{\text{Fe}} = A_{\text{Fe}} \cdot \pi \cdot d_{\text{T}} \cdot \gamma_{\text{Fe}} = 100 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 1 \cdot 7850 \text{ kg} = \underline{\underline{2.466 \text{ kg}}}$$

$$P_{\text{Fe}} = v_1|_{f=100\text{Hz}} \cdot m_{\text{Fe}} \cdot (B_{\text{Fe}})^2 = 5.98 \cdot 2.466 \cdot (1.749)^2 \text{ W} = \underline{\underline{45.11 \text{ W}}}$$

g) 0.5 P

$$P_{\text{cu}} = R \cdot I^2 = 2.585 \cdot 2.75^2 \text{ W} = \underline{\underline{19.55 \text{ W}}}$$

19. a) Erklären Sie den Begriff der Ruhinduktion! b) Erklären Sie den Begriff der Bewegungsinduktion! c) Leiten Sie die Formel zur Berechnung der induzierten Spannung U_i bei Bewegungsinduktion wie im Skript her (Skizze)! d) Liegt bei Betrieb der Faraday-Scheibe im durchzuführenden Versuch Ruh- oder Bewegungsinduktion vor?

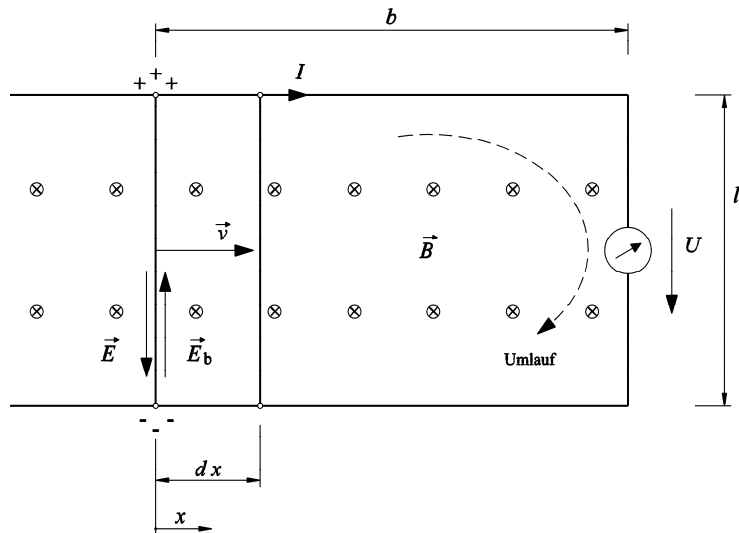
Lösung: a) Ruhinduktion: Eine ruhende Leiterschleife ist in einem sich zeitlich ändernden B -Feld mit dem Fluss Φ verkettet. Durch die zeitliche Änderung des verketteten Flusses erfährt die Leiterschleife eine Spannungsinduktion. (1 P)

b) Bewegungsinduktion: Eine bewegte Leiterschleife erfährt in einem zeitlich konstanten B -Feld erfährt Spannungsinduktion. (0.5 P)

c) 1 Windung (Leiterschleife mit Fläche A) gemäß untenstehendem Bild betrachtet:

$$u_i(t) = -\frac{d\Psi}{dt} = -l \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot A(t))}{dt} = B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt} = B \cdot l \cdot v(t) \quad (0.5 P)$$

Skizze: (1 P)



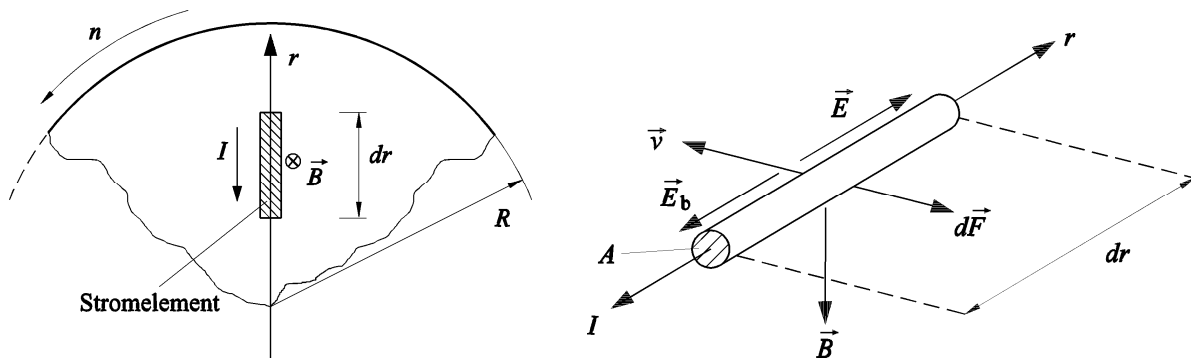
d) Bei der *Faraday*-Scheibe liegt Bewegungsinduktion vor, da das B -Feld zeitlich konstant ist, die elektrisch leitfähige Scheibe sich aber bewegt. (1 P)

20. a) Erklären Sie die Funktionsweise der *Faraday*-Scheibe als Wirbelstrombremse! b) Welche Abhängigkeit besteht zwischen Spulenstrom I_f und Wirbelstrom I_{Ft} für ungesättigtes Eisen? Unterstützen Sie Ihre Erläuterungen durch eine Skizze!

Lösung: a) Ist das Magnetfeld nur in einem Sektor der Scheibe (z. B. einem 90° -Ausschnitt) wirksam, während sonst die Scheibe im feldfreien Raum rotiert, so kann der Strom als Wirbelstrom I_{Ft} im Bereich des Magnetfelds in Richtung von \vec{E}_b und im feldfreien cheibenbereich in die entgegen gesetzte Richtung (also in \vec{E} -Richtung) in geschlossenen Bahnen fließen. Gemäß dem *Lorentz*'schen Kraftgesetz wirkt auf diesen Strom in jenem Sektor, wo das Magnetfeld einwirkt, eine bremsende elektromagnetische Kraft. Die *Lorentz*-Kraft wirkt entgegengesetzt zur Drehrichtung der Scheibe und bremst diese. Dies ist die Wirkungsweise der **Wirbelstrombremse**. (1 P)

b) Mit der idealisierenden Annahme, dass der Strom entlang von Radialstrahlen im Feldbereich fließt (Bild unten links), ergibt sich für die Kraft $d\vec{F}$ auf den Strom I_{Ft} längs eines Radiumelements dr : $d\vec{F} = I_{Ft} \cdot d\vec{r} \times \vec{B}$. Der Strom fließt in Richtung von E_b . Die Abhängigkeit von I und I_{Ft} ist **linear**.

$$I_{Ft} \sim \frac{f \cdot B}{\sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2}}; B = \mu_0 \cdot \frac{N_f I_f}{\delta} \Rightarrow I_{Ft} \sim I_f \quad 1.5 P$$

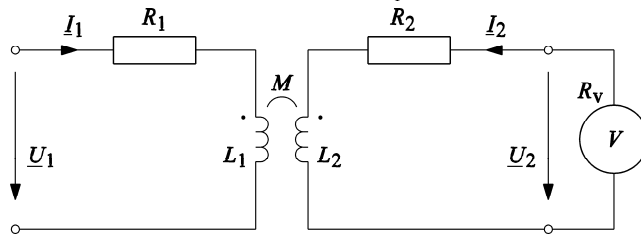


Stromfluss längs eines Radialstrahl-Elements der Scheibe. Die *Lorentz*-Kraft wirkt bremsend. (1.5 P)

21. a) Beschreiben Sie, wie die Gegeninduktivität M von zwei magnetisch gekoppelten Spulen messtechnisch bestimmt wird (1.5 P). b) Zeichnen Sie die Schaltung dazu (1.5 P). c) Was versteht man unter dem Begriff „Streuziffer“ (1P) ?

Lösung: a) Durch einen Wechselstrom I_1 mit der Frequenz f in der primären Spule 1 wird ein magnetischer Fluss erzeugt. Dieser Fluss durchsetzt die sekundäre Spule 2, die mit dem Innenwiderstand des Voltmeters einen geschlossenen Kreis bildet. Durch Flussänderung wird in der sekundären Spule 2 eine Spannung U_i induziert. Die Gegeninduktivität M kann aus den Messwerten bestimmt werden:

$$M = \frac{U_i}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot I_1}$$



b)

Schaltung zur Bestimmung der Gegeninduktivität M

c) Die Streuziffer σ ist ein Maß für die Stärke der Streuung in magnetisch gekoppelten Kreisen. Bei idealer Kopplung treten keine Streuflüsse auf (Streuziffer $\sigma = 0$).

Streuziffer: $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$.