Praktikum Grundlagen der Elektrotechnik

Versuch 5

Schwingkreise & Wellenausbreitung

VORBEREITUNGSAUFGABEN: LÖSUNGEN

5.9 Vorbereitungsaufgaben

SERIENSCHWINGKREIS

Gegeben ist ein Serienschwingkreis, bestehend aus einem Kondensator mit einer Kapazität von 1 µF, einer Spule mit einer Induktivität von 193 mH und einem Spulenwiderstand von 4.6 Ω.

1. Bestimmen Sie den Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Strom und Spannung im Serienschwingkreis bei den Frequenzen: a) $f = 0$, b) bei der Resonanzfrequenz f_0, und c) für $f \to \infty$! d) Skizzieren Sie das Diagramm $\varphi(\omega)$ qualitativ!

Lösung: a)

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC}\right) = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) \quad 1\ \mathrm{P}$$

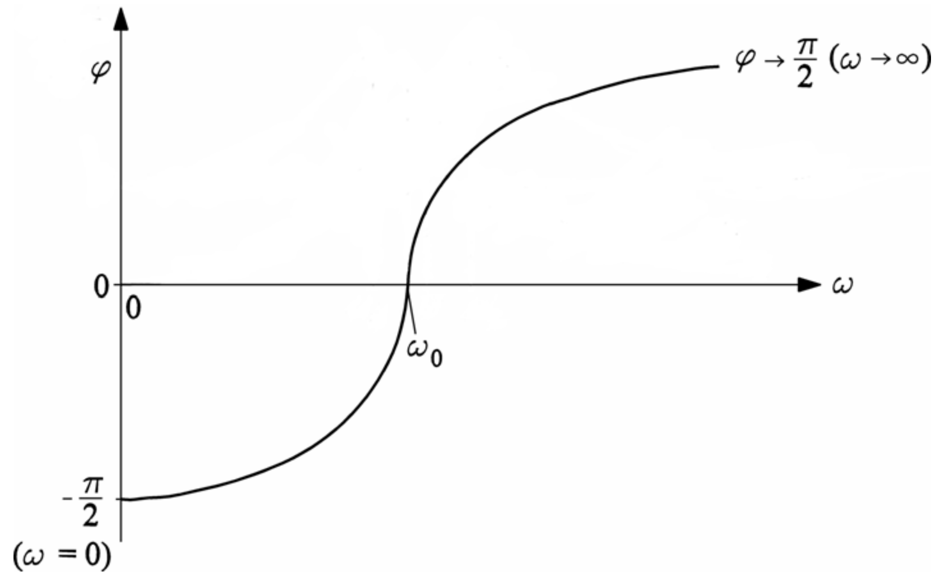
a) $f = 0$: $\lim_{\omega \to 0} \varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{0-1}{0}\right) = \arctan(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$ 0.5 P

b) $f = f_0$: $\varphi = \arctan\left(\frac{4\pi^2 f_0^2 LC - 1}{2\pi f_0 RC}\right) = \arctan(0)$ 0.5 P

$\varphi = 0$

c) $f \to \infty$: $\lim_{\omega \to \infty} \varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\infty^2 \cdot LC - 1}{\infty \cdot RC}\right) = \arctan(\infty) = \frac{\pi}{2}$ 0.5 P

d) Skizze: 1.5 P



2. Berechnen Sie die Resonanzfrequenz f_0 und die zugehörige Kreisfrequenz ω_0 für den a) verlustlosen und b) verlustbehafteten Serienschwingkreis! c) Wie groß ist die Impedanz bei Resonanz im Fall a) und b)?

Lösung: a) Verlustloser Serienschwingkreis:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ 0.5 P} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1\,\mu\text{F} \cdot 193\,\text{mH}}} = 362.28\,\text{Hz} \quad \text{0.5 P}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = 2276.27\,s^{-1} \text{ 0.5 P}$$

b) Verlustbehafteter Serienschwingkreis:

$$f_{0,\text{verlustbehaftet}} = f_{0,\text{verlustlos}} \quad \text{0.5 P} \qquad f_{0,\text{verlustbehaftet}} = 362.28\,\text{Hz} \quad \text{0.5 P}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = 2276.27\,s^{-1} \quad \text{0.5 P}$$

c1) $Z_{\text{res}} = \mathrm{j}\omega_0 L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega_0 C} = \mathrm{j} \cdot \left(\frac{L}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C} \right) = 0$ 0.5 P

c2) $Z_{\text{res}} = R + \mathrm{j}\omega_0 L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega_0 C} = R + \mathrm{j} \cdot \left(\frac{L}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C} \right) = R = 4.6\,\Omega$ 0.5 P

3. a) Welche Güte besitzt der verlustbehaftete Serienschwingkreis? b) Wie ist die Halbwerts-Bandbreite $\Delta\omega$ definiert? c) Geben Sie die Formel an. d) Wie groß ist $\Delta\omega/\omega_0$? e) Wie kann die Resonanzkurve $I(\omega)$ „schärfer" ausgebildet werden, indem die Halbwerts-Bandbreite halbiert wird, ohne die Resonanzkreisfrequenz ω_0 zu verändern?

Lösung: a) $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 1 P $\qquad Q = \frac{1}{4.6\,\Omega}\sqrt{\frac{193\,\text{mH}}{1\,\mu\text{F}}} = 95.5$ 0.5 P

b) Die Halbwerts-Bandbreite $\Delta\omega$ definiert den Frequenzbereich $\omega_1 \le \omega \le \omega_1 + \Delta\omega$, innerhalb dem $I(\omega)$ größer als der halbe Wert des Resonanzmaximalwerts $I(\omega_0) = U/R$ ist. 0.5 P

c) $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\sqrt{3}}{Q} = \sqrt{3} \cdot R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ 1 P

d) $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\sqrt{3}}{Q} = \frac{1.7321}{95.5} = 0.0181 = 1.81\%$ 0.5 P

e) Um $\Delta\omega$ zu halbieren, ohne ω_0 zu verändern, muss R halbiert werden. Z. B. könnte eine andere Spule mit gleicher Induktivität und halbem Widerstand die vorhandene Spule ersetzen. $R_{\text{neu}} = 2{,}3\,\Omega$. 0.5 P

4. a) Wo liegt die Nutzspannung bei Anwendung des verlustbehafteten Serienschwingkreises als Tiefpass, an der Spule oder am Kondensator? b) Berechnen Sie dazu das Verhältnis der Ausgangs- zu der Eingangsspannung: (i) allgemein, (ii) bei der Resonanzfrequenz. c) Geben Sie den Zahlenwert zu (ii) an!

Lösung: a) Die Nutzspannung liegt über den Kondensator. 0.5 P

b) (i) $\frac{U_C}{U} = \frac{1}{\sqrt{R^2\omega^2C^2 + \left(1 - \omega^2 LC\right)^2}}$ 1.5 P

(ii) $\frac{U_C}{U} = Q = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R}\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}$ 1 P

c) $\frac{U_C}{U} = \frac{1}{4.6\,\Omega}\cdot\sqrt{\frac{193\,\text{mH}}{1\,\mu\text{F}}} = 95.5$ 1 P

5. a) Berechnen Sie die Zeitkonstante T des verlustbehafteten Serienschwingkreises beim Einschwingvorgang im aperiodischen Grenzfall! b) Wie groß sind die Frequenz und die Kreisfrequenz, bei der die Spannungen an der Spule (inklusive Spulenwiderstand) und am Kondensator gleich groß sind? c) Um wie viel Prozent weicht diese Frequenz von der Resonanzfrequenz ab?

Lösung: a) $T = 2\cdot\frac{L}{R} = 2\cdot\frac{193\,\text{mH}}{4.6\,\Omega} = 83.91\,\text{ms}$ 1 P

b) $\overline{\omega} = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\left(\frac{R^2}{2}\cdot\frac{C}{L}\right)^2} - \frac{R^2}{2}\cdot\frac{C}{L}}{LC}}$ 1 P $\quad \overline{\omega} = 2276{,}195\,\text{s}^{-1} \Rightarrow \overline{f} = 362{,}268\,\text{Hz}$ 1 P

c) $\overline{\omega}$ weicht um **- 0,00274%** von ω_0 ab. 1 P

6. Geben Sie die Kreisfrequenzen des verlustbehafteten Serienschwingkreises a) ω_C (die Spannung am Kondensator ist dabei am größten) und b) ω_L (die Spannung an der Spule ist dabei am größten) an! c) Um wie viel Prozent weichen diese Kreisfrequenzen von der Resonanzkreisfrequenz ω_0 ab? d) Skizzieren Sie dazu den qualitativen Verlauf von $U_{R,L}$, U_C in Abhängigkeit von ω!

Lösung: a) $\omega_C^2 = \omega_0^2\cdot\left(1-\frac{R^2C}{2L}\right) \qquad \omega_C = \sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{R}{L}\right)^2} = 2276.195\,\text{s}^{-1}$ 1 P

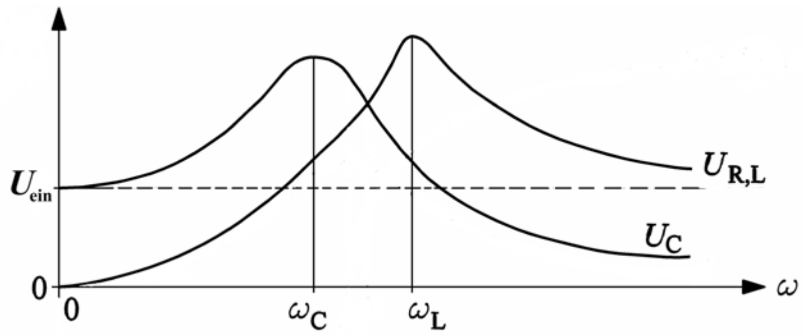
b) $\omega_L = \sqrt{\frac{1+\sqrt{1+2R^2\cdot\frac{C}{L}}}{2\cdot C\cdot L}} = 2276.32\,\text{s}^{-1}$ 0.5 P

c1)

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2276.257\,\text{s}^{-1} \Rightarrow \frac{\omega_C}{\omega_0} = 0.9999728 \Rightarrow \omega_C$ weicht um - 0.00272 % von ω_0 ab. 1 P

c2) $\frac{\omega_L}{\omega_0} = 1.000027 \Rightarrow \omega_L$ weicht um + 0.00277 % von ω_0 ab. 0.5 P

d) Skizze: Bewertung: 0.5 P für komplette Zeichnung $U_{R,L}$
0.5 P für komplette Zeichnung U_C



PARALLELSCHWINGKREIS

Gegeben ist ein Parallelschwingkreis, bestehend aus einem verlustfreien Kondensator C mit einer Kapazität von 22 µF, einer verlustbehafteten Spule mit einer Induktivität von 193 mH und einem Spulenwiderstand von $R_L = 4.6\ \Omega$.

7. Berechnen Sie die Resonanzfrequenz f_{01} und die Resonanzkreisfrequenz ω_{01}, sowohl a) für den verlustlosen als auch b) für den verlustbehafteten Parallelschwingkreis bei Phasenresonanz, d.h. der Strom i ist in Phase mit u bei $\omega = \omega_{01}$!
c) Begründen Sie den Unterschied der Werte f_{01} bei a) und b)!

Lösung: a) verlustloser Parallelschwingkreis

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 0.5\text{ P} \quad f_{01} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{193\,\text{mH} \cdot 22\,\mu\text{F}}} = 77.24\,\text{Hz} \quad 0.5\text{ P}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = 485.31\,\text{s}^{-1} \quad 0.5\text{ P}$$

b) verlustbehafteter Parallelschwingkreis

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{L - CR_L^2}{L - CR_C^2}} \quad 0.5\text{ P} \quad f_{01} = 0.9988 \cdot f_{01,\text{verlustlos}} = 77.15\,\text{Hz} \quad 0.5\text{ P}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = 484.75\,\text{s}^{-1} \quad 0.5\text{ P}$$

c) Begründung: $R_C = 0 \neq R_L = 4.6\ \Omega$. Wäre $R_C = R_L$, dann wäre $I_C = I_L$ bei Phasenresonanz, und das würde zu $f_{01,\text{verlustlos}} = f_{01,\text{verlustbehaftet}}$ führen. 1 P

8. a) Wie groß ist die maximale Impedanz des verlustlosen Parallelschwingkreises? b) Wie groß ist die maximale Impedanz des verlustbehafteten Parallelschwingkreises mit $R_C = R_L = 4.6\ \Omega$ bei der Annahme der Phasenresonanz (= Strom i und die Spannung u sind in Phase). c) Berechnen Sie den Wert bei $R_C = R_L$ für den verlustarmer Schwingkreis.

d) Überprüfen Sie, ob der Schwingkreis verlustarm ist, also $R_L = R_C = R < \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$!

e) Berechnen Sie Z_{max} mit der Näherungsformel für den verlustarmen Parallelschwingkreis! Wie groß ist der Fehler in Prozent zu b)?

Lösung: a) $Z_{max} \to \infty$ 0.5 P

b) $Z_{max} = \dfrac{\dfrac{L}{C} + R^2}{2R} = 955.85\,\Omega$ 1 P

c) $Z_{max} \approx \dfrac{L}{2RC} = \dfrac{193\text{ mH}}{2 \cdot 4.6\,\Omega \cdot 22\,\mu\text{F}} = 953.56\,\Omega$ 1 P

d) $\dfrac{1}{10} \cdot \sqrt{\dfrac{L}{C}} = \dfrac{1}{10} \cdot \sqrt{\dfrac{193\text{ mH}}{22\,\mu\text{F}}} = 9.366\,\Omega$

Also: $R = 4.6\,\Omega < 9.366\,\Omega$ => Ja, der Schwingkreis ist verlustarm. 1 P

e) $Z_{max} \approx \dfrac{L}{2RC} = \dfrac{193\text{ mH}}{2 \cdot 4.6\,\Omega \cdot 22\,\mu\text{F}} = 953.56\,\Omega$

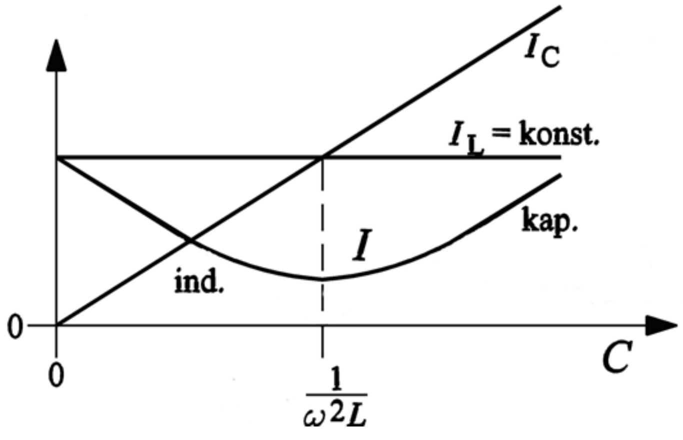
Fehler zum in b) berechneten Wert Z_{max}: $\dfrac{Z_{max,e)} - Z_{max,b)}}{Z_{max,b)}} \cdot 100\,\% = -0{,}23\,\%$ 0.5 P

9. a) Wie groß ist das Verhältnis des „*Ohm'*schen Reststroms" zur Eingangsspannung beim verlustbehafteten Parallelschwingkreis (hier: $R_C = R_L = 4.6\ \Omega$)? b) Wie groß ist der *Ohm*'sche Reststrom bei einer Spannung $U = 100$ V (Effektivwert)? c) Geben Sie den qualitativen Verlauf von I, I_C, I_L in Abhängigkeit von C als Skizze an!

Lösung: a) $\dfrac{I}{U} = \dfrac{2R}{R^2 + \dfrac{L}{C}}$ 1 P $\quad \dfrac{I}{U} = \dfrac{2 \cdot 4.6\,\Omega}{(4.6\,\Omega)^2 + \dfrac{193\text{ mH}}{22\,\mu\text{F}}} = 1.049 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{1}{\Omega}$ 1 P

b) $I = \dfrac{2R}{R^2 + \dfrac{L}{C}} \cdot U = \dfrac{2 \cdot 4.6\,\Omega}{(4.6\,\Omega)^2 + \dfrac{193\text{ mH}}{22\,\mu\text{F}}} \cdot 100\text{ V} = 0.1049\text{ A}$ 1 P

c) Skizze: 1 P



***LECHER*-LEITUNG**

10. Eine Zweidrahtleitung aus zwei parallelen hohlen Rundleitern hat einen Leiter-Mittenabstand von $2a = 26$ mm. Der Leiterradius beträgt $R = 3{,}5$ mm. Die Wandstärke der Hohlleiter kann gegenüber dem Radius vernachlässigt werden ($d << R$). Berechnen Sie a) den Kapazitäts- und b) den Induktivitätsbelag der Leitung. c) Wie hoch ist die Ausbreitungsge-

schwindigkeit v der Wanderwelle? d) Welcher Unterschied besteht zur maximal möglichen Ausbreitungsgeschwindigkeit?

Lösung: a) $C' \approx \dfrac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\left(\dfrac{2a-R}{R}\right)} = \dfrac{\pi\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}\cdot 1}{\ln\left(\dfrac{26-3.5}{3.5}\right)} = 14.95\,\dfrac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$ 1 P

b) $L' \approx \dfrac{\mu_0}{\pi}\cdot\ln\left(\dfrac{2a-R}{R}\right) = 744.3\,\dfrac{\mathrm{nH}}{\mathrm{m}} = 0.7443\,\dfrac{\mu\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$ 1 P

c) $v = \dfrac{1}{\sqrt{L'C'}} = 299781.891\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 299795.638\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ 1 P

d) Da die Leitung die Permittivität und Permeabilität des Vakuums hat, gibt es keinen Unterschied zur Vakuum-Lichtgeschwindigkeit als maximal möglicher Ausbreitungsgeschwindigkeit. 1 P

11. a) Berechnen Sie die Wellenlänge λ der elektromagnetischen Wanderwelle auf einer Zweidrahtleitung. Die, die Leitung speisende Spannungsquelle („Sender“) arbeitet mit $f = 433.93$ MHz)! Die Welle wandert mit Vakuum-Lichtgeschwindigkeit $c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$! b) Wie lang muss die Leitung sein, um zumindest eine Periode einer stehenden Welle ermöglichen zu können? c) Wie groß muss diese Leitungslänge sein, um zumindest eine Periode einer stehenden Welle ermöglichen zu können, falls die Sendefrequenz auf 50 Hz reduziert wird? d) Wie viele Knoten und Schwingungsbäuche der Spannung zwischen den Leitern sind dann entlang der Leitung festzustellen, wenn diese am Leitungsende offen ist?

Lösung: a) $f = 433.93\,\mathrm{MHz}$, $\lambda = \dfrac{c_0}{f} = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\cdot\dfrac{1}{f}$ 1 P $\lambda = 69.09\,\mathrm{cm}$ 0.5 P

b) $l = \lambda = 69.09\,\mathrm{cm}$ 0.5 P

c) $f^* = 50\,\mathrm{Hz}, \lambda^* = \dfrac{c_0}{f^*} = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\cdot\dfrac{1}{f^*}$ 1 P $\Rightarrow$ $l^* = \lambda^* = 5995.91\,\mathrm{km}$ 0.5 P

d) 3 Schwingungsbäuche und zwei Schwingungsknoten. 0.5 P

12. a) Wie groß ist der Wellenwiderstand einer in Luft verlegten Zweidrahtleitung mit $L' = 744.3\,\dfrac{\mathrm{nH}}{\mathrm{m}}$ und $C' = 14.95\,\dfrac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$? b) Um wie viel Prozent verändert sich der Wellenwiderstand der Leitung gegenüber seinem Wert in Luft, falls nun $\varepsilon_r = 4$ ist? c) Wie groß ist nun der Wellenwiderstand?

Lösung: a) $Z_0 = \sqrt{\dfrac{L'}{C'}} = \sqrt{\dfrac{744.3\,\dfrac{\mathrm{nH}}{\mathrm{m}}}{14.95\,\dfrac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}}}$ 1 P $Z_0 = 223.13\,\Omega$ 0.5 P

b) $C' \sim \varepsilon_0 \varepsilon_r \;\Rightarrow\; Z_0 \sim \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \;\Rightarrow\; Z_0^* = Z_0 \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}}$ 1 P

$Z_0^* = Z_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{Z_0}{2}$ Verringerung des Wellenwiderstands <u>um 50%</u> 1 P

c) $Z_0^* = 111.565\,\Omega$ 0.5 P

13. Eine verlustlose Zweidrahtleitung (Kapazitätsbelag $C' = 14.95 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$, Induktivitätsbelag $L' = 744.3 \frac{\text{nH}}{\text{m}}$) wird mit einer Spannungsquelle gespeist, die mit der Frequenz f = 433.93 MHz arbeitet. a) Wie lang muss die Leitung minimal sein, damit eine stehende Welle mit der Viertelwellenlänge auftritt? b) Wie groß ist die Eigenfrequenz der Leitung bei dieser Länge? c) Wie groß wäre die Eigenfrequenz bei einer Leitungslänge von l = 100 cm? d) Berechnen Sie alternativ zu b) die Eigenfrequenz, wenn Sie die Leitung näherungsweise als verlustlosen Serienresonanzkreis mit $C = C' \cdot l$ und $L = L' \cdot l$ auffassen! e) Wie groß ist die Abweichung des Ergebnisses zu c) in Prozent?

Lösung: a) $c = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}} = \frac{1}{\sqrt{14.95 \cdot 10^{-12} \cdot 744.3 \cdot 10^{-9}}} = 299781.89 \frac{\text{km}}{\text{s}} = c_0$, $l = \frac{\lambda}{4}$ 1 P

$l = \frac{1}{4} \cdot \text{c} \cdot \frac{1}{f} = 17.271\,\text{cm}$ 0.5 P

b) $f_\text{d}(l \text{ aus a})) = \frac{\text{c}}{4 \cdot l} = \frac{299781.89 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{4 \cdot 17.271\,\text{cm}} = 433.93\,\text{MHz}$ 0.5 P Die Leitung wird mit ihrer Eigenfrequenz gespeist (Resonanzanregung!)

c) $f_\text{d}(l = 100\text{ cm}) = \frac{c}{4 \cdot 100\text{ cm}} = \frac{299795.638 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{4 \cdot 100\text{ cm}} = 74.949\text{ MHz}$ 0.5 P

d) $f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L' \cdot C'}} \cdot \frac{1}{l} = \frac{4}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}} \cdot \frac{1}{4 \cdot l} = 0.637 \cdot f_\text{d} = 0.637 \cdot 433.93\,\text{MHz} = 276.413\,\text{MHz}$

1 P

e) $F = \frac{f_0 - f_{\text{d,b)}}}{f_{\text{d,b)}}} = \frac{276.413 - 433.93}{433.93} = -0.363$ Der Fehler beträgt **-36,3 %**! 0.5 P

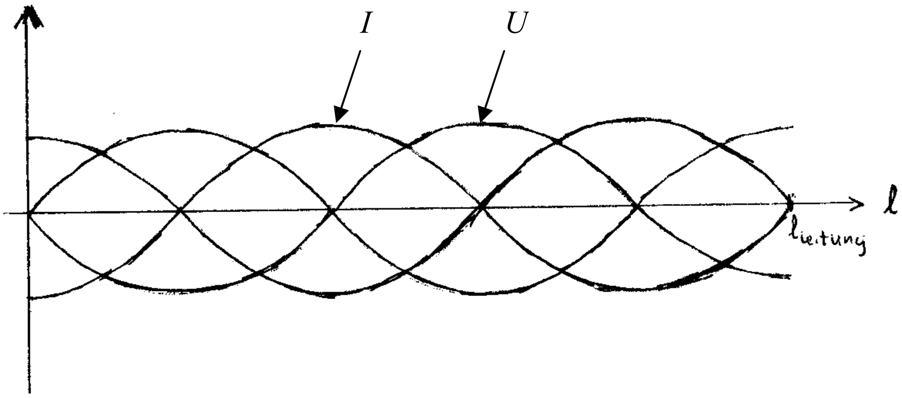
14. Die *Lecher*-Leitung wird reflexionsfrei abgeschlossen. Ein Spannungsabgriff mit angeschlossener Glühlampe wird zur Erfassung des Signals verwendet. a) Wie leuchtet die Glühlampe entlang der Leitung? b) Warum?

Lösung: a) Die Glühlampe <u>leuchtet gleichmäßig</u> entlang der Leitung. 1 P
b) Die Begründung: Die Leitung ist reflexionsfrei abgeschlossen. Deshalb können sich <u>keine stehende Wellen auf der Leitung ausbilden</u>. 1 P

Es existieren somit keine Spannungsbäuche (1 P), die zu periodischen Helligkeitsänderungen des Lämpchens entlang der Leitung führen würden (1 P).

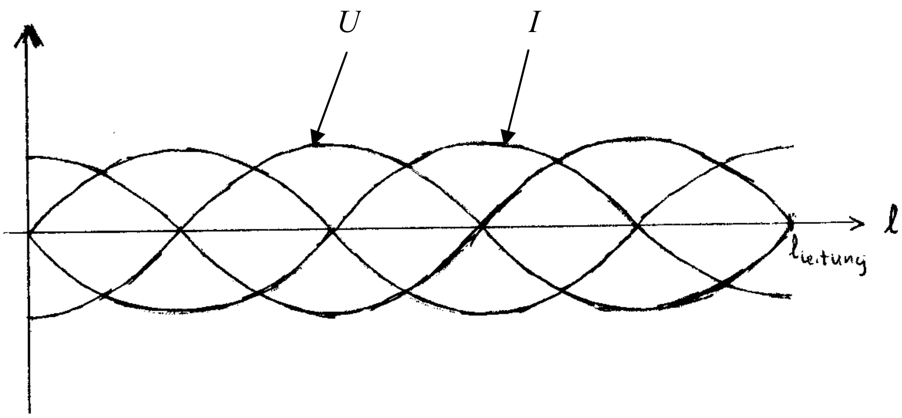
15. Skizzieren Sie die stehenden Wellen der Strom- und Spannungsverteilung auf der Leitung mit einem a) offenen, und b) kurzgeschlossenen Leitungsende! Nehmen Sie an, dass $l = \frac{5}{4} \cdot \lambda$ gilt!

Lösung: a) Offenes Leitungsende:



Bewertung:
Richtige Leitungslänge = 125% der Wellenlänge: 1 P
Richtige Spannungsverteilung: 0.5 P, richtige Stromverteilung: 0.5 P

b) Kurzgeschlossenes Leitungsende:



Bewertung:
Richtige Leitungslänge = 125% der Wellenlänge: 1 P
Richtige Spannungsverteilung: 0.5 P, richtige Stromverteilung: 0.5 P

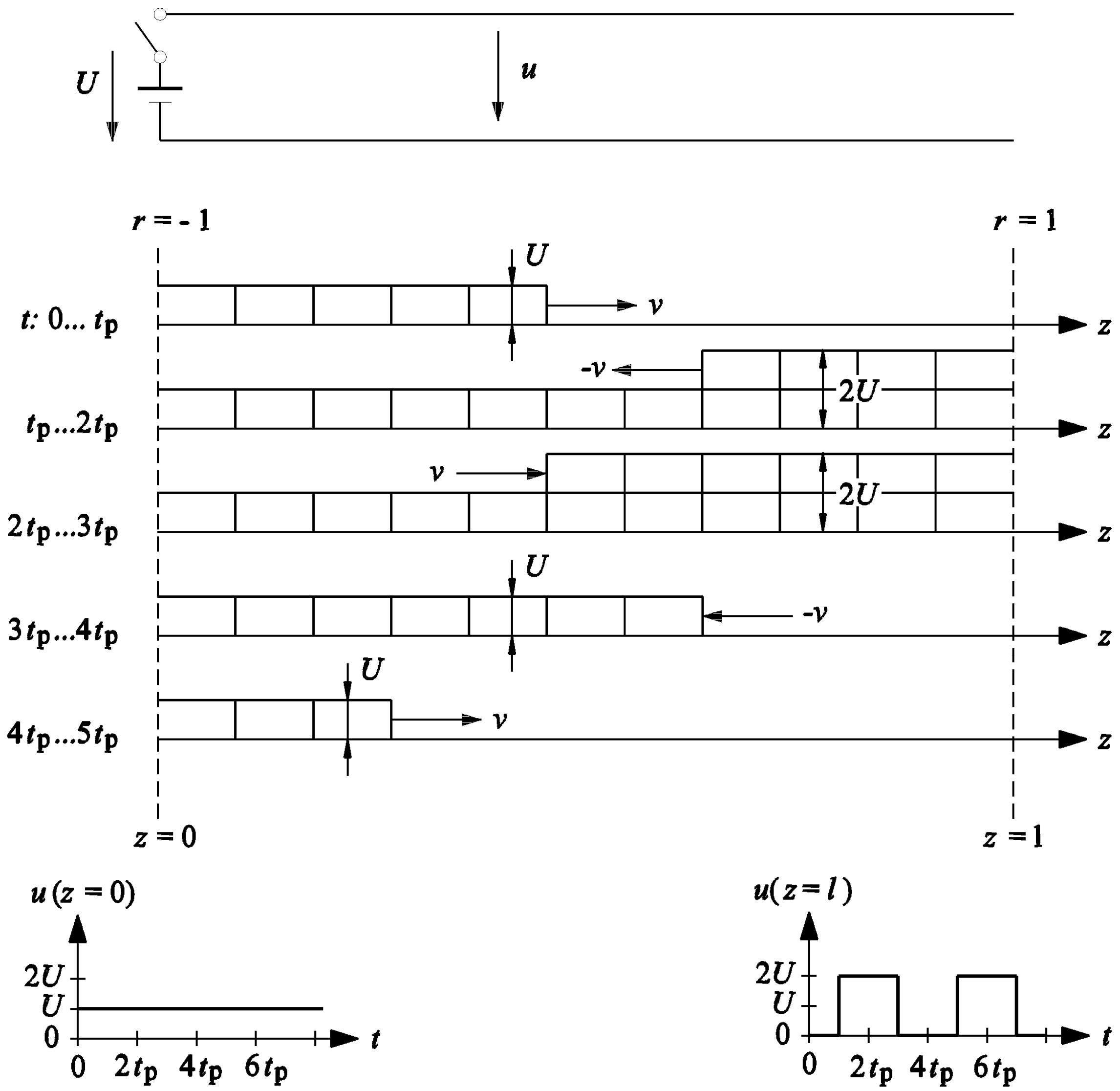
16. Erfasst a) ein Tastkopf, b) eine Induktionsschleife am besten einen Spannungs- oder ein Strombauch der stehenden Wellen auf einer Zweidraht-Leitung, wenn die Helligkeit des angeschlossenen Lämpchens als Erfassungskriterium verwendet wird? Warum?

Lösung: a) Ein Tastkopf eignet sich zur Erfassung der Spannungsbäuche, da der Tastkopf direkt die Spannung zwischen den beiden Leitern abgreift. 1 P

Das an den Klemmen des Tastkopfes angeschlossene Lämpchen leuchtet umso heller, je höher die Klemmenspannung ist. 1 P
b) Eine Induktionsschleife ist für die Erfassung der Strombäuche geeignet. 1 P
An einem Strombauch (maximaler Wert des Stromes) wird durch das vom Wechselstrom erregte Magnetfeld die maximale Spannung in die Schleife induziert. 0.5 P
Diese Spannung treibt einen Strom durch das angeschlossene Lämpchen, so dass das Lämpchen am hellsten leuchtet. 0.5 P

17. Skizzieren Sie den Einschwingvorgang einer verlustlosen homogenen Leitung mit offenem Leitungsende während einer Einschwingperiode nach dem sprungförmigen Einschalten einer Gleichspannung U_0 in folgender Weise: a) Skizzieren Sie die Spannungsverteilung entlang der Leitung! b) Leiten Sie daraus die Spannungsverteilung am Ausgang ab (Skizze)! c) Skizzieren Sie die Spannung am Eingang! d) Wie groß ist der Reflexionsfaktor am Leitungsende? e) Wie groß ist die Schwingungsperiode am Ausgang bei $v = c_0$ und $l = 10$ m? f) Wie groß ist die Einschwingfrequenz der Spannung?

Lösung: a) b) c) Skizze: jeweils 0.5 P, in Summe also 1.5 P



d) $r = 1$ (0.5 P)

e) $T = 4 \cdot t_{\mathrm{p}} = 4 \cdot \frac{l}{v} = 4 \cdot \frac{10\,\mathrm{m}}{c_0} \approx 4 \cdot \frac{10\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0.133\,\mu\mathrm{s}$ 1 P

f) $f = \frac{1}{T} = 7.5\,\mathrm{MHz}$ 1 P

18. Eine Leitung wird mit einer Impedanz Z abgeschlossen, die 80% des Wellenwiderstandes ist. Wie groß sind a) der Reflexions- und b) der Brechungsfaktor? Wie groß sind beide Werte bei c) $Z = 0$ und d) $Z \to \infty$?

Lösung: a) Es gilt: $b = r + 1$. Für $Z = 0.8 \cdot Z_{\mathrm{W}}$ folgt:

$r = \frac{Z - Z_{\mathrm{W}}}{Z + Z_{\mathrm{W}}} = \frac{0.8 \cdot Z_{\mathrm{W}} - Z_{\mathrm{W}}}{0.8 \cdot Z_{\mathrm{W}} + Z_{\mathrm{W}}} = \frac{0.8 - 1}{0.8 + 1} = -0.111$ 1 P

b) $b = \frac{2 \cdot Z}{Z + Z_{\mathrm{W}}} = \frac{2 \cdot 0.8 \cdot Z_{\mathrm{W}}}{0.8 \cdot Z_{\mathrm{W}} + Z_{\mathrm{W}}} = \frac{1.6}{1.8} = 0.888$ 1 P

c) Für $Z = 0$: $r = -1$ (0.5 P), $b = 0$ (0.5 P)

d) Für $Z \to \infty$: $r = 1$ (0.5 P), $b = 2$ (0.5 P)

DIPOLANTENNE

19. a) Erläutern Sie die Funktionsweise (Feldabstrahlung) des mit Wechselspannung gespeisten Dipols in einzelnen Schritten ähnlich wie im Skript. b) Wieso funktioniert die Abstrahlung bei Gleichstromspeisung nicht?

Lösung: a)

1. Die Wechselspannung bewirkt stetige Umladungen der beiden Dipolenden. 1 P
2. Während den Umladungen sind ein Stromfluss im Dipol und daher eine Änderung des E-Felds vorhanden. 0.5 P
3. Der Stromfluss I und die Änderung des E-Felds rufen ein H-Feld hervor, das sich betrags-mäßig auch ständig ändert. 0.5 P
4. Das sich dabei ändernde H-Feld und das ihm entsprechende B-Feld induzieren ein E-Feld nach dem Induktionsgesetz. 0.5 P
5. Die neu entstehenden E- und H-Felder verdrängen die vorhandenen E- und H-Felder nach außen. Eine Feldabstrahlung erfolgt. 0.5 P

b) Die Feldabstrahlung kann bei Gleichstromspeisung nicht funktionieren, da die benötigten stetigen Umladungen der beiden Dipolenden bei Gleichstromsspeisung und die Feldänderung nicht vorhanden sind. 1 P

20. a) Wie lang muss eine Dipolantenne eines (λ/2)-Dipols sein, wenn die Wellenlänge $\lambda = 60$ cm beträgt? b) Berechnen Sie die zugehörige Frequenz! c) Warum hat ein λ-Dipol etwa die vierfache Eingangsimpedanz eines (λ/2)-Dipols?

Lösung: a) Dipollänge $= \frac{\lambda}{2} = \frac{60\,\text{cm}}{2} = 30\,\text{cm}$ 1 P

b) $f = \frac{c_0}{\lambda}$ 0.5 P $\quad f = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{0.6\,\text{m}} = 500\,\text{MHz}$ 1 P

c) Verglichen zu (λ/2)-Dipol führt der λ-Dipol den Strom in beiden parallelen Leitern. Bei gleicher elektrischer Leistung folgt: $P = i_\lambda^2 \cdot Z_\lambda = i_{\lambda/2}^2 \cdot Z_{\lambda/2} \Leftrightarrow P = (0{,}5 \cdot i)^2 \cdot Z_\lambda = i^2 \cdot Z_{\lambda/2}$. Daraus folgt für die Impedanz: $\Rightarrow Z_\lambda = 4 \cdot Z_{\lambda/2}$. Der λ-Dipol hat die vierfache Eingangsimpedanz eines (λ/2)-Dipols! 1.5 P

21. Ein (λ/2)-Dipol mit eingebautem Glühlämpchen dient als „Empfänger“ in einer gewissen Entfernung von einem UHF-Schwingkreis ohne angeschlossenen Dipol. a) Wie leuchtet das Lämpchen am Empfänger? b) Warum? Der Dipol wird nun an die UHF-Quelle angeschlossen. c) In welche Richtung - bezüglich der Richtung der Achse dieses Sendedipols - ist die abgestrahlte elektromagnetische Energie Null, und in welche Richtung ist sie maximal? d) Wie liegen die Schwingungsrichtungen der *E*- und *H*-Felder, parallel oder senkrecht zu der Achse des Sendedipols?

Lösung: a) Das Lämpchen leuchtet nicht, es bleibt dunkel, da keine Feldwelle abgestrahlt wird, die vom Empfänger (Lämpchen) empfangen werden könnte, so dass das Lämpchen am Empfänger leuchten würde. 1 P
b) Ein UHF-Schwingkreis allein ohne angeschlossenen Dipol kann keine elektromagnetischen Wellen abstrahlen, da seine Geometrie nicht zur Ausbildung einer räumlichen Feldwelle geeignet ist. 1 P
c) Die abgestrahlte elektromagnetische Energie ist <u>Null</u> in Richtung der Achse des Sendedipols. 0.5 P
Die elektromagnetische Energie ist <u>maximal</u> in Richtung senkrecht zum Sendedipol. 0.5 P
d) Die Schwingungsrichtungen der E-Felder liegen <u>parallel</u> zur Achse des Sendedipols. 0.5 P
Die Schwingungsrichtungen der H-Felder liegen <u>senkrecht</u> zur Achse des Sendedipols. 0.5 P