

**Aufgabe 3.1: Flusskraftwerks-Synchrongenerator**

Die Synchron-Wasserkraftgeneratoren in Vertikalbauweise für ein projektiertes Flusskraftwerk am *Euphrat / Türkei* besitzen die Nenndaten:

$$S_N = 45 \text{ MVA}; \quad U_N = 10.3 \text{ kV } Y \text{ (Außenleiterspannung)}$$

$$2p = 72; \quad f_N = 50 \text{ Hz}; \quad \cos \varphi_N = 0.8; \quad \eta_N = 97 \%$$

Weiter sind aus dem Messprotokoll bekannt:

- a) Leerlaufkennlinie (verkettet)

$U_{s0}$	7 725	10 300	11 330	12 360	13 390	V
$I_f$	530	780	920	1 150	1 600	A

- b) Kurzschlusskennlinie

$I_{sk}$	1 000	2 000	A
$I_f$	358	716	A

- Zeichnen Sie die Leerlaufkennlinie und die Kurzschlusskennlinie in ein Diagramm; Ordinate in den bezogenen Größen  $U_{s0}/U_N$  und  $I_{sk}/I_N$ , Abszisse in A (Maßstab 1 cm = 125 A).
- Wie groß sind das Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis, die bezogene synchrone Reaktanz  $x_d$  und die synchrone Reaktanz in Ohm ?
- Die Streuspannung ist mit  $u_{s\sigma} = 18 \%$  gegeben. Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für den generatorischen Betriebspunkt  
 $U = U_N, \quad I = I_N, \quad \cos \varphi = 1$   
in p.u.-Größen, wobei Sie  $R_s = 0$  annehmen und geben Sie die Werte  $u_p, u_h, U_p$  und  $U_h$  an. (Empfohlener Maßstab: 1 p.u.  $\Leftrightarrow$  10 cm).
- Das Massenträgheitsmoment der Maschine ist  $J = 14,8 \cdot 10^6 \text{ kgm}^2$ .  
Wie groß ist die mechanische Anlaufzeitkonstante  $T_J$  ?

**Lösung zu Aufgabe 3.1:**

- 1) Leerlauf- und Kurzschlusscharakteristik mit bezogenen Größen (Bild 3.1-1):

$U_{s0}/U_N$	p. u.	0.75	1	1.1	1.2	1.3
$I_f$	A	530	780	920	1150	1600

$I_{sk}/I_N$	p. u.	0.4	0.8
$I_f$	A	358	716

$$I_N = S_N / (\sqrt{3} \cdot U_N) = 45000 / (\sqrt{3} \cdot 10.3) = 2522 \text{ A}$$

- 2)  $k_K = I_{f0} / I_{fk} = \underline{0.87}$  aus Bild 3.1-1  
 $x_d = 1 / k_K = 1 / 0.87 = \underline{1.15 \text{ p.u.}}$

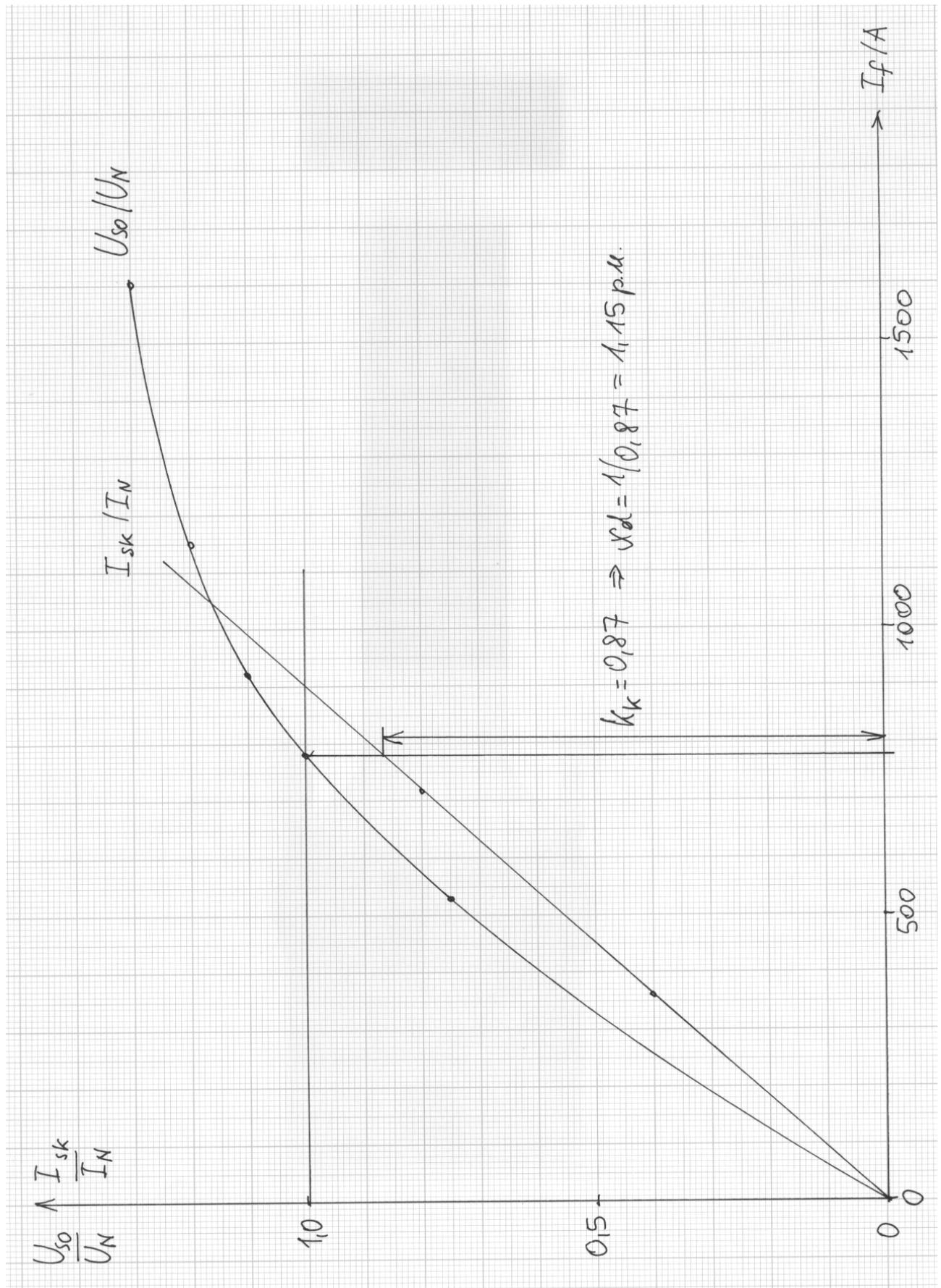


Bild 3.1-1: Leerlauf- und Kurzschlusscharakteristik des Flusskraftwerk-Synchrongenerators

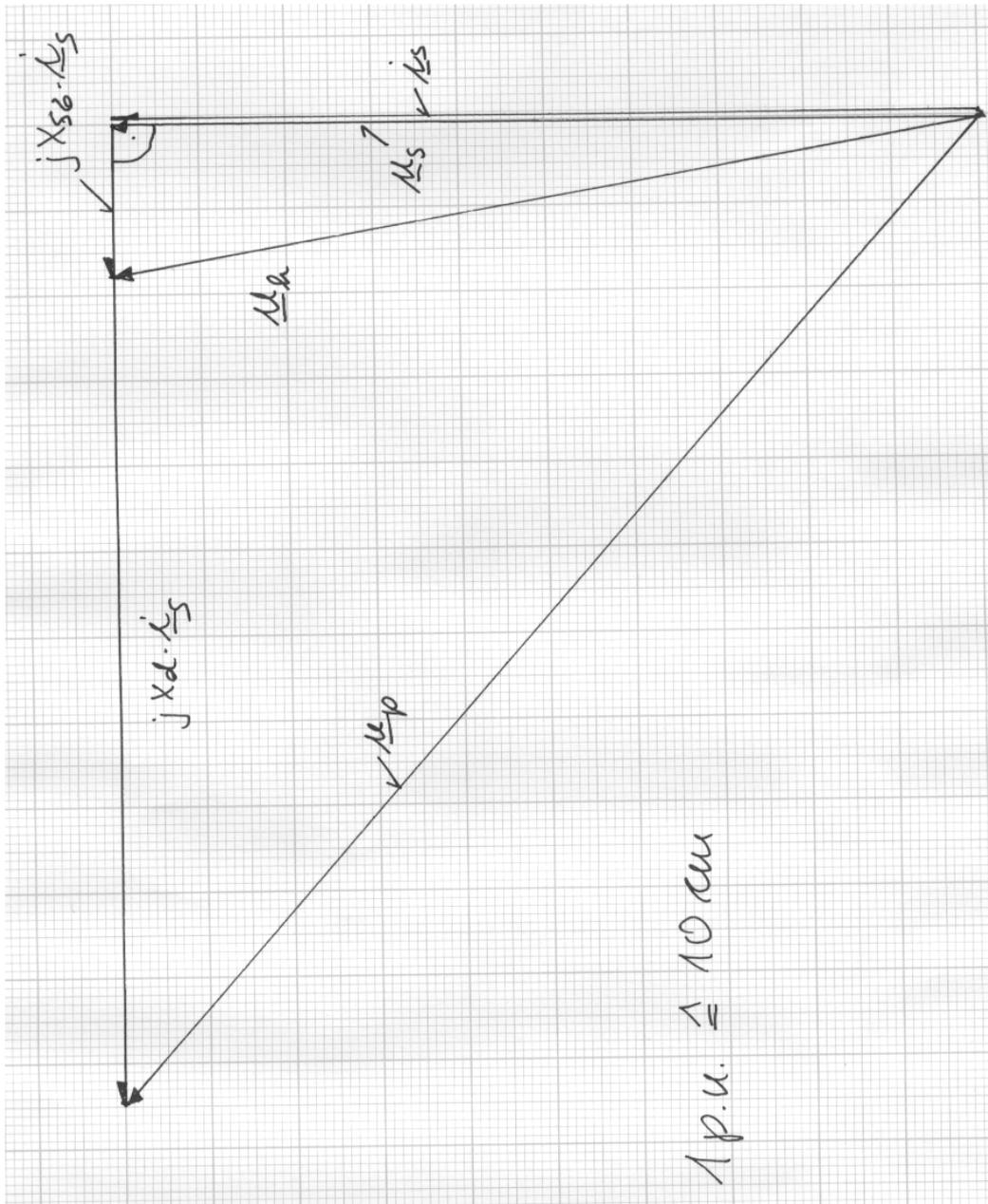


Bild 3.1-2: Spannungszeigerdiagramm für den Flusskraftwerk-Synchrongenerator, EZS

$$Z_N = U_{N,ph} / I_N = 10300 \text{ V} / (\sqrt{3} \cdot 2522 \text{ A}) = 2.36 \Omega$$

$$X_d = x_d \cdot Z_N = 1.15 \cdot 2.36 \Omega = \underline{\underline{2.71 \Omega}}$$

$$3) \quad u_{s\sigma} = 18\% = \frac{X_{s\sigma} \cdot I_N}{U_{N,ph}} \Rightarrow X_{s\sigma} / Z_N = u_{s\sigma} = 0.18 \text{ p.u.}$$

Spannungsdiagramm bei Einheitsleistung und vernachlässigtem Statorwiderstand.: Bild 3.1-2.

Aus Bild 3.1-3 ergibt sich:

$$u_p = \sqrt{(x_d \cdot i_s)^2 + u_s^2} = \sqrt{(1.15 \cdot 1)^2 + 1^2} = \underline{\underline{1.524 \text{ p.u.}}}$$

$$u_h = \sqrt{(x_{s\sigma} \cdot i_s)^2 + u_s^2} = \sqrt{(0.18 \cdot 1)^2 + 1^2} = \underline{\underline{1.016 \text{ p.u.}}}$$

$$U_p = u_p \cdot U_{N,ph} = 1.524 \cdot \frac{10300}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{9063 \text{ V}}}, \quad U_h = u_h \cdot U_{N,ph} = 1.016 \cdot \frac{10300}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{6042 \text{ V}}}$$

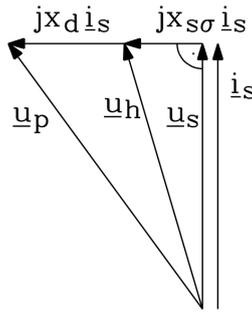


Bild 3.1-3: Spannungsdiagramm bei Leistungsfaktor Eins, EZS

Erzeuger-Zählpeilsystem: Wirkstrom in Phase mit der Spannung bei Generatorbetrieb.

$$4) P_{Nm} = \frac{P_{Nel}}{\eta_N} = \frac{S_N \cdot \cos \varphi_N}{\eta_N} = \frac{45 \cdot 10^6 \cdot 0.8}{0.97} \text{ W} = 37.11 \text{ MW}$$

$$\Omega_{mN} = 2\pi \cdot \frac{f_N}{p} = 2\pi \cdot \frac{50}{36} = 8.727 \text{ /s}, M_N = \frac{P_{Nm}}{\Omega_{mN}} = \frac{37.11 \cdot 10^6}{8.727} \text{ Nm} = 4252.7 \text{ kNm}$$

$$T_J = J \cdot \frac{\Omega_{mN}}{M_N} = 14.8 \cdot 10^6 \cdot \frac{8.727}{4.257 \cdot 10^6} = \underline{\underline{30.37 \text{ s}}}$$

**Aufgabe 3.2: Eigenbedarfs-Generator**

In der Papierfabrik Pöls / Steiermark, Österreich, wird die überschüssige Prozesswärme dazu verwendet, um über eine Industrie-Dampfturbine und einen Synchrongenerator Strom vor allem für den Eigenbedarf zu erzeugen. Von der Synchron-Vollpolmaschine sind die Leerlaufkennlinie und die Kurzschlusskennlinie gegeben.

$\frac{U_{s0}/U_N}{I_f/A}$	0.5	0.75	1	1.1	1.2	1.3
	30	54	100	140	200	300
$\frac{I_{sk}/I_N}{I_f/A}$	0.5		1.0			
	45		90			

Die bezogene Streureaktanz  $x_\sigma$  beträgt 17%. Der Erregerbedarf für den übererregten Betriebspunkt  $U_s = U_N, I_s = I_N, \cos \varphi = 0$  („induktiver Vollastpunkt“) beträgt  $I_f = 260 \text{ A}$ .

- 1) Zeichnen Sie die beiden Kennlinien maßstäblich! (Maßstab: 1 p.u. = 1 cm, 20 A = 1 cm)
- 2) Wie groß ist die bezogene synchrone Reaktanz  $x_d$ ?
- 3) Die Maschine wird im Generatorbetrieb bei festgehaltenem Erregerstrom  $I_f$  entsprechend dem Erregerbedarf des „induktiven Vollastpunktes“ so stark angetrieben, dass sich der Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 1$  einstellt. Bestimmen Sie den zugehörigen Wert  $I_s/I_N$  des bezogenen Statorstromes unter der Voraussetzung linearen Verhaltens, d.h. konstanter Sättigung, wobei  $x_d$  gemäß Punkt 1) verwendet werden soll. Der Ständerwiderstand wird vernachlässigt.
- 4) Bestimmen Sie die bezogene statische Kippleistung für den Betriebspunkt “Motor”, Nennstrom und Nennspannung, Leistungsfaktor 0.75 übererregt (Annahme  $R_s \approx 0$ ).

**Lösung zu Aufgabe 3.2:**

1) Die Leerlauf- und Kurzschlusscharakteristik wird in Bild 3.2-3 gezeigt.

Daraus:  $k_K = 1.12$

2)  $k_K = 1.12 \Rightarrow x_d = 1/k_K = 1/1.12 = 0.89 \text{ p.u.}$

3) Linearisiertes Verhalten bedeutet: Sättigungsverhältnisse konstant! Linearisierung für  $I_{f0}$ !

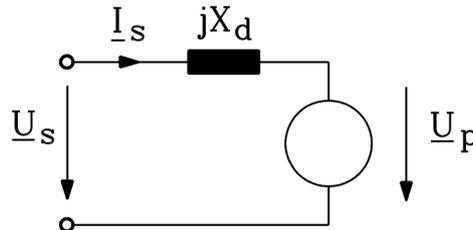


Bild 3.2-1: Ersatzschaltbild einer Vollpol-Synchronmaschine

Berechnung des Statorstroms im Generatorbetrieb:

(a) bei übererregtem Leistungsfaktor null

(b) bei Leistungsfaktor Eins

Gemäß Bild 3.2-1 und den entsprechenden Zeigerdiagrammen Bild 3.2-2 im Verbraucher-Zählpfeilsystem ist im Generatorbetrieb Wirkstrom und Spannung in Gegenphase.

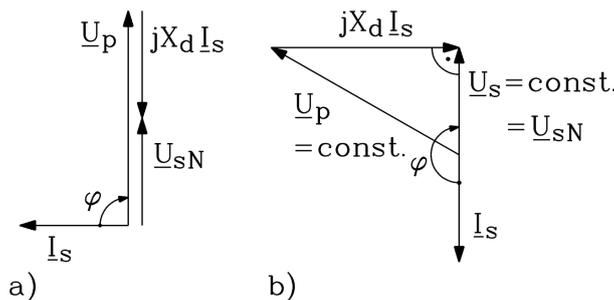


Bild 3.2-2: Zeigerdiagramm a) für übererregten Leistungsfaktor null, b) für Leistungsfaktor Eins bei gleicher Statorspannung und gleichem Erregerstrom, also gleichem  $U_p$ . (VZS)

Konstante Erregung bedeutet:  $I_f = 260 \text{ A} = \text{const.} \Rightarrow U_p = \text{const.}$  ( $U_p = X_{hd} \cdot I_f'$  !)

Aus Bild 3.2-2:

a):  $\cos \varphi = 0$  (übererregt),  $R_s \cong 0$ :  $\underline{U}_s = jX_d \underline{I}_s + \underline{U}_p$ . Nennstrom und Spannung:

$$U_p = U_{sN} + X_d I_{sN} \left| \cdot \frac{1}{U_{sN}} \right. \Rightarrow u_p = 1 + x_d$$

b):  $\varphi = \pi$   $|\cos \varphi| = 1$ ,  $R_s \cong 0$ :  $P = 3 \cdot U_{sN} \cdot I_s \cdot \cos \varphi = -3U_{sN} I_s$

$$U_p^2 = X_d^2 I_s^2 + U_{sN}^2 \left| \cdot \frac{1}{U_{sN}^2} \right. \Rightarrow u_p^2 = x_d^2 i_s^2 + 1$$

Aus a) und b) folgt:  $1 + x_d = \sqrt{1 + x_d^2 i_s^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{(1 + x_d)^2 - 1}{x_d^2}} = i_s$

$$\frac{2x_d + x_d^2}{x_d^2} = 1 + \frac{2}{x_d}$$

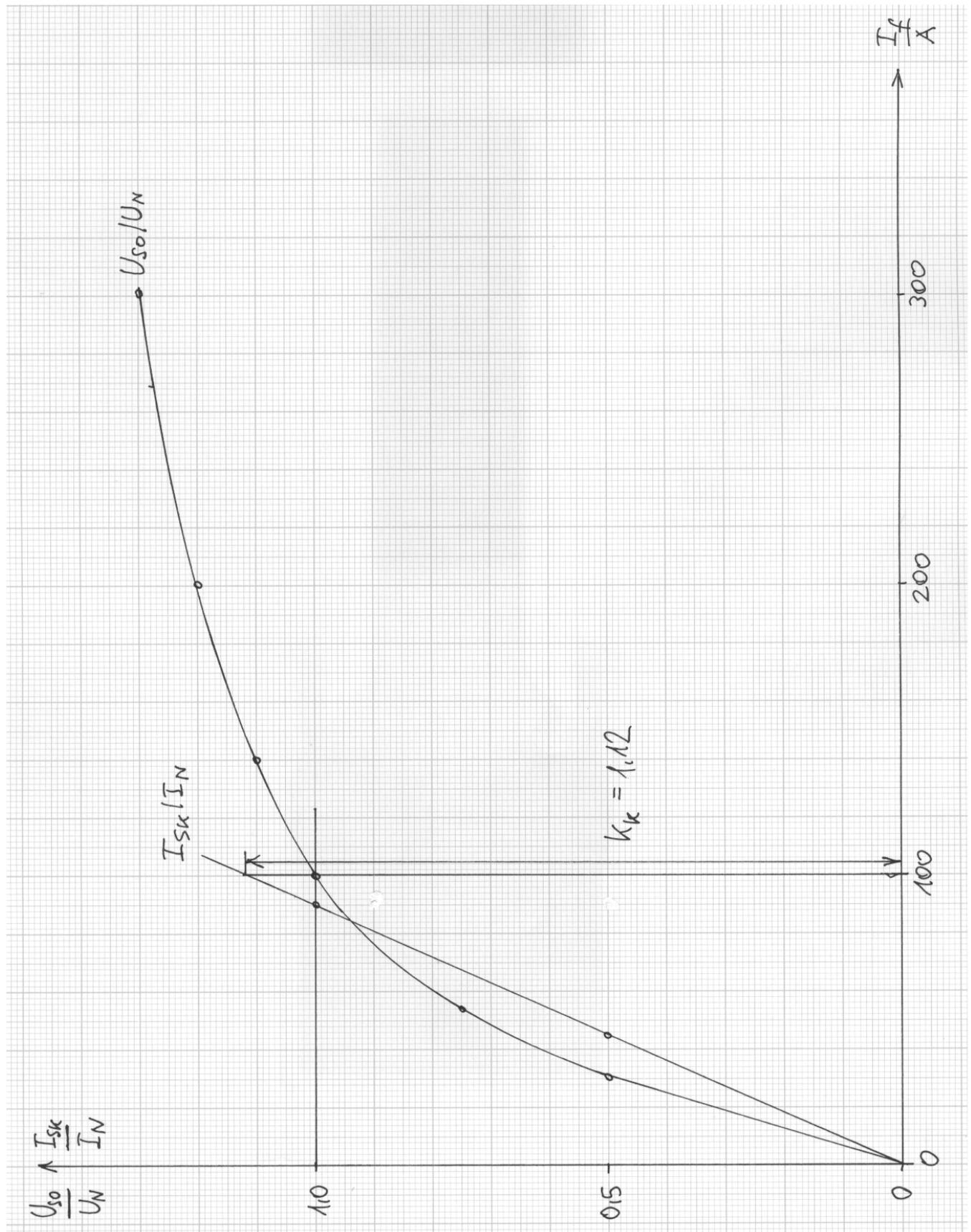


Bild 3.2-3: Leerlauf- und Kurzschlusscharakteristik des Industrie-Generators

$$i_s = \sqrt{1 + \frac{2}{x_d}} = \sqrt{1 + \frac{2}{0.89}} = 1.8$$

Der Strom steigt in Fall b) aufgrund der hohen Polradspannung um bis zu 180% des Nennstroms an. Diese Überlast darf nur kurze Zeit gefahren werden, um eine Überhitzung der Generatorwicklungen zu verhindern.

4) Motorbetrieb: Nennstrom und –spannung. Aus dem Spannungszeigerdiagramm für  $\cos \varphi = 0.75 \Rightarrow \varphi = 41.4^\circ$  erhält man eine Polradspannung von  $u_p = 1.72 \text{ p.u.}$ ! Kippleistung für diese Polradspannung wird bei Motoren mit zylindrischem Rotor bei  $\vartheta = -90^\circ$  abgegeben. In per unit ergibt das:

$$\frac{P_{e,po}}{3 \cdot U_{N,ph} I_N} = -\frac{u_s \cdot u_p}{x_d} \cdot \sin(-90^\circ) = \frac{1 \cdot 1.72}{0.89} = \underline{\underline{1.936 \text{ p.u.}}}$$

Kippleistung bei Erregung mit 0,75 Leistungsfaktor bei Nennstrom und –spannung ist 94% höher als die Scheinleistung.

### Aufgabe 3.3: Diesel-Generator

In einem Kraftwerk – bestehend aus von Dieselmotoren angetriebenen Generatoren in *Jordanien* – sind folgende Schenkelpol-Synchronmaschinen mit den nachstehend genannten Daten im Einsatz. Eine dieser Maschinen wird demontiert und soll in einer nahe gelegenen Fabrik als Motor für ein Groß-Gebläse verwendet werden.

$$U_N = 6.3 \text{ kV Y (Außenleitergröße)}, S_N = 2.5 \text{ MVA}$$

$$f_N = 50 \text{ Hz}, \quad 2p = 20, \quad x_{s\sigma} = 0,17 \text{ p.u.}, \quad x_d = 1.1 \text{ p.u. (bezogene Werte).}$$

Weiters ist anzunehmen, dass  $x_q = 0,6x_d$  und dass der Ständerwiderstand vernachlässigbar ist.

1) Zeichnen Sie maßstäblich das Zeigerdiagramm der Schenkelpolmaschine für die Spannungen (Empfehlung: in bezogenen Größen,  $1 \text{ p.u.} \hat{=} 1 \text{ cm}$ ) im Motorbetrieb mit

$$U = U_N, \quad I = 1,2 I_N, \quad \cos \varphi = 1$$

und bestimmen Sie daraus den bezogenen Wert der Polradspannung.

2) Die mechanische Leistung der Maschine ist im VZS durch

$$P_m = -m_s \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta - m_s \cdot \frac{U_s^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin(2\vartheta)$$

bestimmt. Ermitteln Sie rechnerisch oder zeichnerisch den Wert des Kippmoments für die feste Erregung nach Punkt 1).

3) a) Wie groß ist die “Federkonstante”  $c_\vartheta = \partial M / \partial \vartheta$  (Nm/rad) für Pendelungen um den Arbeitspunkt  $\vartheta_0 = 0$ ?

b) Berechnen Sie die zugehörige Eigenkreisfrequenz  $\omega_e = \sqrt{|c_\vartheta| \cdot p / J}$  für ein Massenträgheitsmoment von  $J = 30\,000 \text{ kgm}^2$ .

**Lösung zu Aufgabe 3.3:**

$$1) u_s = 1, i_s = 1.2, x_d = 1.1, x_{s\sigma} = 0.17, \cos\varphi = 1, x_q = 0.6 \cdot x_d = 0.66$$

Motorbetrieb:  $u$  eilt  $u_p$  voraus:

$$x_d \cdot i_s = 1.1 \cdot 1.2 = 1.32, \quad x_q \cdot i_s = 0.66 \cdot 1.2 = 0.80, \quad x_{s\sigma} \cdot i_s = 0.17 \cdot 1.2 = 0.20$$

Diagramm ist in Bild 3.3-1 gegeben. Daraus ergibt sich  $u_p = \underline{1.6 \text{ p.u.}}$

2) Kippleistung wird ausgewertet durch Berechnung der maximalen Wirkleistung. Dazu wird die Leistung in Abhängigkeit des Polradwinkels hergeleitet:

$$-P_m = m_s \underbrace{\frac{U_s \cdot U_p}{X_d}}_A \sin\vartheta + m_s \cdot \underbrace{\frac{U_s^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right)}_B \sin(2\vartheta) = -M \cdot \Omega_{syn}$$

$$-\frac{dP_m}{d\vartheta} = 0 = A \cos\vartheta + 2B \cdot \underbrace{\cos(2\vartheta)}_{2\cos^2\vartheta - 1}$$

Mit der Abkürzung  $x = \cos\vartheta_{p0}$ :  $4Bx^2 + Ax - 2B = 0$ ,  $x^2 + \frac{A}{4B}x - \frac{1}{2} = 0$

Lösung:  $x_{1,2} = -\frac{A}{8B} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{8B}\right)^2 + \frac{1}{2}} = \cos\vartheta$ , daher ergibt sich:

$$\cos\vartheta_{p0} = -\frac{U_p/U_s}{4 \cdot \left(\frac{X_d}{X_q} - 1\right)} \pm \sqrt{\frac{(U_p/U_s)^2}{4^2 \cdot \left(\frac{X_d}{X_q} - 1\right)^2} + \frac{1}{2}}$$

Mit den Daten  $U_p/U_s = U_p/U_{sN} = u_p = 1.6$ ,  $X_d/X_q = 1/0.6$  resultiert:

$$\frac{U_p}{U_s} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\frac{X_d}{X_q} - 1} = 1.6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{0.6} - 1} = 0.6, \quad \cos\vartheta_{p0} = -0.6 + \sqrt{0.6^2 + \frac{1}{2}} = 0.32$$

Die zweite Lösung  $\cos\vartheta_{p0} = -0.6 - \sqrt{0.6^2 + \frac{1}{2}} = -1.52$  ist unphysikalisch, da  $|\cos\vartheta_{p0}| \leq 1$  nicht erfüllt ist.

Polradwinkel bei Kippleistung:  $\vartheta_{p0} = \arccos(0,32) = \underline{\underline{71,3^\circ}}$  (positiv im Generatorbetrieb)

Kippmoment:  $M_{p0} = \Omega_{syn}^{-1} \cdot P_m$  ( $\vartheta = \vartheta_{p0}$ ) (negativ im Generatorbetrieb)

Mit  $\Omega_{syn} = 2\pi \frac{f}{p} = 2\pi \frac{50}{10} \text{ s}^{-1} = 31.4 \text{ s}^{-1}$ ,  $U_{sN} = U_N / \sqrt{3} = 6.3 \text{ kV} / \sqrt{3} = 3637 \text{ V}$ ,

$$Z_N = \frac{U_{sN}}{I_{sN}} = \frac{3637}{229} \Omega = 15.87 \Omega, \quad I_{sN} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{2500 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6300} \text{ A} = 229 \text{ A} \quad \text{ergibt sich}$$

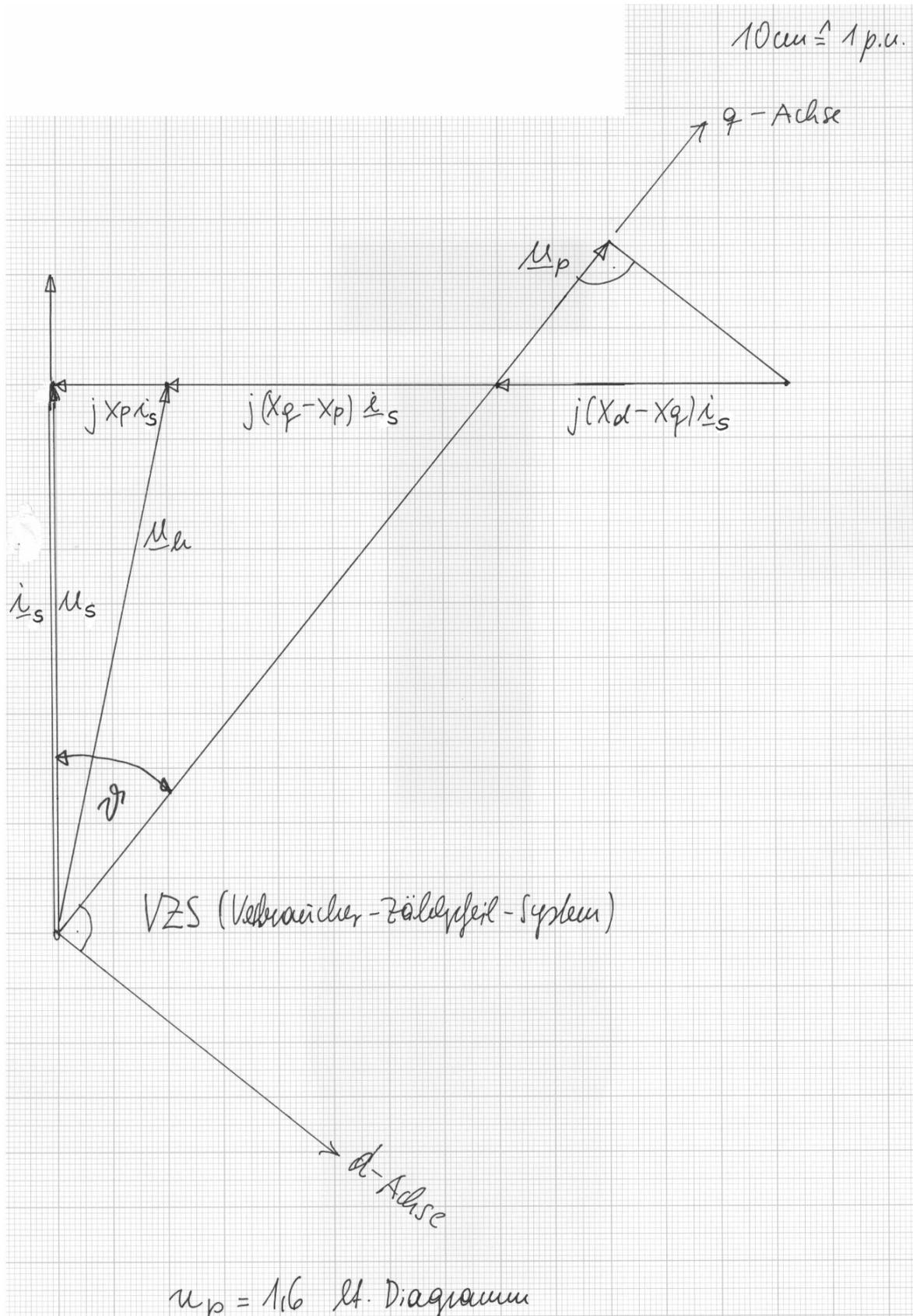


Bild 3.3-1: Spannungszeigerdiagramm eines Synchronmotors mit Schenkelpolen

$$M_{p0} = \frac{1}{31.4} \cdot \left( -\frac{3 \cdot 3637 \cdot 1.6 \cdot 3637}{1.1 \cdot 15.87} \cdot \sin 71.3^\circ - 3 \cdot \frac{3637^2}{2} \cdot \frac{1}{15.87} \left( \frac{1}{0.66} - \frac{1}{1.1} \right) \cdot \sin(2 \cdot 71.3^\circ) \right) =$$

$$= \underline{\underline{-124374 \text{ Nm}}}$$

$M_{p0}$  zeichnerisch, indem  $P_m = f(\vartheta)$  graphisch dargestellt wird und so  $P_{m,\max}$  und  $\vartheta_{p0}$  ermittelt werden.

3) a) Federkonstante bei Leerlauf ( $\vartheta_0 = 0$ ):

$$c_\vartheta = \left. \frac{dM}{d\vartheta} \right|_{\vartheta_0=0} = - \left( A \cos \vartheta_0 + 2B \cdot \cos(2\vartheta_0) \right) \cdot \left. \frac{1}{\Omega_{syn}} \right|_{\vartheta_0=0} = - (A + 2B) \frac{1}{\Omega_{syn}}$$

$$= - \frac{1}{\Omega_{syn}} \cdot \left( m_s \frac{U_s U_p}{X_d} + m_s \frac{U_s^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot 2 \right) =$$

$$= - \frac{1}{31.4} \left( 3 \cdot \frac{3637 \cdot 1.6 \cdot 3637}{1.1 \cdot 15.87} + 3 \cdot \frac{3637^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{0.66} - \frac{1}{1.1} \right) \cdot \frac{2}{15.87} \right) =$$

$$= \underline{\underline{-164095 \text{ Nm/rad}}}$$

b) Eigenfrequenz (ohne Einfluss des Dämpferkäfigs):

$$\omega_e = \sqrt{\frac{|c_\vartheta| p}{J}} = \sqrt{\frac{164095 \cdot 10}{30000}} = \underline{\underline{7.39 \text{ s}^{-1}}}$$

$$\text{Eigenfrequenz: } f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} = \underline{\underline{1.18 \text{ Hz}}}$$

So pendelt das Polrad nach jedem Belastungsstoß und wird durch die Wirbelströme im Dämpferkäfig wieder in die Ausgangslage zurückgeführt.

### Aufgabe 3.4: Wasserkraftwerk-Generator

Ein Synchron-Wasserkraftgenerator in der *Schweizer Alpenregion* besitzt die Daten

$$U_N = 10 \text{ kV Y}, I_N = 400 \text{ A}$$

$$2p = 10, \quad f_N = 50 \text{ Hz}, \quad x_d = 0.9 \text{ p.u. (normiert)}.$$

Der Statorwiderstand kann vernachlässigt werden.

1) Bestimmen Sie aus dem linearen Ersatzmodell der Vollpolmaschine die Werte der Polradspannung für den Generatorbetrieb bei

$$U_s = 90 \% \text{ von } U_{sN}, \quad I_s = 110 \% \text{ von } I_N \quad \text{mit}$$

- a)  $\cos \varphi = 0.8$  übererregt
- b)  $\cos \varphi = 1$
- c)  $\cos \varphi = 0.9$  untererregt.

2) Wie groß ist bei jeweils festgehaltenem Erregerstrom (bzw.  $U_p$ ) das statische Kippmoment  $M_{p0}$  für die Belastungsfälle a), b), c) nach Pkt. 1) ?

3) Welche Funktion hat die Dämpferwicklung der Synchronmaschine?

**Lösung zu Aufgabe 3.4:**

1) Lineares Ersatzmodell der Vollpolmaschine:  $x_d = const. = 0.9 p.u.$  ( $r_s = 0$ ) Siehe Bild 3.4-1.:

$$\underline{U}_p + jX_d \underline{I}_s = \underline{U}_s$$

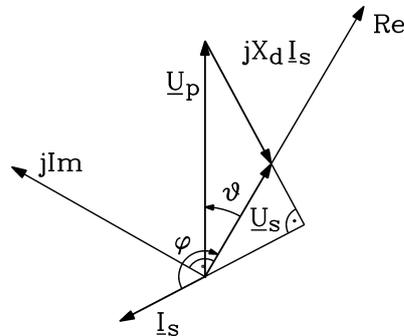
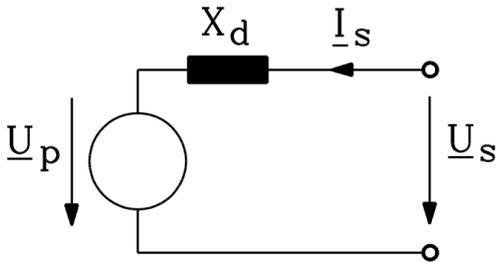


Bild 3.4-1: Ersatzschaltbild einer Vollpolmaschine    Bild 3.4-2: Spannungszeigerdiagramm für Generatorbetrieb

Generatorbetrieb: Polradspannung eilt Strangspannung voraus:  $\underline{U}_s = U_s$

$$\underline{U}_p = U_p \cos \vartheta + jU_p \sin \vartheta \quad \text{oder} \quad \underline{U}_p = \underline{U}_s - jX_d \underline{I}_s$$

$$\underline{I}_s = I_s \cos \varphi - jI_s \sin \varphi$$

In per-unit Werten ergibt sich:

$$u_p = \frac{U_p}{U_{sN}}, \quad u_s = \frac{U_s}{U_{sN}} = 0.9, \quad i_s = \frac{I_s}{I_{sN}} = 1.1, \quad X_d / Z_N = x_d, \quad Z_N = \frac{U_{sN}}{I_{sN}} = 14.43 \, \Omega$$

$$U_{sN} = U_{N,ph} = U_N / \sqrt{3} = 10 \text{ kV} / \sqrt{3} = 5773 \text{ V}, \quad I_{sN} = 400 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \underline{u}_p &= u_s - jx_d (i_s \cos \varphi - j \cdot i_s \sin \varphi) = u_s - j \cdot x_d i_s \cdot \cos \varphi - x_d i_s \cdot \sin \varphi \\ &= 0.9 - 0.9 \cdot 1.1 \cdot \sin \varphi - j \cdot 0.9 \cdot 1.1 \cdot \cos \varphi = 0.9 - 0.99 \cdot \sin \varphi - j \cdot 0.99 \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

Verbraucher-Zählpfeilsystem:  $\cos \varphi$  negativ !

- a)  $\cos \varphi = -0.8 \rightarrow \sin \varphi = -0.6$  übererregt: Strom eilt Spannung vor:  $\varphi < 0$
- b)  $\cos \varphi = -1 \rightarrow \sin \varphi = 0$  resistiv: Strom in Gegenphase zur Spannung:  $\varphi = \pi$
- c)  $\cos \varphi = -0.9 \rightarrow \sin \varphi = 0.43$  untererregt: Strom eilt Spannung nach:  $\varphi > 0$

a)  $\underline{u}_p = 0.9 + 0.99 \cdot 0.6 + j \cdot 0.99 \cdot 0.8 = 1.494 + j \cdot 0.792, \quad u_p = \underline{\underline{1.69 p.u.}}$

b)  $\underline{u}_p = 0.9 + 0 + j \cdot 0.99 = 0.9 + j \cdot 0.99, \quad u_p = \underline{\underline{1.34 p.u.}}$

c)  $\underline{u}_p = 0.9 - 0.99 \cdot 0.43 + j \cdot 0.99 \cdot 0.9 = 0.474 + j \cdot 0.89, \quad u_p = \underline{\underline{1.01 p.u.}}$

2)  $P_m = -m_s \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \vartheta, \quad P_{m,p0} = -\frac{m_s \cdot U_s \cdot U_p}{X_d} \left( \vartheta_{p0} = \frac{\pi}{2} \right)$  Generatorbetrieb

$$M_{p0} = -\frac{1}{\Omega_{syn}} \cdot m_s \frac{U_s U_p}{X_d} \quad \Omega_{syn} = 2\pi \frac{f}{p} = 2\pi \cdot \frac{50}{5} \text{ s}^{-1} = 62.8 \text{ s}^{-1}$$

$$a) \quad M_{p0} = -\frac{1}{62.8} \cdot 3 \cdot 0.9 \cdot 5773 \cdot 1.69 \cdot 5773 \cdot \frac{1}{0.9 \cdot 14.43} = \underline{\underline{-186.4 \text{ kNm}}}$$

$$b) \quad M_{p0} = -\frac{1}{\Omega_{syn}} \cdot u_s \cdot \frac{u_p}{x_d} \cdot S_N = -\frac{1}{62.8} \cdot 0.9 \cdot 1.34 \cdot \frac{1}{0.9} \cdot 6927600 = \underline{\underline{-147.8 \text{ kNm}}}$$

$$c) \quad M_{p0} = -186.4 \cdot \frac{1.01}{1.69} \text{ Nm} = \underline{\underline{-111.4 \text{ kNm}}}$$

### Funktion des Dämpferkäfigs:

- Bedämpfung der eigenfrequenten Pendelungen des Polrads nach *Laststößen* (= elektrische "Drehfeder" der elastischen Kopplung Läufer-Ständer durch das Luftspaltfeld)

- Abdämpfung der Feldoberwellen des Ständers: Selbst bei reiner Sinusspannungspeisung der Ständerwicklung existieren Feldoberwellen infolge der in diskreten Nuten verteilten Drehstromwicklung: Bei ungesättigtem Eisen gilt für deren *nicht* abgedämpfte Amplituden:

$$\hat{B}_v = \mu_0 \frac{1}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m}{p} N_s k_{wv} I_s \frac{1}{v},$$

$$v_{syn} / v = V_v,$$

$$f_v = (1 - \frac{1}{v}) f.$$

Diese Feldamplituden werden durch den Einfluss der Nutschlitze noch verstärkt. Dabei ist  $f_v$  die von ihnen induzierte Frequenz im Dämpfer. Die dadurch im Dämpfer induzierten Ströme erregen ein entgegengesetztes Feld, das diese Amplituden verringert („abgedämpft“).

- Bei Schiefkast ( $\hat{I}_U \neq \hat{I}_V \neq \hat{I}_W$ ) treten Inversfelder auf, die den Dämpfer wegen  $(-v_{syn}) - v_{syn} = -2v_{syn}$  mit  $2f$  (also z.B. 100Hz) induzieren. Diese Dämpferströme (induzierte Wirbelströme) mit 100 Hz erregen Gegenfeldern, die diese Inversfelder verringern (abdämpfen).

*Beispiel für Schiefkast:* Ausfall einer Phase (z.B. U)  $\rightarrow \hat{I}_U = 0, \hat{I}_V = -\hat{I}_W$ . Es tritt ein stehendes Wechselfeld auf, das in 2 gegenläufige Drehfelder halber Amplitude zerlegt werden kann. Das entgegen laufende Drehfeld wird abgedämpft.

- Asynchroner Anlauf: Das Ständerfeld induziert im Dämpfer Ströme mit Schlupffrequenz, die mit dem Ständerfeld ein asynchrones Hochlaufmoment bilden.

Für Asynchronanlauf und Schiefkast mit Gegenfeldern  $\frac{B_{gegen}}{B_{mit}} > 50\%$  wird der Dämpferkäfig thermisch sehr beansprucht: Daher ist ein „verstärkter“ Dämpfer mit großem Stabquerschnitt nötig!

### Aufgabe 3.5: Flusskraftwerks-Generator

Eine Synchron-Einzelpolmaschine wird als Generator in einem Flusskraftwerk am *Don (Ukraine)* eingesetzt. Sie besitzt die Daten

$$U_N = 10 \text{ kV } Y \quad (\text{Außenleitergröße} = \text{verketteter Wert})$$

$$I_N = 2 \text{ kA} \quad (\text{Außenleitergröße})$$

$$f_N = 50 \text{ Hz}; \quad 2p = 40$$

$$x_d = 0.9 \text{ p.u.}; \quad x_q = 0.55 \text{ p.u.}; \quad R_s \approx 0.$$

- 1) Zeichnen Sie das maßstäbliche Zeigerdiagramm für Generatorbetrieb mit

$$U_s = U_N, \quad I_s = 80 \% \text{ von } I_N, \quad \cos\varphi = 0,7 \text{ übererregt.}$$

Wie groß ist der Wert der fiktiven Polradspannung  $U_p = |U_p|$ ?

(Empfehlungen: Diagramm in bezogenen Einheiten im Maßstab 1 p.u. = 5 cm; Format DIN A4 quer, Ursprung im Blattzentrum)

- 2) Vom Betriebspunkt nach Pkt.1) ausgehend wird bei festgehaltenen Werten von  $U_s = U_N$  und  $U_p$  das Antriebsmoment und damit der Polradwinkel  $\vartheta$  verändert. Bestimmen Sie graphisch durch Ergänzung des Zeigerdiagramms den Drehmomentverlauf  $M_e = f(\vartheta)$  in beliebigem Maßstab ( $\vartheta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, \dots, 180^\circ$ ).
- 3) Berechnen Sie das Drehmoment für den Betriebspunkt nach (Pkt.1) und bestimmen Sie daraus den Maßstabsfaktor für den Drehmomentverlauf. Wie groß ist das Kippmoment  $M_{p0}$ ?

**Lösung zu Aufgabe 3.5:**

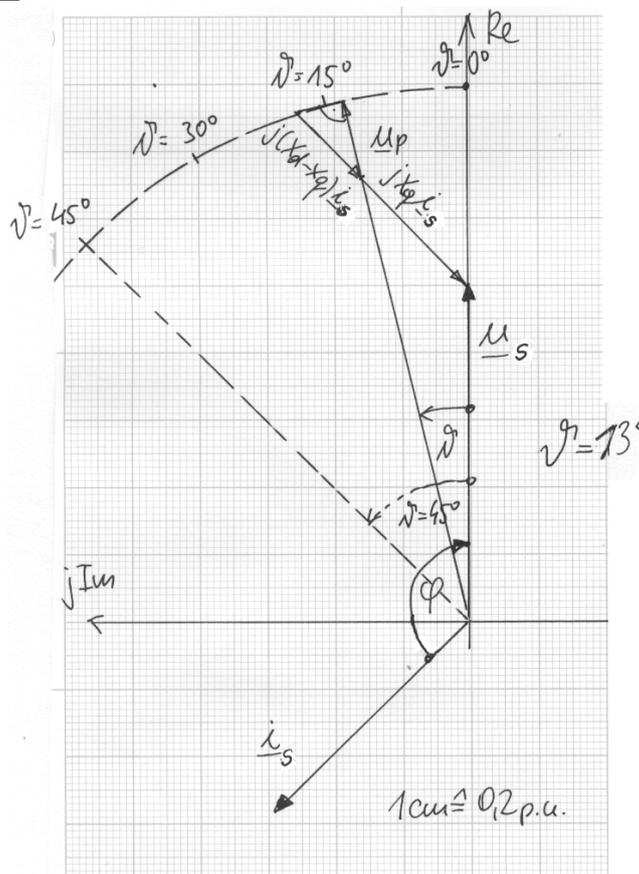


Bild 3.5-1: Spannungszeigerdiagramm

1) Bezogene Größen:  $I_s = 0,8 \cdot I_{sN} \Rightarrow i_s = 0,8, U_s = U_{sN} \Rightarrow u_s = 1$

$x_d = 0,9, x_q = 0,55, \cos\varphi = 0,7$  übererregt. Im Verbraucherzählpfeilsystem ist die Wirkleistung  $< 0$  bei Generatorbetrieb. Also ist der Leistungsfaktor negativ, dementsprechend mit Phasenwinkel  $\varphi = 134,4^\circ$ .

$$x_d \cdot i_s = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72 \text{ p.u.}, x_q \cdot i_s = 0,55 \cdot 0,8 = 0,44 \text{ p.u.}; n_{syn} = f / p = 50 / 20 = 2,5 / s = \underline{\underline{150 / \text{min}}}$$

Aus Bild 3.5-1 ergibt sich:

$$\Rightarrow u_p \hat{=} 8 \text{ cm}, \lambda = 5 \text{ cm/p.u.} \Rightarrow u_p = 1.6 \text{ p.u.} \Rightarrow U_p = 1.6 \cdot 5773.5 \text{ V} = \underline{\underline{9237.6 \text{ V}}} \text{ (Effektivwert)}$$

2) Indem  $U_s$  und  $U_p$  konstant gehalten werden und der Polradwinkel verändert wird, erhält man Bild 3.5-3 nach den Regeln von Bild 3.5-2.

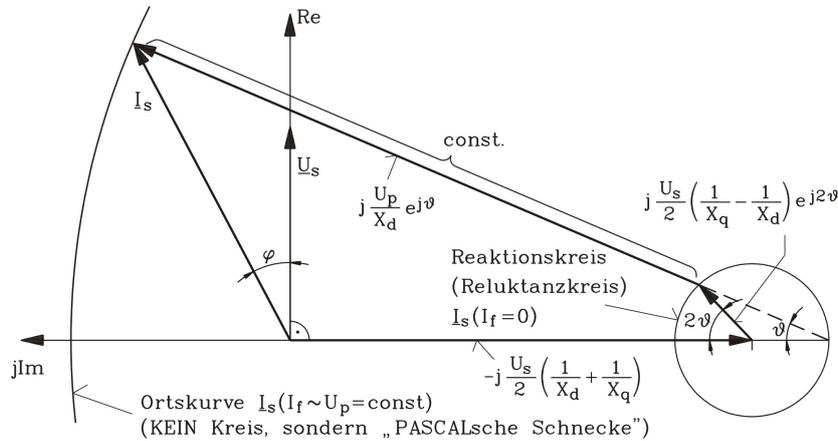


Bild 3.5-2: Stromortskurve einer Synchronmaschine bei gegebener Stator- und Polradspannung als Funktion des Polradwinkels

$$M_e = \frac{P}{\Omega_{\text{syn}}} \stackrel{R_s=0}{=} \frac{3 \cdot U_s \cdot \text{Re}\{I_s\}}{\Omega_{\text{syn}}}, \quad \frac{u_s}{x_d} = \frac{1}{0.9} = 1.11; \quad \frac{u_s}{x_q} = \frac{1}{0.55} = 1.82; \quad \frac{u_p}{x_d} = \frac{1.6}{0.9} = 1.78 \text{ p.u.}$$

$\text{Re}\{I_s\} = I_{s,\text{wirk}}$  um die Wirkleistung zu bestimmen:

$\vartheta / ^\circ$	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
$i_s/\text{p.u.}$	0.67 <sup>**</sup> )	0.86	1.22	1.62	2.0	2.3	2.52	2.7	2.76	2.86	2.88	2.89	2.89 <sup>*)</sup>
$i_{s,\text{active}}/\text{p.u.}$	0	0.66	1.2	1.6	1.84	1.94	1.78	1.55	1.22	0.92	0.6	0.3	0
$-M_e/\text{kNm}$	0	1455	2646	3528	4057	4277	3925	3418	2690	2028	1323	661	0

$$*): i_s = \left| \frac{u_s + u_p}{x_d} \right| = \left| \frac{1 + 1.6}{0.9} \right| = 2.89$$

$$**): i_s = \left| \frac{u_s - u_p}{x_d} \right| = \left| \frac{1 - 1.6}{0.9} \right| = |-0.67| = 0.67$$

Im Erzeuger-Zählpeilsystem werden alle Momente im Generatorbetrieb für  $\vartheta > 0$  negativ gezählt!

Mit

$$S_N = 3 \cdot U_{sN} \cdot I_N = \sqrt{3} \cdot 10000 \cdot 2000 \text{ VA} = 34640 \text{ MVA}$$

$$\Omega_{\text{syn}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f}{p} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{50}{20} \text{ s}^{-1} = 15,7 \text{ s}^{-1}$$

Man erhält das Moment aus dem Wirkstrom von Bild 3.5-3:

$$M_e = \frac{u_s \cdot i_{s,\text{wirk}}}{\Omega_{\text{syn}}} \cdot S_N = i_{s,\text{wirk}} \cdot \frac{1}{15,7} \cdot 34640 \text{ kNm} = \underline{\underline{2205 \text{ kNm}}} \cdot i_{s,\text{wirk}}$$

Die entsprechende Drehmoment-Lastwinkelkurve ist in Bild 3.5-4 gegeben:

$$\Rightarrow M_{p0} = 4277 \text{ kNm} \text{ bei } \vartheta_{p0} = 75^\circ$$

exakte Berechnung (siehe Aufgabe 3.3.) ergibt:  $M_{p0} = 4189 \text{ kNm}$  bei  $\vartheta_{p0} = 71,5^\circ!$

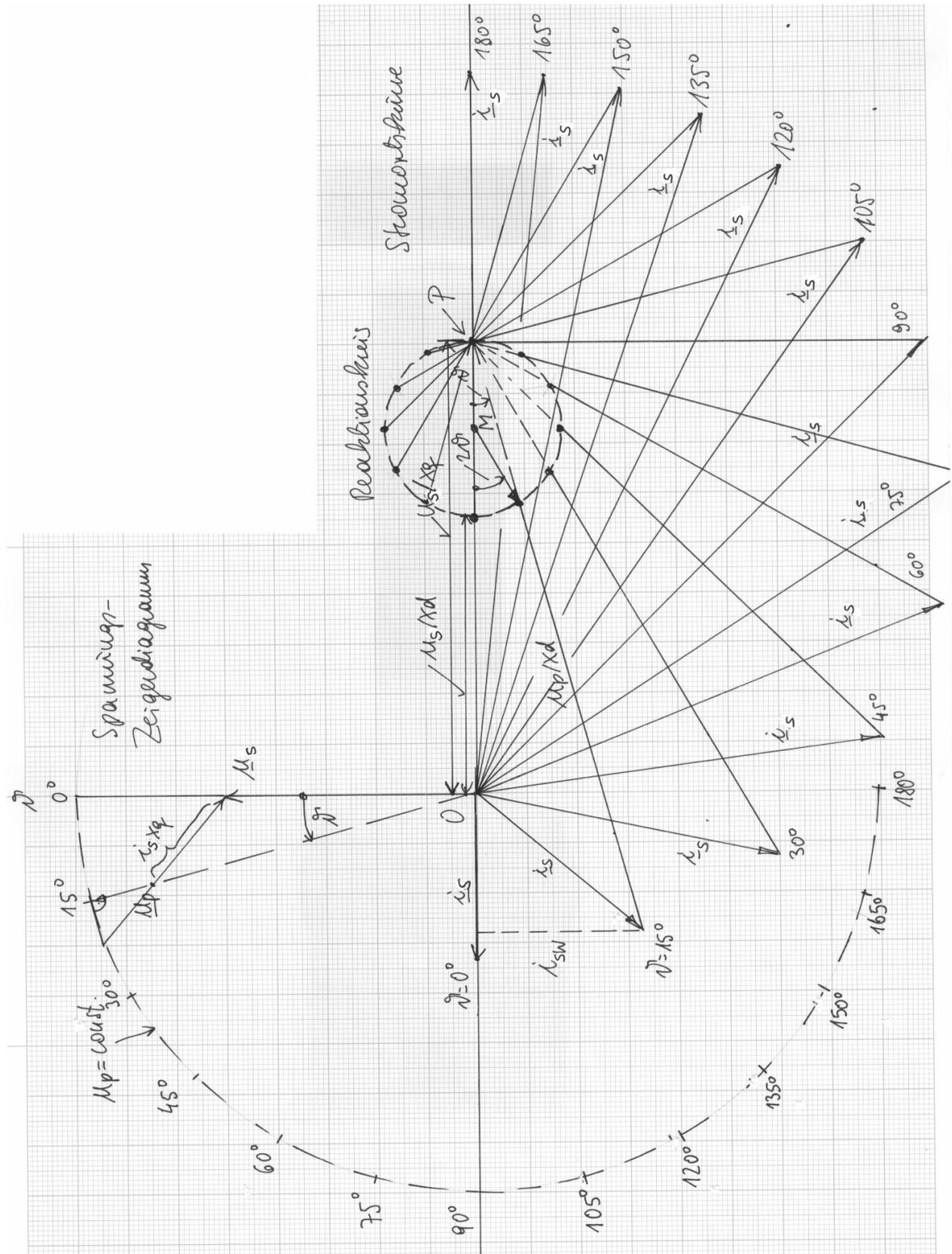


Bild 3.5-3: Stromzeigerdiagramm (in bezogenen Größen) als Ortskurve in Abhängigkeit vom Polradwinkel bei konstanter Spannung und Polradspannung

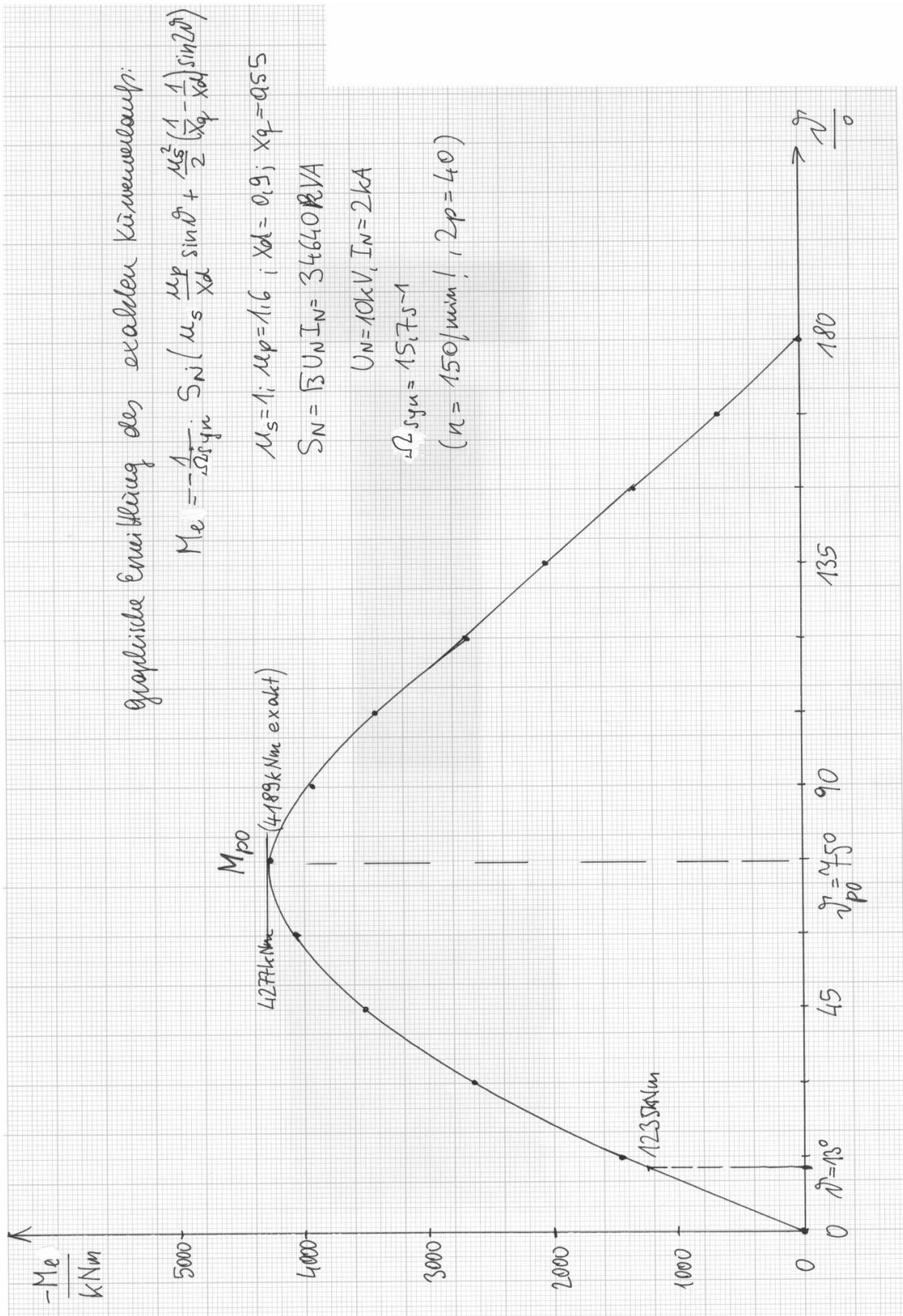


Bild 3.5-4: Drehmoment über dem Polradwinkel einer Synchronmaschine im Generatorbetrieb

Bemerkung: VZS:  $M_{p0} < 0$  bei Generatorbetrieb

GZS:  $M_{p0} > 0$  bei Generatorbetrieb

$$3) \text{ Nennmoment: } M_N = \frac{P_N}{\Omega_{\text{syn}}} = \frac{S_N \cdot \cos \varphi_N}{\Omega_{\text{syn}}} = \frac{34640 \cdot 0.7}{15.7} = \underline{\underline{1544 \text{ kNm}}}$$

Bei 80% Nennstrom und Nennleistungsfaktor ist das Moment um 20% reduziert:

$$M = \frac{0.8 \cdot P_N}{\Omega_{\text{syn}}} = 0.8 \cdot 1544 \text{ kNm} = \underline{\underline{1235 \text{ kNm}}}. \text{ Polradwinkel beträgt nach Bild 3.5-4: } \underline{13^\circ} ! \text{ Dies}$$

stimmt mit dem Ergebnis aus dem Zeigerdiagramm in Bild 3.5-1 überein. Das Kippmoment beträgt circa 4280 kNm.

### Aufgabe 3.6: Gebläse-Synchronmotor

In einem großen chemischen Betrieb wird eine Synchronmaschine als Antrieb für die Förderung von Prozessluft verwendet und gleichzeitig zur Verbesserung des Blindstromhaushalts der Fabrik eingesetzt. Von dieser Synchronmaschine sind die Leistungsschildangaben

$$P_N = 2500 \text{ kW (Wirkleistung)}$$

$$U_N = 6300 \text{ V Y (verkettet)}$$

$$\cos \varphi_N = 0.9 \text{ ü (übererregt)}$$

$$2p = 8, \quad f_N = \underline{60 \text{ Hz}}$$

$$x_d = 1.1 \text{ p.u.}$$

bekannt. Die Maschine ist näherungsweise als Vollpolmaschine zu behandeln; der Statorwiderstand kann vernachlässigt werden.

- 1) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für Motorbetrieb bei  $P = P_N$ ,  $U = 0.9 \cdot U_N$ ,  $\cos \varphi = \cos \varphi_N$ .
- 2) Wie groß ist das Drehmoment für diesen Betriebspunkt?
- 3) Bei gleichbleibendem Drehmoment wird der Polradstrom auf 70 % des ursprünglichen Wertes verringert. Welcher Wert des Leistungsfaktors  $\cos \varphi$  stellt sich ein? (Fiktive Polradspannung  $U_p \approx \text{prop. Polradstrom } I_f$ )

### Lösung zu Aufgabe 3.6:

1) Zeigerdiagramm mit p.u. Größen (Bild 3.6-1):

$$\text{Nennstrom: } I_{sN} = I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{P_N}{\sqrt{3} \cdot \cos \varphi_N \cdot U_N} = \frac{2500000}{\sqrt{3} \cdot 0.9 \cdot 6300} \text{ A} = \underline{\underline{254.6 \text{ A}}}$$

Überlaststrom wegen reduzierter Spannung, aber voller Leistung:

$$I_s(P_N, 0.9 \cdot U_N, \cos \varphi_N) = \frac{P_N}{\sqrt{3} \cdot \cos \varphi_N \cdot 0.9 \cdot U_N} = \frac{2500000}{\sqrt{3} \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 6300} \text{ A} = \underline{\underline{282.8 \text{ A}}}$$

$$u_s = \underline{\underline{0.9 \text{ p.u.}}}, \quad i_s = \frac{I_s}{I_{sN}} = \underline{\underline{1.11 \text{ p.u.}}}$$

$$x_d = 1.1 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad x_d \cdot i_s = 1.1 \cdot 1.11 \text{ p.u.} = \underline{\underline{1.22 \text{ p.u.}}}$$

Motorbetrieb:  $u_s$  eilt  $u_p$  voraus. Ergebnis:  $u_p = \underline{\underline{1.8 \text{ p.u.}}}$

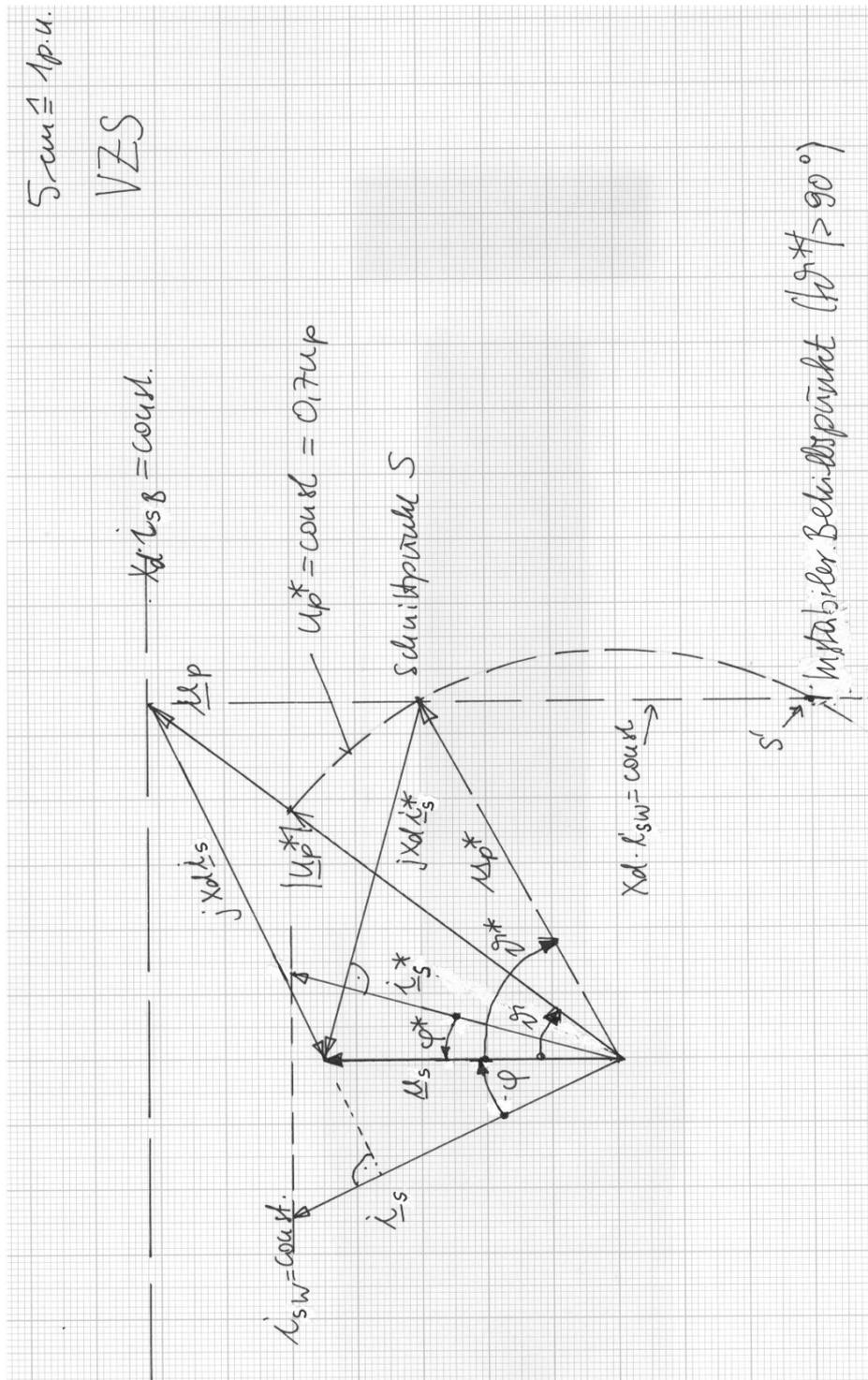


Bild 3.6-1: Zeigerdiagramm bei 90% Nennstrom für große und kleine Polradspannung und konstanter Leistung

$$2) M_N = \frac{P_N}{\Omega_{syn}} = \frac{P_N}{2 \cdot \pi \cdot n_{syn}} = \frac{P_N \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f_N} = \frac{2500000 \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot 60} \text{ Nm} = \underline{\underline{26.53 \text{ kNm}}}$$

- 3) In 1)  $u_p = 1.8 \text{ p.u.}$  Jetzt geringere Erregung  $u_p^* = 0.7 \cdot u_p = \underline{1.26 \text{ p.u.}}$  ( $U_p \sim I_f$  !)
- Da  $M = \text{const.}$  ( $f_s, n = \text{const.}$ )  $\Rightarrow P = \text{const.}$
- Da  $U_s = \text{const.}$   $\Rightarrow P = 3 \cdot U_s \cdot \underbrace{I_s \cdot \cos \varphi_s}_{I_{s,wirk}} = \text{const.} \Rightarrow \underline{I_{s,wirk} = \text{const.}} \Rightarrow \underline{x_d \cdot I_{s,wirk} = \text{const.}}$

Also ist  $j \cdot x_d \cdot i_{s,wirk} = j \cdot x_d \cdot i_{s,w}$  konstant für konstantes Moment und Spannung (gestrichelte Linie in Bild 3.6-1). In Bild 3.6-1 liefert der Schnittpunkt des Kreises  $u_p^* = \text{const.}$  (Mittelpunkt: Koordinatenursprung) und  $j \cdot x_d \cdot i_{s,w} = \text{const.}$  zwei Betriebspunkte  $S$  und  $S'$  (Bild 3.6-2). Der Punkt  $S'$  ist instabil, da  $|\vartheta^*| > 90^\circ$  (Bild 3.6-1). Also ist der neue Betriebspunkt  $S$ , da er alle Voraussetzungen oben erfüllt. Aus Bild 3.6-1 ergibt sich bei  $S$ :

$$x_d \cdot i_s^* = 1.14 \text{ p.u.} \Rightarrow i_s^* = 1.04 \text{ p.u.} \Rightarrow I_s^* = 264.8 \text{ A}$$

$$P_N = 3 \cdot 0.9 \cdot U_{sN} \cdot I_s^* \cdot \cos \varphi^* \Rightarrow \underline{\underline{\cos \varphi^* = 0.96}} \Rightarrow \varphi^* = 16.3^\circ$$

Indem der Phasenwinkel direkt aus dem Diagramm genommen wird, erhält man  $\varphi^* = 14.5^\circ$ . (Zeichengenauigkeiten!)

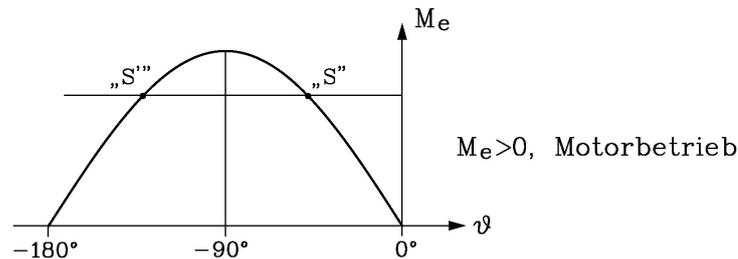


Bild 3.6-2: Stabiler ( $S$ ) und instabiler ( $S'$ ) Betriebspunkt für gegebenes Moment

### Aufgabe 3.7: Umrichter gespeister Walzwerks-Synchronmotor

Im Walzwerk *Dillinger Hütte* steht ein 5.5 m-Grobblech-Walzgerüst, an dem in einem ersten Schritt die Stahlrohlinge mit enorm großen Drehmomenten zu Grobblech gewalzt werden, bevor sich weitere Walzschritte an anderen Walzgerüsten mit geringerem Drehmoment anschließen. Dieses Grobblech-Walzgerüst wird von einem 12-poligen umrichter gespeisten elektrisch erregten Vollpol-Synchronmotor mit einer Nennleistung  $P_N = 10.9 \text{ MW}$  bei  $n_N = 58.5/\text{min}$  drehzahlveränderbar zwischen  $n = 0$  und  $n_{\max} = 112.5/\text{min}$  angetrieben. Beantworten Sie im Folgenden für eine ähnliche Maschine mit denselben o. g. Bemessungsdaten für  $U_N = 3.15 \text{ kV}$ ,  $Y$ ,  $R_s \approx 0$  (Motorwirkungsgrad  $\eta$  näherungsweise 100%),  $L_h \approx 15.9 \text{ mH}$ ,  $L_d \approx 17.6 \text{ mH}$ ,  $\ddot{u}_{lf} = 1/6$  die folgenden Fragen. Um den Umrichter mit minimalem Strom zu belasten, wird über die Läufererregung die Polradspannung so eingestellt, dass der Stator-Leistungsfaktor Eins ist, so dass kein Blindstrom, sondern nur der erforderliche Wirkstrom über den Umrichter fließt.

1) Wie groß ist die Umrichterausgangsfrequenz  $f_s$  bei Nenn- und Maximaldrehzahl? Wie groß sind das Bemessungsmoment  $M_N$ , der Stator-Bemessungsstrom  $I_{sN}$ , die Polradspannung  $U_{pN}$  je Strang, der fiktive Erregerstrom  $I'_{fN}$  und der Erregergleichstrom  $I_{fN}$  bei  $n_N$ ?

2) Bestimmen Sie vorzeichenrichtig den Polradwinkel  $\vartheta_N$  im Bemessungspunkt und zeichnen Sie maßstäblich das Spannungszeigerdiagramm je Strang mit dem Statorstrom und der  $d$ - und  $q$ -Achse! Überprüfen Sie  $\vartheta_N$  graphisch!

3) Zeigen Sie anhand der Drehmomentformel, welche Komponente des Statorstroms für das Drehmoment verantwortlich ist. Wie groß ist diese in Ampere, und wie groß die Polradflussverkettung  $\Psi_p$  mit der Statorwicklung je Strang? Überprüfen Sie das so ermittelte Drehmoment rechnerisch mit dem unter 2) bestimmten Polradwinkel!

4) Wie ist der Effektivwert der Statorspannung je Strang  $U_s$  als Grundschiwingung der Umrichterausgangsspannung in Abhängigkeit der Statorfrequenz  $f_s$  zu verändern, damit im Bereich  $0 \leq n \leq n_N$  das Bemessungsdrehmoment  $M_N$  bei Leistungsfaktor Eins und Bemessungsstrom  $I_{sN}$  motorisch erzeugt wird?

5) Konstantleistungsbetrieb bzw. Feldschwächbetrieb: Oberhalb der Nennfrequenz wird die Spannungsgrenze des Umrichters  $U_{s,max} = U_{sN}$  erreicht. Wie ist  $I_f$  zu verändern, damit im Bereich  $n_N \leq n \leq n_{max}$  die mechanische Leistung  $P_m = P_N = \text{konst.}$  ist, aber auch weiterhin  $\cos\varphi_s = 1$  ist? Wie ändern sich das Drehmoment  $M_e(n)$ ,  $\Psi_p(n)$  und  $I_s(n)$ ? Geben Sie die Werte  $M_e(n_{max})$ ,  $U_p(n_{max})$ ,  $\Psi_p(n_{max})$ ,  $I_s(n_{max})$ ,  $I_f(n_{max})/I_{fN}$  und  $\mathcal{G}(n_{max})$  an! Überprüfen Sie  $\mathcal{G}(n_{max})$  graphisch! Zeichnen Sie die Verläufe  $U_s(n)$ ,  $I_s(n)$ ,  $P_m(n)$ ,  $M_e(n)$ ,  $\Psi_p(n)$ ,  $U_p(n)$  und  $I_f(n)$  für  $0 \leq n \leq n_{max}$  in Bezug auf den jeweiligen Wert im Bemessungspunkt!

6) Beim ersten Walzvorgang tritt kurzzeitig das 2.5-fache Nenndrehmoment als maximales Stoßmoment  $M_{max}$  bei  $n_N$  auf. Wie groß sind  $M_{max}$ ,  $U_s$ ,  $P_m$ ,  $I_s$ ,  $I_f$  und  $\mathcal{G}$ , wenn weiterhin  $\cos\varphi_s = 1$  sein muss? Überprüfen Sie  $\mathcal{G}$  graphisch!

**Lösung zu Aufgabe 3.7:**

1)  $f_{sN} = p \cdot n_N = 6 \cdot 58.5 / 60 = 5.85\text{Hz}$ ,  $f_{s,max} = p \cdot n_{max} = 6 \cdot 112.5 / 60 = 11.25\text{Hz}$

$M_N = P_m / (2\pi n_N) = 10900000 / (2\pi \cdot 58.5 / 60) = 1779271\text{Nm} \approx 1.78\text{MNm}$

$P_m = \eta \cdot P_e \quad \eta = 1: P_{mN} = P_N = P_{eN} = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_{sN} \cdot \cos\varphi_s$

$\cos\varphi_s = 1: I_{sN} = P_N / (\sqrt{3} \cdot U_N) = 10900000 / (\sqrt{3} \cdot 3150) = 1998\text{A}$

$X_{dN} = 2\pi f_{sN} \cdot L_d = 2\pi \cdot 5.85 \cdot 0.0176 = 0.647\Omega$

Da  $I_{sN}$  und  $U_{sN} = U_N / \sqrt{3} = 3150 / \sqrt{3} = 1818.7\text{V}$  in Phase sind, bilden  $\underline{U}_{sN}$  und  $jX_{dN}I_{sN}$  einen rechten Winkel, sodass wegen  $R_s \approx 0$  und  $\underline{U}_{sN} = jX_{dN}I_{sN} + \underline{U}_{pN}$  für den Betrag von  $\underline{U}_{pN}$  folgt:

$U_{pN} = \sqrt{U_{sN}^2 + (X_{dN}I_{sN})^2} = \sqrt{1818.7^2 + (0.647 \cdot 1998)^2} = 2230\text{V}$ .

Mit  $\underline{U}_p = jX_h I'_f$  folgt:  $I'_{fN} = U_{pN} / (2\pi f_N L_h) = 2230 / (2\pi \cdot 5.85 \cdot 0.0159) = 3815.7\text{A}$ .

Nenn-Erregergleichstrom:  $I_{fN} = \dot{u}_{If} \cdot I'_{fN} = (1/6) \cdot 3815.7 = 636\text{A}$

2)  $\mathcal{G}_N = -\arctan\left(\frac{X_{dN}I_{sN}}{U_{sN}}\right) = -\arctan\left(\frac{0.647 \cdot 1998}{1818.7}\right) = -35.4^\circ$

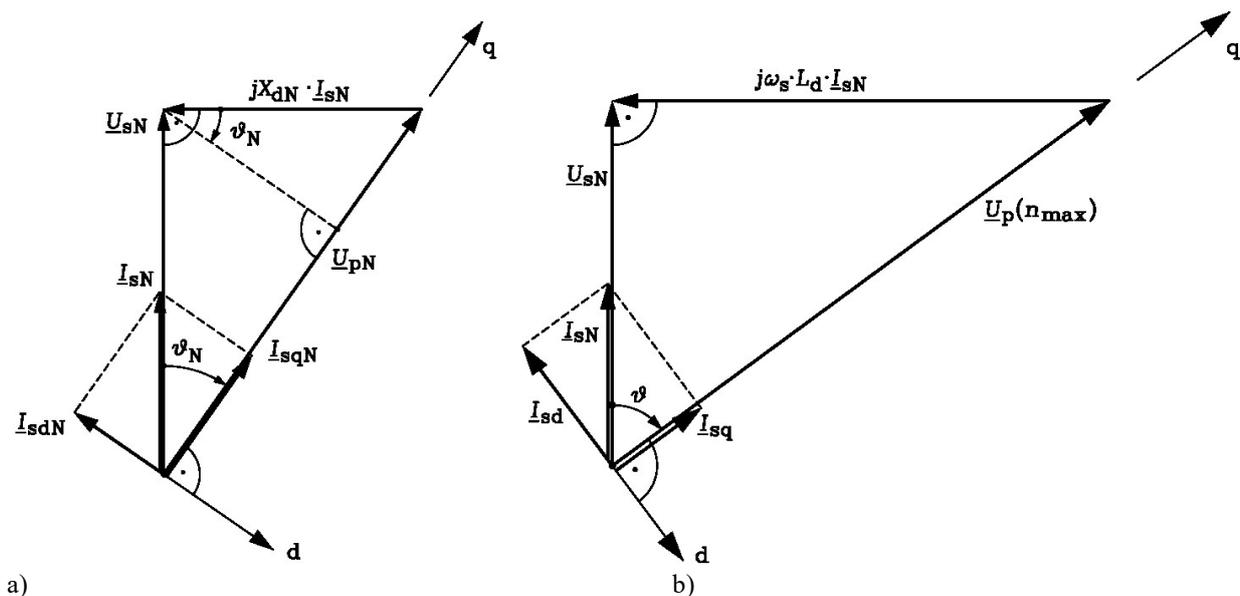


Bild 3.7-1: Maßstabgerechtes Spannungs-Zeigerdiagramm a) im Bemessungspunkt mit dem Statorstrom  $I_s$  und der  $d$ - und  $q$ -Achse, b) im Feldschwächbereich. Der Polradwinkel  $\mathcal{G}$  ist im Motorbetrieb, gezählt von  $\underline{U}_s$  nach  $\underline{U}_p$ , negativ.

3) Aus Bild 3.7-1a sieht man:  $\vartheta_N < 0$ :  $-U_{sN} \cdot \sin \vartheta_N = X_{dN} I_{sN} \cos \vartheta_N = X_{dN} I_{sqN}$ . Mit

$$U_{pN} = \omega_{sN} \cdot \Psi_{pN} / \sqrt{2} \text{ folgt aus } M_{eN} = -\frac{p}{\omega_{sN}} \cdot 3 \cdot \frac{U_{sN} U_{pN}}{X_{dN}} \cdot \sin \vartheta_N = \frac{p}{\omega_{sN}} \cdot 3 \cdot \frac{X_{dN} I_{sqN} U_{pN}}{X_{dN}}:$$

$M_{eN} = 3p \cdot \frac{\Psi_{pN}}{\sqrt{2}} \cdot I_{sqN}$ . Die Querstromkomponente des Statorstroms bildet mit dem Läuferfluss das Drehmoment.

$$I_{sqN} = -U_{sN} \cdot \sin \vartheta_N / X_{dN} = -1818.7 \cdot \sin(-35.4^\circ) / 0.647 = 1628.3 \text{ A}$$

$$\Psi_{pN} = U_{pN} \cdot \sqrt{2} / \omega_{sN} = 2230 \cdot \sqrt{2} / (2\pi \cdot 5.85) = 85.8 \text{ Vs}$$

$$M_{eN} = -\frac{p}{\omega_{sN}} \cdot 3 \cdot \frac{U_{sN} U_{pN}}{X_{dN}} \cdot \sin \vartheta_N = -\frac{6}{2\pi \cdot 5.85} \cdot 3 \cdot \frac{1818.7 \cdot 2230}{0.647} \cdot \sin(-35.4^\circ) = 1.78 \text{ MNm}$$

Dies stimmt wegen  $\eta = 1$  mit dem Bemessungsmoment von 1) überein.

4) Wegen  $\cos \varphi_s = 1$  muss der Stromzeiger  $\underline{I}_s$  parallel zum Spannungszeiger sein. Damit ergibt sich für  $0 \leq f_s \leq f_{sN}$  stets ein rechtwinkliges Spannungszeiger-Dreieck wie in Bild 3.7-1a. Soll der Strom stets Bemessungsstrom  $\underline{I}_s = \underline{I}_{sN}$  sein, so ist folglich auch die Querstromkomponente  $I_{sqN}$  konstant. Dann muss wegen  $M_{eN} \sim \Psi_{pN} \cdot I_{sqN} = \text{konst.}$  auch  $\Psi_{pN} = \text{konst.}$  gelten. Damit steigt

$$U_p \sim \omega_s \Psi_{pN} \sim \omega_s, \text{ und damit auch } U_s = \sqrt{U_p^2 - (X_d I_{sN})^2} = \omega_s \cdot \sqrt{\Psi_{pN}^2 / 2 - (L_d I_{sN})^2} \sim \omega_s.$$

Steuergesetz für die Statorspannung:  $U_s \sim f_s \sim n$ .

5)  $f_{sN} \leq f_s \leq f_{s,max}$ :  $U_s = U_{s,max} = U_{sN}$  (Umrichter-Spannungsgrenze)

Konstante Leistung:  $\eta = 1$ :  $P_{mN} = P_N = P_{eN} = 3 \cdot U_{sN} \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s$

$$\cos \varphi_s = 1: I_s = I_{sN} = P_N / (3 \cdot U_{sN}) = 10900000 / (3 \cdot 1818.7) = 1998 \text{ A}$$

Wegen  $\cos \varphi_s = 1$  muss der Stromzeiger  $\underline{I}_s = \underline{I}_{sN}$  parallel zum Spannungszeiger sein. Damit ergibt sich auch für  $f_{sN} \leq f_s \leq f_{s,max}$  stets ein rechtwinkliges Spannungszeiger-Dreieck:

$$U_p = \sqrt{U_{sN}^2 + (\omega_s / \omega_{sN})^2 \cdot (X_{dN} I_{sN})^2} = U_p(\omega_s)$$

$$I_f / I_{fN} = I'_f / I'_{fN} = U_p X_{hN} / (U_{pN} X_h) = U_p / U_{pN} \cdot (\omega_{sN} / \omega_s)$$

$$I_f / I_{fN} = \sqrt{(\omega_{sN} / \omega_s)^2 \cdot U_{sN}^2 + (X_{dN} I_{sN})^2} / U_{pN} < 1, \quad f_s > f_{sN}$$

$$I_f / I_{fN} = \sqrt{(\omega_{sN} / \omega_s)^2 \cdot 1818.7^2 + (0.647 \cdot 1998)^2} / 2230 = \sqrt{(\omega_{sN} / \omega_s)^2 \cdot 0.665 + 0.335}$$

Drehmoment aus der Leistungsgleichung:

$$M_e = P_N / (2\pi n) = M_N \cdot (n_N / n),$$

oder

$$\text{Drehmoment aus der Drehmomentgleichung: } M_e(\omega_s) = 3p \cdot \frac{\Psi_p(\omega_s)}{\sqrt{2}} \cdot I_{sq}(\omega_s).$$

Beachten Sie, dass wegen der nun gegenüber dem Bemessungspunkt vergrößerten Polradspannung das Spannungszeiger-Dreieck (Bild 3.7-1b) zwar rechtwinklig, aber nicht mehr kongruent zu jenem des Bemessungspunkts ist (Bild 3.7-1a). Damit dreht mit dem länger werdenden Zeiger  $\underline{U}_p$  auch die  $q$ -Achse, und die  $q$ -Stromkomponente  $I_{sq}(\omega_s)$  wird trotz

konstanten Stroms kleiner. Mit  $\Psi_p(\omega_s) = U_p(\omega_s) \cdot \sqrt{2} / \omega_s$  und  $M_e(\omega_s) = 3p \cdot \frac{\Psi_p(\omega_s)}{\sqrt{2}} \cdot I_{sq}(\omega_s)$

sinkt  $I_{sq}(\omega_s)$  in dem Maß, wie  $U_p(\omega_s)$  steigt, so dass das Drehmoment gemäß

$$M_e(\omega_s) = 3p \cdot \frac{U_p(\omega_s)}{\omega_s} \cdot I_{sq}(\omega_s) \sim 1/\omega_s \sim 1/n \text{ sinkt.}$$

$$\Psi_p(\omega_s) = \sqrt{U_{sN}^2 + (\omega_s / \omega_{sN})^2 \cdot (X_{dN} I_{sN})^2} \cdot \sqrt{2} / \omega_s$$

Der Statorstrom ändert sich nicht:  $I_s(n) = I_{sN}$ , so dass der Umrichter stets nur mit Bemessungsstrom belastet wird.

$$M_e(n_{max}) = 1.78 \cdot (58.5 / 112.5) = 1.78 / 1.923 = 0.926 \text{ MNm}$$

$$U_p(n_{max}) = U_{p,max} = \sqrt{1818.7^2 + 1.923^2 \cdot (0.647 \cdot 1998)^2} = 3080.1 \text{ V} = 1.38 \cdot 2230 \text{ V} = 1.38 \cdot U_{pN}$$

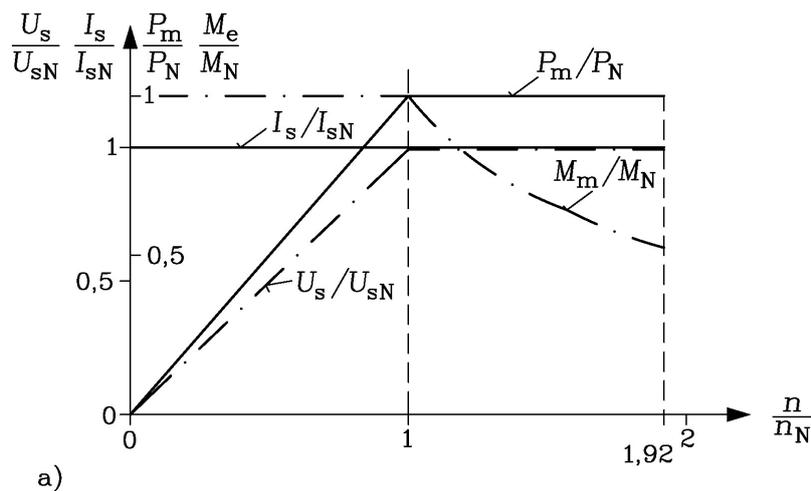
$$\Psi_p(n_{max}) = U_{p,max} \cdot \sqrt{2} / \omega_{s,max} = 3080.1 \cdot \sqrt{2} / (2\pi \cdot 11.25) = 61.62 \text{ Vs} = 0.718 \cdot \Psi_{pN} < \Psi_{pN}$$

Die Flussverkettung sinkt, da das Läuferfeld geschwächt wird („Feldschwächbetrieb“).

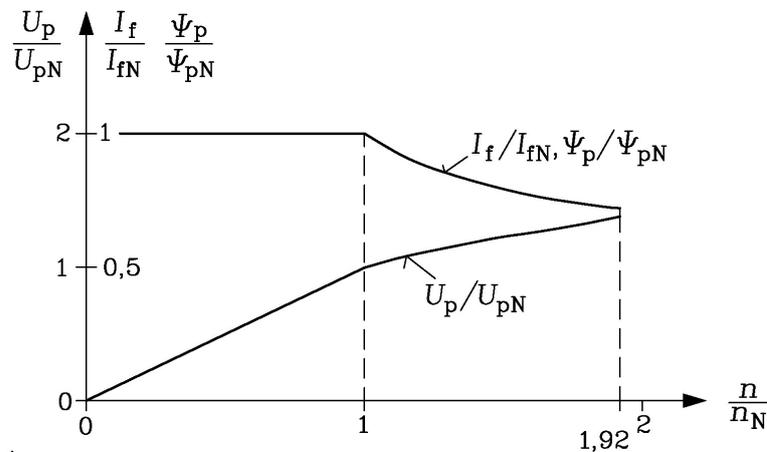
$$I_s(n_{max}) = 1998 \text{ A} = I_{sN}$$

$$I_f(n_{max}) / I_{fN} = \sqrt{0.665 / 1.923^2 + 0.335} = 0.718 = \Psi_p(n_{max}) / \Psi_{pN}$$

$$\vartheta(n_{max}) = -\arctan\left(\frac{(n_{max} / n_N) \cdot X_{dN} I_{sN}}{U_{sN}}\right) = -\arctan\left(\frac{1.923 \cdot 0.647 \cdot 1998}{1818.7}\right) = -53.8^\circ$$



a)



b)

**Bild 3.7-2:** Verläufe a)  $U_s(n)$ ,  $I_s(n)$ ,  $P_m(n)$ ,  $M_e(n)$ ; b)  $\Psi_p(n)$ ,  $U_p(n)$  und  $I_f(n)$  für  $0 \leq n \leq n_N$  (Grunddrehzahlbereich) und  $n_N \leq n \leq n_{max}$  (Konstantleistungsbzw. Feldschwächbereich). Kurvenwerte bezogen auf den jeweiligen Wert im Bemessungspunkt  $n_N$

$$6) M_{\max} = 2.5 \cdot M_N = 2.5 \cdot 1.78 = 4.45 \text{ MNm}$$

$$P_{m,\max} = 2.5 \cdot P_N = 2.5 \cdot 10.9 = 27.25 \text{ MW} = P_{\max}$$

$$I_{s,\max} = P_{\max} / (\eta \cdot 3U_{sN} \cos \varphi_s) = P_{\max} / (3U_{sN}) = 2.5 \cdot P_N / (3U_{sN}) = 2.5 \cdot I_{sN} = 2.5 \cdot 1998 = 4995 \text{ A}$$

$$I_f(M_{\max}) / I_{fN} = \sqrt{(\omega_{sN} / \omega_s)^2 \cdot U_{sN}^2 + (X_{dN} I_{sN})^2} / U_{pN} =$$

$$= \sqrt{1818.7^2 + (0.647 \cdot 4995)^2} / 2230 = 1.66$$

$$\text{Erreger-Gleichstrom: } I_f(M_{\max}) = 1.66 \cdot I_{fN} = 1.66 \cdot 636 = 1058 \text{ A}$$

$$\vartheta(M_{\max}) = -\arctan\left(\frac{X_{dN} I_{s,\max}}{U_{sN}}\right) = -\arctan\left(\frac{0.647 \cdot 4995}{1818.7}\right) = -60.6^\circ \text{ (vergleiche Bild 3.7-3)}$$

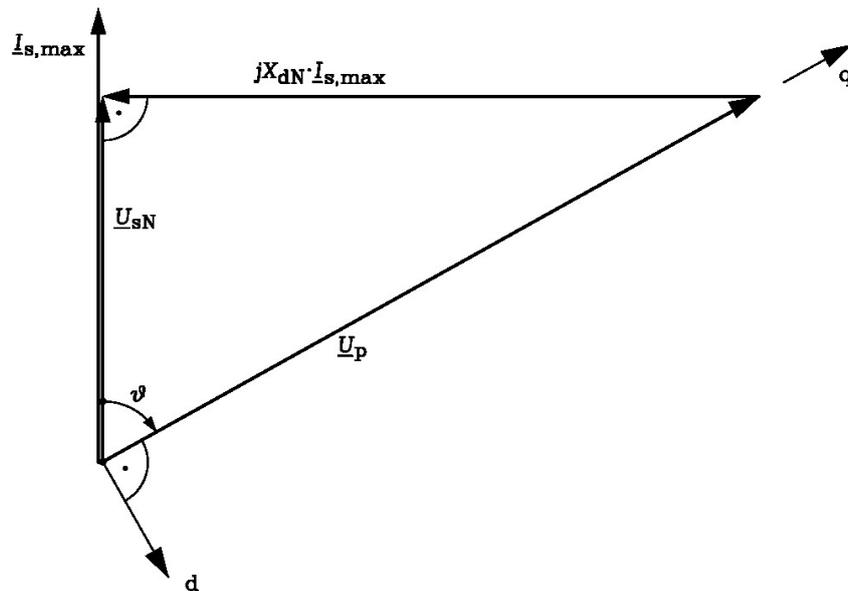


Bild 3.7-3: Maßstabgerechtes Spannungs-Zeigerdiagramm im Überlastpunkt bei  $n_N$  mit dem Statorstrom  $I_{s,\max}$  und der  $d$ - und  $q$ -Achse. Der Polradwinkel  $\vartheta$  ist im Motorbetrieb, gezählt von  $\underline{U}_s$  nach  $\underline{U}_p$ , negativ.

### Aufgabe 3.8: Auslegungsparameter einer Lichtmaschine

Eine dreiphasige, statorseitig in Y geschaltete zwölfpolige, elektrisch erregte Schenkelpol-Synchronmaschine dient als Lichtmaschine für  $P_N = 1.2 \text{ kW}$  bei  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ . Sie hat einen Bohrungsdurchmesser  $d_{si} = 0.09 \text{ m}$ , eine Blechpaketlänge  $l = 0.04 \text{ m}$  und  $Q_s = 36$  Statornuten. Um eine gleichgerichtete Statorspannung von  $U_d = 14 \text{ V}$  zum Laden der 12 V-Bordbatterie schon ab ca.  $n = 1500 \text{ min}^{-1}$  zu erzeugen, muss bei dieser Drehzahl die induzierte Statorstrangspannung  $U_{s0} = 6 \text{ V}$  effektiv betragen. Die vom Polrad erregte Flussdichte  $B_\delta(x)$  ist entlang der Luftspalt-Umfangskoordinate  $x$  annähernd räumlich sinusförmig verteilt.

- 1) Wie groß ist die Statorfrequenz  $f_s$ ? Wie groß ist die Anzahl der Nuten je Pol und Strang?
- 2) Wie groß sind die Polteilung  $\tau_p$  und der Läuferfluss  $\Phi_p$  pro Pol bei  $B_{\delta p} = 0.6 \text{ T}$ ?
- 3) Wie groß ist die Windungszahl  $N_s$  je Strang, wenn jede Spule  $N_c = 4$  Windungen hat und je Strang alle Ständerspulen der sechs Polpaare in Serie geschaltet sind?
- 4) Berechnen Sie jene Minimaldrehzahl  $n_{\min}$ , bei der im Generator-Leerlauf die Stator-Leerlaufspannung  $U_{s0} = 6 \text{ V}$  mit dem Fluss von 2) induziert wird!

- 5) Wie groß ist der Nennstrom  $I_{sN}$  je Strang des Generators, wenn er bei  $n_N$ ,  $U_{sN}$  ohm'sch belastet wird (Verbraucher-Zählpeilsystem:  $\cos\varphi_s = -1$ )?
- 6) Wie groß muss dabei die Polradspannung  $U_p$  sein, wenn  $R_s = 9 \text{ m}\Omega$  und  $L_d = 95 \text{ }\mu\text{H}$  je Strang betragen?
- 7) Wie groß sind dabei der Polradwinkel  $\vartheta_N$  und die Flussdichte  $B_{\delta p}$  des Läufers?
- 8) Zeichnen Sie maßstäblich das Strom- und Spannungszeigerdiagramm je Strang ( $20 \text{ A} \hat{=} 1 \text{ cm}$ ,  $1 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$ )
- 9) Der Generator wird durch einen Fehler an den Klemmen kurzgeschlossen! Wie groß ist der Dauerkurzschlussstrom  $I_{kN}/I_{sN}$ ? Kommentieren Sie das Ergebnis!

**Lösung zu Aufgabe 3.8:**

1)

$$f_{sN} = n_N \cdot p = (3000/60) \cdot 6 = \underline{\underline{300\text{Hz}}}, \text{ Strangzahl } m = 3: q = \frac{Q_s}{2p \cdot m} = \frac{36}{12 \cdot 3} = \underline{\underline{1}}$$

2)

$$\tau_p = \frac{d_{si} \cdot \pi}{2p} = \frac{0.09 \cdot \pi}{12} = 0.0236\text{m} = \underline{\underline{23.6\text{mm}}},$$

$$\Phi_p = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l \cdot B_{\delta,p} = \frac{2}{\pi} \cdot 0.0236 \cdot 0.04 \cdot 0.6 = \underline{\underline{0.361\text{mWb}}}$$

3)

$$N_s = p \cdot N_c = 6 \cdot 4 = \underline{\underline{24}}$$

4)

$$f_{\min} = n_{\min} \cdot p, U_{s0} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot n_{\min} \cdot p \cdot N_s \cdot \Phi_p$$

$$n_{\min} = \frac{U_{s0}}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot p \cdot N_s \cdot \Phi_p} = \frac{6}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 6 \cdot 24 \cdot 0.361 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{25.98/\text{s}}} = \underline{\underline{1559/\text{min}}}$$

5)

Verbraucher-Zählpeilsystem: Generatorbetrieb: gelieferte elektrische Leistung ist negativ!

$$P_N = -1200\text{W}, P_N = 3 \cdot U_{sN} \cdot I_{sN} \cdot \cos\varphi_s, I_{sN} = \frac{P_N}{3 \cdot U_{sN} \cdot \cos\varphi_s} = \frac{-1200}{3 \cdot 6 \cdot (-1)} = \underline{\underline{66.7\text{A}}}$$

6)

$$X_d \cdot I_{sN} = 2\pi \cdot f_{sN} \cdot L_d = 2\pi \cdot 300 \cdot 95 \cdot 10^{-6} = 0.179\Omega, X_d \cdot I_{sN} = 0.179 \cdot 66.7 = 11.94\text{V},$$

$$R_s \cdot I_{sN} = 0.009 \cdot 66.7 = 0.6\text{V}, \text{ Zeigerdiagramm gemäß Bild 3.8-1}$$

$$U_p = \sqrt{(U_{sN} + R_s \cdot I_{sN})^2 + (X_d \cdot I_{sN})^2} = \sqrt{(6 + 0.6)^2 + 11.94^2} = \underline{\underline{13.64\text{V}}}$$

7)

Aus Bild 3.8-1 folgt:

$$\sin(\vartheta_N) = X_d \cdot I_{sN} / U_p \Rightarrow \vartheta_N = \arcsin(X_d \cdot I_{sN} / U_p) = \arcsin(11.94/13.64) = \underline{\underline{61.1^\circ}}$$

$$B_{\delta,p} = \frac{U_p}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot f_{sN} \cdot N_s \cdot \left(\frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l\right)} = \frac{13.64}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 300 \cdot 24 \cdot \left(\frac{2}{\pi} \cdot 0.0236 \cdot 0.04\right)} = \underline{\underline{0.71\text{T}}}$$

8)

$$X_d \cdot I_{sN} = 11.94\text{V} \Leftrightarrow 11.94\text{cm}, R_s \cdot I_{sN} = 0.6\text{V} \Leftrightarrow 0.6\text{cm}, U_{sN} = 6\text{V} \Leftrightarrow 6\text{cm},$$

$$I_{sN} = 66.7\text{A} \Leftrightarrow 3.3\text{cm}, \cos\varphi_s = -1: \varphi_s = 180^\circ$$

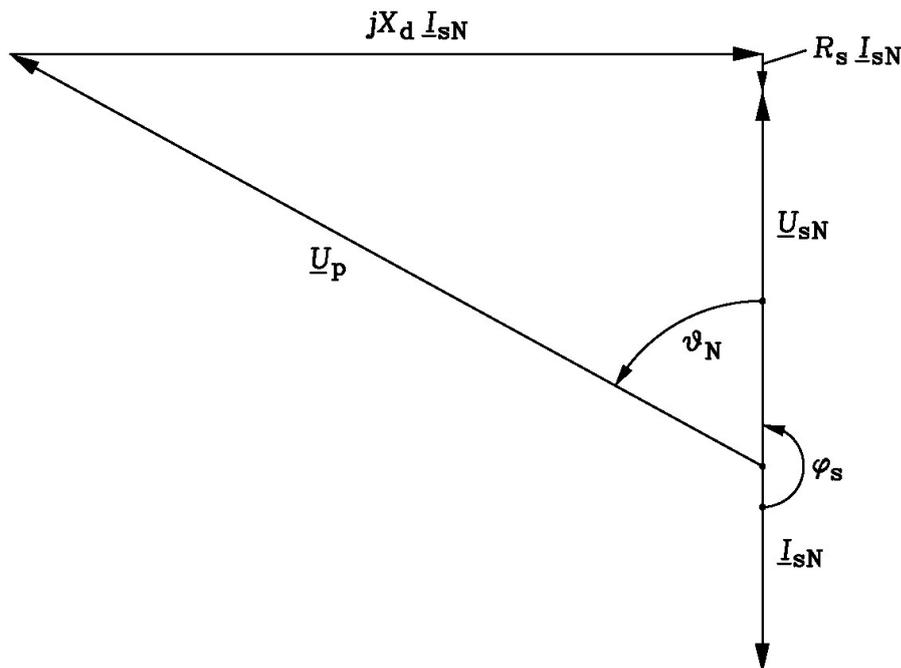


Bild 3.8-1: Maßstäbliches Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramm für Generatorbetrieb (im Verbraucher-Zählpeilsystem) und *ohm*'sche Belastung ( $I_{sN} = 66.7 \text{ A}$ ,  $U_{sN} = 6 \text{ V}$ )

9)

$$I_{kN} = \frac{U_p}{\sqrt{R_s^2 + X_d^2}} = \frac{13.64}{\sqrt{0.009^2 + 0.179^2}} = 76.1 \text{ A}, \quad \frac{I_{kN}}{I_{sN}} = \frac{76.1}{66.7} = \underline{\underline{1.14}}$$

Auf Grund der großen Synchronreaktanz  $X_d$  ist der Dauerkurzschlussstrom nur um 14% größer als der Nennstrom und damit ungefährlich klein.

### Aufgabe 3.9: Synchronmotor als Gebläseantrieb

Ein elektrisch erregter Synchronmotor als Gebläseantrieb in einem industriellen Hochofen hat die Daten  $P_N = 250 \text{ kW}$ ,  $U_N = 690 \text{ V}$ ,  $f_N = 50 \text{ Hz}$ ,  $n_N = 1500 \text{ min}^{-1}$  und den Wirkungsgrad  $\eta_N = 0.93$  (bestimmt ohne die elektrischen Erregerverluste  $P_f$  im Polrad).

- 1) Bestimmen Sie die Polzahl  $2p$  und die elektrische Aufnahmeleistung  $P_{e,in}$ !
- 2) Der rotorseitige Erreger-Gleichstrom  $I_f$  wird so eingestellt, dass die ständerseitige Stromaufnahme  $I_{s,Netz}$  des Motors minimal ist! Wie groß sind dieser minimale Motornetzstrom  $I_{s,Netz}$  und der zugehörige Strangstrom  $I_{sN}$ ? Wie groß ist  $\cos\varphi_s$ ?
- 3) Berechnen Sie den Statorwicklungswiderstand je Strang  $R_s$ , wenn näherungsweise die in  $\eta_N$  enthaltenen Verluste nur Stromwärmeverluste in  $R_s$  sind?
- 4) Bestimmen Sie mit  $L_d = 13.5 \text{ mH}$  die zu 2) erforderliche Polradspannung  $\underline{U}_p$  und  $|\underline{U}_p/U_N|$ ! Nehmen Sie  $\underline{U}_{sN} = U_{sN}$  reell an!
- 5) Zeichnen Sie zu 4) das Strom-Spannungs-Zeigerdiagramm maßstäblich und lesen Sie  $\vartheta_N$  ab ( $1 \text{ cm} \hat{=} 100 \text{ V}$ ,  $1 \text{ cm} \hat{=} 25 \text{ A}$ )!
- 6) Infolge eines Gebläsetauschs muss bei gleicher Motorleistung die Motordrehzahl um 30 % angehoben werden, indem die Statorwicklung von einem Frequenzumrichter (mit näherungsweise sinusförmiger Ausgangsspannung  $\underline{U}_1$ ) gespeist wird. Welche Ausgangsfrequenz  $f_1$  muss der Umrichter bereitstellen?

7) Beim Umrichterbetrieb gemäß 6) müssen  $U_{sN}$  und  $I_{sN}$  unverändert konstant bleiben, ebenso der Wert  $\cos\varphi_s$ . Welche Polradspannung  $U_{p,neu}$  muss nun mit dem rotorseitigen Erregerstrom  $I_f$  eingestellt werden? Um wie viel Prozent muss daher der rotorseitige Polradfluss  $\Phi_p$  verändert werden?

8) Berechnen Sie das Drehmoment  $M_N$  bei Netzbetrieb gemäß 5) und vergleichen Sie es mit dem neuen Drehmoment  $M_{neu}$  gemäß dem Betriebspunkt von 7). Führen Sie diesen Vergleich auch für die mechanische Abgabeleistung  $P_m$  an das Gebläse durch!

### Lösung zu Aufgabe 3.9:

1)

$$2p = 2f_N / n_N = 2 \cdot 50 / (1500 / 60) = 4,$$

$$P_{e,in} = P_{m,out} / \eta_N = P_N / \eta_N = 250000 / 0.93 = \underline{\underline{268817W}}$$

2)

$$S = P_{e,in} / \cos\varphi_s = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_{Netz}, I_{Netz} \text{ ist minimal bei } \underline{\underline{\cos\varphi_s = 1}}.$$

$$I_{Netz} = S / (\sqrt{3} \cdot U_N) = 268817 / (\sqrt{3} \cdot 690) = \underline{\underline{224.92A}}, I_{sN} = I_{Netz} / \sqrt{3} = 224.92 = \underline{\underline{129.86A}}$$

3)

$$P_d = \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N = 3 \cdot R_s \cdot I_s^2 \Rightarrow R_s = \frac{\left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N}{3 \cdot I_s^2} = \frac{\left( \frac{1}{0.93} - 1 \right) \cdot 25 \cdot 10^4}{3 \cdot 129.86^2} = \underline{\underline{0.372\Omega}}$$

4)

$\cos\varphi_s = 1 > 0$ : Motorbetrieb  $\Rightarrow P_{m,out} > 0$ , daher  $\underline{I}_s \uparrow \uparrow \underline{U}_s$ . Wenn bei Dreieckschaltung die Strangspannung reell angenommen wird  $\underline{U}_{sN} = U_N$ , dann ist auch der Strangstrom reell  $\underline{I}_{sN} = I_{sN}$ . Für die Stranggrößen gilt:  $\underline{U}_p + j \cdot (X_d + R_s) \cdot \underline{I}_{sN} = \underline{U}_{sN}$  und daher  $\underline{U}_p + j \cdot (X_d + R_s) \cdot I_{sN} = U_{sN} = U_N$ ,

$$\underline{U}_p = U_N - j \cdot (X_d + R_s) \cdot I_{sN} = U_N - R_s \cdot I_{sN} - j \cdot X_d \cdot I_{sN}$$

$$\underline{U}_p = 690 - 0.372 \cdot 129.86 - j \cdot 4.24 \cdot 129.86 = \underline{\underline{(641.70 - j \cdot 550.76)V}}$$

$$U_p = \sqrt{641.70^2 + 550.76^2} = 845.64V, U_p / U_N = 845.64 / 690 = \underline{\underline{1.226}}$$

5)

Über  $U_N = 690V \Leftrightarrow 6.9cm$ ,  $I_{sN} = 129.86A \Leftrightarrow 5.19cm$  und  $\underline{I}_s \uparrow \uparrow \underline{U}_s$  wird mit  $R_s I_{sN} = 0.372 \cdot 129.86 = 48.3V \Leftrightarrow 0.48cm$ ,  $X_d I_{sN} = 4.24 \cdot 129.86 = 550.6V \Leftrightarrow 5.5cm$  die Polradspannung graphisch erhalten (Bild 3.9-1) und daraus  $\vartheta_N = \underline{\underline{-41^\circ}}$  abgelesen.

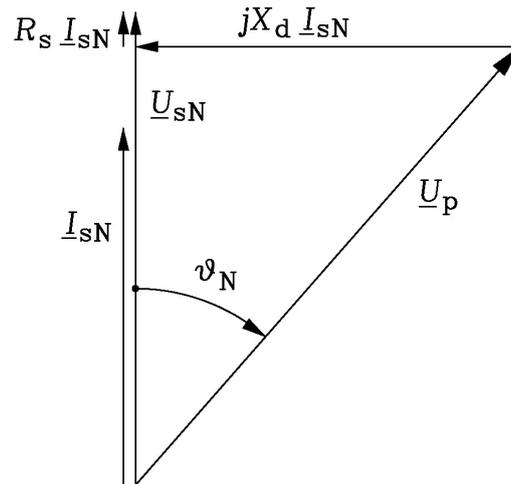


Bild 3.9-1: Maßstäbliches Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramm für Motorbetrieb (im Verbraucher-Zählpeilsystem) und Normalerregung (= ohm'scher Betrieb) ( $I_s = 129.86$  A,  $U_{sN} = 690$  V)

6)

$$n_{syn,neu} = 1.3 \cdot n_N = 1.3 \cdot 1500 = \underline{1950/\text{min}} = f_1 / p \Rightarrow f_1 = 1.3 \cdot f_N = 1.3 \cdot 50 = \underline{65\text{Hz}}$$

7)

$$\underline{U}_{p,neu} + j \cdot (\omega_1 \cdot L_d + R_s) \cdot I_{sN} = U_{sN} = U_N,$$

$$X_{d,neu} = \omega_1 \cdot L_d = 1.3 \cdot X_d = 1.3 \cdot 4.24 = 5.51 \Omega$$

$$\underline{U}_{p,neu} = U_N - R_s \cdot I_{sN} - j \cdot X_{d,neu} \cdot I_{sN}$$

$$\underline{U}_{p,neu} = 690 - 129.86 \cdot 0.372 - j \cdot 129.86 \cdot 5.51 = (641.7 - j \cdot 716.0) \text{V}$$

$$U_{p,neu} = \sqrt{641.7^2 + 716.0^2} = \underline{961.46\text{V}}$$

$$U_p = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot N_s \cdot \Phi_p \Rightarrow \frac{U_{p,neu}}{U_p} = \frac{f_1}{f_N} \cdot \frac{\Phi_{p,neu}}{\Phi_p},$$

$$\frac{\Phi_{p,neu}}{\Phi_p} = \frac{U_{p,neu}}{U_p} \cdot \frac{f_N}{f_1} = \frac{961.46}{845.64} \cdot \frac{50}{65} = \underline{0.875}$$

Der Rotorfluss muss um  $1 - 0.875 = 0.125$  oder 12.5% abgesenkt werden, damit die elektrische Eingangsleistung  $P_{e,in}$  konstant bleibt.

8)

$$f = f_N : M_N = P_N / (2\pi \cdot n_N) = \frac{250000}{2\pi \cdot \frac{1500}{60}} = \underline{1591.5\text{Nm}}, P_m = P_N = 250\text{kW}$$

$$f = f_1 : P_{e,in} = 268817\text{W},$$

$$P_{m,out} = P_{e,in} - 3 \cdot R_s \cdot I_{sN}^2 = 268817 - 3 \cdot 0.372 \cdot 129.86^2 = 250000\text{W} = P_N,$$

$$M_{neu} = P_N / (2\pi \cdot n_{neu}) = P_N / (1.3 \cdot 2\pi \cdot n_N) = \frac{M_N}{1.3} = \frac{1591.5}{1.3} = \underline{1224.2\text{Nm}}$$

Das Wellenmoment ist um  $1/1.3$  auf 77% seines ursprünglichen Werts abgesunken, aber die mechanische Abgabeleistung bleibt konstant.

$$P_N = 2\pi \cdot n_N \cdot M_N = 2\pi \cdot n_N \cdot 1.3 \cdot (M_N / 1.3) = 2\pi \cdot n_{neu} \cdot M_{neu} = \text{konstant!}$$

**Aufgabe 3.10: Synchronmotor versus Asynchronmotor**

In einem Produktionsbetrieb sind je ein Asynchronmotor und ein elektrische erregter Synchronmotor mit gleicher Nennspannung  $U_N = 690 \text{ V}$ , Y,  $f_N = 50 \text{ Hz}$ , gleicher Polzahl  $2p = 6$ , gleicher Nennleistung  $P_N = 500 \text{ kW}$  und nahezu gleicher Nenndrehzahl im Einsatz. Beim Synchronmotor wird über die Läufererregung der Leistungsfaktor Eins eingestellt, um die Stromaufnahme zu minimieren.

S: Synchronmotor:  $\cos\varphi_{N,S} = 1$

A: Asynchronmotor:  $\cos\varphi_{N,A} = 0.85$

- 1) Berechnen Sie die jeweiligen Nennmomente  $M_{N,S}$  und  $M_{N,A}$ !
- 2) Die Gleichstrom-Erregerdaten des Synchronmotors sind  $U_f = 400 \text{ V}$ ,  $I_f = 4 \text{ A}$ ! Der Wirkungsgrad  $\eta_N$  ohne die Erregerverlustleistung  $P_f$  ist  $\eta_{N,S} = 96 \%$ ! Wie groß ist der resultierende Synchronmotorwirkungsgrad  $\eta_{res}$ ?
- 3) Der Wirkungsgrad des Asynchronmotors beträgt  $\eta_{N,A} = 96\%$ . Bestimmen Sie die Stromaufnahme  $I_{s,S}$  und  $I_{s,A}$  von Synchron- und Asynchronmotor!
- 4) Das Überlastverhältnis  $M_{p0}/M_{NS}$  des Synchronmotors und  $M_b/M_{NA}$  des Asynchronmotors sind mit 2.3-fach gleich groß! Wie groß sind synchrones und asynchrones Kippmoment  $M_{p0}$  bzw.  $M_b$ ?
- 5) Infolge einer Netzstörung sinkt die Netzspannung um 12 % ab. Wie groß sind  $M_{p0,neu}$  und  $M_{b,neu}$  und das jeweilige Überlastverhältnis  $M_{p0,neu}/M_{N,S}$  beziehungsweise  $M_{b,neu}/M_{N,A}$ ? Nehmen Sie für die Rechnung näherungsweise  $R_s \approx 0$  an! Kommentieren Sie das Ergebnis!
- 6) Bei  $U_N$  soll durch übererregten Betrieb des Synchronmotors der Blindleistungsbedarf der Asynchronmaschine kompensiert werden, so dass am gemeinsamen Netzanschlusspunkt  $\cos\varphi_{res} = 1$  ist. Wie groß ist dafür  $U_{p,neu}$  einzustellen, wenn beide Maschinen mit  $P_N$  betrieben werden?

**Lösung zu Aufgabe 3.10:**

1)

$$n_{N,S} = n_{syn} = f_N / p = 50 / 3 = 16.67 / s = 1000 / \text{min}$$

$$M_{N,S} = P_N / (2\pi \cdot n_{syn}) = 500 \cdot 10^3 / (2\pi \cdot 16.67) = \underline{4774.6 \text{ Nm}}$$

$$n_{N,A} = f_N / p \cdot (1 - s_N) = (50 / 3) \cdot 0.97 = 16.17 / s = 970 / \text{min}$$

$$M_{N,A} = P_N / (2\pi \cdot n_{N,A}) = 500 \cdot 10^3 / (2\pi \cdot 16.17) = \underline{4922.3 \text{ Nm}}$$

2)

$$P_{d,S} = \left( \frac{1}{\eta_{N,S}} - 1 \right) \cdot P_N = \left( \frac{1}{0.96} - 1 \right) \cdot 500 = 20.83 \text{ kW} \text{ ohne } P_f$$

$$P_f = U_f I_f = 400 \cdot 4 = 1600 \text{ W}, \quad \eta_{res} = \frac{P_N}{P_N + P_d + P_f} = \frac{500}{500 + 20.83 + 1.6} = \underline{0.957}$$

3)

$$I_{s,S} = \frac{P_N}{\eta_{N,S} \cdot \cos\varphi_{N,S} \cdot \sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{500000}{0.96 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot 690} = \underline{435.8 \text{ A}},$$

$$I_{s,A} = \frac{P_N}{\eta_{N,A} \cdot \cos\varphi_{N,A} \cdot \sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{500000}{0.96 \cdot 0.85 \cdot \sqrt{3} \cdot 690} = \underline{512.7 \text{ A}}$$

4)

$$M_{p0} = 2.3 \cdot M_{N,S} = 2.3 \cdot 4774.6 = \underline{10981.6 \text{ Nm}}, \quad M_b = 2.3 \cdot M_{N,A} = 2.3 \cdot 4922.3 = \underline{11231.3 \text{ Nm}}$$

5)

Synchronmotor bei  $R_s = 0$  und  $\cos \varphi_{N,S} = 1$ :  $U_p^2 = (X_d I_{sN})^2 + U_{sN}^2$  und  $M_{p0} = \frac{3 \cdot U_{sN} \cdot U_p}{\Omega_{syn} \cdot X_d}$ ,

daraus  $U_p = \frac{M_{p0} \cdot \Omega_{syn}}{3 \cdot U_{sN}} \cdot X_d$  und  $\left( \left( \frac{M_{p0} \cdot \Omega_{syn}}{3 \cdot U_{sN}} \right)^2 - I_{sN}^2 \right) \cdot X_d^2 = U_{sN}^2$ , so dass

$$X_d = \frac{U_{sN}}{\sqrt{\left( \frac{M_{p0} \cdot \Omega_{syn}}{3 \cdot U_{sN}} \right)^2 - I_{sN}^2}} = \frac{690/\sqrt{3}}{\sqrt{\left( \frac{10981.6 \cdot 2\pi \cdot 16.67}{3 \cdot 690/\sqrt{3}} \right)^2 - 435.8^2}} = \underline{0.464 \Omega},$$

$$U_p = \frac{M_{p0} \cdot \Omega_{syn}}{3 \cdot U_{sN}} \cdot X_d = \frac{10981.6 \cdot 2\pi \cdot 16.67}{3 \cdot 690/\sqrt{3}} \cdot 0.464 = \underline{446.8 \text{ V}}$$

6)

$R_s = 0$ :  $M_{p0} = \frac{3 \cdot U_{sN} \cdot U_p}{\Omega_{syn} \cdot X_d} \sim U_s$ , Bei einem Einbruch der Spannung auf  $0.88 \cdot U_s$  sinkt das

synchrone Kippmoment auf  $0.88 \cdot M_{p0} = 0.88 \cdot 10981.6 = \underline{9663.8 \text{ Nm}}$ , so dass die Überlastfähigkeit auf  $0.88 \cdot M_{p0} / M_{N,S} = 9663.8 / 4774.6 = \underline{2.20}$  sinkt.

$R_s = 0$ :  $M_b = \frac{3 \cdot U_s^2}{\Omega_{syn} \cdot X_\sigma} \sim U_s^2$ , Bei einem Einbruch der Spannung auf  $0.88 \cdot U_s$  sinkt das

asynchrone Kippmoment auf  $0.88^2 \cdot M_b = 0.88^2 \cdot 11231.3 = \underline{8767.2 \text{ Nm}}$ , so dass die Überlastfähigkeit auf  $0.88^2 \cdot M_b / M_{N,A} = 8767.2 / 4922.3 = \underline{1.78}$  sinkt.

*Fazit:* Da das Magnetfeld in der Asynchronmaschine vom Netzstrom magnetisiert wird, hängen sowohl Magnetfeldgröße als auch Rotorstrom von der Netzspannung ab. Das Drehmoment, gebildet aus Magnetfeld und Rotorstrom, sinkt daher quadratisch mit der Netzspannung. Bei der Synchronmaschine wird das Magnetfeld aus einer netzspannungsunabhängigen Gleichspannungsquelle magnetisiert, so dass das Drehmoment linear mit der Netzspannung sinkt.

7)

$$Q_{N,A} = \sqrt{S_{N,A}^2 - P_N^2} = \sqrt{612745^2 - 500000^2} = 345198 \text{ VA} = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_{sb,A}$$

$$I_{sb,A} = 345198 / (\sqrt{3} \cdot 690) = 288.84 \text{ A} = -I_{sb,S}, \quad \underline{I}_{s,S,neu} = (435.8 + j \cdot 288.84) \text{ A}$$

$$\underline{U}_{p,neu} + j \cdot X_d \cdot \underline{I}_{s,S,neu} = \underline{U}_{sN}. \text{ Wir nehmen } \underline{U}_{sN} = U_{sN} \text{ reell an.}$$

$$\underline{U}_{p,neu} = U_{sN} - j \cdot X_d \cdot (I_{sw} + j \cdot I_{sb}) = U_{sN} + X_d \cdot I_{sb} - j \cdot X_d \cdot I_{sw}$$

$$U_{p,neu} = \sqrt{(U_{sN} + X_d \cdot I_{sb})^2 + (X_d \cdot I_{sw})^2}$$

$$U_{p,neu} = \sqrt{\left( \frac{690}{\sqrt{3}} + 0.464 \cdot 288.84 \right)^2 + (0.464 \cdot 435.8)^2} = \underline{569.5 \text{ V}}$$

**Aufgabe 3.11: Synchronmotorauslegung**

Ein dreiphasiger 10-poliger Schenkelpolsynchronmotor mit Anlaufkäfig hat  $q = 2$  Nuten je Pol und Strang und um eine Nutteilung gegenüber der Polteilung verkürzte Spulen mit der Spulenwindungszahl  $N_c = 10$ . Er soll für einen Betrieb in den USA bemessen werden.

Statorinnendurchmesser  $d_{si} = 1$  m, axiale Eisenblechpaketlänge  $l_{Fe} = 300$  mm, Nennfrequenz  $f_N = 60$  Hz, Grundwellenamplitude der radialen Luftspaltflussdichte  $B_{\delta 1} = 0.95$  T.

- 1) Ist die zu projektierende Statorwicklung gemäß obiger Vorgaben eine Ein- oder Zweischichtwicklung? Berechnen Sie den Luftspaltgrundwellenfluss je Pol  $\Phi_h$ .
- 2) Berechnen Sie die Synchrondrehzahl  $n_{syn}$  und die dabei auftretende vom Luftspaltfeld induzierte effektive Stator-Spulen-Spannung  $U_{ic}$  und Spulengruppen-Spannung  $U_{ic,gr}$ !
- 3) Berechnen Sie die zwischen benachbarten Wicklungsklemmen bei Sternschaltung messbare generatorische Stator-Leerlaufspannung  $U_{p,LL}$  für die Serienschaltung aller Spulen je Strang  $a = 1$ . Wie groß ist bei einem effektiven Spulenstrom  $I_c = 100$  A die zugehörige Scheinleistung  $S_\delta$  der Maschine? Wie groß ist die Windungszahl je Strang  $N_s$ ?
- 4) Welche anderen Parallelschaltmöglichkeiten je Strang sind für diese Maschine bei Y-Schaltung möglich? Geben Sie für jede Schaltungsvariante  $N_s$ , die verkettete Stator-Leerlaufspannung  $U_{p,LL}$ , den Strangstrom  $I_s$  und die Scheinleistung  $S_\delta$  tabellarisch an!
- 5) Berechnen Sie für  $a = 1$  die Hauptinduktivitäten  $L_{dh}$ ,  $L_{qh}$  und Hauptreaktanzen  $X_{dh}$ ,  $X_{qh}$  je Strang für  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ , einen Minimalluftspalt in der d-Achse  $\delta_0 = 6$  mm und die Faktoren  $c_d = 0.9$ ,  $c_q = 0.5$ . Geben Sie mit der Ständerstreureaktanz  $X_{s\sigma} = 2.6 \Omega$  die Werte  $X_d$ ,  $X_q$  an!
- 6) Wie groß ist der Erregerbedarf  $V_f$  pro Läuferpol für das o.g. Luftspaltfeld? Bestimmen Sie den DC-Erregerstrom  $I_f$  im Läufer bei einer Läufer-Spulen-Windungszahl  $N_{f,pol} = 380$ !
- 7) Wie groß ist das Nennmoment  $M_N$  bei einer verlustfreien Maschine für eine Nennspannung  $U_N = 5$  kV, 100 A Nennstrom und  $\cos\varphi = 1$ ? Berechnen Sie für diese Vereinfachung (also  $R_s = 0$ ) das synchrone Kippmoment  $M_{p,syn}$  und das Reluktanz-Kippmoment  $M_{p,rel}$  für eine Übererregung  $U_p/U_{sN} = 1.49$ ! Fertigen Sie für den motorischen Polradwinkelbereich eine Skizze  $M_{e,syn}/M_N(\vartheta)$ ,  $M_{e,rel}/M_N(\vartheta)$ ,  $M_e/M_N(\vartheta)$  möglichst maßstäblich im vorbereiteten Achsenkreuz Bild 3.11-1a an!

**Lösung zu Aufgabe 3.11**

1)

Schrittverkürzte Spule = gesehnte Spule, daher Zweischichtwicklung erforderlich

Polteilung:  $\tau_p = d_{si}\pi/(2p) = 1 \cdot \pi/10 = 314$  mm,

$$\Phi_h = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p l_{Fe} B_{\delta 1} = \frac{2}{\pi} \cdot 0.314 \cdot 0.3 \cdot 0.95 = \underline{\underline{56.97 \text{ mWb}}}$$

2)

$$n_{syn} = \frac{f_N}{p} = \frac{60}{5} = 12/\text{s} = 720/\text{min}. \text{ Dreiphasig: Strangzahl } m = 3.$$

Die Polteilung umfasst  $m \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$  Nutteilungen. Die Spulenweite  $W$  umfasst 5 Nutteilungen.

$$\text{Sehnungsfaktor der Grundwelle: } k_{p1} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{5}{6} \frac{\pi}{2}\right) = 0.966$$

$$U_{ic} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f_N \cdot N_c \cdot k_{p1} \cdot \Phi_h = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot 60 \cdot 10 \cdot 0.966 \cdot 0.05697 = 146.7 \text{ V},$$

$$\text{Zonenfaktor der Grundwelle: } k_{d1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot m \cdot q}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot 3}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 2}\right)} = 0.966$$

$$U_{ic,gr} = q \cdot k_{d1} \cdot U_{ic} = 2 \cdot 0.966 \cdot 146.7 = 283.43 \text{ V}$$

3)

$$U_{p,LL} = \sqrt{3} \cdot 2p \cdot U_{ic,gr} = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot 283.43 = 4909.15 \text{ V. Bei Serienschaltung ist der Spulenstrom}$$

$$I_c \text{ gleich dem Strangstrom } I_s: S_{\delta} = \sqrt{3} \cdot U_{p,LL} \cdot I_s = \sqrt{3} \cdot 4909.15 \cdot 100 = 850.31 \text{ kVA,}$$

$$N_s = 2p \cdot q \cdot N_c / a = 10 \cdot 2 \cdot 10 / 1 = 200.$$

4)

$a$	$N_s$	$U_{p,LL}$	$I_s$	$S_{\delta}$
-	-	V	A	kVA
2	100	2454.58	200	850.31
5	40	981.83	500	850.31
10	20	490.92	1000	850.31

5)

$$L_h = \mu_0 \cdot (N_s k_p k_{d1})^2 \cdot \frac{2m \cdot \tau_p l_{Fe}}{\pi^2 p \cdot \delta_0} = \frac{4\pi}{10^7} \cdot (200 \cdot 0.966^2)^2 \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 0.314 \cdot 0.3}{\pi^2 \cdot 5 \cdot 0.006} = 0.0835 \text{ H,}$$

$$L_{dh} = c_d \cdot L_h = 0.9 \cdot 0.0835 = 0.075 \text{ H, } X_{dh} = 2\pi f_N \cdot L_{dh} = 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 0.075 = 28.33 \Omega,$$

$$L_{qh} = c_q \cdot L_h = 0.5 \cdot 0.0835 = 0.0418 \text{ H, } X_{qh} = 2\pi f_N \cdot L_{qh} = 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 0.0418 = 15.74 \Omega,$$

$$X_d = X_{dh} + X_{s\sigma} = 28.33 + 2.6 = 30.93 \Omega, X_q = X_{qh} + X_{s\sigma} = 15.74 + 2.6 = 18.34 \Omega$$

6)

$$V_f = \delta_0 \cdot H_{\delta} = \delta_0 \cdot B_{\delta} / \mu_0 = 0.006 \cdot 0.95 / (4\pi \cdot 10^{-7}) = 4536 \text{ A,}$$

$$I_f = V_f / N_{f,Pol} = 4536 / 380 = 11.94 \text{ A.}$$

7)

$$\eta = 1: 2\pi \cdot n_N M_N = P_{mN} = P_{eN} = \sqrt{3} \cdot U_N I_N = \sqrt{3} \cdot 5000 \cdot 100 = 866025 \text{ W,}$$

$$M_N = \frac{P_{mN}}{2\pi \cdot n_N} = \frac{866025}{2\pi \cdot 12} = 11486 \text{ Nm,}$$

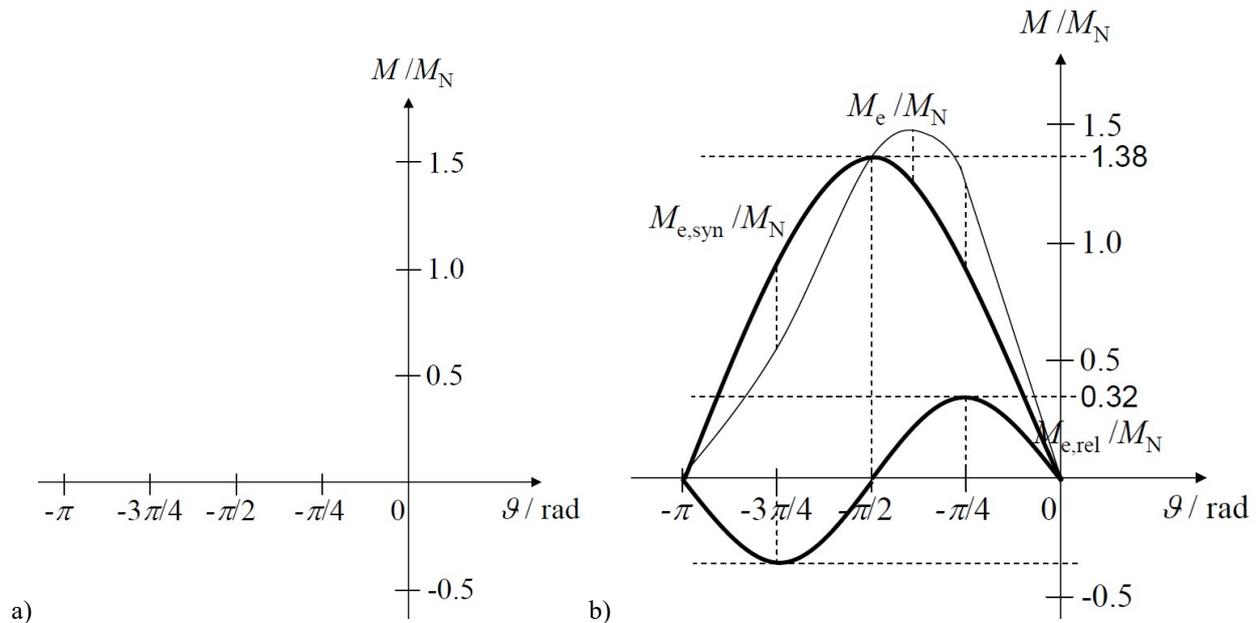
$$U_{sN} = U_N / \sqrt{3} = 5000 / \sqrt{3} = 2886.75 \text{ V, } U_p = 1.49 \cdot U_{sN} = 1.3 \cdot 2886.75 = 4272.4 \text{ V,}$$

$$\vartheta = \pm 90^\circ: M_{p,syn} = \frac{m}{2\pi \cdot n_N} \cdot \frac{U_{sN} \cdot U_p}{X_d} = \frac{3}{2\pi \cdot 12} \cdot \frac{2886.75 \cdot 4272.4}{30.93} = 15865.8 \text{ Nm,}$$

$$\vartheta = \pm 45^\circ: M_{p,rel} = \frac{m \cdot U_{sN}^2}{2\pi \cdot n_N \cdot 2} \cdot \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) = \frac{3 \cdot 2886.75^2}{2\pi \cdot 12 \cdot 2} \cdot \left( \frac{1}{18.34} - \frac{1}{30.93} \right) = 3679.6 \text{ Nm,}$$

$$\frac{M_{p,syn}}{M_N} = \frac{15865.8}{11486} = 1.38, \frac{M_{p,rel}}{M_N} = \frac{3679.6}{11486} = 0.32$$

$$\text{Drehmomentverlauf: } M_{e,syn} = M_{p,syn} \cdot \sin \vartheta, M_{e,rel} = M_{p,rel} \cdot \sin 2\vartheta, M_e = M_{e,syn} + M_{e,rel}$$



**Bild 3.11-1:** a) Vorbereitetes Achsenkreuz, b) Verlauf des bezogenen synchronen Moments  $M_{e,syn}/M_N$ , des Reluktanzmoments  $M_{e,rel}/M_N$  und des resultierenden elektromagnetischen Moments  $M_e/M_N$  des Schenkelpol-Synchronmotors

### Aufgabe 3.12: Überlastfähigkeit eines Schenkelpolsynchrongenerators

Ein langsam drehender, dreiphasiger 40-poliger Schenkelpolsynchrongenerator für ein Laufwasserkraftwerk hat folgende Daten:  $U_N = 11$  kV Y,  $I_N = 1.8$  kA,  $f_N = 50$  Hz,  $x_d = 0.9$  p.u.,  $x_q = 0.55$  p.u. (bezogen auf die Nennimpedanz). Der kleine Statorwicklungswiderstand wird vernachlässigt

- 1) Berechnen Sie die Nennstrangspannung  $U_{N,ph}$  (effektiv)! Wie groß sind der Nennstrangstrom  $I_{N,ph}$  und die Nennimpedanz  $Z_N$ ?
- 2) Berechnen Sie die Ohm-Werte der Reaktanzen  $X_d$ ,  $X_q$  und die Induktivitäten  $L_d$ ,  $L_q$ ! Wie groß sind die Spannungsfälle  $X_d \cdot I_N$ ,  $X_q \cdot I_N$ ?
- 3) Bestimmen Sie für übererregten Generatorbetrieb im VZS bei  $|\cos \varphi| = 0.7$  den Phasenwinkel  $\varphi$  in Grad ( $^\circ$ )! Wie groß sind die Wirk- und Blindleistung  $P$  und  $Q$ ?
- 4) Zeichnen Sie das Spannungszeigerdiagramm je Strang (effektiv) gemeinsam mit dem Strangstrom für den Betriebspunkt gemäß 3). Legen Sie den Strangspannungszeiger in die positive reelle Achse. Verwenden Sie die Spannungs- und Strommaßstäbe 1 kV/cm, 0.5 kA/cm. Bestimmen Sie graphisch daraus Polradwinkel  $\vartheta$  und Polradspannung  $U_p$ !
- 5) Überprüfen Sie mit  $\vartheta$  und  $U_p$  aus 4) und  $P(\vartheta)$  den Wert der Wirkleistung  $P$  aus 3)!

$$P(\vartheta) = -3 \cdot \left( \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta + \frac{U_s^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\vartheta \right)$$

- 6) Berechnen Sie die Drehzahl des Generators  $n$  und mit 3) das elektromagnetische Drehmoment  $M_N$  in MNm! Wirkt es in Richtung der Drehrichtung des Generatorrotors?
- 7) Wie groß ist das generatorische Kippmoment  $M_{p0,syn,gen}$  der Maschine ohne Berücksichtigung des Reluktanzmoments? Bei welchem Wert  $\vartheta$  tritt das maximale generatorische (bremsende) Reluktanzmoment  $M_{p0,rel,gen}$  auf? Wie groß ist es in MNm und in Prozent von  $M_{p0,syn,gen}$ ?
- 8) Leiten Sie aus  $P(\vartheta)$  von 5) den Kippwinkel  $\vartheta_{p0}$  als allgemeine Formel ab und geben Sie seinen Wert für  $U_p$  von 4) an! Ist er größer oder kleiner als  $90^\circ$ ? Verwenden Sie bei der Ableitung  $\cos(2\vartheta) = 2 \cdot (\cos \vartheta)^2 - 1$ !

**Lösung zu Aufgabe 3.12**

1)

Sternschaltung:  $U_{N,ph} = U_N / \sqrt{3} = 11000 / \sqrt{3} = 6350.7 \text{ V}$ ,  $I_{N,ph} = I_N = 1.8 \text{ kA}$ ,  
 $Z_N = U_{N,ph} / I_{N,ph} = 6350.7 / 1800 = 3.53 \Omega$ .

2)

$X_d = x_d \cdot Z_N = 0.9 \cdot 3.53 = 3.175 \Omega$ ,  $X_q = x_q \cdot Z_N = 0.55 \cdot 3.53 = 1.942 \Omega$ .

$L_d = X_d / (2\pi \cdot f_N) = 3.175 / (2\pi \cdot 50) = 10.11 \text{ mH}$ ,

$L_q = X_q / (2\pi \cdot f_N) = 1.942 / (2\pi \cdot 50) = 6.18 \text{ mH}$ .

$X_d \cdot I_N = 3.175 \cdot 1800 = 5.715 \text{ kV}$ ,  $X_q \cdot I_N = 1.942 \cdot 1800 = 3.496 \text{ kV}$ .

3)

Im VZS: a) Übererregt = kapazitiv: Strom eilt Spannung vor:  $\sin \varphi < 0!$

b) Generator:  $P < 0 \rightarrow \cos \varphi < 0$ , daher  $\cos \varphi = -0.7!$

Winkel  $\varphi$  wird vom Strom zur Spannung positiv im mathematisch positiven Zählsinn (Gegenuhrzeigersinn) gezählt, daher:

$\varphi = \arccos(-0.7) = -134.4^\circ$  bzw.  $\varphi = 360^\circ - 134.4^\circ = 225.6^\circ$ .

$P = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 11000 \cdot 1800 \cdot (-0.7) = -24 \text{ MW}$ ,

$Q = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 11000 \cdot 1800 \cdot \sin(-134.4^\circ) = -24.49 \text{ MVAr}$ .

4)

$U_{N,ph} \Leftrightarrow 6.35 \text{ cm}$ ,  $I_{N,ph} \Leftrightarrow 3.6 \text{ cm}$ ,  $X_d \cdot I_N \Leftrightarrow 5.7 \text{ cm}$ ,  $X_q \cdot I_N \Leftrightarrow 3.5 \text{ cm}$

Aus Zeigerdiagramm (Bild 3.12-1):  $\vartheta = 15.5^\circ$  (positiv gezählt von der Strangspannung zu Polradspannung im mathematisch positiven Zählsinn),  $U_p = 11.15 \text{ cm}$ ,  $U_p = 11.15 \text{ kV}$ !

5)

$U_{N,ph} = U_s$ ,

$P(\vartheta = 15.5^\circ) = -3 \cdot 6.3507 \cdot \left( \frac{11.15}{3.175} \cdot \sin 15.5^\circ + \frac{6.3507}{2} \cdot \left( \frac{1}{1.942} - \frac{1}{3.175} \right) \cdot \sin(2 \cdot 15.5^\circ) \right)$ ,

$P(\vartheta = 15.5^\circ) = -24.1 \text{ MW} \approx 24 \text{ MW}$  (Abweichung durch Zeichen- und Ableseungenauigkeit)

6)

$n = f_N / p = 50 / 20 = 2.5 / \text{s} = 2.5 \cdot 60 / \text{min} = 150 / \text{min}$ ,

$M_N = P / (2\pi \cdot n) = -24 / (2\pi \cdot 2.5) = -1.528 \text{ MNm}$ . Negatives Drehmoment bei positiver Drehzahl: Drehmoment wirkt entgegen der Rotordrehrichtung = bremsend (Generatorbetrieb!) und muss durch das antreibende Turbinenmoment  $+1.528 \text{ MNm}$  überwunden werden.

7)

Ohne Reluktanzunterschied:  $P(\vartheta) = -3 \cdot \frac{U_s U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta \Rightarrow M_{p0, \text{syn, gen}} = \frac{P(\vartheta = 90^\circ)}{2\pi \cdot n}$ ,

$M_{p0, \text{syn, gen}} = \frac{-3 \cdot 6.3507 \cdot 11.15 \cdot \sin 90^\circ}{2\pi \cdot 2.5 \cdot 3.175} = -4.26 \text{ MNm} = 2.79 \cdot M_N$ ,

$M_{e,rel} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{U_s^2}{2\pi \cdot n} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot \sin(2\vartheta)$  ist maximal (bremsend) im Generatorbetrieb bei  $\sin(2\vartheta) = 1, \vartheta = 45^\circ$ .

$$M_{p0,rel,gen} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{U_s^2}{2\pi \cdot n} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{6.3507^2}{2\pi \cdot 2.5} \cdot \left(\frac{1}{1.942} - \frac{1}{3.175}\right) = -0.77 \text{ MNm},$$

$$M_{p0,rel,gen} / M_{p0,rel,syn} = -0.77 / (-4.26) = 0.181.$$

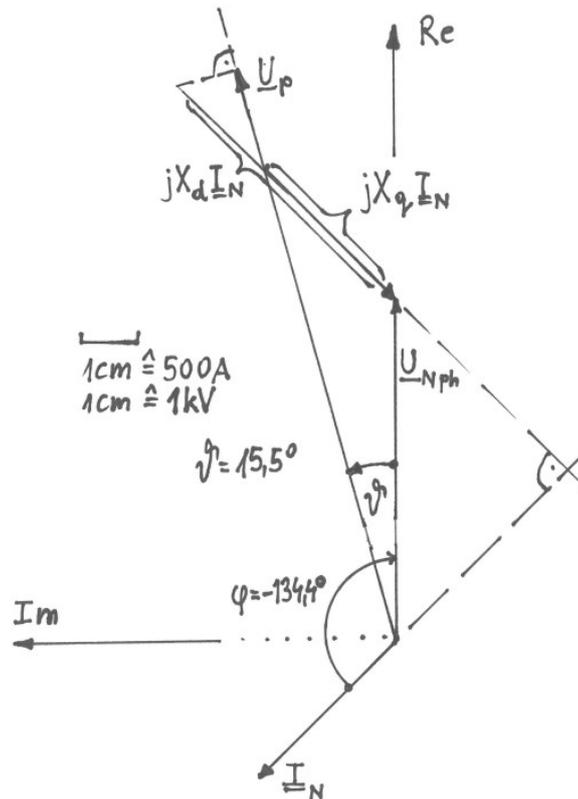


Bild 3.12-1: Spannungszeigerdiagramm je Strang (effektiv) und Strangstrom für den generatorischen Betriebspunkt  $\cos\varphi = 0.7$  übererregt.

8)

$$dP(\vartheta) / d\vartheta = 0, \frac{U_p}{X_d} \cdot \cos \vartheta + U_s \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot \cos(2\vartheta) = 0, \cos \vartheta + a \cdot \cos(2\vartheta) = 0,$$

$$a = \frac{U_s}{U_p} \cdot \left(\frac{X_d}{X_q} - 1\right), \cos \vartheta + a \cdot (2 \cos^2 \vartheta - 1) = 0, x = \cos \vartheta, x + 2a \cdot x^2 - a = 0,$$

$$x^2 + \frac{1}{2a} \cdot x - \frac{1}{2} = 0, \text{Wurzelsatz von Vieta: } \cos \vartheta_{1,2} = x_{1,2} = -\frac{1}{4a} \pm \sqrt{\frac{1}{(4a)^2} + \frac{1}{2}}.$$

$$\text{Wegen } 0 \leq \vartheta \leq 90^\circ: \cos \vartheta_{p0} > 0 \rightarrow \cos \vartheta_{p0} = -\frac{1}{4a} + \sqrt{\frac{1}{(4a)^2} + \frac{1}{2}}.$$

$$a = \frac{6.3507}{11.15} \cdot \left(\frac{3.175}{1.942} - 1\right) = 0.362, 1/(4a) = 0.691, \cos \vartheta_{p0} = -0.691 + \sqrt{0.691^2 + 0.5} = 0.2976,$$

$$\vartheta_{p0} = \arccos(0.2976) = 72.7^\circ < 90^\circ.$$

**Aufgabe 4.1: Antrieb für Folienreckmaschine**

Für den drehzahlveränderbaren Antrieb einer Folienreckmaschine mit

$$P = ( 20 \dots 200 \dots 200 ) \text{ kW}$$

bei

$$n = ( 140 \dots 1400 \dots 2100 ) \text{ 1/min}$$

soll eine Gleichstrommaschine mit Fremderregung eingesetzt werden.

- 1) Skizzieren Sie die allpolige Schaltung für die Speisung über einen gesteuerten Gleichrichter in Drehstrom – Brückenschaltung aus dem 3x400 V / 50 Hz – Netz. Die Gleichstrommaschine ist mit erkennbaren Teilen des Ankers, der Wendepol- und Kompensationswicklung und der Erregerwicklung samt Stromversorgung und Stellmöglichkeit darzustellen.
- 2) Skizzieren Sie die Betriebsdaten Klemmenspannung, Ankerstrom und Gesamtfluss in Abhängigkeit der Drehzahl für den Betrieb laut Angabe.
- 3) Beschreiben Sie die Betriebsweise und die Eingriffsmöglichkeiten, um den Betrieb laut Angabe zu realisieren. Wie sieht die Schaltungs-Erweiterung zum Antrieb für  $-2100/\text{min} \leq n \leq 2100/\text{min}$ ,  $-200\text{kW} \leq P \leq 200\text{kW}$  aus?
- 4) Falls bei 2100/min die Reaktanzspannung ihren maximal zulässigen Wert erreicht, wie sind die Betriebsdaten für  $n \geq 2100/\text{min}$  festzulegen?
- 5) Kann der Antrieb problemlos auch die geforderten Daten “Nennmoment” und “Nennstrom” bei Drehzahl “Null” (stillstehende Maschine) erfüllen?

**Lösung zu Aufgabe 4.1:**

1)

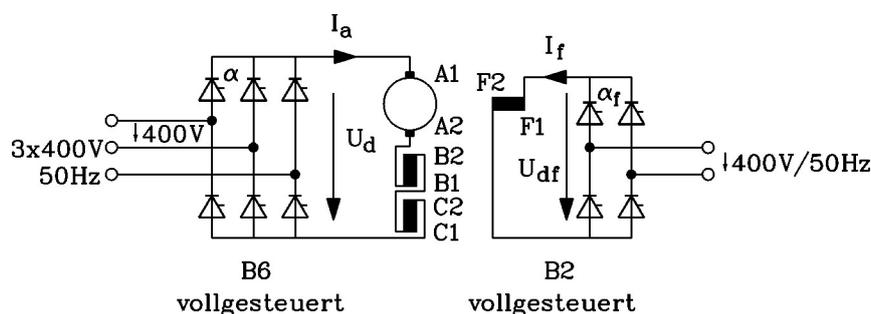


Bild 4.1-1: Einquadranten Gleichstrommotor mit Fremderregung

**Ankerschaltung:**

Vollgesteuert, drei Phasen

Ankerwicklung: A1-A2

Wendepolwicklung: B1-B2

Kompensationswicklung: C1-C2

**Feldkreis:**

Vollgesteuert, eine Phase

fremderregt (Wicklung F1-F2)

Gefordert ist ein Antrieb ( $n > 0$ ,  $P > 0$ ): 1-Quadrantenbetrieb: 1 Stromrichter ( $I_a > 0$ ) reicht aus.

2) Spannung, Ankerstrom und Gesamtfluss in Abhängigkeit der Geschwindigkeit für obige Maschine: Bild 4.1-2.

3) Stellmöglichkeit:

Leistung:  $P = 2\pi \cdot n \cdot M$ , Moment:  $M = \frac{z \cdot p}{a} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot I_a \cdot \Phi$ ,

Gleichspannung Anker:  $U_d = U_i + I_a \cdot R_a$

Induzierte Spannung:  $U_i = \frac{z \cdot p}{a} \cdot n \cdot \Phi$ , Hauptfluss:  $\Phi = \Phi(I_f)$ , Feldstrom  $I_f = \frac{U_{df}}{R_f}$

Über variables  $U_d$  wird, ebenso wie über variables  $U_{df}$  (und damit variablen Hauptfluss  $\Phi$ )  $n$  und  $M$  gestellt.

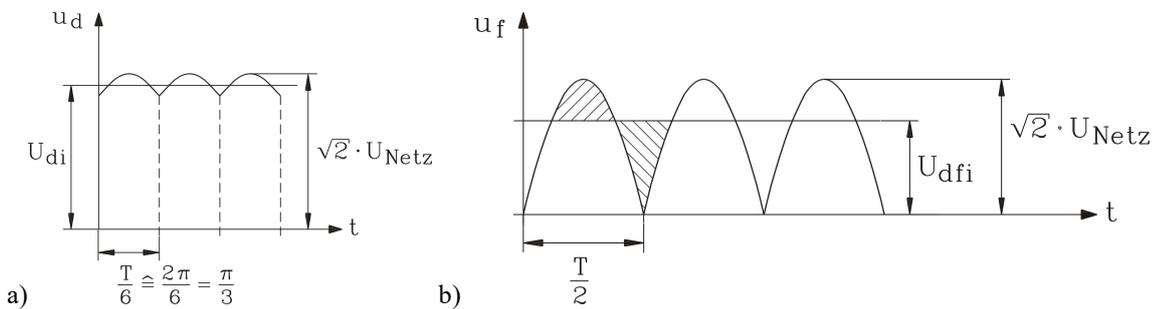
$U_d = U_{di} \cdot \cos \alpha$ ,  $\alpha$ : Steuerwinkel,  $U_{di}$ : ideal gleichgerichtete Netzspannung

$U_{di} = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} \cdot 400 \text{ V} = 540 \text{ V}$ ,  $U_{di} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{Netz}} \cdot \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos \varphi \cdot d\varphi \cdot \frac{3}{\pi} = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} \cdot U_{\text{Netz}}$

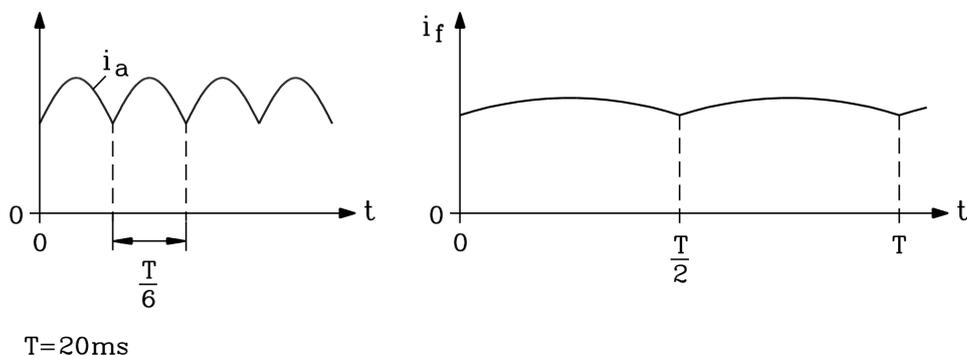
Feldspannung maximal bei  $\alpha_f = 0^\circ$ :

$U_{dfi} = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U_{\text{Netz}} = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot 400 = 360 \text{ V}$

Der Ankerstrom hat *Oberschwingungen* mit 6-facher Netzfrequenz ( $6 \times 50 \text{ Hz} = 300 \text{ Hz}$ ), der Feldstrom mit  $2 \times 50 \text{ Hz} = 100 \text{ Hz}$ .



**Bild 4.1-3:** a) Gleichgerichtete 3-Phasen-Netzspannung für den Ankerkreis, b) Gleichgerichtete einphasige Netzspannung für den Feldkreis



**Bild 4.1-4:** Ankerstrom  $i_a$  und Feldstrom  $i_f$ . Welligkeit aufgrund von 3-phasiger, sechspulsiger und einphasiger, zweipulsiger Gleichrichtung. Der Feldstrom wird durch große Erregerinduktivität  $L_f$  geglättet, während die Ankerinduktivität  $L_a$  viel kleiner ist und den Ankerstrom deutlich weniger glättet.

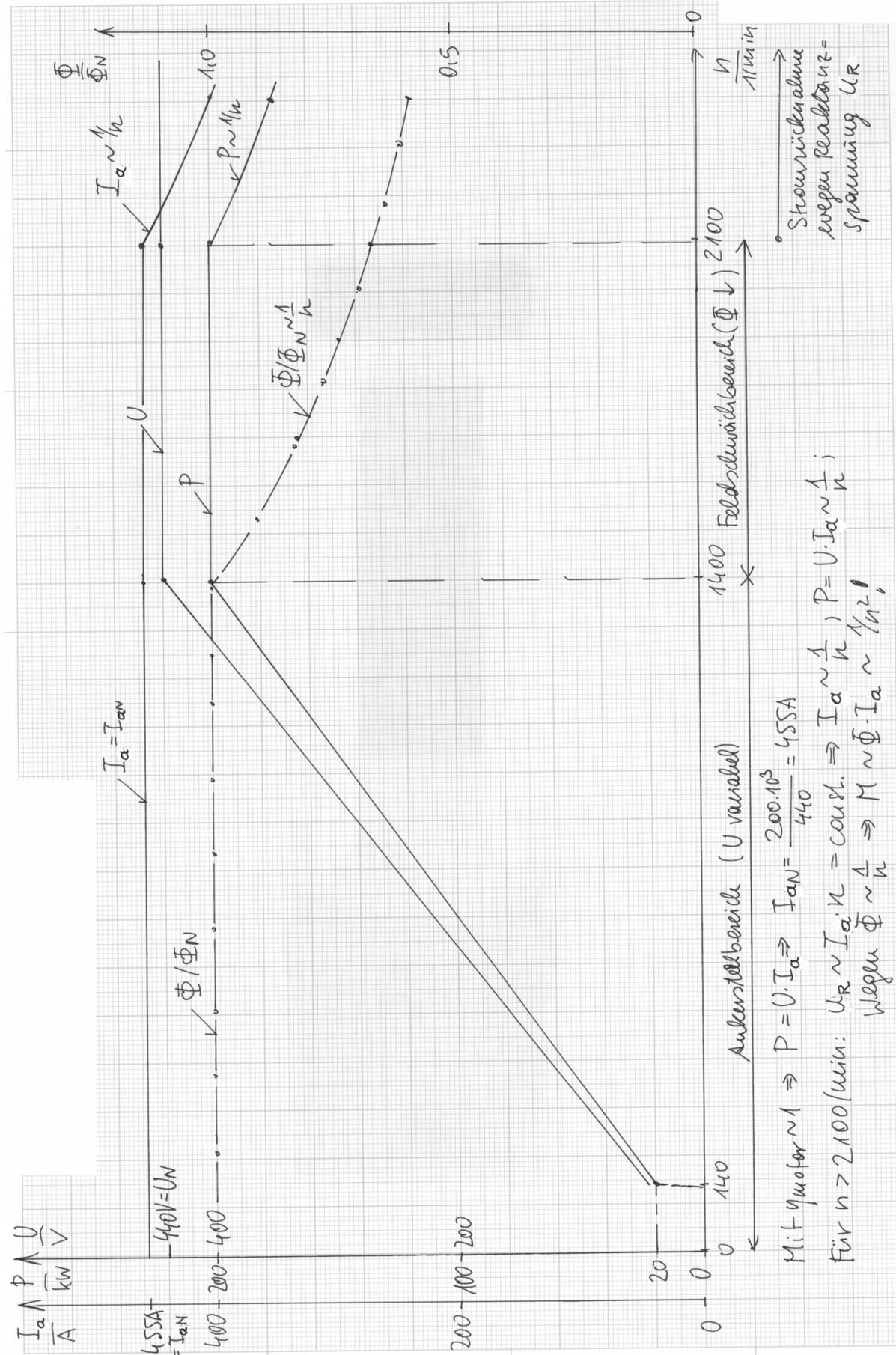


Bild 4.1-2: Spannung, Ankerstrom und Gesamtfluss in Abhängigkeit der Drehzahl

Ankerspannungsstellung:  $440 \text{ V} = U_{di} \cdot \cos(35^\circ) \geq U_d \geq U_{di} \cdot \cos(145^\circ) = -440 \text{ V}$

Der Winkelbereich  $0 \dots 35^\circ$  und  $145^\circ \dots 180^\circ$  wird als Regelreserve für die Ankerspannung verwendet. Ein Grenzwinkel  $< 180^\circ$  wird nicht überschritten, da bei  $180^\circ$  ein Abschalten des Thyristorstroms nicht mehr möglich ist (Wechselrichter-Trittgrenze) (Bild 4.1-5).

Momentenumkehr ist nicht möglich, da der Strom in den Thyristoren nicht umgekehrt werden kann (1-Quadrantenbetrieb) !

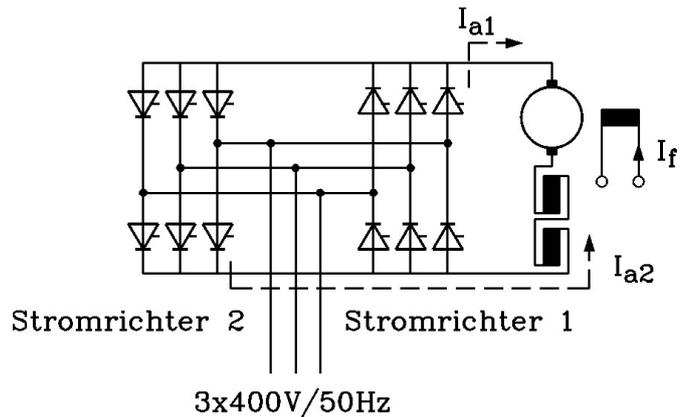
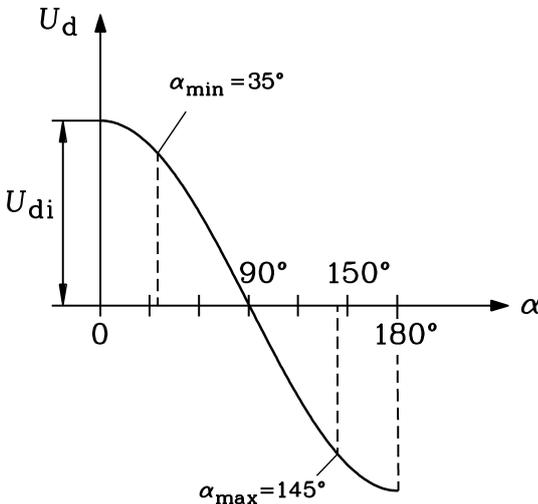


Bild 4.1-5: Variation der Ankerspannung mit dem Zündwinkel  $\alpha$

Bild 4.1-6: Antiparallele Gleichrichterbrücken für 4-Quadrantenbetrieb

**4-Quadranten-Betrieb:**

Zwei antiparallele Stromrichter erforderlich, wobei in der Regel kreisstromfrei gefahren wird, also entweder Stromrichter 1 oder Stromrichter 2 ist freigegeben, der andere gesperrt. Bei Umschaltung von z.B. 1 auf 2: stromlose Pause, Einbuße an Dynamik (Bild 4.1-6).

4) Reaktanzspannung der Kommutierung ist auf ca. 10V begrenzt, da sonst das Bürstenfeuer zu stark wird:

$u_R \sim n \cdot I_a$ ,  $u_{R,max} = const.$   $\Rightarrow I_a \sim 1/n \Rightarrow P \sim U I_a \sim 1/n$ . Der Strom muss bei Drehzahlen über 2100/min reduziert werden, um die Reaktanzspannung bei steigender Drehzahl zu begrenzen (Bild 4.1-2).

Da über 1400/min das Feld schwächer wird:

$\frac{\Phi}{\Phi_N} \sim \frac{1}{n} \Rightarrow M \sim \Phi \cdot I_a \sim \frac{1}{n^2}$ , Moment nimmt mit dem Quadrat der Drehzahl ab. Dies ist

auch aus der Leistungsgleichung ersichtlich:

$$P \sim \frac{1}{n} \sim n \cdot M \Rightarrow M \sim \frac{1}{n^2}$$

5) Volles Moment bei Stillstand ist nicht möglich, da wegen  $M_N = \frac{1}{2\pi} \cdot z \cdot \frac{p}{a} \cdot I_N \cdot \Phi_N$  bei Drehzahl „Null“ voller Strom benötigt würde. Wenn die Bürsten den vollen Ankerstrom bei Stillstand führen, werden immer dieselben Kommutatorlamellen belastet, was zu Einbrennstellen führen kann. Dies wird durch Reduzierung des Momentes im Stillstand auf ca. 50% des Nennmomentes verhindert. Bei Drehzahlen über  $n \sim 2 \dots 5$ /min kann volles Moment gefahren werden.

Bei Stillstand: Reduzierte Stromdichte in den Bürsten  $J_b < 5 \text{ A/cm}^2 \hat{=} I_a \sim \frac{I_N}{2}$

Bei  $n > 2 \dots 5$  /min: Nennstrom  $I_N$  möglich: typische Bürstenstromdichte beträgt  $10 \text{ A/cm}^2$ .

### Aufgabe 4.2: WARD-LEONARD-Umformer

Von einem LEONARD-Satz sind die folgenden Daten bekannt:

#### Steuergenerator

$$U_N = 440 \text{ V}; \quad P_N = 352 \text{ kW}; \quad I_N = 800 \text{ A};$$

$R_{a+K+W} = 0,025 \ \Omega$ ;  $n = 1470 \text{ U/min}$  (a: Anker, K: Kompensation, W: Wendepol)  
(Antrieb durch einen vierpoligen Asynchronmotor).

#### Antriebsmotor

$$U_N = 440 \text{ V}; \quad P_N = 324 \text{ kW}; \quad I_N = 800 \text{ A};$$

$R_{a+K+W} = 0,030 \ \Omega$ ;  $n = 600 \text{ U/min}$  bei Nennerregung und Leerlauf ( $I_a = 0$ ).

#### Ankerstromkreis-Verbindungsleitungen

$R = 0,01 \ \Omega$  für Hin- und Rückleitung

Der Antriebsmotor wird mit konstanter (Nenn-)Erregung gefahren; beide Gleichstrommaschinen sind kompensiert. Die Drehzahl des Steuergenerators sei zunächst als konstant (lastunabhängig) angenommen.

- 1) Zeichnen Sie maßstäblich die Kennlinien  $n_{Mot} = f(I_a)$  in allen vier Quadranten für jeweils eine feste Erregung des Steuergenerators auf Leerlaufspannungen von  $440, 220, 0, -220, -440 \text{ V}$ .  
Vernachlässigen Sie den Spannungsabfall an den Bürsten!
- 1) Berechnen Sie das Drehmoment des Motors bei diesen Generatorspannungen für  $I_a = 600 \text{ A}$ .
- 3) Skizzieren sie qualitativ, wie sich die Kennlinie  $n_{Mot} = f(I_a)$  bei  $U_{Gen} = 440 \text{ V}$  im ersten und im zweiten Quadranten verändert, wenn der Steuergenerator keine Kompensationswicklung hat (Motor weiterhin kompensiert !) und begründen Sie die skizzierte Änderung.
- 4) Berechnen Sie, wie sich die Kennlinie  $n_{Mot} = f(I_a)$  bei  $U_{Gen} = 440 \text{ V}$  im ersten und im zweiten Quadranten verändern wird, wenn der Asynchronmotor des Umformersatzes von Leerlauf auf Nennlast in der Drehzahl um 4% absinkt (Gleichstrommaschinen kompensiert).

### Lösung zu Aufgabe 4.2:

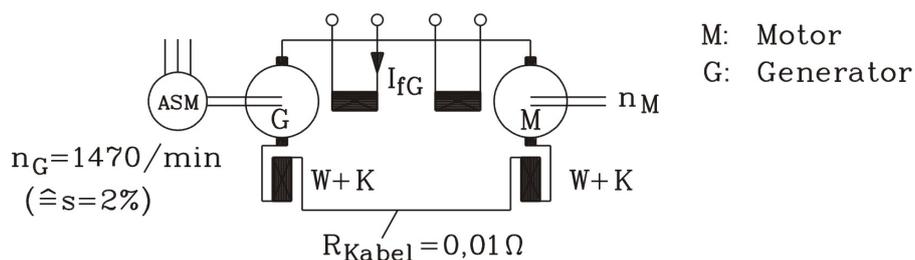


Bild 4.2-1: Leonard-Umformersatz mit Induktionsmotor, Gleichstromgenerator und Gleichstrommotor

1)  $n_G = \text{const.} = 1470/\text{min}$ :

Generatorfeldstrom  $I_{fG}$  wird so gewählt, dass  $U_{G0} = 440 \text{ V}, 220 \text{ V}, 0 \text{ V}, -220 \text{ V}, -440 \text{ V}$ .

Gleichstromgenerator:

$$\begin{aligned} U_{G0} &= 440 \text{ V} \\ P_e &= P_N = 352 \text{ kW} \\ I_N &= 800 \text{ A} \\ R_{aG} &= 0.025 \Omega \end{aligned}$$

Gleichstrommotor:

$$\begin{aligned} U_{MN} &= 440 \text{ V} \\ P_N &= 324 \text{ kW} = P_m \\ I_N &= 800 \text{ A} = I_{aN} \\ R_{aM} &= 0.03 \Omega \\ n_{M0} &= 600/\text{min} \text{ (at } \Phi_{M,N}; I_a = 0) \end{aligned}$$

$$U_{Mi} = U_{G0} - I_a (R_{aG} + R_{aM} + R_{cable}) = k_{1M} \cdot n_M \cdot \Phi_M$$

$$R_{sum} = R_{aG} + R_{aM} + R_{cable} = 0.065 \Omega$$

Bei  $I_a = 0$  :  $U_{Mi} = U_{G0} = k_{1M} \cdot \Phi_M \cdot n_M$  :

$$U_{G0} = 440 \text{ V} \Rightarrow n_M = 600 / \text{min} \Rightarrow k_{1M} \cdot \Phi_M = \frac{440}{600/60} = 44 \text{ Vs}$$

$$U_{G0} - I_{aMN} \cdot R_{sum} = k_{1M} \cdot \Phi_M \cdot n_M \Rightarrow n_M = \frac{U_{G0} - I_a \cdot R_{sum}}{k_{1M} \cdot \Phi_M} = n_{M0} - \frac{I_a \cdot R_{sum}}{k_{1M} \cdot \Phi_M}$$

$U_{G0}$	V	440	220	0	-220	-440	$I_a$
$n_M$	1/min	529	229	-71	-371	-671	800 A
$n_{M0}$	1/min	600	300	0	-300	-600	0 A
$n_M$	1/min	671	371	71	-229	-529	- 800 A

Siehe Diagramm in Bild 4.2-5

2)  $I_a = 600 \text{ A}$  :  $M_{eM} = \frac{z \cdot p}{a} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \Phi_M \cdot I_a = k_{1M} \cdot \Phi_M \cdot \frac{I_a}{2\pi} = 44 \cdot \frac{600}{2\pi} = \underline{4201 \text{ Nm}}$

3) Generator unkompensiert: Sättigung aufgrund Ankerfeld verringert Fluss bei Laststrom  $\Phi_G = \Phi_G(I_a)$ , was in einem Spannungsabfall am Generator resultiert. Dies führt zu einem Drehzahlabfall am Motor.

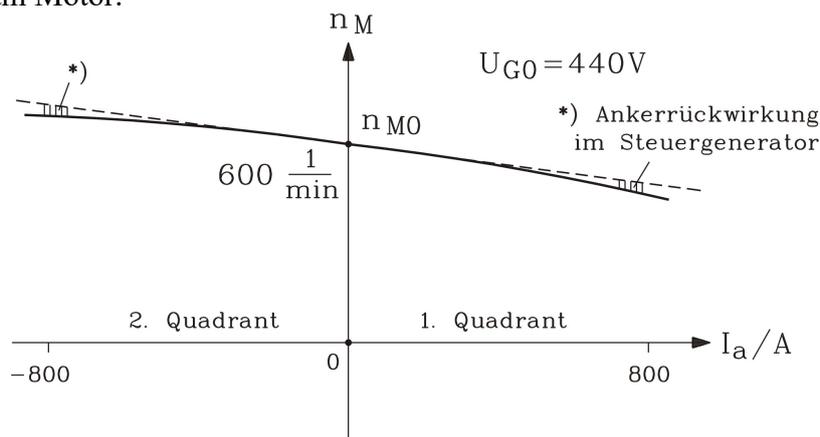


Bild 4.2-2: Drehzahl-Stromkennlinie mit Einfluss der Ankerrückwirkung im Gleichstromgenerator

Flussverlust durch Ankerrückwirkung ist von Stromrichtung unabhängig, hängt also vom Betrag  $|\pm I_a|$  ab.  $\Rightarrow$  Bei kleinem Strom findet keine Sättigung statt, wodurch kein Flussverlust auftritt:  $U_{G0} = k_{1G} \cdot \Phi_G \cdot n_G$ . Wenn  $I_a$  ungefähr Nennstrom beträgt, tritt Flussverlust durch Ankerrückwirkung auf, wodurch die Generatorspannung etwas absinkt. Daher wird  $n_M$  sinken ( $n_M$  sinkt durch Spannungsabfall am Widerstand  $R_{sum}$  zusätzlich)

4) Asynchronmotor: Schlupf variiert linear mit Lastmoment für Belastungen unterhalb des Nennmomentes nach der *Kloss*'schen Formel. Linearisierung bei Schlupf Null:

$$M_{ASM} \sim s = 1 - n_G/n_{G0}. n_{G0}=1500/\text{min} = n_{\text{syn,ASM}}$$

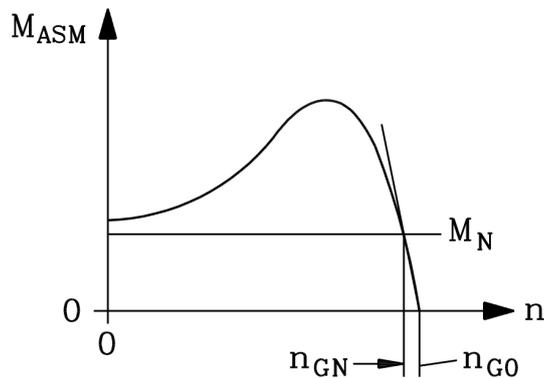


Abb.4.2-3: Drehzahl-Drehmomentkurve einer Asynchronmaschine und Linearisierung bei Schlupf null

$n_{ASM} = n_{G0}$ : Im Leerlauf:  $M_{ASM} = M_G = 0$ ;  $I_a = 0$ ; 1500/min

$n_{ASM} = n_G$ : sinkt bei Belastung:  $M_{ASM} = M_G > 0$ ;  $I_a > 0$ .

Bei Nennstrom: -4%:  $(1-0.04) \cdot 1500 = 1440/\text{min}$

Drehzahlabnahme am Generator führt zur Spannungsverringerng am Generator bei konstantem Generatorfluss:  $\Phi_G = \text{const.}$  Gemäß der Formel für Generator-Leerlaufspannung:

$$U_{G0} = k_{1G} \cdot \Phi_G \cdot n_G$$

Generatorspannung bei Belastung mit  $I_a$ :  $U_G = U_{G0} \cdot (1 - 0.04 \cdot I_a / I_N)$

Anmerkung: Im zweiten Quadranten kehrt sich die Leistungsflussrichtung um. Asynchronmaschine ist Generator, Schlupf ist negativ, Generatordrehzahl und Generatorspannung nehmen zu. Also wird die Gleichstrommotordrehzahl im ersten Quadranten abnehmen und im zweiten zunehmen. Zusätzlich dazu Drehzahlabnahme durch Spannungsabfall an  $R_{\text{sum}}$ .

$$n_M = \frac{U_{G0} \cdot (1 - \frac{I_a}{I_N} \cdot 0.04) - I_a \cdot R_{\text{sum}}}{k_{1M} \cdot \Phi_M}$$

$$I_a = I_{aMN}: n_M = \frac{440 - 440 \cdot 0.04 - 52}{44} = 8.42 \text{ s}^{-1} = \underline{505/\text{min}}$$

$$I_a = -I_{aMN}: n_M = \frac{440 + 440 \cdot 0.04 + 52}{44} = \underline{695/\text{min}}$$

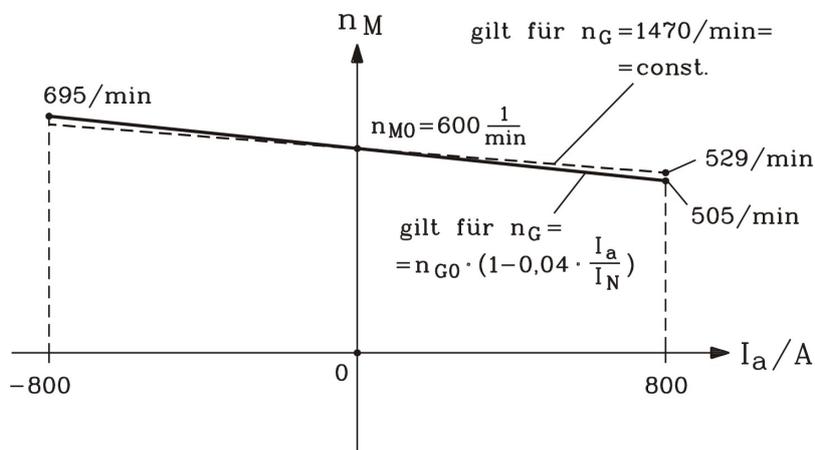


Bild 4.2-4: Drehzahl-Stromkennlinie des Gleichstrommotors bei veränderlicher Drehzahl des Asynchronmotors infolge des Schlupfs

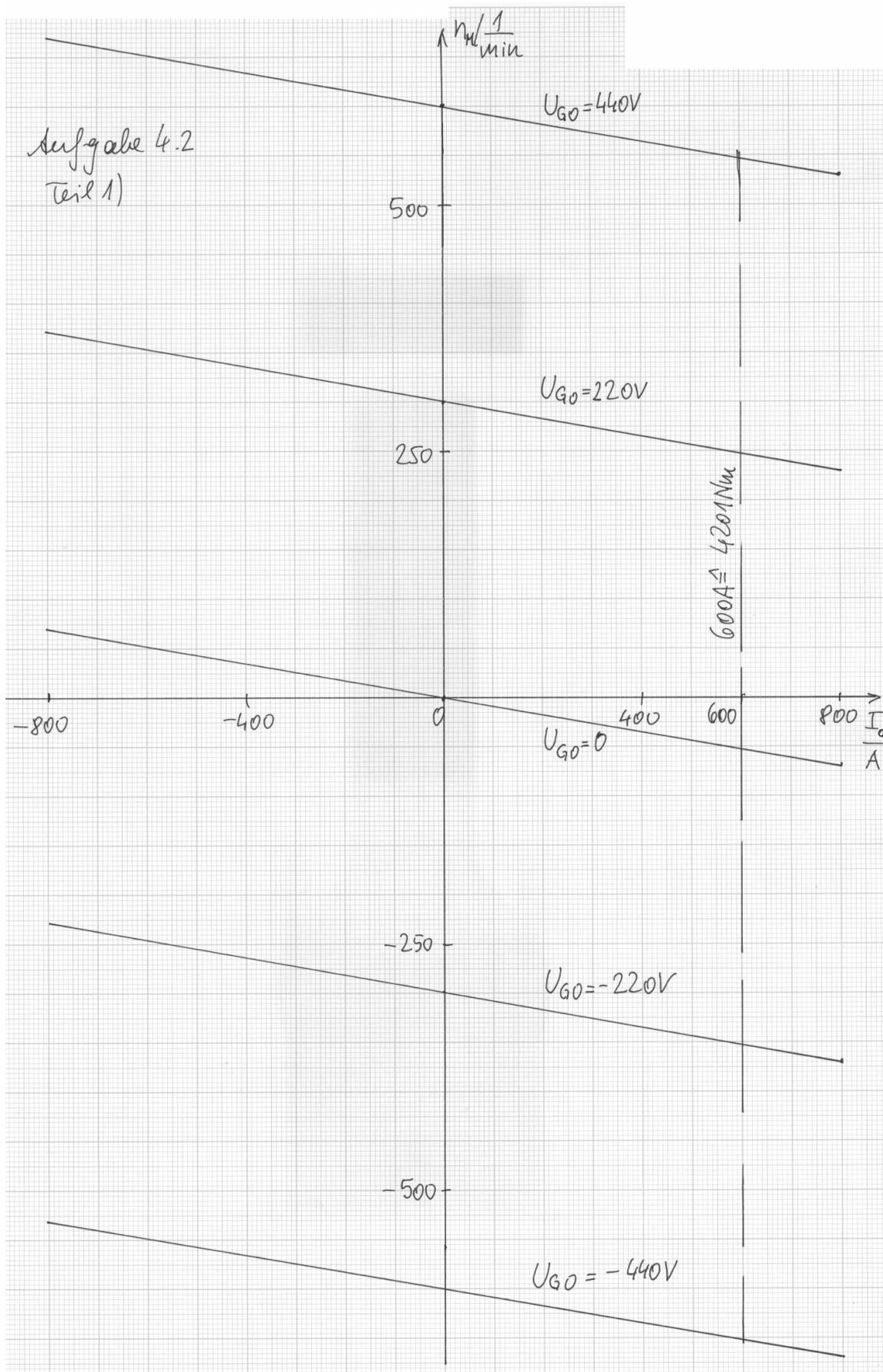


Bild 4.2-5: Drehzahl-Stromkennlinie des Gleichstrommotors bei verschiedenen Ankerspannungen in allen vier Quadranten

**Aufgabe 4.3: Gleichstrom-Grubenfahrzeug-Antrieb**

In einem südafrikanischen Bergwerk werden Elektrofahrzeuge zum Transport des geförderten Erzes verwendet, da Verbrennungskraft-Antriebe wegen der Abgase unter Tage nicht verwendet werden können. Es werden Gleichstrom-Reihenschlussmotoren als Antriebe für die E-Fahrzeuge verwendet. Es sind von den Fahrmotoren die elektrischen Nenndaten

$$U_N = 440 \text{ V}, \quad I_N = 500 \text{ A},$$

die Warmwerte der Widerstände der Ankerwicklung ( $a$ ) sowie der Wendepol- ( $W$ ) und Reihenschlusswicklung ( $RS$ )

$$R_a = 0.020 \text{ } \Omega, \quad R_W + R_{RS} = 0,025 \text{ } \Omega,$$

die Windungszahl je Pol der Reihenschlusswicklung

$$N_{RS} = 10$$

und der Proportionalitätsfaktor

$$k_I = z \cdot (p/a) = 416$$

bekannt. Die Kennlinie des magnetischen Kreises ist auf dem beiliegenden Kurvenblatt Bild 4.3-1 gegeben. Vernachlässigen Sie den Spannungsabfall an den Bürsten!

- 1) Wie groß ist der magnetische Fluss  $\Phi$  im Nennpunkt?
- 2) Welche Drehzahl stellt sich bei Nennspannung und Nennstrom ein?
- 3) Wie groß ist die Drehzahl bei Nennspannung und Überlastung der Maschine auf  $I_a = 2 \cdot I_N$ ?
- 4) Wie verhält sich das bei 3) auftretende Drehmoment zum Drehmoment im Nennpunkt?
- 5) Welcher Wert ist für einen Anlasswiderstand vorzusehen, wenn die Maschine aus dem Stillstand mit einem Strom  $1.5 \cdot I_N$  angefahren werden soll?
- 6) Welche Durchflutung ( $I \cdot N$  pro Pol) müsste eine zusätzliche Nebenschlusswicklung aufbringen, damit die Maschine bei völliger Entlastung ( $I_a \approx 0$ ) nur das 1.5-fache der bei 2) auftretenden Drehzahl annimmt?

**Lösung zu Aufgabe 4.3:**

$$1) U_N = 440 \text{ V}, I_N = 500 \text{ A}, R_a = 0.02 \text{ } \Omega, R_{W+RS} = 0.025 \text{ } \Omega$$

$$N_{RS} = 10 / \text{Pol}, k_I = z \cdot \frac{p}{a} = 416$$

Reihenschluss bedeutet  $I_a = I_f = I_N$ . Kennlinie:  $\Theta_f = N_{RS} \cdot I_a$

$$\Theta_f = 10 \cdot 500 \text{ A} = 5 \text{ kA} \quad \rightarrow \quad \text{Bild 4.3-1: } \Phi = \Phi_{RS} = \Phi_N = \underline{\underline{0.0425 \text{ Wb}}}$$

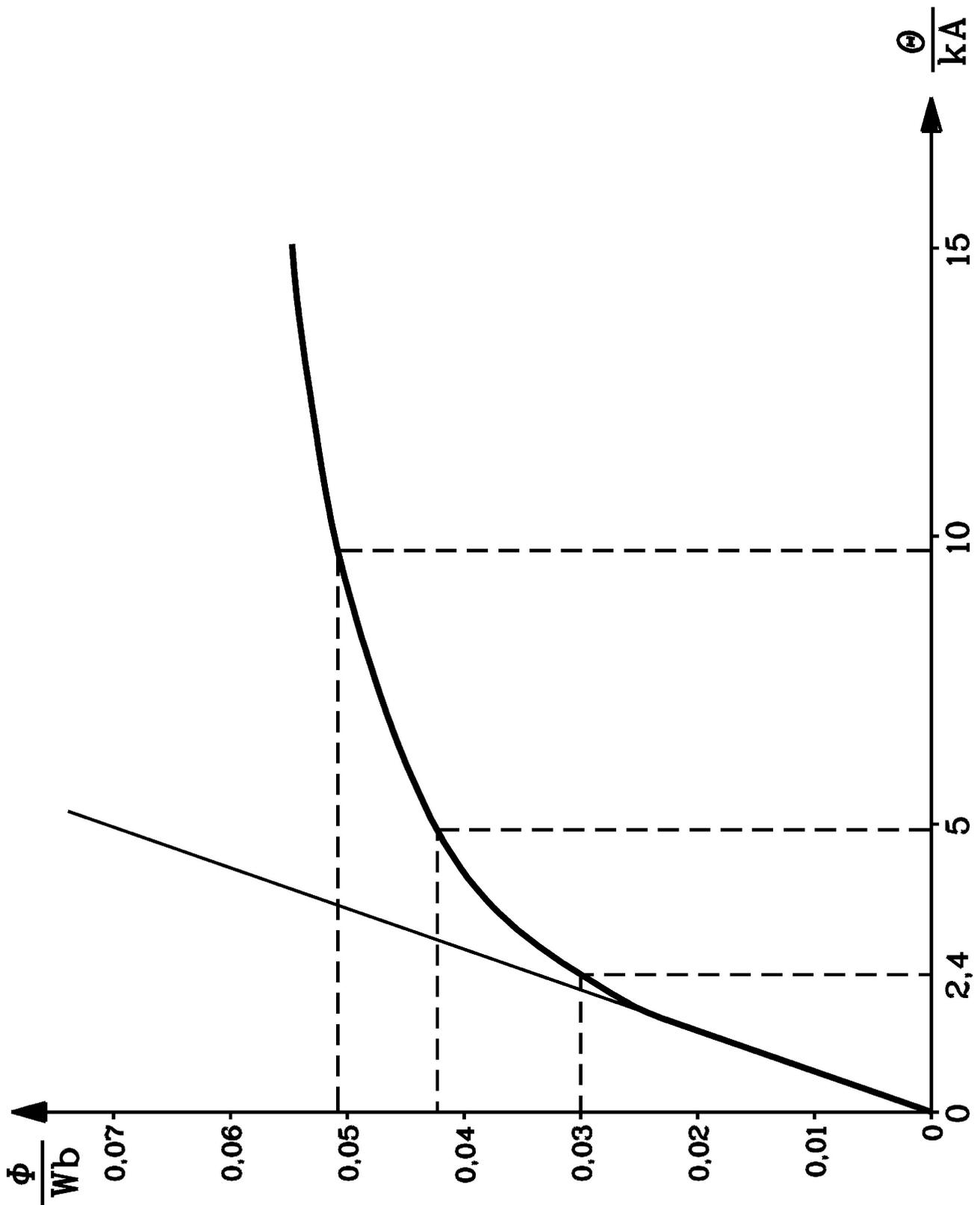


Bild 4.3-1: Hauptfluss gegen Erregerdurchflutung der Reihenschlussmaschine

$$2) \quad U_N = U_i + I_a \cdot R_{\text{tot}}, \quad U_b \approx 0, \quad U_i = z \cdot \frac{p}{a} \cdot n \cdot \Phi, \quad R_{\text{tot}} = R_a + R_{\text{W}} + R_{\text{S}} = 0.045 \, \Omega$$

$$U_i = 440 - 500 \cdot 0.045 \, \text{V} = 417.5 \, \text{V}$$

$$n_N = \frac{U_i}{k_1 \cdot \Phi_N} = \frac{417.5}{416 \cdot 0.0425} \text{ s}^{-1} = 23.6 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{1417 \text{ min}^{-1}}}$$

3)  $I_a = 2I_N$ :  $U_i^* = 440 - 2 \cdot 500 \cdot 0.045 \text{ V} = 395 \text{ V}$

$$\Theta_f = 2 \cdot 500 \cdot 10 \text{ A} = 10000 \text{ A} \quad : \quad \Phi^* = 0.051 \text{ Wb}$$

$$n^* = \frac{U_i^*}{k_1 \cdot \Phi^*} = \frac{395}{416 \cdot 0.051} \text{ s}^{-1} = 18.6 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{1117 \text{ min}^{-1}}}$$

4)  $M^* = \frac{1}{2\pi} \cdot z \cdot \frac{p}{a} \cdot I_a^* \cdot \Phi^* = \frac{1}{2\pi} \cdot 416 \cdot 1000 \cdot 0.051 = \underline{\underline{3376.6 \text{ Nm}}}$

$$M_N = \frac{1}{2\pi} \cdot z \cdot \frac{p}{a} \cdot I_N \cdot \Phi_N = \frac{1}{2\pi} \cdot 416 \cdot 500 \cdot 0.0425 = \underline{\underline{1406.9 \text{ Nm}}}$$

$$\frac{M^*}{M_N} = \frac{I_a^* \cdot \Phi^*}{I_N \cdot \Phi_N} = 2 \cdot \frac{0.051}{0.0425} = \underline{\underline{2.4}}$$

	Drehzahl	Ankerstrom	Moment
	1/min	A	Nm
(1)	1417	500	1406.9
(2)	1117	1000	3376.6
(2) / (1)	0.79	2	2.4

5) Stillstand:  $n = 0 \rightarrow U_i = 0$ :  $U_N = 0 + I_a \cdot (R_{\text{tot}} + R_v) \Rightarrow \frac{U_N}{1.5 \cdot I_N} - R_{\text{tot}} = R_v$

$$1.5 \cdot I_N = 750 \text{ A: Anlasser } R_v = \frac{440}{1.5 \cdot 500} - 0.045 \Omega = \underline{\underline{0.542 \Omega}}$$

6) Nebenschluss-Hilfserrerwicklung zur Verhinderung ungebremster Drehzahlzunahme im Leerlauf:

Nötige Durchflutung:  $\Theta_{\text{NS}} = N_{\text{NS}} \cdot I_f$  für  $n_0 = 1.5n_N$

Leerlauf:  $I_a = 0$ :  $\Phi_{\text{RS}} = 0$ :

$$I_a = 0: U = k_1 \cdot n_0 \cdot \Phi_{\text{NS}} = U_N \Rightarrow \Phi_{\text{NS}} = \frac{440}{416 \cdot 1.5 \cdot 23.6} \text{ Wb} = 0.03 \text{ Wb} = \Phi$$

Aus Bild 4.3-1 ergibt sich:  $\Rightarrow \Theta_{\text{NS}} = \underline{\underline{2400 \text{ A}}}$ .

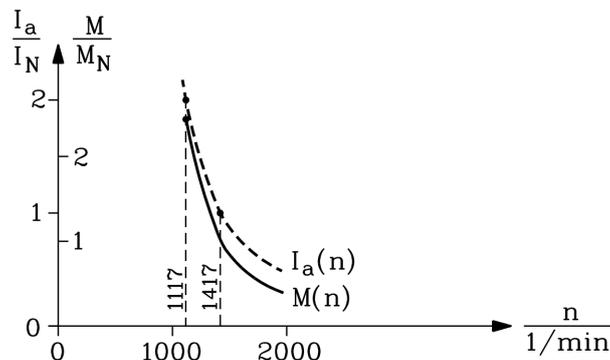


Bild 4.3-2: Die Abhängigkeit von Moment und Strom von der Drehzahl beim Reihenschlussmotor unterscheiden sich leicht wegen des von der Eisensättigung abhängigen Flusses (siehe Bild 4.3-1)

**Aufgabe 4.4: Umformer-Antrieb**

Für den Antrieb eines Synchrongenerators als Frequenzumformer wird ein Gleichstrommotor verwendet.

- 1) Der Gleichstrom-Nebenschlussmotor mit Hilfsreihenschlusswicklung und Kompensationswicklung besitzt die Nenndaten

$$U_N = 440 \text{ V}, \quad I_{aN} = 120 \text{ A}, \quad n_N = 1500/\text{min}$$

und die Widerstände

$$R_{ges} = R_a + R_W + R_K + R_{RS} = 0.3 \ \Omega .$$

$a$  = Anker (Klemmen A1, A2)

$W$  = Wendepol (Klemmen B1, B2)

$K$  = Kompensation (Klemmen C1, C2)

$RS$  = Reihenschluss (Klemmen D1, D2)

$NS$  = Nebenschluss (Klemmen E1, E2)

- 2) Stellen Sie die Schaltverbindungen laut Beilage (mit Anlasswiderstand im Ankerkreis und Feldsteller im Nebenschlusskreis) für Motorbetrieb im Rechtslauf und im Linkslauf her. Achten Sie auf die richtige Klemmenbelegung. Was ist bei Drehrichtungsumkehr zu beachten?
- 3) Welcher Wert ist für den Anlasswiderstand vorzusehen, damit der Motor aus dem Stillstand mit  $1.5 \cdot I_{aN}$  anfährt? Vernachlässigen Sie den Spannungsabfall an den Bürsten!
- 4) Die gemessene Drehzahlkennlinie bei reiner Reihenschlusschaltung (Nebenschlusswicklung offen) ist auf dem Beiblatt (Bild 4.4-1 unten) angegeben. Die Reihenschlusswicklung hat  $N_{RS} = 5$  Windungen je Pol. Wie groß muss die Durchflutung  $N_{NS} \cdot I_f$  der Nebenschlusswicklung gewählt werden, damit der Motor bei Nennlast ( $I_a = I_{aN}$ ) seine Nenndrehzahl erreicht ( $I_a \cdot R_{ges}$  vernachlässigen)?

**Lösung zu Aufgabe 4.4:**

1)

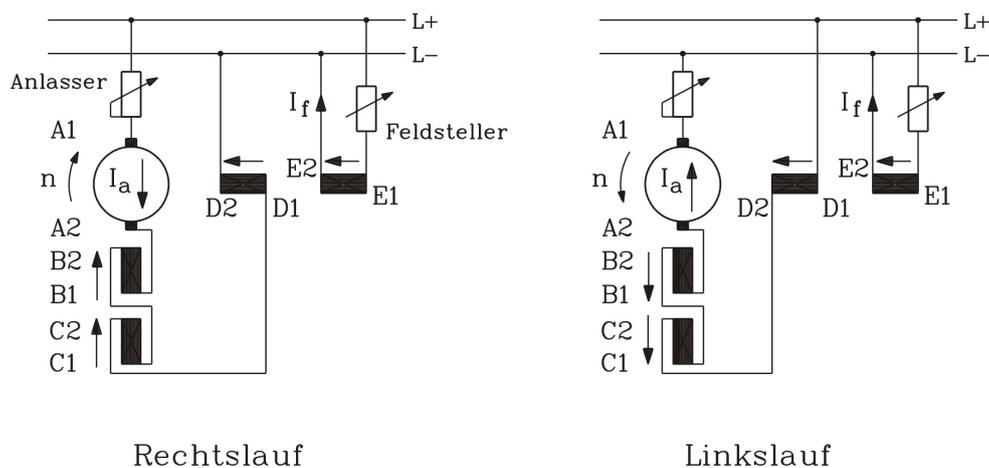


Bild 4.4-2: Richtige Verbindung der Wicklungsanschlüsse zum Batterienetz L+, L- für Gleichstrommotorbetrieb im a) ersten and b) dritten Quadranten

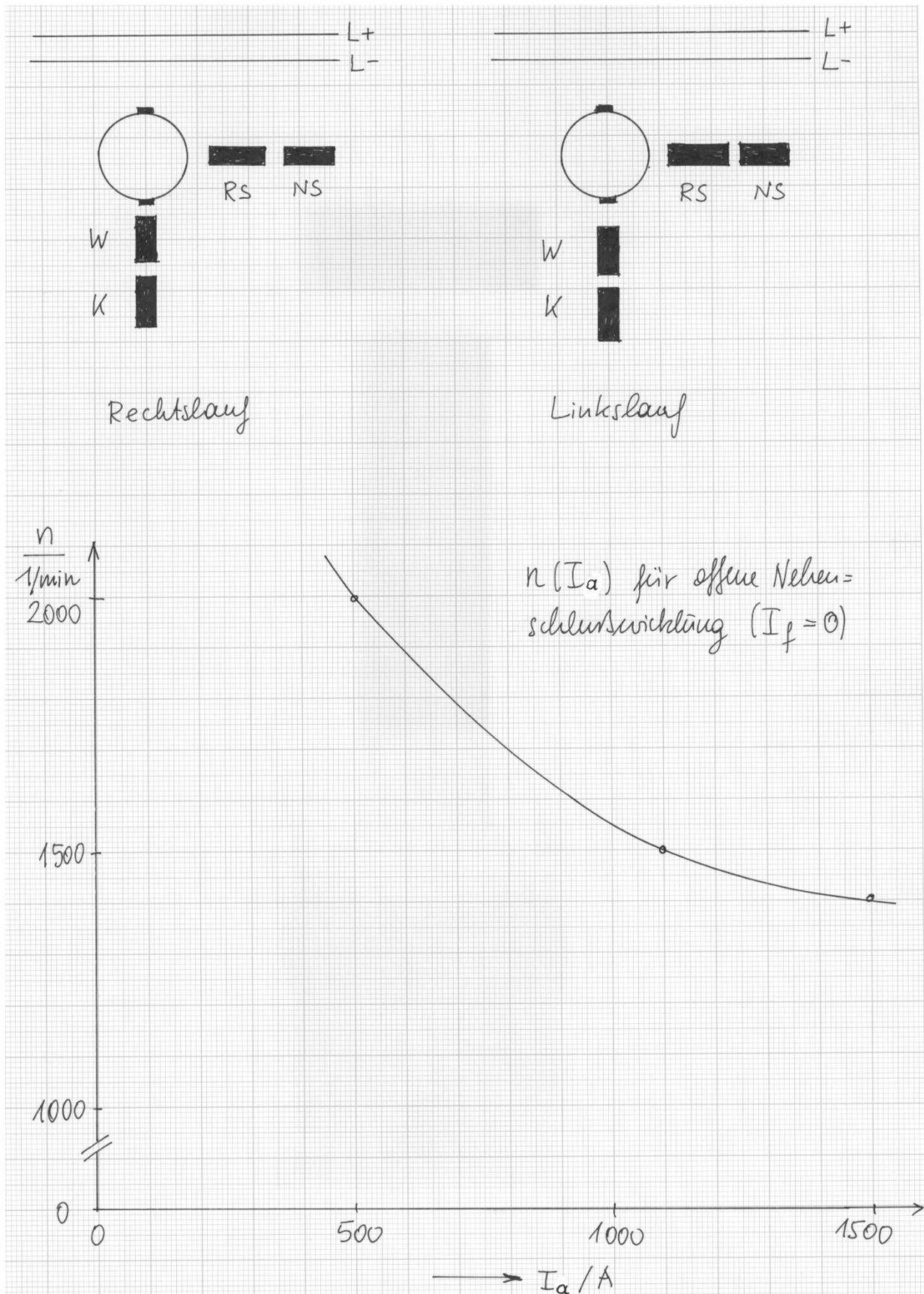


Bild 4.4-1: Oben: Klemmenanschlüsse zur Verschaltung für Rechts- und Linkslauf im Motorbetrieb. Unten: Drehzahl-Stromkennlinie eines Reihenschlussmotors (zur Aufgabenstellung)

Rechtslauf: Bei Blick auf das antriebsseitige Motorende dreht die Welle rechtsläufig (im Uhrzeigersinn), siehe Bild 4.4-3. Bei Motorbetrieb wird dies Betrieb im ersten Quadranten genannt.

Stromkreis-Zeichenregeln: Auf Grund des Ankerstroms im Statorfeld erfolgt eine *Lorentz*-Kraft auf die Ankerleiter, die den Rotor (Anker) in Richtung des positiven Hauptfelds bewegt. Dies entspricht der Richtung des elektromagnetischen Motormoments, folglich der Drehrichtung im Motorbetrieb „Rechtslauf“ (Bild 4.4-4) !

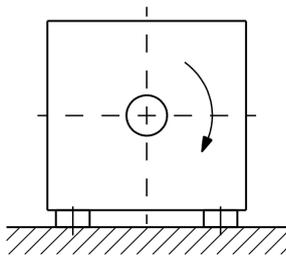


Bild 4.4-3: Rechtslauf

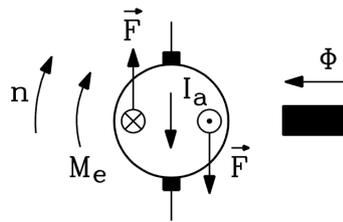


Bild 4.4-4: Drehmomentrichtung

Da die Richtung von  $M_e$  auch die Richtung von  $n$  bei Motorbetrieb ist, benötigt Rechtslauf auch ein Moment im Uhrzeigersinn (Bild 4.4-4). Für Linkslauf muss der Ankerstrom oder das Feld umgekehrt werden.

*Fazit:*

*Ohne* Hilfsreihenschluss ist durch Spannungsumkehr im Anker (bei unveränderten Feldanschlüssen) eine Änderung der Drehrichtung problemlos möglich.

*Mit* Hilfsreihenschluss ist bei Spannungsumkehr ein Vertauschen der Reihenschlussanschlüsse erforderlich (D1-C2 nun D2-C2), sonst schwächt der Reihenschlussfeldanteil das Nebenschlussfeld, was zu Instabilität bei großem  $I_a$  führt.

$$2) \quad U_{\text{Batt}} = U_i + I_a \cdot (R_v + R_{\text{tot}}), \quad U_i = k_1 \cdot n \cdot \Phi$$

$$n = 0 \quad : \quad I_a = 1.5 \cdot I_N ; \quad U_{\text{Batt}} = U_N ; \quad U_i = 0$$

$$\Rightarrow \quad R_v = \frac{U_N}{I_a} - R_{\text{tot}} = \frac{440}{1.5 \cdot 120} - 0.3 \Omega = \underline{\underline{2.14 \Omega}}$$

$$3) \quad N_{\text{RS}} = 5 / \text{Pol}, \quad I_f = 0 : \quad n_N = 1500 \text{ min}^{-1} : \quad U_{\text{Batt}} = U_i + I_a \cdot R_{\text{tot}} :$$

Vernachlässigt man  $I_a \cdot R_{\text{tot}}$ , gilt  $U_N = U_i = k_1 \cdot n_N \cdot \Phi$ . Gemäß Bild 4.4-1 (unten) erhält man bei dieser Drehzahl  $I_a = 1100 \text{ A}$ . Somit beträgt die Durchflutung pro Pol  $\Theta = \Theta_{\text{RS}} = N_{\text{RS}} \cdot I_a = 5 \cdot 1100 \text{ A} = 5.5 \text{ kA}$ , um das Nenn-Hauptfeld zu erhalten  $\Phi = \Phi(\Theta)$ .

Bei Reihen- *und* Nebenschlusserregung braucht man dieselbe Durchflutung für gleich bleibenden Hauptfluss:  $\Theta = \Theta_{\text{RS}} + \Theta_{\text{NS}} = N_{\text{RS}} \cdot I_a + N_{\text{NS}} \cdot I_f = 5500 \text{ A}$  bei  $U_N, n_N$ .

Somit muss bei  $U_N, n_N$  wegen  $I_{\text{aN}} = 120 \text{ A} \Rightarrow \Theta_{\text{RS}} = 120 \text{ A} \cdot 5 = 600 \text{ A}$  für die

Nebenschlusswindung gelten:  $\Theta_{\text{NS}} = N_{\text{NS}} \cdot I_f = 5500 - 600 \text{ A} = \underline{\underline{4900 \text{ A}}}$ .

Erregerverhältnis:  $\Theta_{\text{RS}} / \Theta_{\text{NS}} = 600 / 4900 = \underline{\underline{12.2\%}}$

*Fazit:*

Beim Verbundmotor ist der überwiegende Teil der erforderlichen Erregerdurchflutung Nebenschlusserregung. Man spricht daher von einem Nebenschlussmotor mit Hilfsreihenschluss.

**Aufgabe 4.5: Bahn-Traktionsmotor**

In einer Kupfermine in *Chile* wird eine Gleichstrom-Bahn für den Transport des Roherzes verwendet. Von den Gleichstrom-Reihenschlussmaschinen für den Einsatz als Traktionsmaschinen mit den Daten

$$U_N = 440 \text{ V}, \quad I_N = 500 \text{ A}$$

ist auf beiliegendem Kurvenblatt Bild 4.5-1 die magnetische Kennlinie (aufgenommen mit der Fremderregung bei  $I_a = 0$ ,  $n = n_0 = 1200/\text{min}$ ) gegeben. Die Maschine ist kompensiert (Ankerrückwirkung vernachlässigbar) und besitzt den Gesamtwiderstand für die Anker-, für die Kompensations-, die Wendepol- und Reihenschlusswicklung

$$R_{ges} = R_a + R_K + R_W + R_{RS} = 0.045 \Omega.$$

- 1) Welcher Drehzahlwert stellt sich im Motorbetrieb ein, wenn die Maschine an  $U = 220\text{V}$  geschaltet und durch entsprechende Belastung an der Welle eine Stromaufnahme von  $I = 400 \text{ A}$  hergestellt wird? Vernachlässigen Sie den Spannungsfall an den Bürsten.
- 2) Was geschieht, wenn die Maschine, ausgehend vom Betriebspunkt nach 1), bei festgehaltener Spannung vollständig entlastet wird?
- 3) Wie groß muss ein Belastungswiderstand  $R_B$  gewählt werden, damit die Maschine als Generator (Bremsbetrieb) bei  $n = 600 \text{ U/min}$  einen Strom von  $I = 500 \text{ A}$  abgibt? Wie groß ist dabei die Klemmenspannung und die äußere elektrische Bremsleistung?
- 4) Was geschieht, wenn im Betriebszustand nach 3) bei festem Belastungswiderstand  $R_B$  die Drehzahl langsam gegen Null abnimmt?

**Lösung zu Aufgabe 4.5:**

1) Reihenschlussmotor, Betrieb bei  $I_a = 400 \text{ A}$  und  $220 \text{ V}$ :

$U = U_i + I_a \cdot R_{tot} + U_b \cong U_i + I_a \cdot R_{tot}$ . Bei Reihenschlusserregung ist Erregerstrom gleich dem Ankerstrom:  $U_i = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_a)$ . Nach dem Diagramm Bild 4.5-1 in der Aufgabenstellung gilt für  $n_0 = 1200/\text{min}$  und  $400 \text{ A}$  Erregerstrom eine Leerlaufspannung:

$$U_0 = U_i = k_1 \cdot n_0 \cdot \Phi(I_a) \Big|_{I_a=400\text{A}} = 400 \text{ V}. \text{ Daraus ergibt sich das Verhältnis}$$

$$\frac{U_0}{n_0} = k_1 \cdot \Phi(I_a) = \frac{400}{1200/60} = 20 \text{ Vs}. \text{ Bei } 220 \text{ V ergibt sich unter Belastung:}$$

$$U = 220 \text{ V} = n \cdot k_1 \cdot \Phi(I_a = 400\text{A}) + I_a \cdot R_{tot} \Rightarrow n = \frac{220 - 400 \cdot 0.045}{20} = 10.1 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{606 \text{ min}^{-1}}}$$

2) Bei vollständiger Entlastung ist das Moment Null ( $M_e = 0$ ). Somit auch der Ankerstrom ( $I_a = 0$ ) und der Fluss ( $\Phi \rightarrow 0$ ). Wegen  $n \cdot k_1 \cdot \Phi = U = 220 \text{ V} = \text{const.}$  steigt die Drehzahl  $n$  rapide an, die Maschine "geht durch" und wird zerstört. Bevor die Kommutatorfestigkeit das "Durchgehen" beendet (Zerstörung des Läufers), kommt es infolge der hohen Reaktanzspannung (Beschleunigungsstrom  $I_a$  zwar sehr klein, aber vorhanden)  $u_r \sim n I_a$  zum Bürstenfeuer, das bei großer Stärke in ein Kommutatorrundfeuer überschlägt.

3) Reihenschlussgenerator mit Lastwiderstand  $R_B$  bei  $n = 600 \text{ min}^{-1}$ ,  $I_a = 500 \text{ A}$ :

$$U_i = R_B \cdot I_a + R_{tot} \cdot I_a = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_a)$$

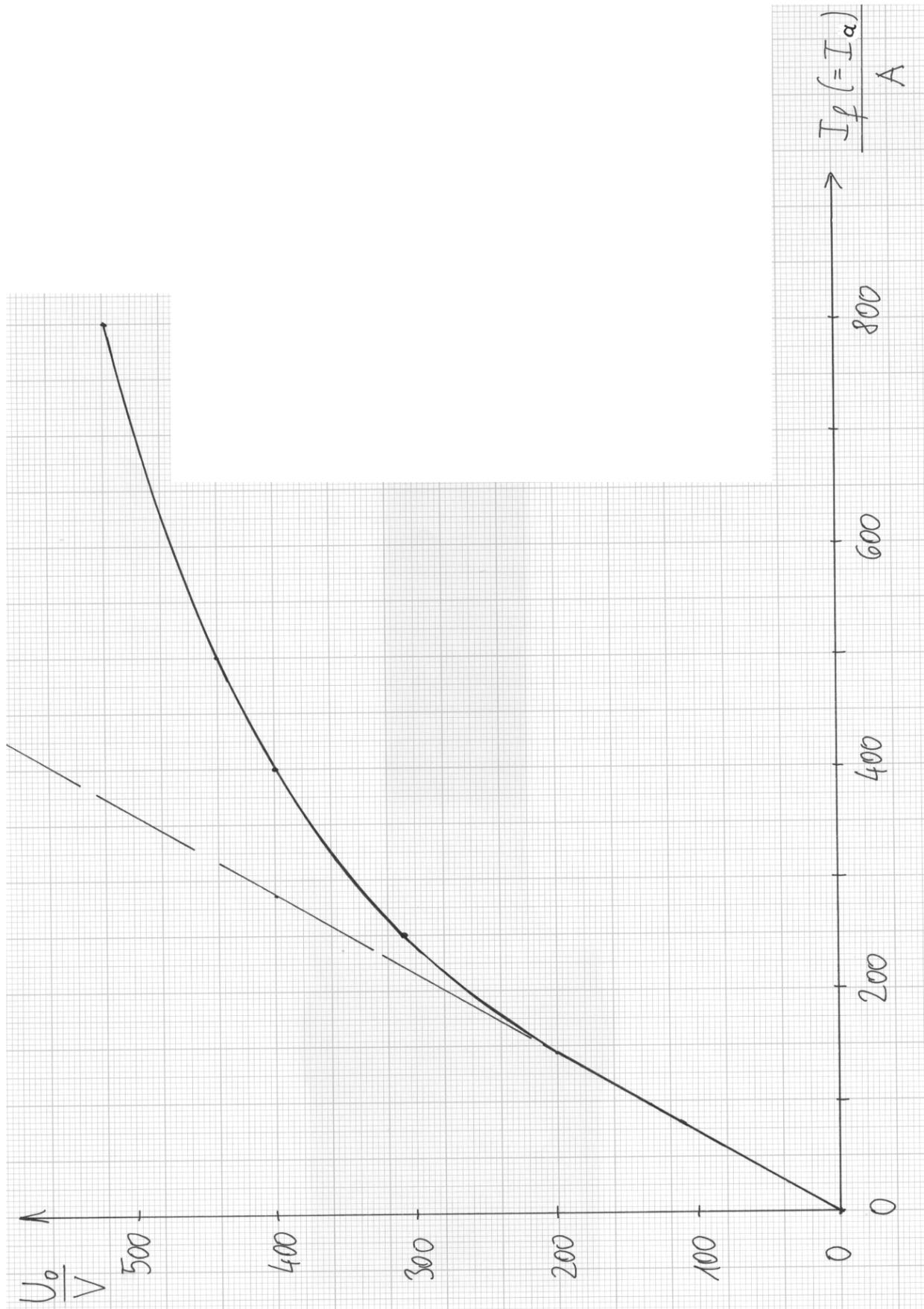


Bild 4.5-1: Leerlaufspannung in Abhängigkeit des Erregerstroms bei Betrieb mit konstanter Drehzahl 1200/min als Generator

Nach Aufgabenstellung gilt bei 1200/min,  $U_0 = k_1 \cdot n_0 \cdot \Phi(I_a = 500 \text{ A}) = 440 \text{ V}$ , und es ergibt sich das Verhältnis  $k_1 \cdot \Phi(I_a = 500 \text{ A}) = \frac{440}{1200/60} = 22 \text{ Vs}$ . Damit ist der Lastwiderstand bei 600/min, 500 A:

$$R_B = \frac{k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_a) - R_{\text{tot}} \cdot I_a}{I_a} = \frac{\frac{600}{60} \cdot 22 - 0,045 \cdot 500}{500} = \underline{\underline{0,395 \Omega}}$$

Die Klemmenspannung am Widerstand beträgt  $U = R_B \cdot I_a = 0,395 \cdot 500 = \underline{\underline{197,5 \text{ V}}}$ . Die Bremsleistung, die im Lastwiderstand freigesetzt wird, beträgt  $P = U \cdot I_a = \underline{\underline{98,75 \text{ kW}}}$ .

4) Bei sinkender Drehzahl  $n$  sinkt  $U_i$  stark ab. Der Betriebspunkt  $P$  sinkt zu kleinen Spannungen  $U$  und Strömen  $I_a$  und erreicht bei einer gewissen Drehzahl  $n^*$  den Ursprung (in Bild 4.5-2 knapp unterhalb  $n_1/2$ ) Unterhalb dieser Mindestdrehzahl  $n^*$  ist kein generatorischer Bremsbetrieb mit  $R_B$  möglich, da der Ankerstrom bereits Null ist. Unterhalb von  $n^*$  erfolgt reiner Reibungsauslauf.

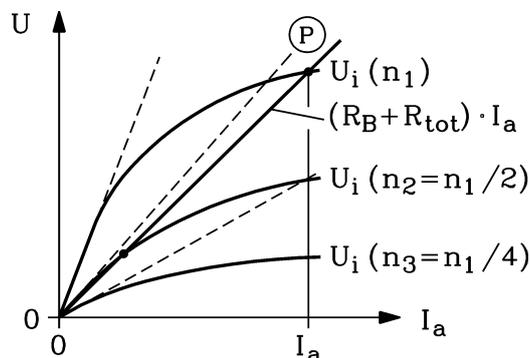


Bild 4.5-2: Reihenschlussgenerator bei abnehmender Drehzahl.

*Anmerkung:* Damit überhaupt (oberhalb  $n^*$ ) Bremsbetrieb möglich sein kann, ist die Sättigung (Krümmung der Kennlinie  $U_i(I_a)$ ) notwendig. Andernfalls ergibt sich kein Schnittpunkt zwischen  $U_i = (R_B + R_{\text{tot}}) \cdot I_a$  und  $U = U_i = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_a)$ .

#### Aufgabe 4.6: Druckmaschinenantrieb

In einer Druckmaschine wird ein Gleichstromantrieb zur Förderung der Papierbahnen projektiert. Es wird eine fremderregte Gleichstrommaschine mit Kompensationswicklung mit den Nenndaten

$$U_N = 440 \text{ V}, \quad I_N = 120 \text{ A}$$

und dem Gesamtwiderstand  $R_a = 0,3 \Omega$  des Ankerkreises ausgewählt. Es liegt auf dem Kurvenblatt Bild 4.6-1 die Kennlinie  $U_0 = f(\theta_f)$  der Leerlaufspannung als Funktion der Erregerdurchflutung, aufgenommen bei  $n = 500 \text{ /min}$ , vor.

Eine Messung auf dem Prüfstand zeigt:

Die Drehzahl der Maschine (für  $U = U_N$ , konstante Erregung) steigt zufolge Überkommutierung von  $n_0 = 600 \text{ 1/min}$  bei Leerlauf etwa linear auf  $n = 618 \text{ 1/min}$   $I_a = I_N$  an.

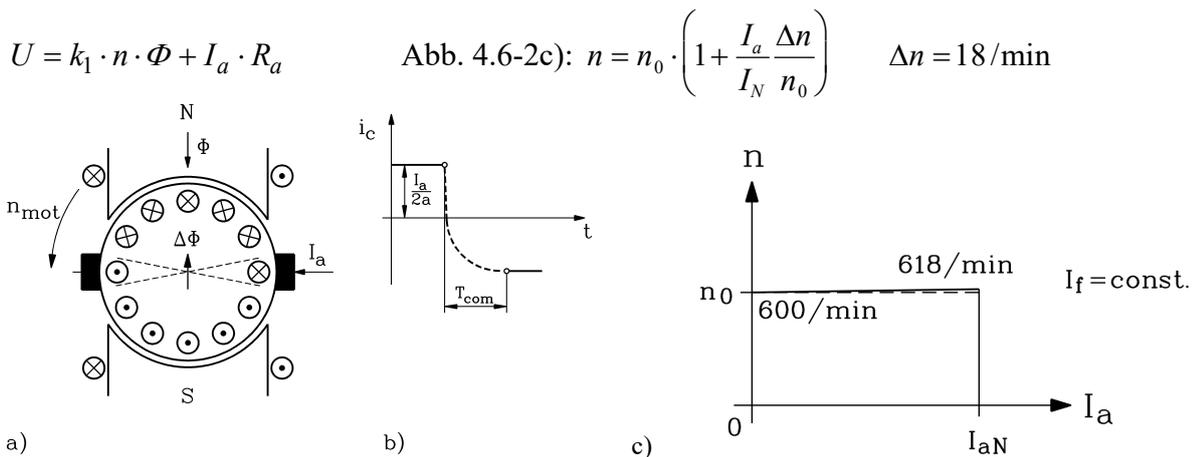
- Bestimmen Sie die Erregerdurchflutung  $\theta_f$ , bei der im Leerlauf die Drehzahl  $n = n_0 = 600 \text{ /min}$  auftritt.

- 2) Wie groß müsste die Windungszahl/Pol einer Hilfsreihenschlusswicklung gewählt werden, damit sich für den Betrieb an Nennspannung und der Erregung nach 1) im Leerlauf die Drehzahl  $n_0 = 600$  /min und für  $I_a = I_N$  die Drehzahl  $n = 550$  /min einstellt? (Der Widerstand der Hilfsreihenschlusswicklung ist zu vernachlässigen.)
- 3) Die Maschine soll nun ohne die Hilfsreihenschlusswicklung über einen 6-pulsigen Umrichter aus dem Drehstromnetz gespeist werden, wobei die Kommutierungsimpedanz des Stromrichters infolge der Strom-Überlappung zweier Phasen während der Kommutierung (als ohmscher Widerstand in Rechnung zu stellen)  $0.15 \Omega$  beträgt. Zeigt die Drehzahlkennlinie  $n = f(I_a)$  für  $U_{d0} = 440V = \text{konst.}$  und Erregung nach 1) im Bereich  $0 \leq I_a \leq I_N$  noch immer eine Neigung zur Instabilität? (Rechnerische Begründung!) ( $U_{d0}$ : Gleichgerichtete Spannung ohne Berücksichtigung der Stromüberlappung beim Kommutieren des Stromrichters)
- 4) Skizzieren Sie eine mögliche, allpolige Schaltung für die Realisierung des Antriebs nach 3).

**Lösung zu Aufgabe 4.6:**

1)  $U_N = 440$  V, Leerlauf:  $I_a = 0$  A :  $U_i = U_N = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_f) = 440$  V bei 600/min.  
 Bei  $n = 500 \text{ min}^{-1}$  ist die induzierte Spannung  $U_i$  um den Faktor  $500/600$  kleiner:  
 $5/6 \cdot 440 \text{ V} = 367 \text{ V}$   
 $\Rightarrow \Theta_f = \underline{5800 \text{ A}}$  nach Bild 4.6-1.

2) Wegen Überkommutierung ist der Hauptfluss (Bild 4.6-2a) bei steigendem Ankerstrom reduziert. Wenn der Fluss klein genug ist, nimmt die Drehzahl bei steigender Last zu statt ab (Bild 4.6-2c).



**Bild 4.6-2:** a) Die Kommutatorspule hat wegen Überkommutierung die Flussverkehtung bereits umgekehrt. Daher erregt sie einen Fluss  $\Delta\Phi$ , der den Hauptfluss  $\Phi$  schwächt.  
 b) Überkommutierung, c) Drehzahl nimmt bei steigender Last zu statt ab.

$$k_1 \cdot \Phi = \frac{U - I_a \cdot R_a}{n_0 \cdot \left(1 + \frac{I_a}{I_N} \frac{\Delta n}{n_0}\right)} \quad \text{mit } U = 440 \text{ V und } R_a = 0.3 \Omega$$

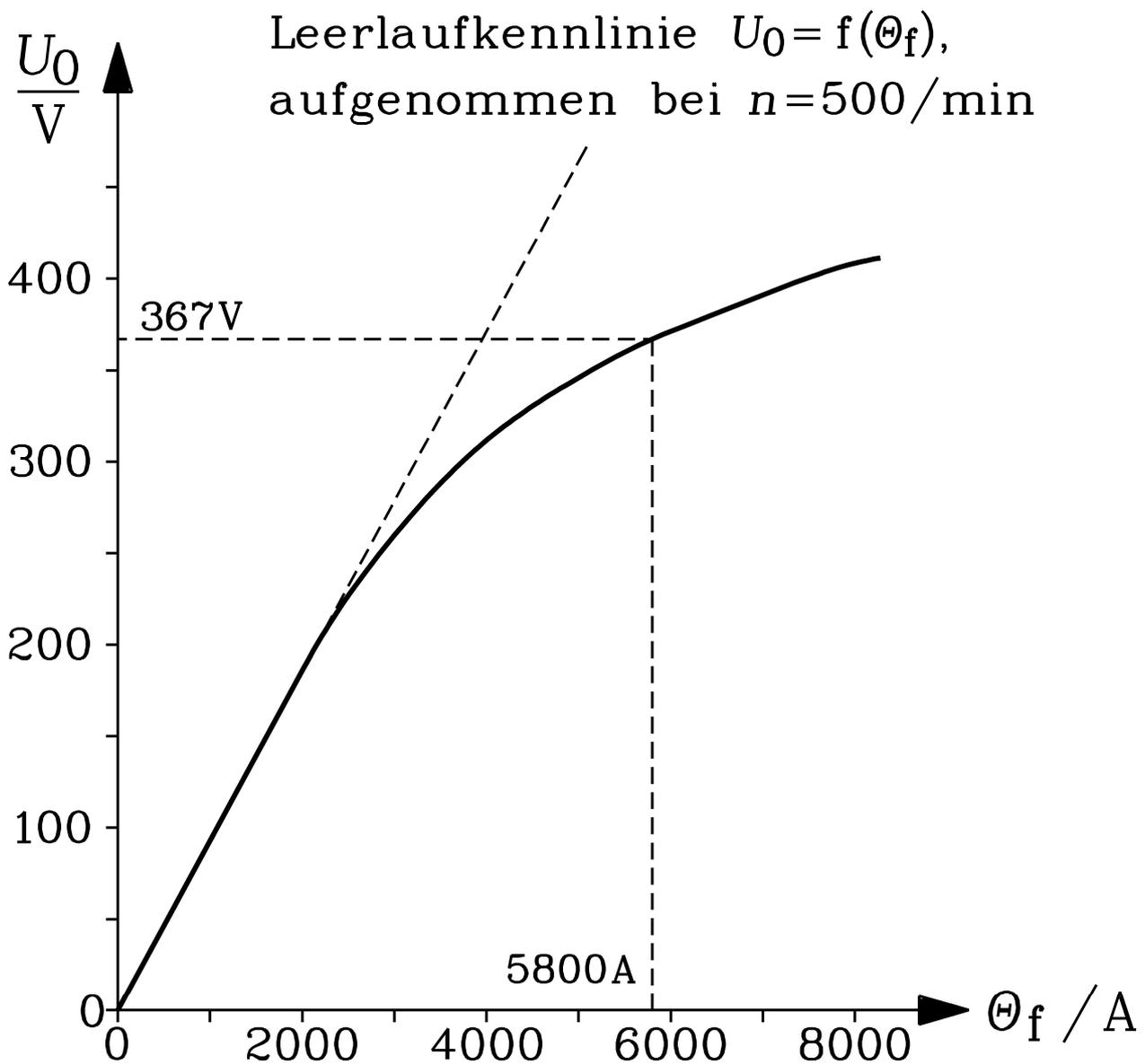


Bild 4.6-1: Spannungskennlinie in Abhängigkeit von der Erregerdurchflutung bei  $n = 500 / \text{min}$

Daraus errechnet sich der Hauptfluss :

Bei Leerlauf:

$$I_a = 0 \text{ A}, n_0 = 600 / \text{min}$$

$$k_1 \cdot \Phi = 44 \text{ Vs}$$

Bei Nennlast:

$$I_a = 120 \text{ A}, n = 618 / \text{min}$$

$$k_1 \cdot \Phi^* = 39.2 \text{ Vs}$$

Flussverlust:  $k_1 \cdot \Delta\Phi = 39.2 - 44 = -4.77 \text{ Vs}$

Dieser Flussverlust muss durch eine zusätzliche Hilfsreihenschlusswicklung kompensiert werden. Es soll erreicht werden:  $n_N = 550/\text{min}$ ,  $I_a = 120\text{ A}$ ,  $U = 440\text{ V}$ . Dies bedeutet, dass der Fluss konstant gehalten werden muss:

$$\Rightarrow k_1 \cdot \Phi = \frac{440 - 120 \cdot 0.3}{550/60} = 44.0\text{ Vs}$$

Die zusätzliche Hilfsreihenschlusswicklung muss den Flussverlust  $k_1 \cdot \Delta\Phi$  vollständig kompensieren. Nach Bild 4.6-1 induziert der reduzierte Fluss  $k_1 \cdot \Phi^*$  bei  $n = 500\text{ min}^{-1}$  eine Spannung von  $U_0^* = 39.2 \cdot 500/60 = 326.7\text{ V}$ , was einer Durchflutung von  $\Theta_f^* = 4350\text{ A}$  entspricht. Die Hilfswindungen müssen daher eine Durchflutung von  $\Theta_{RS} = 5800\text{ A} - 4350\text{ A} = 1450\text{ A}$  erreichen, um den Fluss von  $k_1 \cdot \Phi = 44\text{ Vs}$  konstant zu halten.

$$N_{RS} = \frac{\Theta_{RS}}{I_{aN}} = \frac{1450\text{ A}}{120\text{ A}} = 12.08 \quad \Rightarrow \quad N_{RS} = \underline{\underline{12\text{ Windungen/Pol}}}$$

3) Stromrichter für Einquadranten-Motorbetrieb:

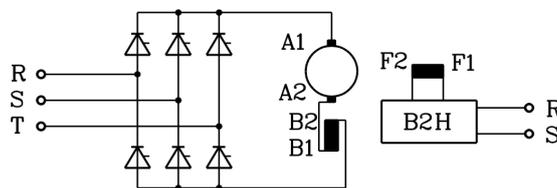


Bild 4.6-3: Stromrichter für Einquadranten-Motorbetrieb

Kommutierung von einem Ventil (Thyristor) zum nächsten ergibt eine endliche Überlappungszeit. Diese Zeit nimmt mit dem Strom zu:  $\ddot{u} \sim I_a$ ! Gleichgerichtete Spannung ist kleiner um  $\Delta U$  ("Dällenbach"-Spannungsverlust), dargestellt durch den Ersatzwiderstand  $R_{eq}$ .

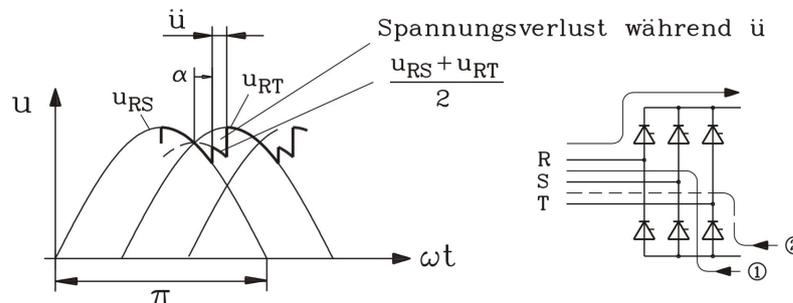


Bild 4.6-4: Stromüberlappung während der Thyristorkommutierung von (1) nach (2) ergibt zusätzlichen Spannungsverlust

Die Ankerspannung beträgt daher  $U_{di} \cdot \cos\alpha - \Delta U$ , anstelle von  $U_{di} \cdot \cos\alpha$ .

Aus 2) ist bekannt, dass die Flussreduzierung aufgrund von Überkommutierung bei Volllast

$$-k_1 \Delta\Phi \frac{I_a}{I_N} + k_1 \Phi = k_1 \Phi^*(I_a): \quad I_a = I_N : k_1 \Phi^*(I_N) = 39.2\text{ Vs beträgt.}$$

Zusätzlicher Spannungsabfall durch Thyristorkommutierung:  $R_{eq} \cdot I_a = \Delta U = 0.15 \cdot 120 = 18\text{ V}$

Dieser zusätzliche Spannungsabfall bewirkt, dass die Drehzahl auf 591/min mit zunehmender Last *abnimmt*, selbst bei Überkommutierung!

$$n = \frac{U - (R_a + R_{eq}) \cdot I_a}{k_1 \Phi(I_a)} = \frac{440 - (0.3 + 0.15) \cdot 120}{39.2} = 9.85\text{ s}^{-1} = 591/\text{min}$$

$$\underline{\underline{n(I_a = I_N) = 591/\text{min} < n_0 = 600/\text{min}}}$$

Ergebnis: Der Spannungsverlust  $\Delta U$  stabilisiert den Motor.

**Aufgabe 4.7: Elektrische Bremsmethoden für fremderregte Gleichstrommaschinen**

Ein fremderregter, kompensierter Gleichstrommotor wird bei konstantem Hauptfluss an einem Gleichstromnetz (Batterie) betrieben.

$$U_N = 440 \text{ V}, I_N = 120 \text{ A}, n_N = 600/\text{min}$$

- 1) Nehmen Sie vereinfachend an, dass die gesamten Motorverluste (ohne Fremderregung) als OHM'sche Verluste im Ankerwiderstand ( $R_a = 0.3 \text{ Ohm}$ ) auftreten. Wie groß sind Motorwirkungsgrad (ohne Erregerverluste), Motornennleistung, Motornennmoment und die Leerlaufdrehzahl ?
- 2) Der Motor wird ausgehend vom Nennbetrieb (Betriebspunkt 1) durch plötzliche Drehmomentumkehr mit negativem Nennmoment generatorisch gebremst ("**Nutzbremse**", Betriebspunkt 2). Zeichnen Sie maßstäblich die  $n(M)$ -Kennlinie mit beiden Betriebspunkten und geben Sie die Leistungsbilanz für beide Betriebspunkte an.
- 3) Der Motor wird als **Aufzugsantrieb** verwendet, wobei drehzahlvariabler Betrieb über einen veränderbaren Ankervorwiderstand  $R_v$  erreicht wird. Beim Absenken der Last (Drehzahlumkehr nach dem Heben) bremst der Motor generatorisch (**Senkbremsen**). Wie groß ist  $R_v$  einzustellen, damit Senkbremsen mit  $-n_N$  und Nennmoment erfolgt (Betriebspunkt 3)? Zeichnen Sie maßstäblich die  $n(M)$ -Kennlinie mit Betriebspunkt 3 und geben Sie die Leistungsbilanz für diesen Betriebspunkt an.
- 4) Der Ankerkreis des Motors wird – ausgehend von Betriebspunkt 1 – vom Netz getrennt und auf einen Bremswiderstand  $R_B$  geschaltet (**Widerstandsbremung**). Wie groß ist  $R_B$  zu wählen, damit unmittelbar nach dem Umschalten mit Nennmoment gebremst wird (Betriebspunkt 4)? Zeichnen Sie maßstäblich die  $n(M)$ -Kennlinie mit Betriebspunkt 4 und geben Sie die Leistungsbilanz für diesen Betriebspunkt an.
- 5) Der Ankerkreis des Motors wird – ausgehend von Betriebspunkt 1 – auf negative Ankerspannung umgepolt. Durch die dadurch bewirkte Umkehr des Ankerstroms bremst der Motor (**Gegenstrombremsen**). Wie groß ist der Ankerstrom unmittelbar nach dem Umpolen ? Ist dieser Betriebszustand zulässig ? Wie groß muss ein Ankervorwiderstand  $R_v$  gewählt werden, damit unmittelbar nach dem Umpolen nur Nennstrom auftritt (Betriebspunkt 5) ? Zeichnen Sie maßstäblich die  $n(M)$ -Kennlinie mit Betriebspunkt 5 und geben Sie die Leistungsbilanz für diesen Betriebspunkt an.  
Wann muss der Motor beim Abbremsen vom Netz getrennt werden ?

**Lösung zu Aufgabe 4.7:**

$$1) \quad P_{\text{Cu}} = R_a \cdot I_N^2 = 0.3 \cdot 120^2 = 4320 \text{ W} = \text{"Gesamtverluste"}$$

$$P_{\text{in}} = P_{\text{el}} = U_N \cdot I_N = 440 \cdot 120 = 52800 \text{ W}$$

$$\eta_{\text{mot}} = \frac{P_{\text{in}} - P_{\text{Cu}}}{P_{\text{in}}} = \frac{52800 - 4320}{52800} = \underline{\underline{91.82\%}}$$

$$P_N = P_{\text{mN}} = P_{\text{in,N}} - P_{\text{Cu}} = 52800 - 4320 = \underline{\underline{48480 \text{ W}}}$$

$$M_N = \frac{P_N}{2 \cdot \pi \cdot n_N} = \frac{48480}{2\pi(600/60)} = \underline{\underline{771.6 \text{ Nm}}}$$

$$U_i = k_1 \cdot \Phi \cdot n, \quad k_1 \Phi = \text{const. (Fremderregung)}: \quad n_0 = \frac{U_N}{k_1 \Phi}$$

$$n_N = \frac{U_i}{k_1 \Phi} = \frac{U_N - I_N R_a}{k_1 \Phi} \Rightarrow k_1 \Phi = \frac{U_N - I_N R_a}{n_N}$$

$$n_0 = \frac{U_N}{U_N - R_a I_a} \cdot n_N = \frac{440}{440 - 120 \cdot 0.3} \cdot 600 = \underline{\underline{653.5/\text{min}}}$$

$$2) \quad U_N = U_i + I_a \cdot R_a, \quad M_e = k_2 \Phi \cdot I_a : M_N \rightarrow -M_N \Rightarrow$$

$$\text{Betriebspunkt 2: } U_N = U_i - I_N R_a : U_i = U_N + I_N R_a = 440 + 120 \cdot 0.3 = 476 \text{ V}$$

$$n = \frac{U_i}{k_1 \Phi} = \frac{476}{40.4} = 11.78/\text{s} = \underline{\underline{707/\text{min}}}$$

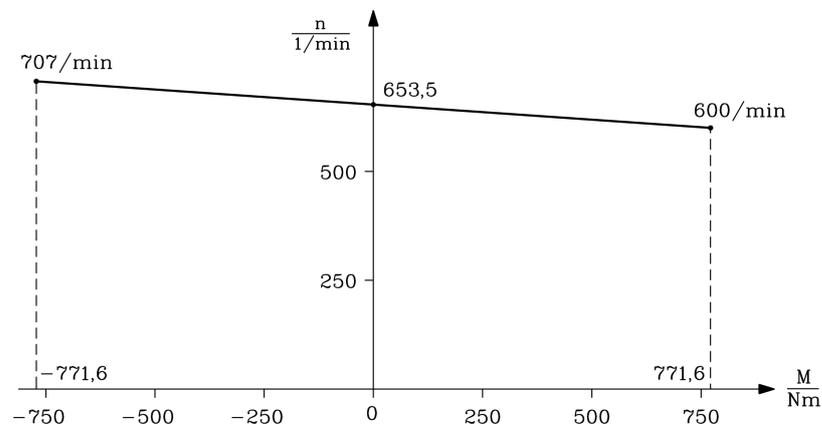


Bild 4.7-1: Generatorisches Bremsen im zweiten Quadranten bei 707/min

$$P_e = P_m + P_{\text{Cu}} \quad \text{Leistungsbilanz:}$$

$$\text{Betriebspunkt 1:} \quad P_e = U_N I_N = \underline{\underline{52800 \text{ W}}}, \quad P_{\text{Cu}} = R_a I_a^2 = \underline{\underline{4320 \text{ W}}}$$

$$P_m = 2\pi n_N M_N = \underline{\underline{48480 \text{ W}}} = \underline{\underline{52800 \text{ W} - 4320 \text{ W}}}$$

$$\text{Betriebspunkt 2:} \quad P_e = U_N (-I_N) = \underline{\underline{-52800 \text{ W}}}, \quad P_{\text{Cu}} = R_a (-I_N)^2 = \underline{\underline{4320 \text{ W}}}$$

$$P_m = 2\pi n (-M_N) = 2\pi \frac{707}{60} (-771,64) = \underline{\underline{-57120 \text{ W}}}$$

$$= \underline{\underline{-52800 \text{ W} - 4320 \text{ W}}}$$

$$3) \quad U_N = U_i + I_a \cdot (R_a + R_v) \quad I_a = I_N \Leftrightarrow M = M_N \quad U_N = k_1 \Phi \cdot n, \quad n = -n_N$$

$$R_V = \frac{U_N + k_1 \Phi n_N}{I_N} - R_a = \frac{440 + 40.4 \cdot (600/60)}{120} - 0.3 = \underline{\underline{6.73 \Omega}}$$

Betriebspunkt 3:  $P_e = U_N I_N = \underline{\underline{52800 \text{ W}}}$

$$P_m = 2\pi(-n_N) \cdot M_N = \underline{\underline{-48480 \text{ W}}}$$

$$P_{Cu} = (R_a + R_V) \cdot I_N^2 = 7,03 \cdot 120^2 = \underline{\underline{101280 \text{ W}}}$$

$$= P_e - P_m = \underline{\underline{52800 \text{ W} - (-48480) \text{ W}}}$$

Sowohl elektrisch als auch mechanisch wird Leistung zugeführt und in  $R_a + R_V$  "verheizt". Daher ist drehzahlvariabler Betrieb mittels veränderlichem  $R_V$  energetisch *sehr ungünstig* (siehe Bild 4.7-2).

4) Betriebspunkt 1:  $U_N = U_i + I_a R_a \rightarrow 0 = U_i + I_a (R_a + R_B)$   
 $(U_i = 440 - 120 \cdot 0.3 = 404 \text{ V})$

$n$  bleibt aufgrund der Massenträgheit des Antriebs kurz nach dem Umschalten auf  $R_B$  gleich ( $n = n_N!$ )

$$M = -M_N \Rightarrow I_a = -I_N \Rightarrow I_a = \frac{-U_i}{R_a + R_B} = -I_N : R_B = \frac{-U_i}{I_a} - R_a \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{-404}{-120} - 0.3 = \underline{\underline{3.067 \Omega}}$$

$$I_a = -\frac{U_i}{R_a + R_B} \Rightarrow M \sim n : \text{Gerade durch den Ursprung! (Siehe Bild 4.7-3)}$$

Betriebspunkt 4:  $P_e = U \cdot I_a = 0 \cdot I_a = \underline{\underline{0 \text{ W}}}$

$$P_{Cu} = (R_B + R_a) \cdot I_a^2 = (3,067 + 0.3) \cdot 120^2 = \underline{\underline{48480 \text{ W}}} = -P_m$$

$$P_m = 2\pi n_N (-M_N) = \underline{\underline{-48480 \text{ W}}}$$

Die mechanische Leistung  $P_m$  wird im Brems- und im Ankerwiderstand in Wärme umgesetzt.

5) Betriebspunkt 1:  $U_N = U_i + I_a R_a = k_1 \Phi \cdot n_N + I_N R_a$

Betriebspunkt 5:  $U \rightarrow -U : -U_N = k_1 \Phi \cdot n_N + I_a R_a$  Die Drehzahl  $n$  bleibt nach dem Umpolen aufgrund der Massenträgheit des Antriebes im ersten Moment konstant!

$$I_a = \frac{-U_N - k_1 \Phi \cdot n_N}{R_a} = -\frac{440 + 404}{0.3} = -2813.3 \text{ A (!)} \quad (23.4 \text{ facher Nennstrom!})$$

$$\Rightarrow 23.4^2 = 549.6 \text{ fache Nennverluste}$$

Die Wicklung wird thermisch überlastet und damit zerstört! *Unerlaubter* Betriebspunkt! Der Ankervorwiderstand muss so ausgelegt sein, dass ein zu hoher Strom verhindert wird:

$$I_a = \frac{-U_N - k_1 \Phi \cdot n_N}{R_a + R_V} = -\frac{440 + 404}{0.3 + R_V} = -120 \text{ A} = -I_N \Rightarrow R_V = \underline{\underline{6.73 \Omega}}$$

Siehe Bild 4.7-4 für die  $n(M)$ -Kurve!

Der Motor muss bei  $n = 0$  vom Netz getrennt werden, sonst läuft er auf  $n'_0 = -n_0$  hoch.

$$-U_N = k_1 \Phi \cdot n + I_a \cdot (R_a + R_V) : \text{neue Leerlaufdrehzahl } n'_0$$

$$n'_0 = \frac{-U_N}{k_1 \Phi} (I_a = 0) = -\frac{440}{40.4} = -653.5 / \text{min}$$

Betriebspunkt 5:

$$P_e = -U_N \cdot (-I_N) = \underline{52800 \text{ W}}$$

$$P_m = 2\pi m_N (-M_N) = \underline{-48480 \text{ W}}$$

$$P_{Cu} = (R_v + R_a) \cdot I_N^2 = \underline{101280 \text{ W}} = P_e - P_m$$

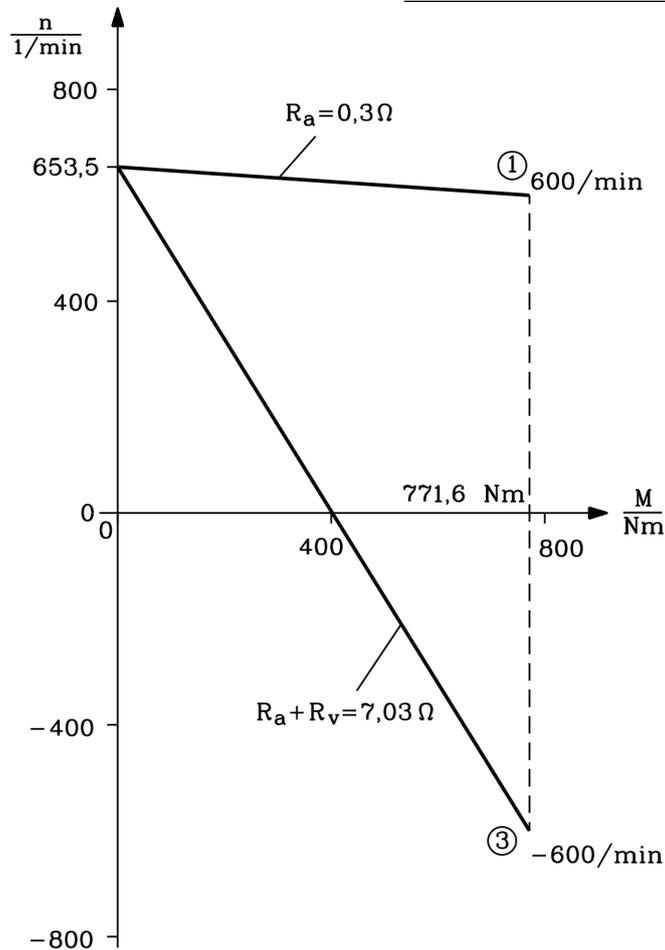


Bild 4.7-2: Aufzugsantrieb: Absenken der Last mit Reihen-Vorwiderstand: Hohe Verluste!

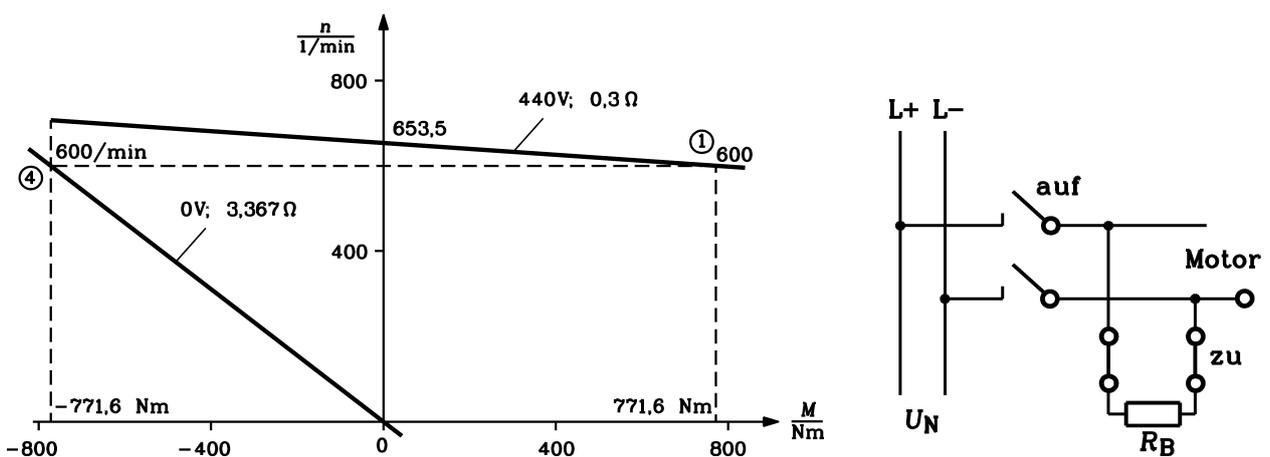


Bild 4.7-3: Externer Bremswiderstand: Abtrennung vom Netz und Umschalten auf Widerstand.

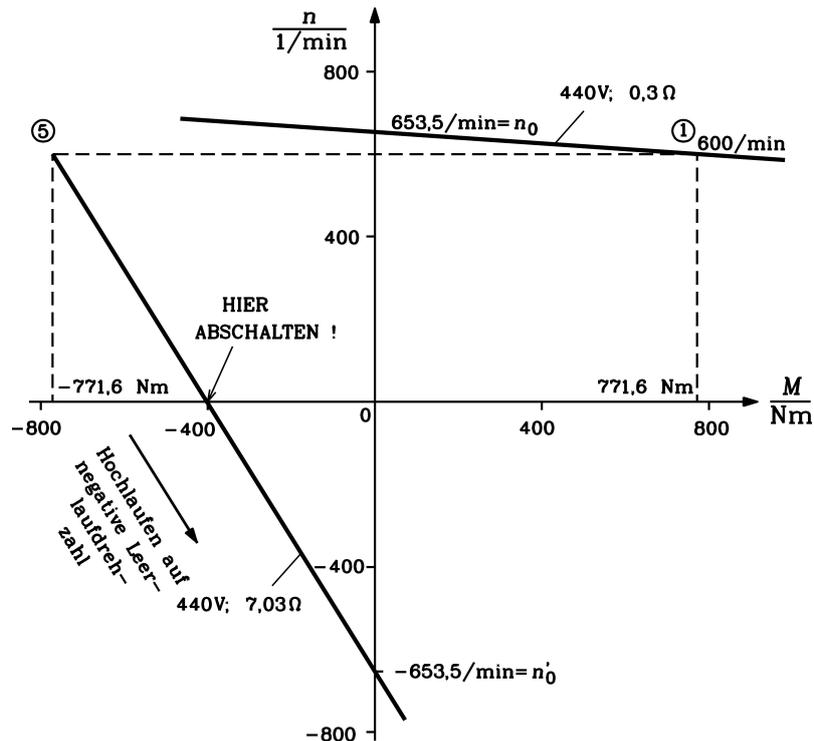


Bild 4.7-4: Bremsen des Motors durch Spannungsumkehr. Wenn die volle Spannung angelegt wird, ist ein zusätzlicher Reihenwiderstand nötig, um den Strom zu begrenzen!

#### Aufgabe 4.8: Containerkran: Hubwerkantrieb

Für den Hubwerkantrieb eines Containerkrans in der Hafenstadt *Rotterdam* sind zwei stromrichtergespeiste, sechspolige, fremderregte Gleichstrommaschinen projektiert worden. Aus Kostengründen werden die Maschine unkompensiert ausgeführt. Für jeden der Motoren gilt:

$$P_N = 440 \text{ kW}, n_N = 1000/\text{min}, U_N = 780 \text{ V}, \eta = 93 \%$$

##### Auslegungsdaten der Motoren:

Ankerwicklung:  $Q = 75$  Ankernten, Schleifenwicklung,  $u = 5$ ,  $N_c = 1$

Wendepolwicklung:  $N_{W,Pol} = 13$ , Wendepolluftspalt  $\delta_W = 9 \text{ mm}$

Berechnete Reaktanzspannung im Nennpunkt:  $u_R = 3.55 \text{ V}$

Gesamter Ankerwiderstand:  $R_a = 0.0426 \Omega$ , Rotordurchmesser/-länge:  $0.6 \text{ m} / 0.24 \text{ m}$

Berechnete magnetische Charakteristik  $\Phi(V_f)$  gemäß Blatt 4.8/2

- 1) Wie groß ist der Anker-Nennstrom?
- 2) Wie groß ist die Gesamtzahl der Ankerleiter  $z$  und die Kommutatorlamellenzahl  $K$ ?
- 3) Berechnen Sie die magnetische Wendepol-Luftspalt-Flussdichte  $B_{\delta_W}$  bei Nennstrom!
- 4) Wie groß ist die in die kommutierende Spule induzierte Wendefeldspannung  $u_W$  im Nennpunkt? Ist der Wendepol damit richtig ausgelegt oder muss der Wendepolluftspalt verändert werden? Wenn ja, wie muss er verändert werden?

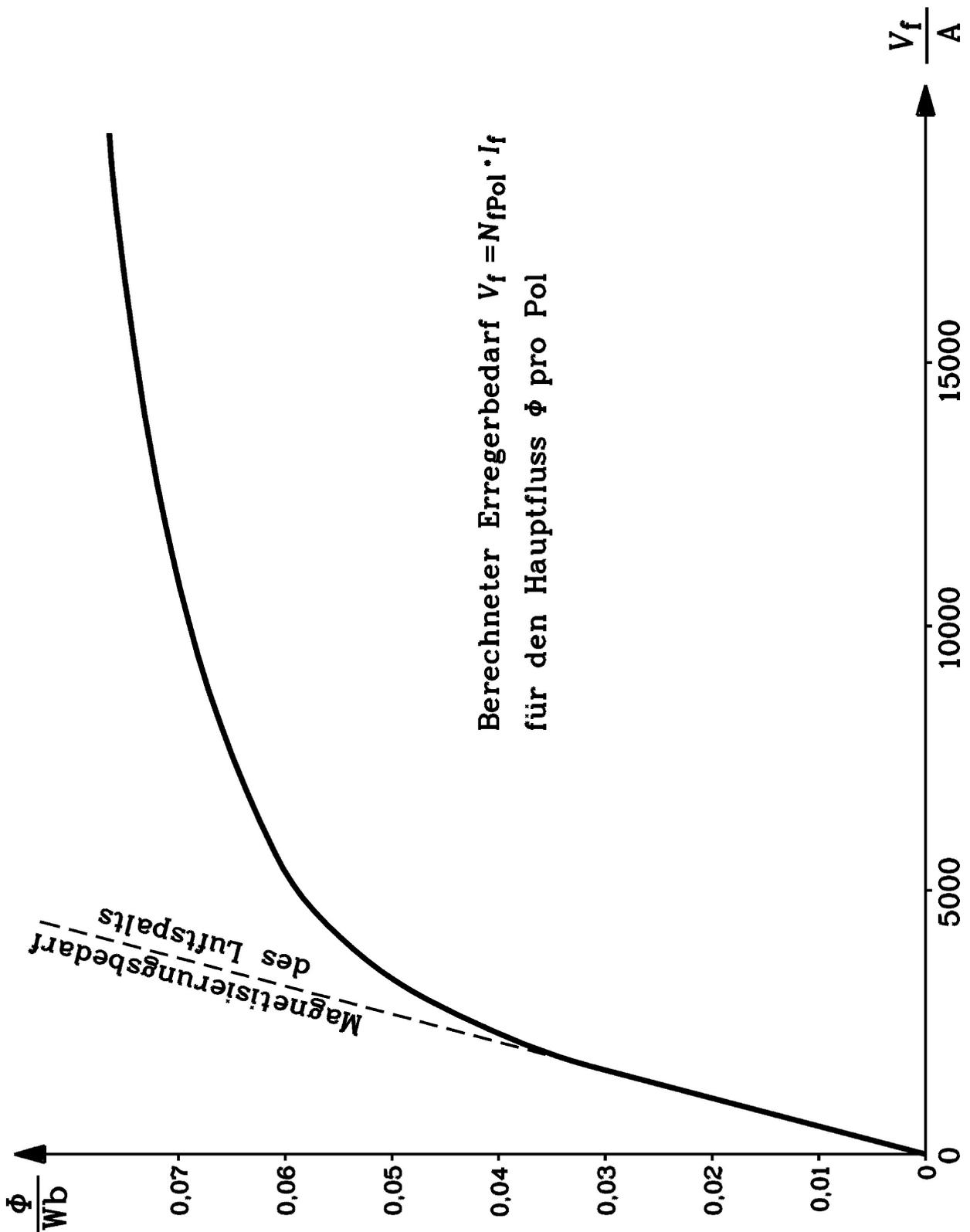


Bild 4.8-1: Hauptfluss über Erregerdurchflutung pro Pol

- 5) Bis zu welcher maximalen Feldschwächdrehzahl  $n_R$  kann der Motor betrieben werden, ohne die zulässige Reaktanzspannung zu überschreiten?
- 6) Die Erregerwicklung soll im Nennpunkt  $I_f = 24$  A Feldstrom führen. Wie groß muss die Windungszahl  $N_f$  gewählt werden? Wie groß ist der Feldstrom bei  $P_N$ ,  $n_R$ ? Berücksichtigen Sie jeweils  $U_b = 2$  V Bürstenspannungsfall.

**Lösung zu Aufgabe 4.8:**

$$1) \quad I_{a,N} = P_e / U_N = \frac{P_m}{\eta} \cdot \frac{1}{U_N} = \frac{P_m}{\eta \cdot U_N} = \frac{440000}{0.93 \cdot 780} = \underline{\underline{606.6 \text{ A}}}$$

$$2) \quad z = Q \cdot u \cdot N_C \cdot 2 = 75 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 = \underline{\underline{750}} \quad K = Q \cdot u = 75 \cdot 5 = \underline{\underline{375}}$$

$$3) \quad \text{Schleifenwicklung: } a = p = 3, \quad 2p = 6, \quad N_{W,Pol} = 13$$

$$N_{a,Pol} = \frac{z}{8 \cdot a \cdot p} = \frac{750}{8 \cdot 3 \cdot 3} = 10.417$$

$$B_{\delta,W} = \mu_0 \frac{N_{W,Pol} - N_{a,Pol}}{\delta_W} \cdot I_N = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{13 - 10.417}{9 \cdot 10^{-3}} \cdot 606.6 = \underline{\underline{0.219 \text{ T}}}$$

$$4) \quad v_a = d_r \cdot \pi \cdot n_N = 0.6 \cdot \pi \cdot \frac{1000}{60} = 31.4 \text{ m/s } (= 113 \text{ km/h}) \quad l = 0.24 \text{ m}$$

$$u_W = 2 \cdot N_C \cdot v_a \cdot l \cdot B_{\delta,W} = 2 \cdot 1 \cdot 31.4 \cdot 0.219 \cdot 0.24 = \underline{\underline{3.30 \text{ V}}}$$

$$u_R(I_N, n_N) = 3.55 \text{ V} > 3.3 \text{ V}: \text{ Der Wendepolkreis ist zu schwach ausgelegt.}$$

Verkleinerung des Wendepolluftspalts durch Beilegbleche, so dass  $u_W = u_R$  !

$$u_W \sim B_{\delta,W} \sim \frac{1}{\delta_W} \Rightarrow \delta_{W,corr} = \frac{u_W}{u_R} \delta_W = \frac{3.30}{3.55} \cdot 9 = 8.37 \approx \underline{\underline{8.4 \text{ mm}}}$$

$$5) \quad u_{R,max} = 10 \text{ V} \text{ zulässige max. rechnerische Reaktanzspannung (Erfahrungswert!)}$$

$$u_R \sim I_a \cdot n, \quad u_{RN} = 3.55 \text{ V}$$

$$u_{R,max} = u_{RN} \cdot \frac{I_a}{I_N} \cdot \frac{n_{max}}{n_N} \Big|_{I_a=I_N} \Rightarrow n_{max} = n_N \cdot \frac{u_{R,max}}{u_{R,N}} = 1000 \cdot \frac{10}{3.55} = 2817 / \text{min}$$

$$n_R = n_{max} = \underline{\underline{2817 / \text{min}}}$$

$$6) \quad I_{fN} = 24 \text{ A}, \quad R_a = 0.0426 \Omega$$

$$U_N = U_i + R_a \cdot I_{aN} + U_b$$

$$U_{iN} = U_N - R_a \cdot I_{aN} - U_b = 780 - 0.0426 \cdot 606.6 - 2 = 752.2 \text{ V}$$

$$\Rightarrow U_{iN} = z \cdot \frac{p}{a} \cdot n \cdot \Phi_N \Rightarrow \Phi_N = \frac{752.2}{750 \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{1000}{60}} = 60.2 \text{ mWb}$$

$$\Phi = 60.2 \text{ mWb} \Rightarrow \Phi(V_f) - \text{Kennlinie Bild 4.8 - 1} \Rightarrow V_{f,N} = 5400 \text{ A}$$

$$I_{f,N} = V_{f,N} / N_f \Rightarrow N_f = \frac{5400}{24} = \underline{\underline{225}}$$

bei  $P_N$ ,  $n_R$ :

$$P_N = \frac{U_N \cdot I_N}{\eta} \Rightarrow I_N = 606.6 \text{ A} \text{ auch bei } n_R \text{ mit demselben Wirkungsgrad } \eta$$

$\Rightarrow U_i = \text{const.} = 752.2 \text{ V}$  auch bei  $n = n_R$ .

$$n_R = 2817 / \text{min} : \Phi = \frac{752.2}{750 \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2817}{60}} = 0.0214 \text{ mWb, aus } \Phi(V_f) \text{ - Kennlinie}$$

Aus Bild 4.8 - 2 ergibt sich :  $V_f = 1100 \text{ A} \Rightarrow I_f = \frac{1100}{225} = \underline{\underline{4.89 \text{ A}}}$

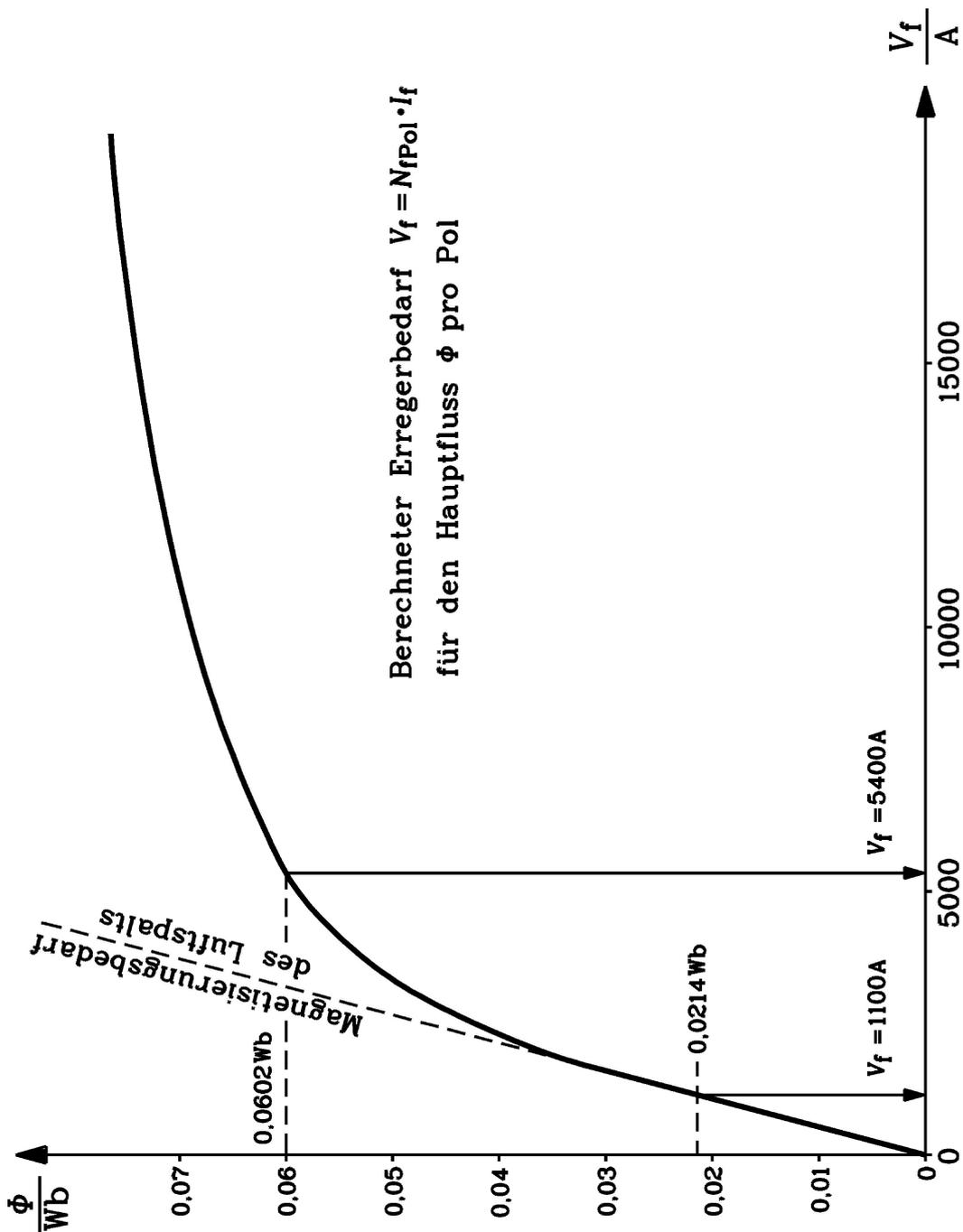


Bild 4.8-2: Hauptfluss über dem Erregerbedarf pro Pol.  
Fluss bei Nenn Drehzahl 1000/min und Flussschwächung bei 2817/min

**Aufgabe 4.9: Einfache Gleichstrommaschine – Prinzipielle Wirkungsweise**

Die vereinfachte Gleichstrommaschine Bild 4.9-1a, b mit nur einer Ankerspule hat folgende Abmessungen: axiale Länge  $l = 100 \text{ mm}$ , Luftspalt  $\delta = 1.5 \text{ mm}$ , maximale magnetische Luftspaltflussdichte  $B_{\delta,m} = 0.8 \text{ T}$ , ideale Polbedeckung  $\alpha_e = 0.7$ , Ständerinnendurchmesser (Bohrung)  $d_{si} = 100 \text{ mm}$ , Ankerspulenwindungszahl  $N_c = 15$ , Ankerspulenwiderstand = Ankergesamtwiderstand  $R_a = 0.11 \Omega$ .

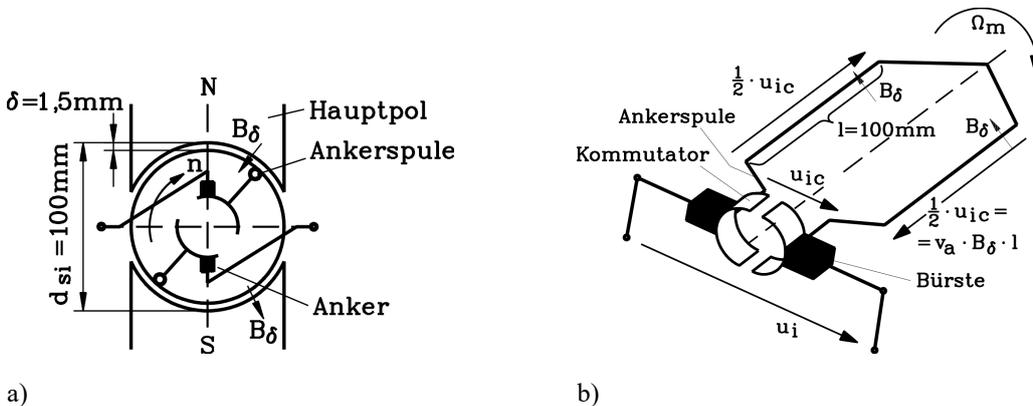


Bild 4.9-1: Vereinfachte zwei-polige Gleichstrommaschine (a) mit nur einer Ankerspule (b)

- 1) Wie groß ist die Ankerumfangsgeschwindigkeit  $v_a$  bei einer Ankerdrehzahl  $n = 3600/\text{min}$ ? Setzen Sie wegen  $\delta/d_{si} = 1.5 \text{ ‰} \ll 1$  näherungsweise den Läuferaußendurchmesser gleich dem Ständerinnendurchmesser!
- 2) Wie groß ist die Polteilung  $\tau_p$ ?
- 3) Skizzieren Sie in Anlehnung an Kapitel 10.1 des Skripts den Zeitverlauf der induzierten Spannung  $u_{i,c}(t)$  und die nach dem Kommutator gleichgerichtete Spannung  $u_i(t)$  und bemaßen Sie die Zeitachse (Periode  $T$  der Wechselspannung) und die Spannungsmaxima  $u_{i,c,m}$ !
- 4) Berechnen Sie den magnetischen Fluss  $\Phi$  pro Pol !
- 5) Wie groß ist der Mittelwert  $U_i$  der gleichgerichteten induzierten Spannung  $u_i(t)$ ?

**Lösung zu Aufgabe 4.9:**

1)

$$\underline{v_a} = d_{si} \cdot \pi \cdot n = 0.1 \cdot \pi \cdot 3600 / 60 = \underline{\underline{18.85 \text{ m/s} = 67.9 \text{ km/h}}}$$

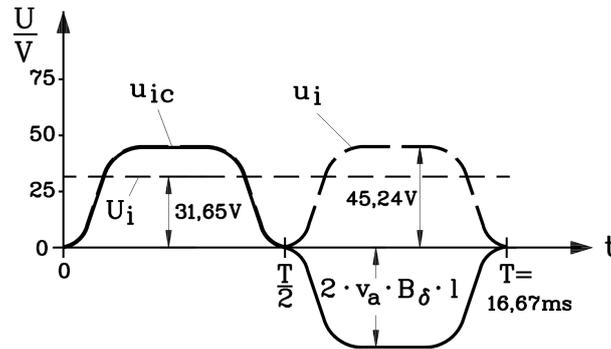
2)

$$\underline{\tau_p} = \frac{d_{si} \pi}{2p} = \frac{100 \pi}{2} = \underline{\underline{157.1 \text{ mm}}}$$

3)

$$u_{i,c,m} = N_c \cdot 2 \cdot v_a \cdot B_{\delta,m} \cdot l = 15 \cdot 2 \cdot 18.85 \cdot 0.8 \cdot 0.1 = 45.24 \text{ V}$$

$$T = 1/f_a = 1/(n \cdot p) = \frac{1}{\frac{3600}{60} \cdot 1} = 16.67 \text{ ms}, \text{ Verlauf von } u_{i,c}(t) \text{ siehe Bild 4.9-2}$$

Bild 4.9-2: Induzierte Ankerspulenspannung  $u_{ic}$  und deren Gleichrichtung  $u_i$ .

4)

$$\underline{\underline{\Phi}} = \alpha_e \tau_p l B_{\delta,m} = 0.7 \cdot 0.1571 \cdot 0.1 \cdot 0.8 = \underline{\underline{8.798 \text{ mWb}}}$$

5)

$\underline{\underline{U_i}} = \alpha_e \cdot u_{i,c,m} = 0.7 \cdot 45.24 = \underline{\underline{31.67 \text{ V}}}$ . *Anmerkung:* Ein Gleichstromläufer mit  $K = 2$  Kommutatorlamellen hätte mit vollständig ausgeführter Schleifenwicklung zwei Ankerspulen zu je  $N_C = 15$  Windungen. Diese sind aber gemäß  $2a = 2p (=2)$  über die Plus- und Minus-Bürste parallel geschaltet, so dass der Mittelwert der induzierten Spannung  $U_i$  wieder 31.65 V beträgt. Die nachfolgende Rechnung verdeutlicht dies. Anzahl der Ankerleiter:

$$z = 2 \cdot K \cdot N_C = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 60, \quad U_i = z \cdot (p/a) \cdot n \cdot \Phi = 60 \cdot (1/1) \cdot \frac{3600}{60} \cdot \frac{8.798}{1000} = 31.67 \text{ V}$$

#### **Aufgabe 4.10: Sechspolige Gleichstrommaschine – Schleifenwicklung**

Eine sechspolige Gleichstrommaschine mit einer axialen Länge  $l = 120$  mm und einem Ständerinnendurchmesser (Bohrung)  $d_{si} = 190$  mm hat eine ideale Polbedeckung  $\alpha_e = 0.7$  und eine maximale magnetische Luftspaltflussdichte  $B_{\delta,m} = 0.85$  T. Der Anker der Maschine ist mit einer Schleifenwicklung gemäß Bild 4.10-1 ausgerüstet, allerdings mit einer Ankerspulenwindungszahl  $N_C = 20$  anstatt  $N_C = 1$ . Die Maschine ist mit einer mit der Ankerwicklung in Serie geschalteten Wendepolwicklung zur Verbesserung der Kommutierung ausgerüstet. Der Gesamtwiderstand von Anker- und Wendepolwicklung beträgt  $R_a = 0.14 \Omega$ . Der Bürstenspannungsfall beträgt  $U_b = 2$  V.

1) Wie groß ist die Gesamtleiterzahl  $z$  am Ankerumfang?

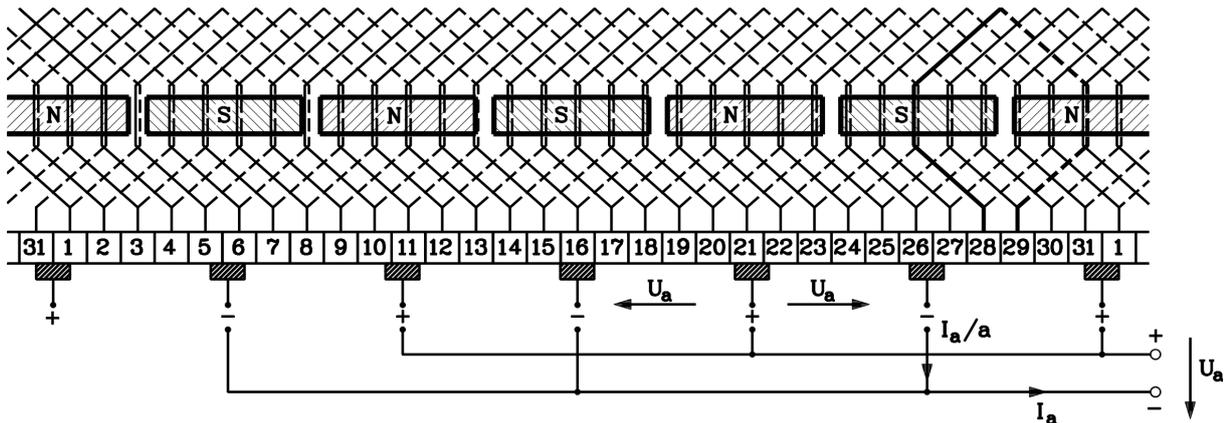
2) Berechnen Sie die induzierte Spannung  $U_i$  bei  $n = 4000/\text{min}$ !

3) Die Maschine wird als Motor betrieben, indem an den Plus- und Minusbürsten eine Ankerspannung  $U = 600$  V angelegt wird. Wie groß ist der Ankerstrom  $I_a$ ?

4) Bestimmen Sie zu 3) die elektromagnetische Lorentz-Kraft pro Pol  $F_{Pol}$  und das gesamte elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  !

5) Vernachlässigen Sie im Folgenden die Ummagnetisierungsverluste und die Reibungsverluste. Bestimmen Sie die verbleibenden Verlustkomponenten zum Lastpunkt 3) und geben Sie die Leistungsbilanz an.

6) Bestimmen Sie zu 5) den Wirkungsgrad  $\eta$  !

Bild 4.10-1: Sechspolige Ankerschleifenwicklung mit  $K = 31$  Kommutatorsegmenten**Lösung zu Aufgabe 4.10:**

1)

$$\underline{z} = 2 \cdot K \cdot N_C = 2 \cdot 31 \cdot 20 = \underline{\underline{1240}}$$

2)

$$\text{Polteilung: } \tau_p = \frac{d_{si} \pi}{2p} = \frac{190\pi}{6} = 99.5 \text{ mm}$$

$$\text{Fluss pro Pol: } \Phi = \alpha_e \tau_p l B_{\delta,m} = 0.7 \cdot 0.0995 \cdot 0.12 \cdot 0.85 = 7.1 \text{ mWb}$$

Schleifenwicklung: Anzahl der parallelen Wicklungszweige  $2a =$  Anzahl der Magnetpole  $2p = 6$ .

$$\underline{U_i} = z \cdot (p/a) \cdot n \cdot \Phi = 1240 \cdot (3/3) \cdot \frac{4000}{60} \cdot \frac{7.1}{1000} = \underline{\underline{586.9 \text{ V}}}$$

3)

Motorbetrieb: Anker-Spannungsgleichung:

$$U = U_i + I_a R_a + U_b \Rightarrow \underline{I_a} = \frac{U - U_i - U_b}{R_a} = \frac{600 - 586.9 - 2}{0.14} = \underline{\underline{79.3 \text{ A}}}$$

4)

$$\text{Ankerspulenstrom: } I_c = \frac{I_a}{2a} = \frac{79.3}{6} = 13.22 \text{ A}$$

$$\underline{F_{Pol}} = \alpha_e \frac{z}{2p} I_c B_{\delta,m} l = 0.7 \cdot \frac{1240}{6} \cdot 13.22 \cdot 0.85 \cdot 0.12 = \underline{\underline{195.0 \text{ N}}}$$

$$\underline{M_e} = 2p F_{Pol} \frac{d_{si}}{2} = 6 \cdot 195 \cdot \frac{0.19}{2} = \underline{\underline{111.11 \text{ Nm}}}$$

oder

$$\text{mit } k_2 = \frac{z \cdot p}{2\pi \cdot a} = \frac{1240 \cdot 3}{2\pi \cdot 3} = 197.35: M_e = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a = 197.35 \cdot 0.0071 \cdot 79.3 = 111.11 \text{ Nm}$$

5)

$$\text{Bürstenübergangsverluste: } \underline{P_b} = U_b I_a = 2 \cdot 79.3 = \underline{\underline{158.6 \text{ W}}}$$

$$\text{Stromwärmeverluste in der gesamten Ankerwicklung: } \underline{P_{Cu,a}} = R_a I_a^2 = 0.14 \cdot 79.3^2 = \underline{\underline{880.4 \text{ W}}}$$

$$\text{Gesamtverluste: } P_d = P_b + P_{Cu,a} = 158.6 + 880.4 = 1039.0 \text{ W}$$

$$\text{Elektrisch zugeführte Leistung: } P_{in} = U \cdot I_a = 600 \cdot 79.3 = 47580 \text{ W}$$

Mechanisch abgegebene Leistung:  $P_{out} = 2\pi n M_e = 2\pi \cdot \frac{4000}{60} \cdot 111.11 = 46541W$

Kontrolle: Leistungsbilanz:  $P_{in} - P_d = P_{out} \Rightarrow \underline{\underline{47580 - 1039 = 46541W}}$

6)

Wirkungsgrad:  $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{46541}{47580} = \underline{\underline{97.8\%}}$

### Aufgabe 4.11: Fremderregter Gleichstrommotor

Ein fremderregter Gleichstrommotor hat folgende Daten:  $U_N = 600$  V,  $P_N = 50$  kW,  $n_N = 4000$ /min. Der Motorwirkungsgrad ohne Erregerverluste beträgt  $\eta = 95\%$ . Der *ohm'sche* Widerstand der Ankerwicklung (Serienschaltung von Läufer- und Wendepolwicklung) wurde mit  $R_a = 0.15$   $\Omega$  gemessen. Aus den Angaben zur Läuferwicklung wurde  $k_2 = 197.35$  rechnerisch bestimmt. Wenn in der Erregerwicklung der Nennerergerstrom  $I_{fN} = 1.3$  A fließt, ergibt sich ein magnetischer Fluss pro Pol  $\Phi = 0.0071$  Wb.

1) Bestimmen Sie den Anker-Nennstrom  $I_{aN}$ !

2) Wie groß ist die Leerlaufdrehzahl  $n_0$ ?

3) Berechnen Sie die Motordrehzahl  $n$ , wenn das elektromagnetische Moment  $M_e$  des Motors dem doppelten Nennmoment  $2M_N$  entspricht!

4) Skizzieren Sie maßstäblich die Kennlinie  $n(M_e)$  für  $0 \leq M_e \leq 2M_N$  für folgende Werte der Ankerklemmenspannung: a)  $U = U_N$  und b)  $U = U_N/2$ . Geben Sie die dazu erforderlichen Nebenrechnungen an!

### Lösung zu Aufgabe 4.11:

1)

Motorbetrieb, daher ist die Nennleistung die mechanisch abgegebene Leistung:

$$P_N = P_{out} = 50kW,$$

$$\text{Leistungsfluss im Ankerkreis: } P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{50000}{0.95} = 52632W = P_e = U_N \cdot I_{aN}$$

$$\text{Nenn-Ankerstrom: } \underline{\underline{I_{aN}}} = \frac{P_e}{U_N} = \frac{52632}{600} = \underline{\underline{87.7A}}$$

2)

Bei ideal reibungslosem Drehen des Läufers ist bei Leerlauf das bremsende Moment an der Läuferwelle Null. Daher ist auch das antreibende elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  im Leerlauf Null:  $M_e = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a = 0 \Rightarrow I_a = 0$ , daher sind  $R_a I_a = 0$  und  $U_b = 0$ .

Damit folgt aus der Ankerspannungsgleichung:  $U = U_i + U_b + R_a I_a = U_i = k_2 \cdot (2\pi n_0) \cdot \Phi$

$$\underline{\underline{n_0}} = \frac{U_N}{2\pi \cdot k_2 \cdot \Phi} = \frac{600}{2\pi \cdot 197.35 \cdot 0.0071} = \underline{\underline{68.15 / s = 4089 / min}}$$

3)

$$\text{Nennmoment: } M_N = \frac{P_N}{2\pi n_N} = \frac{50000}{2\pi \frac{4000}{60}} = 119.4Nm$$

Fremderregter Motor:

$$\underline{\underline{n}} = n_0 - \frac{R_a}{2\pi(k_2\Phi)^2} \cdot 2M_N = 68.15 - \frac{0.15}{2\pi(197.35 \cdot 0.0071)^2} \cdot (2 \cdot 119.4) = \underline{\underline{65.24 / s = 3915 / \text{min}}}$$

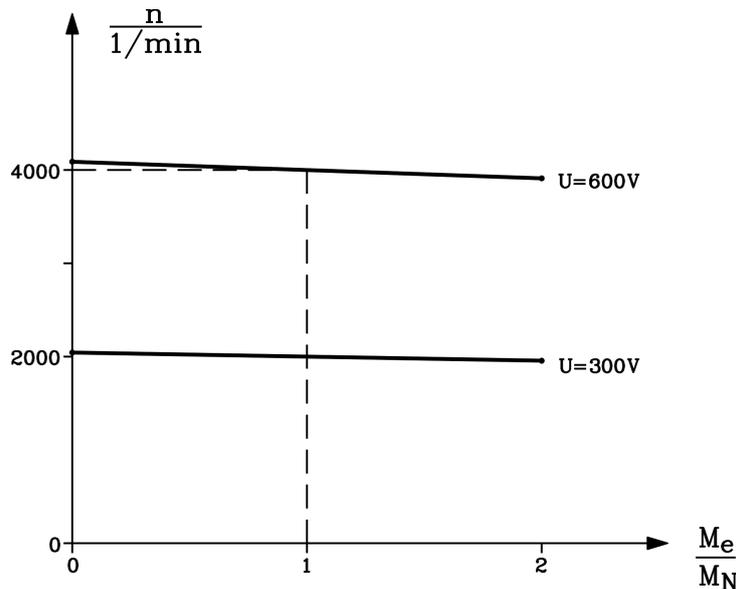


Bild 4.11-1: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie des Gleichstrommotors bei Nennspannung und halber Nennspannung

4)

Kennlinien  $n(M_e)$ : Gerade mit zwei Stützpunkten: z. B.  $n(M_e=0) = n_0$  und  $n(M_e=2M_N)$ , siehe Bild 4.11-1.

	$n_0$	$n(M_N)$	$n(2M_N)$
a) $U = U_N = 600 \text{ V}$	4089/min	4000/min	3915/min
b) $U = U_N/2 = 300 \text{ V}$	2044/min	1955/min	1870/min

Gleichung der  $n(M_e)$ -Kennlinie:  $n = \frac{U}{2\pi \cdot k_2 \cdot \Phi} - \frac{R_a}{2\pi(k_2\Phi)^2} \cdot M_e$ :

a)  $U = U_N = 600 \text{ V}$ : siehe Punkt 2), 3)

b)  $U = U_N/2 = 300 \text{ V}$ : Leerlauf:  $M_e = 0$  :  $\underline{\underline{n_0}} = \frac{300}{2\pi \cdot 197.35 \cdot 0.0071} = 34.08 / s = \underline{\underline{2044.5 / \text{min}}}$

$$\underline{\underline{n}} = \frac{U}{2\pi \cdot k_2\Phi} - \frac{R_a}{2\pi(k_2\Phi)^2} \cdot 2M_N = 34.08 - \frac{0.15}{2\pi(197.35 \cdot 0.0071)^2} \cdot (2 \cdot 119.4) = 31.18 / s$$

$\underline{\underline{n}} = \underline{\underline{1870 / \text{min}}}$

**Aufgabe 4.12: Permanentmagneterregter Gleichstrom-Kleinmotor**

Beim permanentmagneterregten Gleichstrom-Kleinmotor ist der über Ferritmagnetschalen erregte Hauptfluss konstant. Der Motor hat die Daten:  $U_N = 190 \text{ V}$ ,  $n_N = 3000 / \text{min}$ , Leerlaufdrehzahl  $n_0 = 3330 / \text{min}$ , Ankerwiderstand  $R_a = 26.76 \Omega$ , polares Läuferträgheitsmoment  $J = 0.3 \text{ g} \cdot \text{m}^2$ .

1) Berechnen Sie die Gleichung der  $n(M)$ -Kennlinie als Zahlenwertgleichung mit den Einheiten  $1/s$  und  $\text{Nm}$ , wobei Sie des elektromagnetische Moment  $M_e$  gleich dem Wellenmoment  $M$  setzen. Welche Verluste werden daher vernachlässigt?

- 2) Bestimmen Sie Nennstrom, Nennmoment und Nennleistung!  
 3) Wie groß sind der Anfahrstrom und das Anfahrmoment? Bei Überschreitung des doppelten Nennstroms wäre ein Anlasser-Widerstand nötig. Ist dies der Fall?  
 4) Auf welche stationäre Betriebsdrehzahl läuft der Motor gegen ein konstantes Lastmoment  $M_L = 0.6 \text{ Nm}$  hoch?  
 5) Berechnen Sie die Hochlaufkurve  $n(t)$  analytisch. Wann hat der Motor die Stationär-drehzahl von 4) erreicht? Wann hat er 99% dieser Drehzahl erreicht? Was schließen Sie daraus für die Notwendigkeit eines Anlasser-Widerstands?

### Lösung zu Aufgabe 4.12:

1)

$$U_N = R_a I_a + k_1 n \Phi, \quad M_e = k_2 I_a \Phi : U_N = R_a \cdot (M_e / (k_2 \Phi)) + k_1 n \Phi$$

$$n = \frac{U_N - R_a \cdot (M_e / (k_2 \Phi))}{k_1 \Phi} = n_0 - R_a \cdot \frac{M_e}{k_1 k_2 \Phi^2} \quad k_1 / (2\pi) = k_2$$

$$M_e = M + M_d : \text{Verlustmoment } M_d \text{ zufolge}$$

- der Reibung,
- der Kräfte durch Wirbelströme und Hystereseverluste im geblechten Läuferisen,
- durch Wirbelströme in der Läuferwicklung

wird vernachlässigt:  $M_e \approx M$

$$\frac{U_N}{k_1 \Phi} = n_0 = \frac{3330}{60} = 55.5 / \text{s} \Rightarrow k_1 \Phi = \frac{190}{3330/60} = 3.423 \text{ Vs} = \text{konst.}$$

$$\frac{R_a}{k_1 k_2 \Phi^2} = \frac{2\pi \cdot 26.76}{3.423^2} = 14.347 / (\text{Nm} \cdot \text{s})$$

$$\text{Zahlenwertgleichung: } \underline{\underline{n^{[1/s]} = 55.5 / \text{s} - 14.347 \cdot M^{[\text{Nm}]}}}$$

2)

$$n_N = \frac{3000}{60} = 50 / \text{s}, \quad n_N^{[1/s]} = 50 / \text{s} = 55.5 / \text{s} - 14.347 \cdot M_N^{[\text{Nm}]} \Rightarrow M_N = \underline{\underline{0.383 \text{ Nm}}}$$

$$P_N = 2\pi n_N M_N = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.383 = \underline{\underline{120.4 \text{ W}}}$$

$$M_N = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot I_N \Rightarrow I_N = \frac{0.383}{3.423} \cdot 2\pi = \underline{\underline{0.7 \text{ A}}}$$

3)

$$I_{a,n=0} = \frac{U_N}{R_a} = \frac{190}{26.76} = \underline{\underline{7.1 \text{ A}}} > 2I_N = 1.4 \text{ A}, \quad M_{n=0} = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot I_{a,n=0} = \frac{3.423}{2\pi} \cdot 7.1 = \underline{\underline{3.86 \text{ Nm}}}$$

Ein Anlasser-Widerstand ist nötig, wenn der Strom nicht größer als der doppelte Nennstrom sein soll.

4)

$$n_L^{[1/s]} = 55.5 / \text{s} - 14.347 \cdot M_L^{[\text{Nm}]} = 55.5 - 14.347 \cdot 0.6 = 46.89 / \text{s}$$

$$n_L = 46.89 / \text{s} = \underline{\underline{2813.5 / \text{min}}}$$

5)

$$J \cdot \frac{d(2\pi n)}{dt} = M_e(n) - M_L \quad \text{mit}$$

$$n^{[1/s]} = 55.5 / \text{s} - 14.347 \cdot M^{[\text{Nm}]} \quad \text{bzw.} \quad n = n_0 - M / a \quad (a = 1/14.347 \text{ Nm} \cdot \text{s} = dM/dn)$$

$$\text{Daher: } \frac{dn}{dt} = \frac{(n_0 - n) \cdot a}{2\pi J} - \frac{M_L}{2\pi J} \text{ bzw. } \frac{dn}{dt} + \frac{a}{2\pi J} \cdot n = \frac{n_0 \cdot a - M_L}{2\pi J}$$

Dies ist eine Differentialgleichung erster Ordnung für  $n(t)$  mit konstanten Koeffizienten und der Anfangsbedingung  $n(0) = 0$ .

$$\text{Lösung der homogenen Gleichung: } \frac{dn}{dt} + \frac{a}{2\pi J} \cdot n = 0$$

$$n_h(t) = C \cdot e^{-t/T} \text{ mit } T = \frac{2\pi \cdot J}{a}$$

$$\text{Lösung der partikulären Gleichung: } \frac{dn}{dt} + \frac{a}{2\pi J} \cdot n = \frac{n_0 \cdot a - M_L}{2\pi J}$$

$$n_p(t) = K \text{ mit } K = \frac{n_0 \cdot a - M_L}{a}$$

Bestimmung der Konstanten  $C$  über die Anfangsbedingung:

$$n(t) = n_h(t) + n_p(t) = C \cdot e^{-t/T} + K \Big|_{t=0} = 0 = C + K \Rightarrow C = -K$$

Lösung:

$$n(t) = K \cdot (1 - e^{-t/T}) = \frac{n_0 \cdot a - M_L}{a} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{2\pi J/a}}\right)$$

Die Drehzahl nimmt nach einer  $e$ -Potenz zu und erreicht die Stationärdrehzahl theoretisch nach unendlich langer Zeit, die sämtliche Verluste infolge der Rotordrehung ( $M_d = 0$ ) vernachlässigt wurden.

$$n(t \rightarrow \infty) = K \cdot (1 - e^{-\infty/T}) = \frac{n_0 \cdot a - M_L}{a} = n_L$$

$$\text{Kontrolle: } n_L = \frac{n_0 \cdot a - M_L}{a} = \frac{55.5/14.347 - 0.6}{1/14.347} = 46.89 \text{ /s} = 2813.5 \text{ /min (siehe 4)}$$

$$\text{Mit der Zeitkonstante } T = \frac{2\pi \cdot J}{a} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{1/14.347} = 0.027 \text{ s ergibt sich die Hochlaufkurve:}$$

$$\underline{\underline{n(t) = 46.89 \text{ [s]} \cdot (1 - e^{-t/0.027})}}$$

99% von  $n_L$  sind erreicht bei  $t^* = ?$ :

$$0.99 n_L = 46.89 \text{ [s]} \cdot (1 - e^{-t^*/0.027}) \Rightarrow 0.99 = 1 - e^{-t^*/0.027} \Rightarrow e^{-t^*/0.027} = 0.01$$

$$t^* = -T \cdot \ln(0.01) = -0.027 \cdot (-4.6052) = \underline{\underline{0.124 \text{ s}}}$$

Der Hochlaufvorgang ist wegen des sehr kleinen Trägheitsmoments  $J$  des Kleinmotors so rasch, dass der 7-fach auftretende Anfahrstrom nur sehr kurzzeitig wirkt und daher thermisch ungefährlich ist. Er kann in dieser sehr kurzen Zeit die Wicklung kaum erwärmen. Daher kann bei diesem Kleinmotor auf den Anlasser-Widerstand verzichtet werden.

### **Aufgabe 4.13: Fremderregter Gleichstromgenerator**

Eine fremderregte Gleichstrommaschine ( $I_{aN} = 120 \text{ A}$ ,  $U_{aN} = 440 \text{ V}$ ,  $R_a = 0.1 \Omega$ ,  $\eta_N = 95 \%$  ohne Erregerverluste) wird von einem Dieselmotor an Bord eines Schiffes mit konstanter Drehzahl  $n = 1500 \text{ min}^{-1}$  angetrieben. Die Erregung des Hauptfelds wird von einem 220 V-Batterieboardnetz versorgt. Die Nennspannung der Ankerwicklung beträgt  $U_N = 440 \text{ V}$ .

- 1) Zeichnen Sie die Schaltung des Generators in Bild 4.13-1 ein mit den Spannungen  $U_f$ ,  $U_a$ , den Strömen  $I_a$ ,  $I_f$  für das Erzeugerzählpeilsystem im Ankerkreis und für das Verbraucherzählpeilsystem im Erregerkreis!

- 2) Zeichnen Sie das zugehörige Ersatzschaltbild für den Ankerkreis mit einem Belastungswiderstand  $R$ !
- 3) Geben Sie die Maschengleichung zu 2) an!
- 4) Wie groß sind die elektrische Nennleistung, die mechanische Aufnahmeleistung an der Welle und das für den Antrieb erforderliche Drehmoment  $M_N$ , das der Dieselmotor erzeugen muss?

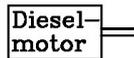
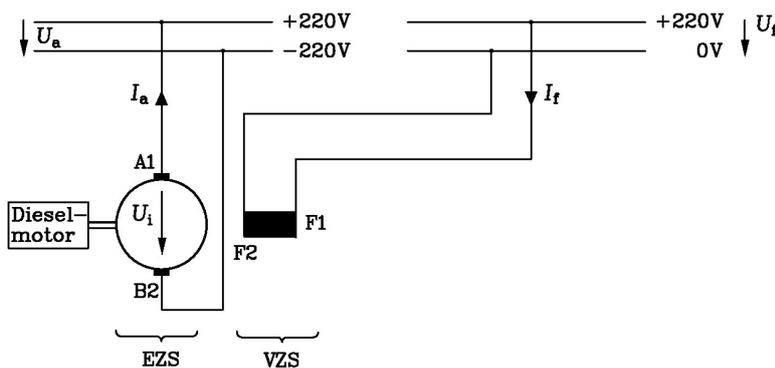


Bild 4.13-1: Schaltungsangaben für eine fremderregte Gleichstrommaschine

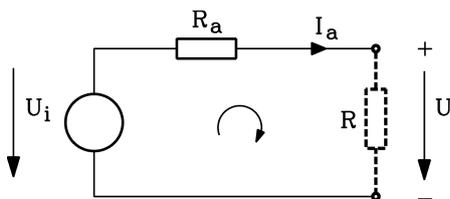
- 5) Wie groß sind die elektrische Nennleistung, die mechanische Aufnahmeleistung an der Welle und das für den Antrieb erforderliche Drehmoment  $M_N$ , das der Dieselmotor liefern muss?
- 6) Der Erregerstrom beträgt  $I_{fN} = 4.8$  A. Wie groß sind die Erregerverluste und der resultierende Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{res}$ ?
- 7) Bestimmen Sie die induzierte Spannung in der Ankerwicklung  $U_i$  im generatorischen Leerlauf, so dass bei  $I_a = I_{aN} = 120$  A die Ankerspannung  $U_{aN} = 440$  V auftritt! Vernachlässigen Sie dabei den Bürstenspannungsfall. Berechnen Sie die Größe  $k_2 \cdot \Phi$ !
- 8) Skizzieren Sie die Ankerspannung  $U_a$  bei veränderlichem Ankerstrom  $0 \leq I_a \leq 2 \cdot I_{aN}$  maßstäblich!

**Lösung zu Aufgabe 4.13:**

1)



a)



b)

Bild 4.13-2: a) Schaltung des fremderregten Gleichstromgenerators, b) Ersatzschaltbild des Ankerkreises, Erzeuger-Zählpfeilsystem für die Ankerwicklung, Verbraucherzählpfeilsystem für den Belastungswiderstand  $R$ . Induzierte Spannung  $U_i$  ist „innere“ Quellenspannung.

2) siehe Bild 4.13-2b

3)

Ankerspannungsgleichung im Erzeuger-Zählfeilsystem bei Vernachlässigung des Bürstenspannungsfalls:  $\underline{U_a = U_i - R_a \cdot I_a}$

4)

$$P_N = P_{e,out} = U_{aN} I_{aN} = 440 \cdot 120 = \underline{52800 \text{ W}}, \quad P_{m,in} = P_{e,out} / \eta_N = 52800 / 0.95 = \underline{55579 \text{ W}},$$

$$M_N = P_{m,in} / (2\pi \cdot n_N) = 55579 / (2\pi \cdot (1500 / 60)) = \underline{353.83 \text{ Nm}}$$

5)

$$\text{Gesamtverluste: } P_{d,a} = P_{m,in} - P_{e,out} = 55579 - 52800 = 2779 \text{ W},$$

$$P_{Cu,a} = R_a I_{aN}^2 = 0.1 \cdot 120^2 = 1440 \text{ W}, \quad P_{Cu,a} / P_{d,a} = 1440 / 2779 = \underline{0.518} = \underline{51.8\%}$$

6)

$$P_{fN} = U_{fN} I_{fN} = 220 \cdot 4.8 = \underline{1056 \text{ W}}, \quad \eta_{N,res} = \frac{P_{e,out}}{P_{m,in} + P_{fN}} = \frac{52800}{55579 + 1056} = \underline{0.9322} = \underline{93.22\%}$$

7)

$$U_b \approx 0: \quad U_i = U_{aN} + R_a \cdot I_{aN} + U_b = U_{aN} + R_a \cdot I_{aN} = 440 + 0.1 \cdot 120 = \underline{452 \text{ V}}$$

$$U_i = 2\pi \cdot k_2 \cdot n_N \cdot \Phi \rightarrow k_2 \cdot \Phi = U_i / (2\pi \cdot n_N) = 452 / (2\pi \cdot (1500 / 60)) = \underline{2.8775 \text{ Vs}}$$

8)

$$U_a(I_a = 0) = U_i = 452 \text{ V}, \quad U_a(I_a = I_{aN}) = 440 \text{ V}, \quad U_a(I_a = 2I_{aN}) = 452 - 24 = 428 \text{ V}$$

Die Ankerspannungs-Strom-Kennlinie ist eine Gerade mit negativer Neigung (Bild 4.13-3), deren negativer Anstieg wegen des kleinen Werts  $R_a$  klein ist.

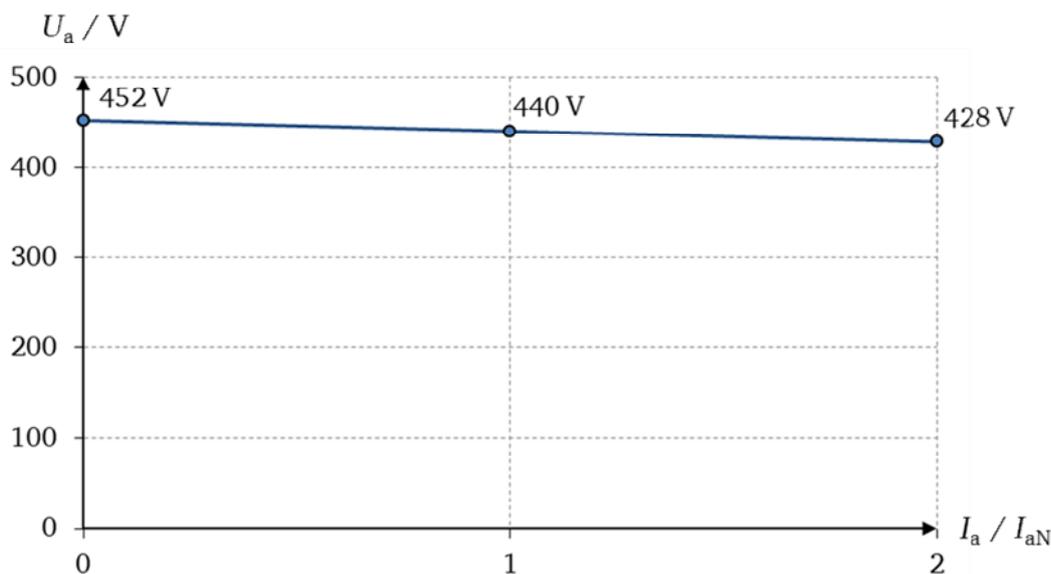


Bild 4.13-3: Ankerspannungs-Strom-Kennlinie („Äußere“ Kennlinie) des fremderregten Gleichstromgenerators

#### **Aufgabe 4.14: Fremderregter Gleichstrommotor**

Ein fremderregter Gleichstrommotor mit den Daten für die Nennankerspannung  $U_{aN} = 220 \text{ V}$ , den Ankerwicklungswiderstand  $R_a = 0.15 \Omega$ , die Nennerregerverluste  $P_{fN} = 500 \text{ W}$  und die Leerlaufdrehzahl  $n_0 = 1500/\text{min}$  hat das Nennmoment  $M_N = 70 \text{ Nm}$ .

1) Wie groß ist bei Nennerregungsbedingungen die Drehzahl  $n$  in 1/min bei  $M_N$  und bei  $M_N/2$ ? Vernachlässigen Sie den Bürstenspannungsfall  $U_b$  und nehmen Sie an, dass das

elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  an der Welle als Wellenmoment  $M$  wirksam ist. Welche bremsenden Verlustmomente sind dabei vernachlässigt worden?

- 2) Zeichnen Sie maßstäblich die  $n(M)$ -Kennlinie für  $0 \leq M \leq 2M_N$  als Bild 4.14-1! Bestimmen Sie die Motor-Nennleistung  $P_N$ ! Wie groß ist der Motor-Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{Nres}$ ?
- 3) Wie groß wäre der Ankerstrom beim Anfahren  $I_{a1}$  bzw.  $I_{a1}/I_{aN}$ ? Bewerten Sie das Ergebnis!
- 4) Wie muss ein Anlasser-Widerstand  $R_{anlasser}$  dimensioniert werden, damit  $I_{a1}/I_{aN} = 1.5$  ist? Wie groß ist dann das Anzugsmoment  $M_1$  bzw.  $M_1/M_N$ ? Zeichnen Sie die  $n(M)$ -Kennlinie in Bild 4.14-1 ein!
- 5) Der Hauptfluss pro Pol  $\Phi_N$  wird durch Verringern des Erregerstroms  $I_f$  halbiert:  $\Phi = \Phi_N/2$  („Feldschwächung“). Zeichnen Sie die Kennlinie  $n(M)$  in Bild 4.14-1 für  $0 \leq I_a \leq 2I_{aN}$  ein!

### Lösung zu Aufgabe 4.14:

1)

Ankerspannungsgleichung bei Nennerregung und Vernachlässigung des Bürstenspannungsfalls, im Verbraucher-Zählpeilsystem:  $U_b \approx 0$ :  $U_{aN} = U_i + R_a \cdot I_{aN} + U_b = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_{aN}$

$$n = (U_{aN} - R_a \cdot I_{aN}) / (2\pi \cdot k_2 \Phi_N), \quad M_e = k_2 \Phi_N I_a,$$

Bei Vernachlässigung der bremsenden Verlustmomente durch Reibung und Ummagnetisierungsverluste gilt  $M_{eN} = k_2 \Phi_N I_{aN} = M_N = 70 \text{ Nm}$  und  $M_e = M$ .

$$n = \frac{U_{aN}}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} - \frac{R_a \cdot M_e}{2\pi \cdot (k_2 \Phi_N)^2} = n_0 - k_M \cdot M_e = n_0 - k_M \cdot M$$

$$n_0 = 1500 / \text{min} = 25 / \text{s}, \quad k_2 \Phi_N = \frac{U_{aN}}{2\pi \cdot n_0} = \frac{220}{2\pi \cdot (1500 / 60)} = 1.4 \text{ Vs}$$

$$k_M = \frac{R_a}{2\pi \cdot (k_2 \Phi_N)^2} = \frac{0.15}{2\pi \cdot 1.4^2} = 12.18 \cdot 10^{-3} / (\text{Nm} \cdot \text{s})$$

$$\text{a) } M = M_N / 2 = 35 \text{ Nm: } n = 25 - 12.18 \cdot 10^{-3} \cdot 35 = 25 - 0.4263 = 24.5737 / \text{s} = \underline{\underline{1474.4 / \text{min}}}$$

$$\text{b) } M = M_N = 70 \text{ Nm: } n_N = 25 - 12.18 \cdot 10^{-3} \cdot 70 = 25 - 0.8526 = 24.1474 / \text{s} = \underline{\underline{1448.8 / \text{min}}}$$

2)

Die Kennlinie  $n^{[1/\text{min}]} = 1500 / \text{min} - \frac{M}{M_N} \cdot 51.156 / \text{min}$  ist in Bild 4.14-1 dargestellt.

$$M = 2M_N = 140 \text{ Nm: } n = 25 - 12.18 \cdot 10^{-3} \cdot 140 = 23.30 / \text{s} = 1397.8 / \text{min}$$

$$P_{m,out,N} = P_N = 2\pi \cdot n_N M_N = 2\pi \cdot 24.1474 \cdot 70 = \underline{\underline{10621 \text{ W}}}, \quad I_{aN} = M_{eN} / (k_2 \Phi_N) = 70 / 1.4 = 50 \text{ A}$$

$$P_{e,in,N} = U_{aN} \cdot I_{aN} = 220 \cdot 50 = 11000 \text{ W},$$

$$\eta_{Nres} = P_N / (P_{e,in,N} + P_{fN}) = 10621 / (11000 + 500) = \underline{\underline{0.9236}} = \underline{\underline{92.36\%}}$$

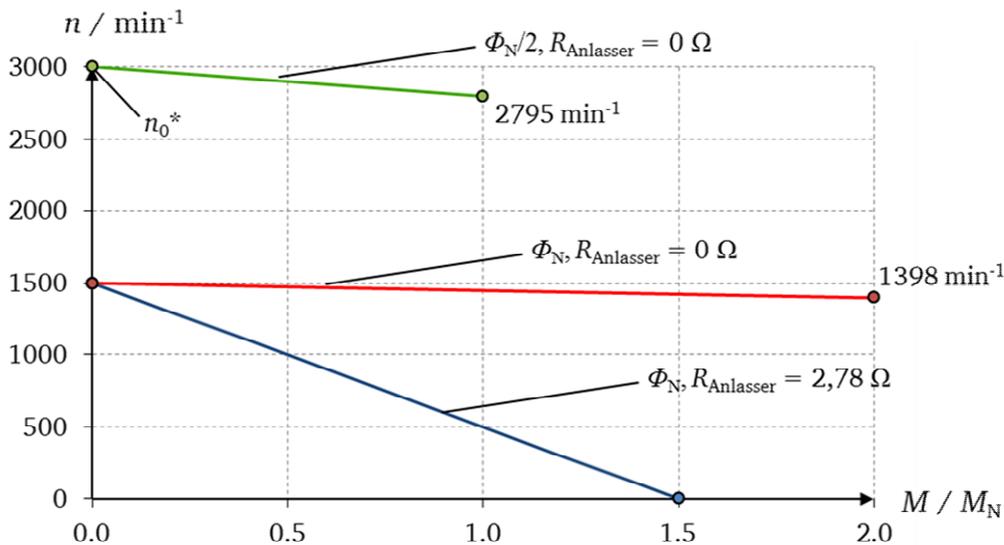


Bild 4.14-1:  $n(M)$ -Kennlinien des fremderregten Gleichstrommotors

3)

$$n = 0: U_{aN} = R_a \cdot I_{a1} \Rightarrow I_{a1} = U_{aN} / R_a = 220 / 0.15 = \underline{1466.7 \text{ A}}, I_{a1} / I_{aN} = 1466.7 / 50 = \underline{29.3}$$

Der Anzugsstrom ist unzulässig hoch; es würden sich zu hohe Stromwärmeverluste ergeben, die die Ankerwicklung zerstören.

4)

$$n = 0: U_{aN} = (R_a + R_{anlasser}) \cdot 1.5 \cdot I_{aN} \Rightarrow R_{anlasser} = \frac{U_{aN}}{1.5 \cdot I_{aN}} - R_a = \frac{220}{1.5 \cdot 50} - 0.15 = \underline{2.78 \Omega}$$

$$M_1 = k_2 \Phi_N \cdot 1.5 \cdot I_{aN} = 1.5 \cdot M_N = 1.5 \cdot 70 = \underline{105 \text{ Nm}}. \text{ Die Kennlinie } n(M) \text{ zeigt Bild 4.14-1.}$$

5)

$$k_2 \Phi = k_2 \Phi_N / 2 = 1.4 / 2 = 0.7 \text{ Vs}: k'_M = \frac{R_a}{2\pi \cdot (k_2 \Phi)^2} = \frac{0.15}{2\pi \cdot 0.7^2} = 48.72 \cdot 10^{-3} / (\text{Nm} \cdot \text{s})$$

$$n'_0 = \frac{U_{aN}}{2\pi \cdot k_2 \Phi} = 2n_0 = 50 / \text{s} = 3000 / \text{min}, \underline{n = n'_0 - k'_M \cdot M},$$

$$I_a = 2I_{aN} = 100 \text{ A}; M = k_2 \Phi \cdot 2I_{aN} = 0.7 \cdot 100 = 70 \text{ Nm},$$

$$n(2I_{aN}) = 3000 - 1 \cdot 204.624 = 2795.4 / \text{min}. \text{ Die Kennlinie } n(M) \text{ zeigt Bild 4.14-1.}$$

**Aufgabe 4.15: Vierpoliger fremderregter Gleichstrommotor**

Bei einem vierpoligen fremderregten Gleichstrommotor mit den Leistungsschilddaten  $U_N = 220 \text{ V}$ ,  $I_N = 41 \text{ A}$ ,  $P_N = 7.5 \text{ kW}$ ,  $\eta_N = 1460 \text{ min}^{-1}$  und den Erregerdaten  $U_{fN} = 220 \text{ V}$ ,  $I_{fN} = 1 \text{ A}$  wurde im Prüffeld die Leerlaufdrehzahl  $n_0 = 1650 \text{ min}^{-1}$  gemessen.

- 1) Berechnen Sie das Nennmoment  $M_N$  und den Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{ges}$ !
- 2) Bestimmen Sie den Ankerwiderstand  $R_a$  bei Vernachlässigung des Bürstenspannungsfalls  $U_b$ !  
Wie groß ist der Anteil der Stromwärmeverluste  $R_a I_a^2$  im Ankerkreis an der Gesamtverlustleistung im Nennpunkt?
- 3) Wie groß ist das elektromagnetische Drehmoment  $M_e$  im Nennpunkt? Wie groß ist die Differenz  $\Delta M$  zwischen  $M_e$  und dem an der Welle verfügbaren Nennmoment  $M_N$ ? Wodurch wird die Momentendifferenz bewirkt?

- 4) Der Motor wird an einen B6C-Stromrichter mit veränderbarer Ankerspannung  $0 \leq U_a \leq U_N$  betrieben! Auf welchen Wert muss  $U_a$  abgesenkt werden, damit der Motor mit Nennstrom  $I_a = I_N$  anfährt? Wie groß ist dabei das elektromagnetische Moment  $M_e$ ? Ist dieses Moment auch an der Welle wirksam? Begründen Sie Ihre Antwort!

### Lösung zu Aufgabe 4.15:

1)

$$M_N = \frac{P_{m,out}}{2\pi \cdot n_N} = \frac{P_N}{2\pi \cdot n_N} = \frac{7500}{2\pi \cdot (1460/60)} = \underline{\underline{49.05 \text{ Nm}}},$$

$$P_{e,in,N} = U_{aN} \cdot I_{aN} = U_N \cdot I_N = 220 \cdot 41 = 9020 \text{ W}, \quad P_{fN} = U_{fN} \cdot I_{fN} = 220 \cdot 1 = 220 \text{ W}$$

$$\eta_{Nres} = P_N / (P_{e,in,N} + P_{fN}) = 7500 / (9020 + 220) = \underline{\underline{0.8117}} = \underline{\underline{81.17\%}}$$

2)

Ankerspannungsgleichung bei Nennerregung und Vernachlässigung des Bürstenspannungsfalls, im Verbraucher-Zählpeilsystem:  $U_b \approx 0$ :  $U_{aN} = U_i + R_a \cdot I_{aN} + U_b = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_{aN}$

$$I_a = 0: \quad U_{aN} = 2\pi \cdot k_2 \Phi_N \cdot n_0 \Rightarrow k_2 \Phi_N = U_{aN} / (2\pi \cdot n_0) = 220 / (2\pi \cdot (1650/60)) = 1.27 \text{ Vs},$$

$$R_a = (U_{aN} - 2\pi \cdot n_N \cdot k_2 \Phi_N) / I_{aN} = (220 - 2\pi \cdot (1460/60) \cdot 1.27) / 41 = \underline{\underline{0.63 \Omega}},$$

$$P_d = P_{e,in} - P_{m,out} + P_f = 9020 - 7500 + 220 = 1740 \text{ W}$$

$$P_{Cu,a} / P_d = R_a I_{aN}^2 / P_d = 0.63 \cdot 41^2 / 1740 = \underline{\underline{0.6086}} = \underline{\underline{60.86\%}}$$

3)

$M_{eN} = k_2 \Phi_N I_{aN} = 1.27 \cdot 41 = \underline{\underline{52.07 \text{ Nm}}}$ ,  $\Delta M = M_{eN} - M_N = 52.07 - 49.05 = \underline{\underline{3.02 \text{ Nm}}}$ . Das Moment  $M_{eN}$  ist nicht an der Welle wirksam, sondern ist das „Luftspaltmoment“ der elektromagnetischen Kräfte. Durch das bremsende Verlustmoment  $\Delta M$  infolge der Reibung (Luft- und Lagerreibung, Bürstenreibung, ggf. auch Wellenlüfterleistung) und der Ummagnetisierungsverluste im rotierenden Ankerblechpaket ist das Moment an der Welle kleiner.

4)

$$U_b \approx 0, n = 0, I_a = I_N: \quad U_a = U_i + R_a \cdot I_a = 0 + R_a \cdot I_N = 0.63 \cdot 41 = \underline{\underline{25.83 \text{ V}}}$$

$$M_e = k_2 \Phi_N I_N = 1.27 \cdot 41 = \underline{\underline{52.07 \text{ Nm}}}$$

Dieses Moment  $M_{eN}$  ist im Stillstand auch an der Welle wirksam, da das bremsende Verlustmomente  $\Delta M$  infolge der Reibung und der Ummagnetisierungsverluste bei  $n = 0$  Null ist.

### Aufgabe 4.16: Kleiner fremderregter Gleichstrommotor

Ein fremderregter kleiner vierpoliger Gleichstrommotor mit den Daten  $P_N = 4 \text{ kW}$ ,  $n_N = 1440 \text{ min}^{-1}$ ,  $U_N = 220 \text{ V}$ ,  $I_N = 22 \text{ A}$  hat die Leerlaufdrehzahl  $n_0 = 1600 \text{ min}^{-1}$  und die Erregerdaten  $U_f = 220 \text{ V}$ ,  $I_{fN} = 0.5 \text{ A}$ .

- 1) Bestimmen Sie das Nennmoment  $M_N$  an der Welle und den resultierenden Wirkungsgrad  $\eta_{res}$  im Nennpunkt!
- 2) Wie groß sind der Ankerwicklungswiderstand  $R_a$  und die Anker-Stromwärmeverluste  $P_{Cu}$  in W und % der Gesamtverluste  $P_d$  im Nennpunkt?
- 3) Wie groß ist das elektromagnetische Drehmoment  $M_{eN}$  im Nennpunkt? Um wieviel  $\Delta M$  ist es größer als das Wellenmoment  $M_N$  und warum?

- 4a) Bei dem Motor soll die Drehzahl mit einem veränderbaren Ankerwiderstand  $R_v$  so verstellt werden, dass bei  $800 \text{ min}^{-1}$  das elektromagnetische Drehmoment  $M_e = 15 \text{ Nm}$  auftritt! Bestimmen Sie für  $U_a = U_N$  den Wert  $R_v$ !
- 4b) Wie groß wäre alternativ  $R_v$ , wenn bei  $800 \text{ min}^{-1}$  das Moment an der Welle  $M = 15 \text{ Nm}$  sein soll? Nehmen Sie dazu näherungsweise an, dass auch das innere Bremsmoment  $\Delta M$  proportional zu  $I_a$  ist! Wie groß ist der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{\text{ges}}$  des Motors in diesem Fall? Wie groß sind die anteiligen Verluste  $R_a I_a^2$  im Vorwiderstand in Bezug auf die Gesamtverluste  $P_d$ ? Kommentieren Sie das Ergebnis!
- 5) Alternativ zu 4) soll die Drehzahl  $n = 800 \text{ min}^{-1}$  über eine mit einem B6C-Stromrichter verringerte Ankerspannung  $U_a < U_N$  eingestellt werden. Wie groß sind  $U_a$  und der zugehörige Wirkungsgrad  $\eta_{\text{res}}$  bezüglich der Gesamtverluste im Vergleich zu 4).

### Lösung zu Aufgabe 4.16:

1)

$$M_N = \frac{P_{m,out}}{2\pi \cdot n_N} = \frac{P_N}{2\pi \cdot n_N} = \frac{4000}{2\pi \cdot (1440/60)} = \underline{\underline{26.53 \text{ Nm}}}$$

$$P_{e,in,N} = U_{aN} \cdot I_{aN} = U_N \cdot I_N = 220 \cdot 22 = 4840 \text{ W}, \quad P_{fN} = U_{fN} \cdot I_{fN} = 220 \cdot 0.5 = 110 \text{ W}$$

$$\eta_{Nres} = P_N / (P_{e,in,N} + P_{fN}) = 4000 / (4840 + 110) = \underline{\underline{0.808}} = \underline{\underline{80.8\%}}$$

2)

Ankerspannungsgleichung bei Nennerregung und Vernachlässigung des Bürstenspannungsfalls  $U_b \approx 0$ , im Verbraucher-Zählpeilsystem:

$$U_b \approx 0: \quad U_{aN} = U_i + R_a \cdot I_{aN} + U_b = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_{aN}$$

$$I_a = 0: \quad U_{aN} = 2\pi \cdot k_2 \Phi_N \cdot n_0 \Rightarrow k_2 \Phi_N = U_{aN} / (2\pi \cdot n_0) = 220 / (2\pi \cdot (1600/60)) = 1.31 \text{ Vs},$$

$$R_a = (U_{aN} - 2\pi \cdot n_N \cdot k_2 \Phi_N) / I_{aN} = (1 - n_N / n_0) \cdot (U_{aN} / I_{aN}) = \\ = (1 - 1440/1600) \cdot (220/22) = (1 - 0.9) \cdot 10 = \underline{\underline{1.0 \Omega}}$$

$$P_{Cu,a} = R_a I_{aN}^2 = 1.0 \cdot 22^2 = 484 \text{ W}, \quad P_d = P_{e,in} - P_{m,out} + P_f = 840 + 110 = 950 \text{ W},$$

$$P_{Cu,a} / P_d = 484/950 = \underline{\underline{0.509}} = \underline{\underline{50.9\%}}$$

3)

$M_{eN} = k_2 \Phi_N I_{aN} = 1.31 \cdot 22 = \underline{\underline{28.89 \text{ Nm}}}$ ,  $\Delta M = M_{eN} - M_N = 28.89 - 26.53 = \underline{\underline{2.36 \text{ Nm}}}$ . Das Verlustmoment  $\Delta M$  bremst und wird durch die Luft- und Lagerreibung, die Bürstenreibung, ggf. auch die Wellenlüfterleistung und die Ummagnetisierungsverluste im rotierenden Ankerblechpaket gebildet.

4a)

$$U_b \approx 0: \quad U_{aN} = U_i + (R_a + R_v) \cdot I_a + U_b = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + (R_a + R_v) \cdot I_a$$

$$M_e = k_2 \Phi_N I_a \Rightarrow I_a = M_e / (k_2 \Phi_N) = 15 / 1.31 = 11.42 \text{ A}$$

$$R_v = \frac{U_{aN} - 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N}{I_a} - R_a = \frac{220 - 2\pi \cdot (800/60) \cdot 1.31}{11.42} - 1 = \underline{\underline{8.65 \Omega}}$$

4b)

Moment an der Welle:  $M = M_e - \Delta M = 15 \text{ Nm}$ .

Luftspalmmoment  $M_e \sim I_a$ , Verlustmoment  $\Delta M \sim I_a \rightarrow M \sim I_a$ . Das Nennmoment an der Welle  $M_N$  tritt beim Nennstrom  $I_{aN}$  auf; folglich ist  $M / M_N = I_a / I_{aN}$ .

$$I_a = I_{aN} \cdot (M / M_N) = 22 \cdot (15 / 26.53) = 12.44 \text{ A}$$

$$R_v = \frac{220 - 2\pi \cdot (800/60) \cdot 1.31}{12.44} - 1 = \underline{7.84\Omega}, \quad P_{m,out} = 2\pi \cdot n \cdot M = 2\pi \cdot (800/60) \cdot 15 = 1256.6 \text{ W},$$

$$P_{e,in} = U_{aN} \cdot I_a = 220 \cdot 12.44 = 2736.8 \text{ W}$$

$$\eta_{Nres} = P_{m,out} / (P_{e,in} + P_{fN}) = 1256.6 / (2736.8 + 110) = \underline{0.4414} = \underline{44.14\%}$$

$$P_d = P_{e,in} - P_{m,out} + P_{fN} = 2736.8 - 1256.6 + 110 = 1590.2 \text{ W}$$

$$(R_v I_a^2) / P_d = (7.84 \cdot 12.44^2) / 1590.2 = \underline{0.763} = \underline{76.3\%}$$

Es treten 76.3% der Gesamtverluste im Vorwiderstand auf. Deshalb ist diese Art der Drehzahlstellung energetisch sehr ungünstig!

5)

$$U_b \approx 0: \quad U_a = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_a + U_b = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_a = \\ = 2\pi \cdot (800/60) \cdot 1.31 + 1 \cdot 12.44 = \underline{122.2 \text{ V}}$$

$$P_{e,in} = U_a \cdot I_a = 122.2 \cdot 12.44 = 1520 \text{ W},$$

$$\eta_{Nres} = P_{m,out} / (P_{e,in} + P_{fN}) = 1256.6 / (1520 + 110) = \underline{0.7709} = \underline{77.09\%},$$

$$P_d = P_{e,in} - P_{m,out} + P_{fN} = 1520 - 1256.6 + 110 = 373.4 \text{ W}$$

Der Betrieb am Stromrichter erlaubt gegenüber 4b) eine Verringerung der Gesamtverluste in der E-Maschine um  $(1 - 373.4/1590.2) = 0.765 = 76.5\%$ !

#### Aufgabe 4.17: Auslegungsparameter einer Gleichstrommaschine

Eine fremderregte vierpolige Gleichstrommaschine mit einer eingängigen Zweischicht-Schleifenwicklung hat einen Stator mit dem Durchmesser  $d_{si} = 133 \text{ mm}$  und der Länge  $l = 80 \text{ mm}$ . Der Läufer hat  $Q = 30$  Nuten,  $u = 3$  Spulenseiten je Nut und Schicht und  $N_c = 9$  Windungen je Ankerspule! Die maximale Luftspaltflussdichte  $B_{\delta,m} = 0.9 \text{ T}$  tritt bei einer ideellen Polbedeckung  $\alpha_e = 0.7$  im Luftspalt  $\delta = 1.5 \text{ mm}$  auf. Die Maschine hat die Nenndrehzahl  $n = 1440 \text{ min}^{-1}$  bei einem Ankernennstrom  $I_N = 22 \text{ A}$  und Nennerregung  $I_{fN} = 0.5 \text{ A}$ ,  $U_{fN} = 230 \text{ V}$ .

- 1) Wie groß sind Polteilung  $\tau_p$  und der Fluss pro Pol  $\Phi_N$ ?
- 2) Wie groß sind Kommutatorstegzahl  $K$ , die Anzahl der Ankerleiter  $z$  und die Anzahl der parallelen Ankerzweige  $2a$ ?
- 3) Bestimmen Sie die induzierte Spannung  $U_i$  bei  $n_N$  und das elektromagnetische Drehmoment  $M_{eN}$ ! Wie groß ist die erforderliche Ankerspannung  $U_{aN}$  bei Motorbetrieb, wenn  $R_a = 1 \Omega$  beträgt und der Bürstenspannungsfall  $U_b = 2 \text{ V}$  ist? Wie groß ist die Motorabgabeleistung, wenn das bremsende Moment der Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste vernachlässigt wird. Wie groß ist die Motorleerlaufdrehzahl  $n_0$ ?
- 4) Wie viele Plus- und wie viele Minusbürsten hat die Maschine? Wie groß ist der Strom je Bürste? Wie groß ist die Ankerumfangsgeschwindigkeit bei Berücksichtigung von  $\delta$ ?
- 5) Bestimmen Sie den Erregerbedarf  $\Theta_f$  je Pol bei ideal magnetisierbarem Eisen ( $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ )! Wie groß ist die erforderliche Windungszahl  $N_{f,Pol}$  jeder der vier Polerregerspulen im Stator? Geben Sie einen auf eine ganze Zahl gerundeten Wert an! Ist die Windungszahl  $N_{f,Pol}$  bei Eisensättigung im realen Motor größer oder kleiner?
- 6) Bestimmen Sie den Ankerwirkungsgrad  $\eta_N$  und den resultierenden Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{res}$  im Motor-Nennpunkt! Geben Sie die berücksichtigten Einzelverlustkomponenten an! Sind die Verluste bei realem Motor größer oder kleiner? Warum?
- 7) Der Motor soll bei konstanter Ankerspannung  $U_a = U_N = 230 \text{ V}$  durch Feldschwächung bei der Drehzahl  $1900 \text{ min}^{-1}$  bei  $M_e = 15 \text{ Nm}$  betrieben werden. Wie groß sind dafür der Fluss pro Pol  $\Phi$  bzw.  $\Phi/\Phi_N$  und der Ankerstrom  $I_a$  bzw.  $I_a/I_N$ ? Berücksichtigen Sie  $U_b = 2 \text{ V}$ ! Wie groß

ist der resultierende Wirkungsgrad  $\eta_{res}$ , wenn wie bei 5)  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  angenommen wird, wenn die Feldschwächung durch Verringerung der Felderregerspannung  $U_f$  erreicht wird?

### Lösung zu Aufgabe 4.17:

1)

$$2p = 4, \tau_p = d_{si} \pi / (2p) = 133 \cdot \pi / 4 = \underline{104.5 \text{ mm}},$$

$$\Phi_N = \alpha_e \cdot \tau_p \cdot l \cdot B_{\delta,m} = 0.7 \cdot 0.1045 \cdot 0.08 \cdot 0.9 = \underline{5.265 \text{ mWb}},$$

2)

$$K = Q \cdot u = 30 \cdot 3 = \underline{90}, z = 2 \cdot K \cdot N_c = 2 \cdot 90 \cdot 9 = \underline{1620}, 2a = 2p = \underline{4}$$

3)

$$U_i = z \cdot \frac{p}{a} \cdot n_N \cdot \Phi_N = 1620 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1440}{60} \cdot \frac{5.265}{10^3} = \underline{204.7 \text{ V}}, k_2 = \frac{z}{2\pi} \cdot \frac{p}{a} = \frac{1620}{2\pi} = 257.83,$$

$$M_{eN} = k_2 \Phi_N I_{aN} = 257.83 \cdot 5.265 \cdot 10^{-3} \cdot 22 = \underline{29.86 \text{ Nm}},$$

$$U_{aN} = U_i + R_a \cdot I_{aN} + U_b = 204.7 + 1 \cdot 22 + 2 = \underline{228.7 \text{ V}}, M_{eN} = M_N \quad (P_{Fe} \approx 0, P_{fr+w} \approx 0),$$

$$P_{m,out} = 2\pi \cdot n_N \cdot M_N = 2\pi \cdot (1440/60) \cdot 29.86 = \underline{4503 \text{ W}},$$

$$n_0 = U_{aN} / (2\pi \cdot k_2 \Phi_N) = 228.7 / (2\pi \cdot 257.83 \cdot 5.265 \cdot 10^{-3}) = 26.81 / \text{s} = \underline{1609 / \text{min}}$$

4)

Es werden je zwei Plus- und je zwei Minus-Bürsten, die je elektrisch parallel geschaltet sind, benötigt.

$$\text{Strom je Bürste: } I_b = I_{aN} / a = 22 / 2 = \underline{11 \text{ A}}, d_{ra} = d_{si} - 2\delta = 133 - 2 \cdot 1.5 = 130 \text{ mm},$$

$$v_a = d_{ra} \cdot \pi \cdot n_N = 0.13 \cdot \pi \cdot (1440/60) = \underline{9.8 \text{ m/s}} = \underline{35.3 \text{ km/h}}$$

5)

$$\Theta_f = H_{\delta,m} \cdot \delta = (B_{\delta,m} / \mu_0) \cdot \delta = (0.9 / (4\pi \cdot 10^{-7})) \cdot 1.5 \cdot 10^{-3} = \underline{1074.3 \text{ A}},$$

$$\Theta_f = N_{f,pol} \cdot I_{fN} \Rightarrow N_{f,pol} = \Theta_f / I_{fN} = 1074.3 / 0.5 = 2148.6 \approx \underline{2149}$$

$$\text{Eisensättigung: } \Theta_f = N_{f,pol} \cdot I_{fN} = H_{Fe,s} \cdot s_{Fe,s} + H_{Fe,r} \cdot s_{Fe,r} + H_{\delta,m} \cdot \delta > H_{\delta,m} \cdot \delta.$$

Die Windungszahl/Pol  $N_{f,pol}$  muss bei Eisensättigung größer als 2149 sein!

6)

$$P_{e,in} = U_{aN} \cdot I_N = 228.7 \cdot 22 = 5031.4 \text{ W}, \eta_N = P_{m,out} / P_{e,in} = 4503 / 5031.4 = \underline{0.895} = \underline{89.5\%}$$

$$P_{fN} = U_{fN} \cdot I_{fN} = 230 \cdot 0.5 = 115 \text{ W},$$

$$\eta_{res} = P_{m,out} / (P_{e,in} + P_{fN}) = 4503 / (5031.4 + 115) = \underline{0.875} = \underline{87.5\%},$$

$$P_{Cu,a} = R_a \cdot I_{aN}^2 = 1 \cdot 22^2 = \underline{484 \text{ W}}, P_{bN} = U_b \cdot I_{aN} = 2 \cdot 22 = \underline{44 \text{ W}}$$

Kontrolle:

$$\eta_{res} = \frac{P_{m,out}}{P_{m,out} + P_{Cu,a} + P_{bN} + P_{fN}} = \frac{4503}{4503 + 484 + 44 + 115} = \underline{0.875} = \underline{87.5\%}$$

Die realen Verluste in der E-Maschine sind größer, da die Verluste zufolge Luft-, Bürsten- und Lagerreibung und infolge der Ummagnetisierung des Ankerblechpakets vernachlässigt wurden!

7)

$$U_a = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi + R_a \cdot I_a + U_b = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi + R_a \cdot M_e / (k_2 \Phi) + U_b$$

$$(k_2 \Phi)^2 - \frac{U_a - U_b}{2\pi \cdot n} \cdot k_2 \Phi + \frac{R_a \cdot M_e}{2\pi \cdot n} = 0: \text{ Quadratische Gleichung für } x = k_2 \Phi!$$

$$x^2 + P \cdot x + Q = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -P/2 \pm \sqrt{P^2/4 - Q},$$

$$P = -\frac{U_a - U_b}{2\pi \cdot n} \Rightarrow \frac{P}{2} = -\frac{230 - 2}{4\pi \cdot (1900/60)} = 0.573 \text{Vs},$$

$$Q = \frac{R_a \cdot M_e}{2\pi \cdot n} = \frac{1 \cdot 15}{2\pi \cdot (1900/60)} = 0.0754 (\text{Vs})^2,$$

$$k_2 \Phi_{1,2} = \frac{U_a - U_b}{4\pi \cdot n} \pm \sqrt{\left(\frac{U_a - U_b}{4\pi \cdot n}\right)^2 - \frac{R_a \cdot M_e}{2\pi \cdot n}} = 0.573 \pm \sqrt{0.573^2 - 0.0754} = 1.0759 \text{Vs} / 0.07 \text{Vs}$$

Quadratische Gleichung hat zwei Lösungen, aber Lösung  $k\Phi_1 = 0.07 \text{Vs}$  führt auf sehr hohen Ankerstrom  $I_a = M_e / (k_2 \Phi_2) = 15 / 0.07 = 642.8 \text{A} \gg I_N = 22 \text{A}$  !

Richtige Lösung:  $k_2 \Phi_1 = 1.0759 \text{Vs}$ :  $I_a = M_e / (k_2 \Phi_2) = 15 / 1.0759 = \underline{13.94 \text{A}} < I_N = 22 \text{A}$  .

$$\Phi = k_2 \Phi_2 / k_2 = 1.0759 / 257.83 = \underline{4.17 \text{mWb}}, \quad \Phi / \Phi_N = 4.17 / 5.265 = \underline{0.793} = \underline{79.3\%},$$

$$I_a / I_{aN} = 13.94 / 22 = \underline{0.634} = \underline{63.4\%}, \quad P_{e,in} = U_a \cdot I_N = 230 \cdot 13.94 = 3206.2 \text{W},$$

$$P_{m,out} = 2\pi \cdot n \cdot M_e = 2\pi \cdot (1900/60) \cdot 15 = 2984.5 \text{W}$$

$$\mu_{Fe} \rightarrow \infty: \quad \Phi \sim B_{\delta,m} \sim H_{\delta,m} \sim I_f: \quad I_f / I_{fN} = \Phi / \Phi_N = 0.793$$

$$\frac{R_f I_f^2}{R_f I_{fN}^2} = P_f / P_{fN} = (I_f / I_{fN})^2 = 0.793^2, \quad P_f = P_{fN} \cdot (I_f / I_{fN})^2 = 115 \cdot 0.793^2 = 72.3 \text{W}$$

$$\eta_{res} = P_{m,out} / (P_{e,in} + P_{fN}) = 2984.5 / (3206.2 + 72.3) = \underline{0.9103} = \underline{91.03\%}$$

#### **Aufgabe 4.18: U-Boot-Gleichstrommaschine**

Ein vierpoliger Gleichstrommotor  $U_N = 440 \text{V}$ ,  $P_N = 65 \text{kW}$ ,  $n_N = 1300 \text{min}^{-1}$  an Bord eines U-Boots hat einen Ankerkreis-Wirkungsgrad  $\eta_N = 0.9$ , wobei die Stromwärmeverluste  $P_{\text{Cu,a}}$  im Ankerkreis 75 % und die Ummagnetisierungs- + Reibungsverluste  $P_{\text{Fe+R}} = 25\%$  der Gesamtverluste betragen.

- 1) Berechnen Sie Ankernennstrom  $I_N$ , Wellendrehmoment  $M_N$ , die Verluste  $P_{\text{Cu,a}}$  und  $P_{\text{Fe+R}}$ , den Ankerwicklungswiderstand  $R_a$  und die Leerlaufdrehzahl  $n_0$ . Vernachlässigen Sie den Bürstenspannungsfall  $U_b$ .
- 2) Bestimmen Sie den Wert des Anlasswiderstands  $R_{\text{Anlasser}}$ , damit das Anfahrmoment  $M_1$  bei  $U_a = U_N$  das 1.5-fache Nennmoment bei Nennfluss  $\Phi_N$  ist! Ist der Anlassstrom  $I_{a1}$  auch das 1.5-fache des Nennstroms? Begründen Sie dies!
- 3) Die Ankerspannung  $U_a$  wird über den B6C-Stromrichter auf  $0.8 \cdot U_N$  abgesenkt. Wie groß ist bei  $\Phi_N$  die Drehzahl  $n$  bei  $M_e = 0.5 M_N$ ?
- 4) Die Maschine wird nun bei aufgetauchtem U-Boot als Generator zum Laden der Bordbatterien eingesetzt, angetrieben durch den Schiffsdiesel mit  $n_N = 1530 \text{min}^{-1}$ . Wie groß sind die induzierte Leerlaufspannung  $U_0 = U_i$  und die Anker-Klemmenspannung  $U_a$  bei  $I_a = I_N$  (bei  $\Phi = \Phi_N$ )?
- 5) Wie groß ist die Klemmenspannung  $U_a$  bei  $\Phi = 0.7 \cdot \Phi_N$  und  $I_a = I_N/2$ ?
- 6) Wie groß müsste die Drehzahl  $n$  sein, damit der Generator bei Nennfluss  $\Phi_N$  und Nennstrom  $I_N$  an den Klemmen eine Ankerspannung von der Größe der Leerlaufspannung  $U_0$  aus 4) erzeugt?

**Lösung zu Aufgabe 4.18:**

1)

$$I_N = I_{aN} = \frac{P_N / \eta_N}{U_{aN}} = \frac{P_N / \eta_N}{U_N} = \frac{65000 / 0.9}{440} = \underline{\underline{164.1A}},$$

$$M_N = \frac{P_N}{2\pi \cdot n_N} = \frac{65000}{2\pi \cdot 1300 / 60} = \underline{\underline{477.5Nm}},$$

$$\eta_N = \frac{P_{m,out}}{P_{e,in}} = \frac{P_N}{P_N + P_d} \Rightarrow \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N = P_d = \left( \frac{1}{0.9} - 1 \right) \cdot 65000 = \underline{\underline{7222.2W}}$$

$$P_{Cu,a} = 0.75 \cdot P_d = 0.75 \cdot 7222.2 = \underline{\underline{5416.7W}}, \quad P_{Fe+R} = 0.25 \cdot P_d = 0.25 \cdot 7222.2 = \underline{\underline{1805.5W}},$$

$$P_{Cu,a} = R_a I_N^2 + U_b I_N \approx R_a I_N^2 \Rightarrow R_a = P_{Cu,a} / I_N^2 = 5416.7 / 164.1^2 = \underline{\underline{0.201\Omega}}$$

$$U_b \approx 0: U_N = 2\pi \cdot n_N \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_N,$$

$$2\pi \cdot k_2 \Phi_N = \frac{U_N - R_a \cdot I_N}{n_N} = \frac{440 - 0.201 \cdot 164.1}{1300 / 60} = 18.79 \text{Vs}, \quad k_2 \Phi_N = \frac{18.79}{2\pi} = 2.99 \text{Vs}$$

$$n_0 = U_N / (2\pi \cdot k_2 \Phi_N) = 440 / 18.79 = 23.42 / \text{s} = \underline{\underline{1405.4 / \text{min}}}$$

2)

$$n = 0: U_N = (R_a + R_{anlasser}) \cdot I_{a1}, \quad M_1 = 1.5 \cdot M_N = k_2 \Phi_N \cdot I_{a1},$$

$$R_{anlasser} = \frac{U_N}{I_{a1}} - R_a = \frac{U_N \cdot k_2 \Phi_N}{1.5 \cdot M_N} - R_a = \frac{440 \cdot 2.99}{1.5 \cdot 477.5} - 0.201 = \underline{\underline{1.635\Omega}}$$

$$I_{a1} = 1.5 \cdot M_N / (k_2 \Phi_N) = 1.5 \cdot 477.5 / 2.99 = 239.7 \text{A} = 1.46 \cdot I_N < 1.5 \cdot I_N$$

Der Anfahrstrom  $I_{a1}$  ist geringer als der 1.5-fache Nennstrom, weil im Stillstand  $n = 0$  die bremsenden Verluste  $P_{Fe+R}$  Null sind, so dass das elektromagnetische Luftspaltpmoment direkt an der Welle wirksam ist.

3)

$$U_a = 0.8 \cdot U_N = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_a, \quad I_a = 0.5 \cdot M_N / (k_2 \Phi_N),$$

$$n = \frac{0.8 \cdot U_N - R_a \cdot 0.5 M_N / (k_2 \Phi_N)}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N}$$

$$n = \frac{0.8 \cdot 440 - 0.201 \cdot 0.5 \cdot 477.5 / 2.99}{2\pi \cdot 2.99} = 18.749 - 0.855 = \underline{\underline{17.89 / \text{s}}} = \underline{\underline{1073.6 / \text{min}}}$$

4)

$$U_i = U_0 = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N = 2\pi \cdot \frac{1530}{60} \cdot 2.99 = \underline{\underline{478.7V}},$$

$$U_a = U_0 - I_N R_a = 478.7 - 164.1 \cdot 0.201 = \underline{\underline{445.8V}}$$

5)

$$U_a = U_0 \cdot \frac{\Phi}{\Phi_N} - \frac{1}{2} \cdot I_N R_a = 0.7 \cdot 478.7 - 0.5 \cdot 164.1 \cdot 0.201 = \underline{\underline{318.6V}}$$

6)

$$U_a = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N - R_a \cdot I_N = U_0,$$

$$n = \frac{U_0 + R_a \cdot I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} = \frac{478.7 + 0.201 \cdot 164.1}{2\pi \cdot 2.99} = \underline{\underline{27.25 / \text{s}}} = \underline{\underline{1635 / \text{min}}}$$

**Aufgabe 4.19: Gleichstrom-Nebenschlussmaschine**

Ein Gleichstrom-Nebenschlussmotor ( $U_N = 220 \text{ V}$ ,  $P_N = 6 \text{ kW}$ , Wirkungsgrad  $\eta_N = 85\%$ ) wird über eine Aluminium-Doppelleitung mit  $R'_L = 2 \text{ m}\Omega/\text{m}$  Längswiderstand pro Meter von einer Bleibatterie aus 750 m versorgt.

- 1) Wie viele Batteriezellen  $N_Z$  sind für den Nennbetrieb des Motors in Serie zu schalten (Leerlaufspannung  $U_{Z0}$  je Zelle 2 V, Innenwiderstand  $R_{Zi}$  je Zelle 10 m $\Omega$ )? Runden Sie  $N_Z$  auf einen geraden Wert! Wie groß ist die Leerlaufspannung  $U_{B0}$  der Batterie?
- 2) Wie groß sind die Verluste in der Batterie  $P_B$ , auf der Leitung  $P_L$  und im Motor  $P_d$ ?
- 3) Um wie viele Prozent können die Gesamtverluste  $P_{\text{ges}}$  verringert werden, wenn ein Motor für doppelte Nennspannung  $U_N = 440 \text{ V}$ ,  $P_N = 6 \text{ kW}$  verwendet und indem die Ankerleiterzahl verdoppelt und der Leiterquerschnitt halbiert wird? Gehen Sie schrittweise vor:
  - a) Wie groß ist der neue Motornennstrom?
  - b) Ändert sich die Ankerleiterstromdichte?
  - c) Wie verändern sich der Ankerwiderstand  $R_a$  und die Ankerstromwärmeverluste  $P_{\text{Cu,a}}$ ?
  - d) Ändert sich der Ankerwirkungsgrad  $\eta_N$ , wenn der Bürstenspannungsfall  $U_b$  vernachlässigt wird?
  - e) Wie verändert sich  $R'_L$ , wenn für gleiche Leiterstromdichte eine angepasste Doppelleitung verwendet wird?
  - f) Wie viele Zellen  $N_Z$  sind nun nötig?
  - g) Wie groß sind die Verluste  $P_B$ ,  $P_L$ ,  $P_d$  und deren Summe  $P_{\text{ges}}$  im Nennpunkt?
- 4) Bewerten Sie das Ergebnis! Wo wird dieses Prinzip der Verlustverringering durch Erhöhung der Betriebsspannung großtechnisch eingesetzt?
- 5) Zeigen Sie allgemein anhand einer Doppelleitung, dass bei gleicher Stromdichte  $J$  eine Erhöhung der Betriebsspannung  $U$  die Übertragungsverluste  $P_d$  über die Distanz  $l$  proportional  $P_d \sim 1/U_b$  senkt!

**Lösung zu Aufgabe 4.19:**

1)

$$l = 750 \text{ m}, R_L = R'_L \cdot 2 \cdot l = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 750 = 3 \Omega,$$

$$I_N = (P_N / \eta_N) / U_N = (6000 / 0.85) / 220 = 32.1 \text{ A},$$

$$N_Z \cdot U_{Z0} = (N_Z \cdot R_{Zi} + R_L) \cdot I_N + U_N \Rightarrow N_Z = \frac{R_L I_N + U_N}{U_{Z0} - R_{Zi} I_N} = \frac{3 \cdot 32.1 + 220}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 32.1} = 188.3 \approx \underline{189}$$

$$U_{B0} = N_Z \cdot U_{Z0} = 189 \cdot 2 = \underline{378 \text{ V}}$$

2)

$$P_B = N_Z \cdot R_{Zi} \cdot I_N^2 = 189 \cdot 0.01 \cdot 32.1^2 = \underline{1947.5 \text{ W}}, P_L = R_L \cdot I_N^2 = 3 \cdot 32.1^2 = \underline{3091.2 \text{ W}},$$

$$P_d = \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N = \left( \frac{1}{0.85} - 1 \right) \cdot 6000 = \underline{1058.8 \text{ W}}$$

3)

a)  $U_{N,neu} = 2U_N = 440 \text{ V}$ ,  $I_{N,neu} = I_N / 2 = 32.1 / 2 = \underline{16.05 \text{ A}}$  für gleiche elektrische Leistung  
 $P_{e,in} = U_N \cdot I_N = 220 \cdot 32.1 = U_{N,neu} \cdot I_{N,neu} = 440 \cdot 16.05 = \underline{7062 \text{ W}} !$

b) Bei halbiertem Leiterquerschnitt  $q_{\text{Cu}}/2$  und halbiertem Strom  $I_a/2$  bleibt die Stromdichte  $J = I / q_{\text{Cu}}$  unverändert konstant.

c) Der Ankerwicklungswiderstand  $R_a$  steigt mit der Leiterlänge, also mit der Anzahl der Leiter  $z$  gemäß  $R_a \sim z/q_{Cu}$  und wegen des halbierten Leiterquerschnitts somit mit  $z \rightarrow 2z$ ,  $q_{Cu} \rightarrow q_{Cu}/2$ :  $R_a \rightarrow R_{a,neu} = 4R_a$  auf das Vierfache an. Die Stromwärmeverluste bleiben aber konstant:  $P_{Cu,a} = R_a I_a^2 = R_{a,neu} I_{a,neu}^2 = 4R_a \cdot (I_a/2)^2$ !

d) Wegen der konstanten Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste  $P_{fr+w} + P_{Fe} = \text{konst.}$  bleiben die Verluste in der E-Maschine  $P_d = 1058.8 \text{ W}$  und damit der Wirkungsgrad  $\eta_N$  konstant. Es tritt weiterhin die Abgabeleistung  $P_N = 6 \text{ kW}$  auf.

e) Wegen  $I_{N,neu} = I_N/2$  wird bei konstanter Stromdichte  $J = \text{konst.}$  der Leiterquerschnitt der Doppelleitung halbiert:  $q_L \rightarrow q_L/2$ . Es verdoppelt sich der Leitungswiderstand:

$$R_L = \frac{2l}{\kappa_{Al} \cdot q_L} \rightarrow R_{L,neu} = 2R_L = 6\Omega.$$

$$f) N_{Z,neu} = \frac{R_{L,neu} I_{N,neu} + U_{N,neu}}{U_{Z0} - R_{Zi} \cdot I_{N,neu}} = \frac{6 \cdot 16.05 + 440}{2 - 10 \cdot 10^{-3} \cdot 16.05} = 291.5 \approx \underline{\underline{292}}$$

$$g) P_{B,neu} = N_{Z,neu} \cdot R_{Zi} \cdot I_{N,neu}^2 = 292 \cdot 0.01 \cdot 16.05^2 = \underline{\underline{752.2 \text{ W}}},$$

$$P_{L,neu} = R_{L,neu} \cdot I_{N,neu}^2 = 6 \cdot 16.05^2 = \underline{\underline{1545.6 \text{ W}}}, P_d = \underline{\underline{1058.8 \text{ W}}},$$

$$P_{ges} = P_d + P_B + P_L = 1058.8 + 1947.5 + 3091.2 = \underline{\underline{6097.5 \text{ W}}},$$

$$P_{ges,neu} = P_d + P_{B,neu} + P_{L,neu} = 1058.8 + 752.2 + 1545.6 = \underline{\underline{3356.6 \text{ W}}},$$

$$P_{ges,neu} / P_{ges} = 3356.6 / 6097.5 = \underline{\underline{0.55}}, N_{Z,neu} / N_Z = 292 / 189 = \underline{\underline{1.55}}.$$

4)

Bei einer Erhöhung der erforderlichen Zellenzahl um 55% können die Gesamtverluste  $P_{ges}$  nahezu halbiert werden, die ansonsten etwa gleich groß wie die Motorabgabeleistung  $P_N$  sind. Da nur 16 A anstatt 32 A fließen, können ggf. kostengünstigere Batteriezellen für diesen geringeren Nennstrom beschafft werden. Bei der Energieübertragung mit hoher Wechselspannung (Deutschland: 380 kV, 50 Hz Höchstspannungsebene) wird das Prinzip der Übertragungsverlustverringerung durch Spannungserhöhung eingesetzt.

5)

$$P = U \cdot I, R_L = \frac{2l}{\kappa \cdot q_L}, J = \frac{I}{q_L} = \text{konst.}, P_d = R_L \cdot I^2$$

$$U' > U : \text{z.B. } U' = 2U, P = U' \cdot I', I' = I/2, q'_L = q_L/2, J = \frac{I'}{q'_L} = \text{konst.},$$

$$P'_d = R'_L \cdot I'^2 = \frac{2l}{\kappa \cdot q'_L} \cdot \left(\frac{I}{2}\right)^2 = \frac{2 \cdot 2l}{\kappa \cdot q_L} \cdot \left(\frac{I}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2l}{\kappa \cdot q_L} \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot R_L \cdot I^2 = \frac{P_d}{2}$$

$$\underline{\underline{P'_d = P_d \cdot \left(\frac{U}{U'}\right)}}$$

#### **Aufgabe 4.20: Gleichstrommaschine an langer Leitung**

Eine fremderregte Gleichstrommaschine mit den Motordaten  $U_N = 440 \text{ V}$ ,  $P_N = 22 \text{ kW}$ ,  $\eta_N = 0.9$  (Ankerwirkungsgrad),  $n_N = 950 \text{ min}^{-1}$  wird aus einem  $l = 1.5 \text{ km}$  entfernten Gleichrichter ( $U_N = 440 \text{ V}$ ) über eine Kupfer-Doppelleitung ( $\kappa = 56 \text{ Sm/mm}^2$ ,  $q_{Cu} = 25 \text{ mm}^2$  Leiterquerschnittsfläche) versorgt!

- 1) Berechnen Sie den Ankerwiderstand  $R_a$ , wenn außer den Stromwärmeverlusten alle anderen Verluste vernachlässigt werden.
- 2) Wie groß ist die Leerlaufdrehzahl  $n_0$  bei  $U_a = U_N$ ?
- 3) Wie groß ist der ohm'sche Widerstand der Doppelleitung  $R_L$ ?
- 4) Welche Leistung kann der Motor bei Betrieb mit Nennstrom und Nennfluss abgeben, wenn er wie oben beschrieben versorgt wird? Wie groß ist die Motordrehzahl?
- 5) Um wie viel muss der Fluss  $\Phi/\Phi_N$  geschwächt werden, um bei Nennstrom wieder Nenndrehzahl  $n_N$  zu erreichen? Wie groß sind das Drehmoment  $M$  und die Abgabeleistung  $P_{m,out}$ ? Ist die Abgabeleistung gegenüber 4) verändert?
- 6) Die Maschine soll nun als fremderregter Generator arbeiten, angetrieben von einem Notstromdiesel, um eine Batterie, die parallel zum nun inaktiven Gleichrichter geschaltet ist, zu laden. Die Batterie (Quellenspannung  $U_{B0} = 440$  V) hat einen Innenwiderstand  $R_{IB} = 1 \Omega$ . Wie groß muss die induzierte Spannung  $U_i$  im Generator sein, um die Batterie mit 10 A Ladestrom zu laden? Wie groß muss dafür die Drehzahl des antreibenden Dieselmotors  $n$  bei  $\Phi = \Phi_N$  sein?

### Lösung zu Aufgabe 4.20:

1)

$$I_N = \frac{P_N}{\eta_N} \cdot \frac{1}{U_N} = \frac{22000/0.9}{440} = 55.5 \text{ A},$$

$$P_d = \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N = R_a I_N^2 \Rightarrow R_a = \frac{1}{I_N^2} \cdot \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \cdot P_N = \frac{1}{55.5^2} \cdot \left( \frac{1}{0.9} - 1 \right) \cdot 22000 = \underline{\underline{0.792 \Omega}}$$

2)

$$U_N = 2\pi \cdot n_N \cdot k_2 \Phi_N + R_a \cdot I_N, \quad k_2 \Phi_N = \frac{U_N - R_a \cdot I_N}{2\pi \cdot n_N} = \frac{440 - 55.5 \cdot 0.792}{2\pi \cdot 950/60} = \underline{\underline{3.98 \text{ Vs}}}$$

$$U_N = 2\pi \cdot n_0 \cdot k_2 \Phi_N \Rightarrow n_0 = \frac{U_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} = \frac{440}{2\pi \cdot 3.98} = 17.59 / \text{s} = \underline{\underline{1055 / \text{min}}}$$

3)

$$R_L = \frac{2l}{\kappa_{Cu} \cdot q_L} = \frac{2 \cdot 1500}{56 \cdot 10^6 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{2.14 \Omega}}$$

4)

$$U_N = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N + (R_a + R_L) \cdot I_N,$$

$$n = \frac{U_N - (R_a + R_L) \cdot I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} = \frac{440 - (0.792 + 2.14) \cdot 55.5}{2\pi \cdot 3.98} = \underline{\underline{11.08 / \text{s}}} = \underline{\underline{664.9 / \text{min}}},$$

$$M_{eN} = M_N = k_2 \Phi_N \cdot I_N = 3.98 \cdot 55.5 = 221.1 \text{ Nm},$$

$$P_{m,out} = 2\pi \cdot n_N \cdot M_N = 2\pi \cdot 11.08 \cdot 221.1 = \underline{\underline{15392 \text{ W}}} \text{ anstatt } 22.0 \text{ kW (nur 70%!)}$$

5)

$$U_N = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi + (R_a + R_L) \cdot I_N,$$

$$k_2 \Phi = \frac{U_N - (R_a + R_L) \cdot I_N}{2\pi \cdot n} = \frac{440 - (0.792 + 2.14) \cdot 55.5}{2\pi \cdot (950/60)} = 2.79 \text{ Vs}, \quad \frac{\Phi}{\Phi_N} = \frac{k_2 \Phi}{k_2 \Phi_N} = \frac{2.79}{3.98} = \underline{\underline{0.7}}$$

$$M_e = M = k_2 \Phi \cdot I_N = 2.79 \cdot 55.5 = 155 \text{ Nm} : 70\% \text{ des Nennmoments!}$$

$$\frac{P_{m,out}}{P_N} = \frac{2\pi \cdot n_N \cdot M}{2\pi \cdot n_N \cdot M_N} = \frac{M}{M_N} = \underline{\underline{0.7}}$$

Die Abgabeleistung ist gegenüber 4) gleich geblieben. Es ist lediglich  $n$  höher, dafür  $M$  kleiner.

6)

Im Erzeuger-Zählpeilsystem gilt:  $U_i = R_a \cdot I_a + R_L \cdot I_a + R_{B0} \cdot I_a + U_{B0}$ ,

$$U_i = (0.792 + 2.14 + 1) \cdot 10 + 440 = \underline{479.3V},$$

$$U_i = 2\pi \cdot n \cdot k_2 \Phi_N, n = \frac{U_i}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} = \frac{479.3}{2\pi \cdot 3.98} = \underline{19.167/s} = \underline{1150/min}$$

### Aufgabe 4.21: Permanentmagneterregter Gleichstrommotor

Ein permanentmagneterregter Gleichstrommotor mit  $U_N = 220 \text{ V}$ ,  $P_N = 1 \text{ kW}$  mit der Leerlaufdrehzahl  $n_0 = 4000/\text{min}$  hat bei ausschließlicher Berücksichtigung der Stromwärmeverluste in der Ankerwicklung einen Wirkungsgrad  $\eta_N = 85\%$ .

1) Berechnen Sie Nennstrom  $I_N$ , Nennzahl  $n_N$  und Nennmoment  $M_N$ !

2) Auf welchen Wert sinkt die Drehzahl, wenn infolge einer Störung die Gleichspannung an den Ankerklemmen auf  $U_a = 117 \text{ V}$  absinkt, das Lastmoment aber unverändert  $M_L = M_N$  ist?

3) Wie groß sind bei  $U_a = 117 \text{ V}$  der Strom  $I_{a1}$  und das Drehmoment  $M_1$  beim Einschalten ( $n = 0$ )? Der Motor wird über eine Seilwinde und eine daran hängende Last belastet und läuft von  $n = 0$  gegen ein konstantes Lastmoment  $M_L = 0.6 M_N$  hoch, um diese Last zu heben. Wie groß ist die sich einstellende stationäre Drehzahl für das Heben der Last? Zeichnen Sie maßstäblich die  $n(M_e)$ -Kennlinie und die Lastmomentkennlinie für  $0 \leq M_e \leq M_N$ !

4) Der Motor soll bei  $U_a = 117 \text{ V}$  über die Seilwinde mit  $n = 400/\text{min}$  diese Last absenken und erhält dafür einen Vorwiderstand  $R_V$  in den Ankerkreis eingeschaltet. Wie groß muss dieser Vorwiderstand sein? Zeichnen Sie die  $n(M_e)$ -Kennlinie und die Lastkennlinie maßstäblich für  $0 \leq M_e \leq M_N$  für diesen Fall! Dieser Betriebsfall heißt „Senkbremsen“! Erläutern Sie, warum, indem Sie die mechanische und die elektrische Leistung berechnen! Kann ein Wirkungsgrad bestimmt werden?

### Lösung zu Aufgabe 4.21:

1)

$$P_{m,out} = P_N \Rightarrow P_{e,in} = P_N / \eta_N = 1000 / 0.85 = 1176.5 \text{ W}, I_N = P_{e,in} / U_N = 1176.5 / 220 = \underline{5.34A}$$

$$\text{Gesamtverluste: } P_d = P_{Cu,a} = R_a I_N^2 = P_{e,in} - P_N = 1176.5 - 1000 = 176.5 \text{ W},$$

$$R_a = P_{Cu,a} / I_N^2 = 176.5 / 5.34^2 = 6.17 \Omega, k_2 \Phi = U_N / (2\pi \cdot n_0) = 220 / (2\pi \cdot (4000 / 60)) = 0.525 \text{ Vs},$$

$$n_N = \frac{U_N - R_a I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi} = \frac{220 - 6.17 \cdot 5.34}{2\pi \cdot 0.525} = \underline{56.7/s} = \underline{3402/min}$$

$$M_N = P_N / (2\pi \cdot n_N) = 1000 / (2\pi \cdot 56.7) = \underline{2.81Nm} = M_e$$

2)

Wegen  $M_L = M_N = \text{konst.}$  ist  $I_a = I_N = \text{konst.}$ , daher folgt:

$$n = \frac{U_a - R_a I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi} = \frac{117 - 6.17 \cdot 5.34}{2\pi \cdot 0.525} = \underline{25.5/s} = \underline{1528/min}$$

3)

$$n = 0 = \frac{U_a - R_a I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi} \Rightarrow I_N = U_a / R_a = 117 / 6.17 = \underline{18.96A} = \underline{3.55 \cdot I_N},$$

$$M_1 = k_2 \Phi \cdot I_{a1} = 3.55 \cdot k_2 \Phi \cdot I_N = \underline{\underline{3.55 \cdot M_N}} = \underline{\underline{9.98 \text{ Nm}}},$$

$$M_L = 0.6 \cdot M_N = 0.6 \cdot k_2 \Phi \cdot I_N = 1.69 \text{ Nm} \Rightarrow I_a = 0.6 \cdot I_N$$

$$n = \frac{U_a - R_a \cdot 0.6 \cdot I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi} = \frac{117 - 6.17 \cdot 0.6 \cdot 5.34}{2\pi \cdot 0.525} = \underline{\underline{29.5 / \text{s}}} = \underline{\underline{1769 / \text{min}}}$$

$$n = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{2\pi \cdot k_2 \Phi} = \frac{U_a}{2\pi \cdot k_2 \Phi} - \frac{R_a \cdot M_e}{2\pi \cdot (k_2 \Phi)^2} = \underline{\underline{n'_0 - k_M \cdot M_e}}$$

$$n'_0 = \frac{U_a}{2\pi \cdot k_2 \Phi} = \frac{117}{2\pi \cdot 0.525} = \underline{\underline{35.47 / \text{s}}} = \underline{\underline{2128 / \text{min}}},$$

$$k_M = \frac{R_a}{2\pi \cdot (k_2 \Phi)^2} = \frac{6.17}{2\pi \cdot 0.525^2} = \underline{\underline{3.56 / (\text{Nm} \cdot \text{s})}} = \underline{\underline{213.77 / (\text{Nm} \cdot \text{min})}},$$

Zahlenwertgleichung:  $\underline{\underline{n^{[1/\text{min}]}} = 2128 - 213.77 \cdot M_e^{[\text{Nm}]}}$  siehe Bild 4.21-1, Kennlinie (i)

4)

Last absenken = Umkehr der Drehzahl:  $n = -400 / \text{min}!$

$$\text{Vorwiderstand in Ankerkreis: } n = \frac{U_a - (R_a + R_V) \cdot I_a}{2\pi \cdot k_2 \Phi} = n'_0 - \frac{R_a \cdot I_a}{2\pi \cdot k_2 \Phi} - \frac{R_V \cdot I_a}{2\pi \cdot k_2 \Phi}.$$

Die Leerlaufdrehzahl ist die dieselbe wie bei 3):  $n'_0 = \underline{\underline{35.47 / \text{s}}} = \underline{\underline{2128 / \text{min}}}$ !

$$M_L = 0.6 \cdot M_N \Rightarrow I_a = 0.6 \cdot I_N > 0!$$

$$R_V = \left( -n + n'_0 - \frac{R_a \cdot 0.6 \cdot I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi} \right) \cdot \frac{2\pi \cdot k_2 \Phi}{0.6 \cdot I_N}$$

$$R_V = \left( \frac{400}{60} + 35.47 - \frac{6.17 \cdot 0.6 \cdot 5.34}{2\pi \cdot 0.525} \right) \cdot \frac{2\pi \cdot 0.525}{0.6 \cdot 5.34} = \underline{\underline{37.2 \Omega}}$$

Die Kennlinie  $n = n'_0 - k'_M \cdot M_e$ ,

$$k'_M = \frac{R_a + R_V}{2\pi \cdot (k_2 \Phi)^2} = \frac{6.17 + 37.2}{2\pi \cdot 0.525^2} = \underline{\underline{25.0 / (\text{Nm} \cdot \text{s})}} = \underline{\underline{1502.6 / (\text{Nm} \cdot \text{min})}}$$

Zahlenwertgleichung:  $\underline{\underline{n^{[1/\text{min}]}} = 2128 - 1502.6 \cdot M_e^{[\text{Nm}]}}$  siehe Bild 4.21-1, Kennlinie (ii)

$$P_m = P_{m,out} = 2\pi \cdot n \cdot M_L = 2\pi \cdot \frac{(-400)}{60} \cdot 1.69 = \underline{\underline{-71 \text{ W}}} \Rightarrow P_{m,in} = 71 \text{ W}$$

Die mechanische Leistung an der Welle ist negativ, wird also der E-Maschine zugeführt und treibt diese an. Das positive Drehmoment wirkt gegen die negative Drehzahl und bremst daher die E-Maschine, so dass die Last gebremst abgesenkt wird = „Senkbremsen“.

$P_e = U_a \cdot I_a = 117 \cdot 0.6 \cdot 5.34 = \underline{\underline{375 \text{ W}}} = P_{e,in}$ : Die E-Maschine nimmt elektrische Leistung an den Ankerklemmen auf.

$$P_d = (R_a + R_V) \cdot I_a^2 = (6.17 + 37.2) \cdot (0.6 \cdot 5.34)^2 = 445 \text{ W} = P_{e,in} + P_{m,in}$$

Die E-Maschine nimmt somit sowohl mechanische als auch elektrische Leistung auf und setzt diese in der Ankerwicklung und im Vorwiderstand in Wärme um. Ein Wirkungsgrad kann nicht definiert werden; die E-Maschine wirkt als bremssende „Wärmesenke“.

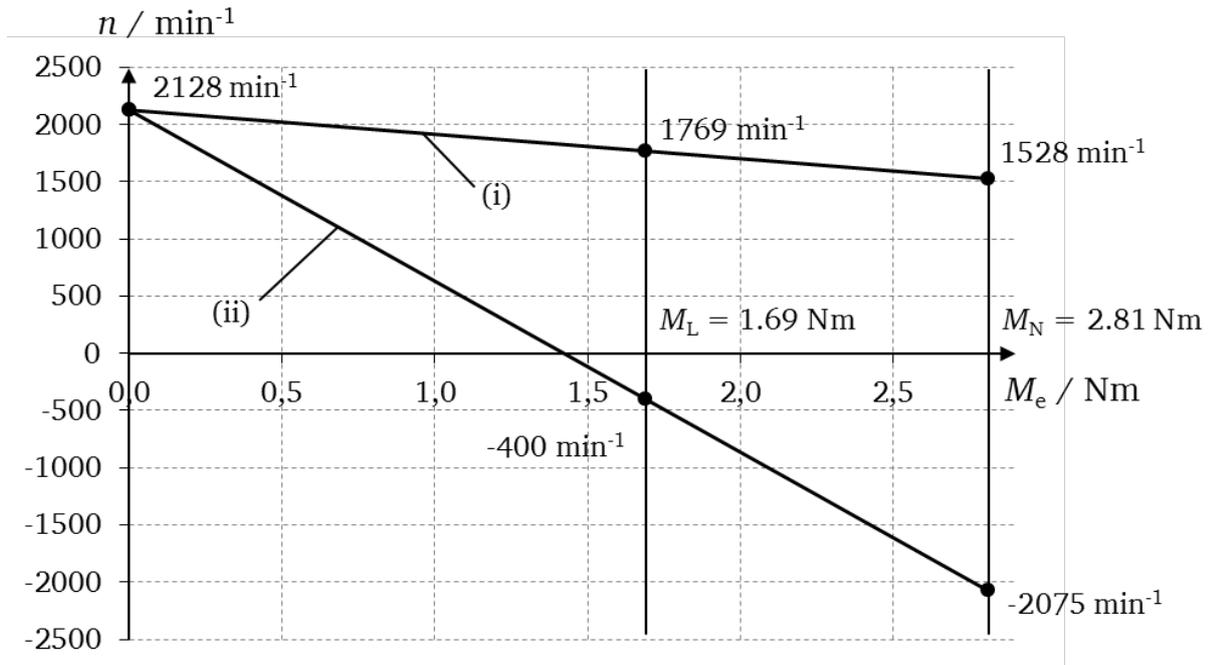


Bild 4.21-1: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie bei  $U_a = 117 \text{ V}$  (i) ohne und (ii) mit Vorwiderstand  $R_v$  für „Senkbremsen“

**Aufgabe 4.22: Gleichstrom-Aufzugsmotor**

Ein Gleichstromnebenschlussmotor ( $U_N = 440 \text{ V}$ , Ankerwirkungsgrad  $\eta_N = 0.85$ ) als Antrieb für einen Aufzug soll über ein zweistufiges Stirnradgetriebe mit dem Wirkungsgrad  $\eta_G = 0.9$  und dem Übersetzungsverhältnis  $i = n_N/n_L = 40$  eine Last mit der Masse  $m = 1.5 \text{ t}$  mit der Geschwindigkeit  $v = 0.8 \text{ m/s}$  heben. Der (mittlere) Durchmesser der mit der Lastdrehzahl  $n_L$  rotierenden Seiltrommel beträgt  $d = 0.6 \text{ m}$ .

- 1) Wie groß muss die Motornennleistung  $P_N$  sein? Bestimmen Sie die Motor-Nennzahl  $n_N$  und berechnen Sie den Nennstrom  $I_N$ , das Nennmoment  $M_N$  und die Verlustleistungen  $P_d$  im Motor und  $P_{dG}$  im Getriebe!
- 2) Die Einspeisung der Ankerspannung erfolgt über eine im Keller des Hauses befindliche Hausbatterie. Die Distanz zwischen Batterie und Motor beträgt  $l = 50 \text{ m}$ . Dimensionieren Sie den Querschnitt  $q_{Cu}$  der Kupfer-Doppelleitung (Leitfähigkeit  $\kappa_{Cu} = 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ), so dass die Übertragungsverluste  $P_L$  10% der Motorverluste  $P_d$  betragen. Runden Sie sinnvoll! Wie groß ist die Stromdichte  $J$ ?
- 3) Wie viele galvanische Zellen  $N_Z$  sind in Serie nötig, wenn die Zellen-Leerlaufspannung  $U_{Z0} = 2 \text{ V}$  beträgt und der Innenwiderstand einer Zelle  $R_{Zi} = 0.5 \text{ m}\Omega$ ?
- 4) Wie groß ist der Ankerstrom im Störfall bei Blockade des Getriebes? Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Motorverluste ausschließlich durch die Stromwärme in der Ankerwicklung bedingt sind. Kommentieren Sie das Ergebnis!

**Lösung zu Aufgabe 4.22:**

1)

$$P_N = \frac{m \cdot g \cdot v}{\eta_G} = \frac{1500 \cdot 9.81 \cdot 0.8}{0.9} = \underline{13080 \text{ W}},$$

$$P_{dG} = P_N - m \cdot g \cdot v = 13080 - 11772 = \underline{1308 \text{ W}},$$

$$v = d \cdot \pi \cdot n_L \Rightarrow n_L = \frac{v}{d \cdot \pi} = \frac{0.8}{0.6 \cdot \pi} = 0.42/\text{s} = 25.5/\text{min}, \quad n_N = i \cdot n_L = 40 \cdot 25.5 = \underline{1019/\text{min}}$$

$$M_N = P_N / (2\pi \cdot n_N) = 13080 / (2\pi \cdot (1019/60)) = \underline{122.6 \text{ Nm}}$$

$$I_N = \frac{P_N}{\eta_N} \cdot \frac{1}{U_N} = \frac{13080}{0.85} \cdot \frac{1}{440} = \underline{34.97 \text{ A}}, \quad P_d = P_N \cdot \left( \frac{1}{\eta_N} - 1 \right) = 13080 \cdot \left( \frac{1}{0.85} - 1 \right) = \underline{2308 \text{ W}}$$

2)

$$P_L = 0.1 \cdot P_d = 231 \text{ W}, \quad \text{ohm'scher Widerstand der Doppelleitung: } R_L = \frac{2l}{\kappa_{Cu} \cdot q_{Cu}}.$$

$$P_L = R_L \cdot I_N^2 = \frac{2l}{\kappa_{Cu} \cdot q_{Cu}} \cdot I_N^2 \Rightarrow q_{Cu} = \frac{2l}{\kappa_{Cu} \cdot P_L} \cdot I_N^2 = \frac{2 \cdot 50}{56 \cdot 10^6 \cdot 231} \cdot 34.97^2 = 9.45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Es wird ein Leiterquerschnitt von  $q_{Cu} = 10 \text{ mm}^2$  benötigt!

$$R_L = \frac{2l}{\kappa_{Cu} \cdot q_{Cu}} = \frac{2 \cdot 50}{56 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 0.1786 \Omega, \quad J = I_N / q_{Cu} = 34.97 / 10 = \underline{3.5 \text{ A/mm}^2}$$

3)

$$N_Z \cdot (U_{Z0} - R_{Zi} \cdot I_N) - R_L \cdot I_N = U_N,$$

$$N_Z = \frac{U_N + R_L \cdot I_N}{U_{Z0} - R_{Zi} \cdot I_N} = \frac{440 + 0.1786 \cdot 34.97}{2 - 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot 34.97} = \frac{446.2}{2 - 0.0175} = 225.09 \Rightarrow N_Z = \underline{226}$$

4)

$$P_d = R_a \cdot I_N^2, \quad R_a = P_d / I_N^2 = 2308 / 34.97^2 = 1.887 \Omega$$

$$n = 0 \Rightarrow U_i = 0: N_Z \cdot U_{Z0} - (N_Z \cdot R_{Zi} + R_L + R_a) \cdot I_a = 0$$

$$I_a = \frac{N_Z \cdot U_{Z0}}{N_Z \cdot R_{Zi} + R_L + R_a} = \frac{226 \cdot 2}{226 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} + 0.1786 + 1.887} = \underline{207.5 \text{ A}} = 5.9 \cdot I_N$$

Dieser nahezu 6-fache Störstrom ist wegen der 36-fachen Verluste zu hoch (Überhitzung, Zerstörung der Wicklung) und muss durch ein schnell schaltendes Gleichstrom-Motorschütz als Motorschutzschalter abgeschaltet werden.

**Aufgabe 4.23: Kleiner Universalmotor**

Ein 2-poliger Universalmotor (Bild 4.23-1) hat einen Stator-Innendurchmesser  $d_{s,i} = 44 \text{ mm}$ , eine axiale Blechpaket-Eisenlänge  $l_i = 40 \text{ mm}$ , eine ideale Polbedeckung  $\alpha_e = 0.63$  und bei Erregung mit Nennstrom eine maximale radiale Luftspaltflussdichte  $B_{\delta m} = 0.4 \text{ T}$ . Der Läufer (Anker) hat  $Q_r = 12$  Nuten, eine Schleifen-Zweischichtwicklung,  $u = 2$  Spulenseiten je Nut und Schicht und  $N_c = 66$  Windungen je Spule. Die Widerstände von Feld- und Ankerwicklung sind  $R_f = 17.4 \Omega$  und  $R_a = 30.6 \Omega$ , die zugehörigen Induktivitäten  $L_f = 417 \text{ mH}$  und  $L_a = 142 \text{ mH}$ . Der Motor wird am Einphasen-Wechselstromnetz  $U_N = 230 \text{ V}$ , AC, effektiv,  $f_N = 50 \text{ Hz}$  bei einer Nenndrehzahl  $n_N = 6000/\text{min}$  betrieben.

1) Wie groß sind die Kommutatorstegzahl  $K$  und die Anzahl  $z$  der Ankerleiter?

2) Berechnen Sie den Scheitelwert des Hauptflusses  $\Phi_h$ ! Mit welcher Frequenz pulsiert er?

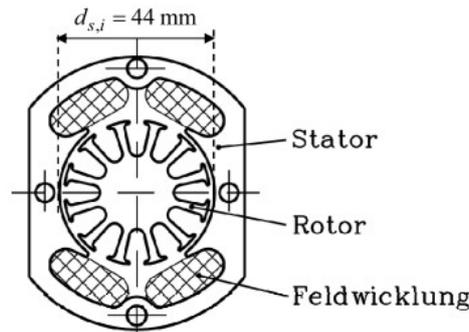


Bild 4.23-1: Querschnitt eines 2-poligen Universalmotors ohne Darstellung der Läuferwicklung

- 3) Berechnen Sie den Scheitelwert  $\hat{U}_i$  und Effektivwert  $U_i$  der induzierten Ankerspannung bei Nenndrehzahl! Mit welcher Frequenz pulsiert diese Spannung und warum? Ist diese Wechselspannung  $u_i$  in Phase mit dem erregenden Ankerstrom  $i_a$ ? Wenn ja, warum?
- 4) Warum darf im Folgenden der Bürstenspannungsfall 2 V vernachlässigt werden? Wie groß sind der resultierende *ohm'sche* Widerstand  $R_{af}$  und die resultierende Induktivität  $L_{af}$  der Motorwicklung?
- 5) Warum ist die induzierte Ankerspannung in Phase mit dem *ohm'schen* Spannungsfall am Widerstand  $R_{af}$ ?
- 6) Zeigen Sie, dass bei  $I_a = I_N = 0.73$  A und  $n_N$  die Klemmenspannung  $U_N = 230$  V (effektiv) auftritt! Verwenden Sie dazu die komplexe Wechselstromrechnung und nehmen Sie  $\underline{I}_a = I_a$  reell an!
- 7) Berechnen Sie zu 6) das mittlere elektromagnetische Drehmoment  $M_{e,av}$ ! Wie groß ist das bremsende Verlustmoment  $M_d$  infolge Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste im Läufer, wenn der Motor  $P_m = 90$  W als mechanische Leistung abgibt?
- 8) Berechnen Sie den Motorwirkungsgrad  $\eta$  und den  $\cos\phi$ !
- 9) Wie groß ist die transformatorische Funkenspannung  $u_{Tr}$  als Effektivwert?
- 10) Berechnen Sie den Anfahrstrom  $I_{anf}$  des Motors in A und im Verhältnis zu  $I_N$  bei AC- und DC-Betrieb bei stets gleicher Klemmenspannung 230 V (AC, eff.) und 230 V DC!

**Lösung zu Aufgabe 4.23:**

1)

$$K = Q_r \cdot u = 12 \cdot 2 = 24, \quad z = 2 \cdot N_c \cdot K = 2 \cdot 66 \cdot 24 = 3168,$$

2)

$$\tau_p = d_{s,i} \cdot \pi / (2p) = 44 \cdot \pi / 2 = 69.1 \text{ mm},$$

$\Phi_h = \alpha_e \cdot \tau_p \cdot l_i \cdot B_{\delta m} = 0.63 \cdot 0.0691 \cdot 0.04 \cdot 0.4 = 0.697 \text{ mWb}$ . Der Hauptfluss pulsiert mit Netzfrequenz 50 Hz, weil er wegen der Reihenschlusserregung vom netzfrequenten Wechselstrom  $i_a$  erregt wird:  $\Phi_h \sim i_a$ .

3)

$$\frac{p}{a} = 1: \hat{U}_i = \frac{z \cdot p}{a} \cdot n_N \cdot \Phi_h = \frac{3168 \cdot 1}{1} \cdot \frac{6000}{60} \cdot \frac{0.697}{10^3} = 220.8 \text{ V}, \quad U_i = \frac{\hat{U}_i}{\sqrt{2}} = \frac{220.8}{1.4142} = 156.1 \text{ V}.$$

Die Wechselspannung  $u_i$  pulsiert mit 50 Hz, weil der sie induzierende Hauptfluss  $\Phi_h$  mit 50 Hz pulsiert. Sie ist in Phase mit dem erregenden Ankerstrom  $i_a$ , weil der Hauptfluss  $\Phi_h$  sich proportional zum Ankerstrom ändert:  $\Phi_h \sim i_a$ .

4)

Der Bürstenspannungsfall 2 V ist deutlich kleiner als die Versorgungsspannung 230 V und darf deshalb vernachlässigt werden. Wegen der Reihenschlusserregung sind Anker- und Feldwicklung in Serie geschaltet. Deshalb gilt:  $R_{af} = R_a + R_f = 30.6 + 17.4 = 48 \Omega$ ,  $L_{af} = L_a + L_f = 142 + 417 = 559 \text{ mH}$ .

5)

Die induzierte Ankerspannung ist gemäß 2) und 3) proportional zu  $i_a$ :

$u_i(t) \sim \Phi_h(t) \sim i_a(t)$ , ebenso der *ohm'schen* Spannungsfall  $u_{R_{af}}(t) = R_{af} \cdot i_a(t) \sim i_a(t)$ .

Daher sind beide in Phase und dürfen algebraisch addiert werden.

6)

$\underline{U}_N = \underline{U}_i + R_{af} \cdot \underline{I}_a + j \cdot 2\pi \cdot f_N \cdot L_{af} \cdot \underline{I}_a$ ,  $\underline{I}_a = I_a$ ,  $\underline{U}_N = U_i + R_{af} \cdot I_a + j \cdot 2\pi \cdot f_N \cdot L_{af} \cdot I_a$ ,

$U_N = \sqrt{(U_i + R_{af} \cdot I_a)^2 + (2\pi \cdot f_N \cdot L_{af} \cdot I_a)^2}$ ,

$U_N = \sqrt{(156.1 + 48 \cdot 0.73)^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0.559 \cdot 0.73)^2} = 230.15 \text{ V} \approx 230 \text{ V}$ .

7)

$2a = 2p : M_{e,av} = \frac{z \cdot p}{2\pi \cdot a} \cdot I_N \cdot \frac{\Phi_h}{\sqrt{2}} = \frac{3168 \cdot 1}{2\pi \cdot 1} \cdot 0.73 \cdot \frac{0.697}{\sqrt{2} \cdot 10^3} = 0.181 \text{ Nm}$ ,

$P_m = 2\pi \cdot n_N \cdot M_N \rightarrow M_N = P_m / (2\pi \cdot n_N) = 90 / (2\pi \cdot (6000 / 60)) = 0.143 \text{ Nm}$ ,

$M_d = M_{e,av} - M_N = 0.181 - 0.143 = 0.0378 \text{ Nm}$ .

8)

Gesamte Verlustleistung:

$P_d = R_{af} \cdot I_N^2 + 2\pi \cdot n_N \cdot M_d = 48 \cdot 0.73^2 + 2\pi \cdot \frac{6000}{60} \cdot 0.0378 = 25.6 + 23.8 = 49.4 \text{ W}$ ,

$\eta = \frac{P_m}{P_m + P_d} = \frac{90}{90 + 49.4} = 64.56 \%$ ,  $\cos \varphi = \frac{P_m + P_d}{U_N \cdot I_N} = \frac{90 + 49.4}{230.15 \cdot 0.73} = 0.83$ .

9)

Bei  $\Phi_h(t) = \Phi_h \cdot \sin(2\pi \cdot f_N \cdot t)$  ist die transformatorische Funkenspannung in der

kommutierenden Ankerspule  $u_{Tr}(t) = -N_c \cdot d\Phi(t) / dt = -N_c \cdot 2\pi \cdot f_N \cdot \Phi_h \cdot \cos(2\pi \cdot f_N \cdot t)$ .

$U_{Tr} = N_c \cdot \sqrt{2} \pi \cdot f_N \cdot \Phi_h = 66 \cdot \sqrt{2} \pi \cdot 50 \cdot 0.697 / 10^3 = 10.22 \text{ V}$ . Dies ist ein hoher Wert und führt (ohne Wendepole) jedenfalls zu einem Bürstenfeuer an den ablaufenden Bürstenkanten.

10)

Anfahren:  $n = 0$ , daher  $U_i = 0$ . Aus 6) folgt bei AC-Betrieb:

$\underline{U}_N = R_{af} \cdot \underline{I}_{anf,AC} + j \cdot 2\pi \cdot f_N \cdot L_{af} \cdot \underline{I}_{anf,AC}$ ,

$I_{anf,AC} = \frac{U_N}{\sqrt{R_{af}^2 + (2\pi \cdot f_N \cdot L_{af})^2}} = \frac{230}{\sqrt{48^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0.559)^2}} = 1.263 \text{ A}$ ,  $\frac{I_{anf,AC}}{I_N} = \frac{1.263}{0.73} = 1.73$ .

DC-Betrieb:  $U_N = R_{af} \cdot I_{anf,DC}$ ,  $I_{anf,DC} = U_N / R_{af} = 230 / 48 = 4.792 \text{ A}$ ,

$\frac{I_{anf,DC}}{I_N} = \frac{4.792}{0.73} = 6.56$  . Bei DC-Betrieb ist der Anfahrstrom um das 3.8-fache höher, da die begrenzende Wirkung der Wicklungsinduktivitäten fehlt.

**Beispielhafte Kontrollfragen für das Erlernen des Prüfungsstoffs:****Kapitel 2. Drehfelder in elektrischen Maschinen**

- 2.1 Was ist ein Drehfeld und wie kommt es zustande? Erläutern Sie das Weiterwandern des Luftspalt-Felds am Beispiel der dreisträngigen Wicklung graphisch!
- 2.2 Wie sind Drehstromwicklungen aufgebaut (Ein- und Zweischichtwicklungen)! Erläutern Sie konzentrische Spulen und Spulen gleicher Weite (Wickelkopfgestaltung?)! Welche Bevorzugen gibt es hinsichtlich Runddraht-/Profildrahtwicklung, Niederspannungs-/Hochspannungswicklung?
- 2.3 Beschreiben Sie den Kurzschlusskäfig als einen Sonderfall einer vielsträngigen Drehstromwicklung und geben Sie die Feldverteilung im Luftspalt an!
- 2.4 Wie ist die magnetische Spannung definiert? Geben Sie die magnetische Spannungsverteilung einer Ständerspule im Luftspalt einer elektrischen Maschine an! Welche vereinfachenden Voraussetzungen werden dabei angenommen?
- 2.5 Geben Sie Formeln für die synchrone Winkelgeschwindigkeit und die zugehörige Umfangsgeschwindigkeit an! Geben Sie Zahlenwerte an für einen wasserstoffgekühlten Turbogenerator: 50Hz, 880MVA, Bohrungsdurchmesser 1.35m, 2-polig. Leiten Sie daraus ab, warum Turbogeneratoren die mechanisch am höchsten belasteten elektrischen Maschinen sind! Wie ist daher deren Rotor konstruktiv ausgeführt? In Japan und den USA sind 60Hz üblich. Was bedeutet das hinsichtlich der Fliehkraft-Beanspruchung im Läufer eines Turbogenerators?

**Kapitel 3. Mathematische Analyse von Luftspaltfeldern**

- 3.1 Drehfelder werden mit realen Wicklungen nicht oberfelderfrei erzeugt. Diskutieren Sie die das Zustandekommen und die Eigenschaften der Oberfelder (Amplitude, Umlauffrequenz, Ordnungszahl, Wellenlänge, Mit- und Gegenfelder). Wie nehmen die Amplituden der Felder mit steigender Ordnungszahl ab?
- 3.2 Erläutern Sie die Begriffe des Zonen-, Sehnungs- und Wicklungsfaktors anhand der *Fourier*-Analyse mit Formeln ! Erklären Sie den Begriff der Nutharmonischen!
- 3.3 Geben Sie eine Formel für die Ordnungszahl der Grund- und Oberwellen von a)  $m$ -strängigen Drehfeldwicklungen und b) von Käfigwicklungen an. Warum treten nur ungeradzahlige und bei a) nicht durch drei teilbare Ordnungszahlen auf?

**Kapitel 4. Spannungsinduktion in Drehstrommaschinen**

- 4.1 Das Luftspaltfeld in einem Synchrongenerator ist trotz optimierter Polschuhform der Läuferpole nicht sinusförmig. Warum ist trotzdem die induzierte verkettete Spannung nahezu exakt sinusförmig. Warum ist in der zugehörigen Phasenspannung der Oberschwingungsgehalt größer?

- 4.2 Die *Faraday'sche* Scheibe im Feld eines rotationssymmetrischen Permanent- oder Elektromagneten: Erklären Sie die Spannungsinduktion für folgende Betriebsfälle:  
a) Scheibe rotiert, Magnet ruht,  
b) Scheibe ruht, Magnet rotiert  
c) Scheibe rotiert mit anderer (konstanter) Drehzahl als Magnet  
Welchem Trugschluss kann man leicht unterliegen (Fall b))?
- 4.3 Eine im Luftspalt einer elektrischen Maschine mit konstanter Geschwindigkeit umlaufende Feld-Drehwelle induziert in einer in Ständernuten liegenden Spule eine Sinusspannung. Welche Form der Induktion (Ruh-, Bewegungsinduktion) würde ein mit der Feld-Drehwelle mitbewegter Beobachter angeben? Und welche ein mit der Spule ruhender Beobachter? Erläutern Sie dies mit Formeln!
- 4.4 Wieso ist die Gesamtfeldinduktivität einer Drehstromwicklung höher als die Grundwelleninduktivität? Was bedeutet in diesem Zusammenhang der Begriff "Oberfelderstreuung"?
- 4.5 Wie wird die Grundwellen-Drehfeldinduktivität berechnet? Vollziehen Sie den Rechnungsgang in den folgenden Schritten nach: Eine aus drei Strängen bestehende Drehfeldwicklung wird mit einem dreiphasigen Stromsystem  $I$  bestromt und baut daher ein Drehfeld mit der Grundwellenamplitude  $B_\delta$  im Luftspalt auf (Sättigung des Eisens vernachlässigt). Dieses induziert in jedem der drei Stränge die Strangspannung  $U$  (Dreiphasenspannungssystem), womit sich je Strang eine Reaktanz  $X = U/I$  und daraus eine Drehfeld-Induktivität je Strang ergeben.
- 4.6 Erklären Sie den Zonenfaktor einer Spulengruppe und den Sehnungsfaktor einer Spule anhand der Spannungsinduktion durch eine Sinus-Felddrehwelle!
- 4.7 Erklären Sie die Funktion des Drehtransformators ("Drehreglers"). Welche Vor- und Nachteile hat er gegenüber klassischen Transformatoren z. B. in Dreischenkelbauweise?
- 4.8 Erklären Sie den Unterschied zwischen „elektrischen“ und „mechanischen“ Graden! Wie erfolgt die Umrechnung? Welche Sonderstellung haben zweipolige Maschinen?

## Kapitel 5. Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine

- 5.1 Wie funktioniert die Schleifringläufer-Asynchronmaschine prinzipiell? Wie kann man die  $M(n)$ -Kennlinie der Asynchronmaschine physikalisch erklären?
- 5.2 Geben Sie die Ständer- und Läufer Spannungsgleichung je Strang für die Asynchronmaschine an und zeichnen Sie dazu das T-Ersatzschaltbild. Welche Parameter treten im Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine auf? Welche vereinfachenden Annahmen wurden dabei getroffen?
- 5.3 Welchen Vorteil bringt es, die Läufergrößen Strom, Spannung, Flussverkettung, Widerstand und Induktivität mit einem Übersetzungsverhältnis  $\bar{u}$  auf die Ständerseite umzurechnen?  
Kann  $\bar{u}$  im Prinzip willkürlich gewählt werden? Falls ja, zeigen Sie, warum!  
Welches Übersetzungsverhältnis  $\bar{u}$  ist bei Schleifringläufermaschinen gebräuchlich?

- Warum werden bei Käfigläufermaschinen für Strom und Spannung unterschiedliche Übersetzungsverhältnisse verwendet? Welche?
- 5.4 Was ist der Schlupf (Formel)? Was ist seine physikalische Bedeutung? Welche Betriebszustände entsprechen den Schlupfwerten  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $2$ ? Wie groß sind die zugehörigen Läuferfrequenzen bei angenommenen Ständerfrequenzen von a) 50Hz und b) 60Hz)?
- 5.5 Was ist der Unterschied zwischen “elektrischen” und “mechanischen” Gradangaben? Wie erfolgt die Umrechnung? Welche Sonderstellung hat die zweipolige Maschine?
- 5.6 Welche Streuflüsse der Asynchronmaschine kennen Sie? Machen Sie anschauliche Skizzen zu dem Verlauf der Streuflüsse in der Maschine! Welche Kennziffer kennzeichnet die Gesamtstreuung?
- 5.7 Was versteht man unter dem Magnetisierungsstrom einer Asynchronmaschine? Wann fließt dieser Strom real in den Wicklungssträngen der Maschine?
- 5.8 Können die Streuflüsse der Asynchronmaschine einzeln experimentell bestimmt werden? Diskutieren Sie in diesem Zusammenhang den Begriff der BLONDEL’schen Streuziffer  $\sigma$  und geben Sie eine Methode zu ihrer experimentellen Bestimmung an!
- 5.9 Was ist das innere (oder “elektrische”) Drehmoment (Luftspaltdrehmoment) der Asynchronmaschine? Welchen Zusammenhang hat es mit der “Drehfeldleistung”? Ist es größer oder kleiner als das Wellenmoment (Generator/Motor)?
- 5.10 Welche Verluste treten in einer Asynchronmaschine auf? Leiten Sie daraus die Formel für den Wirkungsgrad ab (Generator/Motor)! Welche der genannten Verlustgruppen sind im Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine bereits berücksichtigt?
- 5.11 Warum hat der Asynchronmotor ein ausgeprägtes Kippmoment? Hinweis: Bedenken Sie bei der physikalisch-qualitativen Erklärung die beiden Extrema “kleiner Schlupf, kleine Läuferfrequenz” und “großer Schlupf, große Läuferfrequenz”. Wie groß ist typisch der Kippschlupf beim Kupferkäfigläufer?
- 5.12 Ist bei der Asynchronmaschine trotz Berücksichtigung des Ständerwiderstands ( $R_s \neq 0$ ) der Kippschlupf für Generator- und Motorbetrieb gleich groß? Was gilt für die zugehörigen Kippmomente?  
Wie sieht die Situation im vereinfachten Fall  $R_s = 0$  aus?
- 5.13 Zeichnen Sie qualitativ das Spannungs- und Stromzeigerdiagramm des Asynchronmotors am “starren” Netz im Verbraucher-Zählpeilsystem bei Nennlast !
- 5.14 Was gibt das Kreisdiagramm an? Welche Größen sind dabei fest vorgegeben, welche variabel? Zeichnen Sie das Kreisdiagramm der Asynchronmaschine qualitativ bei Berücksichtigung des Ständerwiderstands (*Ossanna*-Kreis) und tragen Sie die markanten Punkte  $s = 0$ ,  $s = s_b$ ,  $s = 1$ ,  $s = \infty$  ein! Bezeichnen Sie Drehmoment- und Leistungsgerade! Wie werden mit Hilfe dieser Geraden das innere Drehmoment, die mechanische Leistung, die Stromwärmeverluste im Ständer- und Läufer bestimmt?

- 5.15 Wie beziffert man das Kreisdiagramm nach Schlupfwerten mit Hilfe der Schlupfgeraden? Die Kenntnis welcher Betriebspunkte ist dazu nötig? Qualitative Skizze!
- 5.16 Wie hoch ist typisch der Leerlaufstrom und der Anzugsstrom einer Asynchronmaschine am Netz, bezogen auf den Nennstrom?  
Wie groß sind typisch das Kipp- und das Anzugsmoment eines Hochstabläufers, bezogen auf das Nennmoment?
- 5.17 Schreiben Sie die Spannungsgleichungen für den Ständer- und Läuferkreis der Asynchronmaschine anhand des Ersatzschaltbilds auf! Ermitteln Sie daraus die Abhängigkeit des Läuferstroms vom Ständerstrom! Diskutieren Sie diese Relation für:  $s = 0$ , für  $s = 1$  und  $s = \infty$ ! Wann spricht man in diesem Zusammenhang von "Durchflutungsausgleich"?
- 5.18 Zeichnen Sie das Kreisdiagramm qualitativ bei Vernachlässigung des Ständerwiderstands (*Heyland-Kreis*). Wie werden mit Hilfe der Drehmoment- und Leistungsgerade die mechanische Leistung, das innere Drehmoment, die Läuferverluste und der Ständerstrom bestimmt? Wie groß ist der  $\cos\varphi$  einer Asynchronmaschine typisch im Leerlauf, im Nennpunkt, im Anzugspunkt?
- 5.19 Was beschreibt die *Kloss'sche* Beziehung? Skizze, Formel! Welche vereinfachenden Annahmen liegen ihr zugrunde? Wie sieht das zugehörige Kreisdiagramm (Stromortskurve) aus? Qualitative Skizzen!
- 5.20 Leistungsschild eines Asynchronmotors:  
400 V/690 V D/Y, 950 A D, 560 kW, 1492/min, 50 Hz,  $\cos\varphi = 0.88$ .  
Bestimmen Sie daraus den Wirkungsgrad, das Wellendrehmoment, die Gesamtverlustleistung, die Polzahl und den Nennschlupf der Maschine!
- 5.21 Skizzieren Sie den Leistungsfluss einer Asynchronmaschine im  
a) Motorbetrieb, b) Generatorbetrieb  
und benennen und erläutern Sie die einzelnen Verlustgruppen!
- 5.22 Erläutern Sie die Möglichkeiten, mit einem Läuferwiderstand das Betriebsverhalten eines Schleifringläufer-Asynchronmotors zu verändern!

## Kapitel 6. Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine

- 6.1 Was ist Stromverdrängung? Bei welcher Maschine wird sie nutzbar gemacht, um das Betriebsverhalten der Maschine zu verbessern?
- 6.2 Diskutieren Sie die Abhängigkeit des Stabwiderstands und der Nutstreuinduktivität eines Hochstabläufers von der Stromverdrängung! Skizze der entsprechenden Kurven! Welcher Parameter wird bei der Kurvendarstellung verwendet?
- 6.3 Wie sieht der Einfluss von Stromverdrängung auf die  $M(n)$ -Kurve von Asynchronmaschinen aus? (Skizze) Zeichnen Sie Läufernutformen, bei denen der Einfluss der Stromverdrängung auf Widerstand und Induktivität des Läuferstabs  
a) gering und b) stark  
ausgeprägt ist, und begründen Sie das Ergebnis!

- 6.4 Stimmt es, dass bei sonst gleichen Bedingungen ein in eine Rechtecknut eingebetteter Kupferstab stärker von der Stromverdrängung beeinflusst wird als ein Aluminiumstab?  
Hinweis: Elektrische Leitfähigkeit:  
Kupfer (20°C):  $57 \cdot 10^6$  S/m, Aluminium:  $34 \cdot 10^6$  S/m.
- 6.5 Welche Probleme treten auf, wenn große Asynchronmotoren direkt ans Netz geschaltet werden? Welche Abhilfe ist da mit einem Schleifringläufer-Motor möglich?

### Kapitel 7. Antriebstechnik mit der Asynchronmaschine

- 7.1 Erläutern Sie für die Asynchronmaschine die quasistatische Stabilität  
a) qualitativ und b) mit Formeln  
anhand der stationären  $M_e(n)$ -Motor-Kennlinie mit typischen Lastkennlinien  $M_s(n)$ .
- 7.2 Wie hoch ist die Energie, die den Läufer eines Asynchronmotors (als Antrieb einer Zentrifuge) erwärmt, wenn die Zentrifuge "leer" auf 3000/min hochgefahren wird (reiner Schwungmassenhochlauf)? Das polare Trägheitsmoment von Zentrifuge und Läufer beträgt  $15 \text{ kgm}^2$ .
- 7.3 Skizzieren Sie die  $M(n)$ -Kennlinien typischer Arbeitsmaschinen und begründen Sie ihren Verlauf!
- 7.4 Beschreiben Sie das Funktionsprinzip der Polumschaltung nach *Dahlander*! Welche Vor- und Nachteile existieren gegenüber Motoren, die mit zwei getrennten Wicklungen zwei Drehzahlen verwirklichen? Wo werden Antriebe mit zwei Festdrehzahlen häufig eingesetzt? Welche Alternativen bieten dazu drehzahlvariable Antriebe mit Umrichterspeisung?
- 7.5 Beschreiben Sie den Betrieb der Asynchronmaschine bei Speisung mit Ständerspannungen variabler Frequenz  $f$  und Amplitude  $U$  (Frequenzumrichterspeisung)! Wie werden  $U$  und  $f$  verändert, damit das Moment konstant bleibt? Vernachlässigen Sie dabei den Ständer-Widerstand!  
Skizzieren Sie das zugehörige  $M(n)$ -Kennlinienfeld für unterschiedliche  $(U, f)$ -Wertepaare!
- 7.6 Was bedeutet "Feldschwächung" bei Betrieb der Asynchronmaschine am Frequenzumrichter? Wie müssen  $U$  und  $f$  eingestellt werden, um Feldschwächbetrieb zu erreichen? Warum muss oft Feldschwächung eingesetzt werden, um einen großen Drehzahlstellbereich zu erhalten?  
Wie wird im Vergleich zur Asynchronmaschine beim stromrichtergespeisten Gleichstromantrieb Feldschwächung erreicht?
- 7.7 Wie ist bei Frequenzumrichterspeisung von Asynchronmaschinen  $U$  zu verändern, damit der Fluss in der Maschine bei variabler Frequenz und damit Drehzahl konstant bleibt:  
a) bei  $R_s = 0$ ,                      b) bei  $R_s \neq 0$ ?  
In welchem Drehzahl- und Frequenzbereich ist der  $R_s$ -Einfluss wesentlich? Warum?
- 7.8 Nennen Sie den Vorteil der Umrichterspeisung (Spannungszwischenkreis-Umrichter) mit Pulsweitenmodulation der Ständerspannung gegenüber dem Blockspannungsbetrieb? Wie

- wirkt sich dieses Verfahren bei ausreichend hoher Pulsfrequenz auf die Stromkurvenform der Asynchronmaschine aus?
- 7.9 Wann bleibt ein Asynchronantrieb während des Hochlaufs mit Gegenmoment “hängen”, erreicht also seine Nennzahl nicht? Skizzieren Sie einen typischen Fall!
- 7.10 Erläutern Sie das Prinzip des Y/D-Hochlaufs! Welche Vorteile werden mit welchen Nachteilen erkauft?
- 7.11 Was versteht man unter “Vier-Quadranten-Betrieb”? Geben Sie für die vier Quadranten das Vorzeichen von Drehzahl und Drehmoment an! Wie wird dieser Betrieb mit einem Spannungszwischenkreis-Umrichter und einer Asynchronmaschine erreicht? Welche Voraussetzungen muss der Umrichter für Netzzurückspeisung erfüllen?
- 7.12 Beschreiben Sie – unterstützt durch Skizzen – die Begriffe
- Gegenstrombremsen,
  - übersynchrones Bremsen?

## Kapitel 8. Die Synchronmaschine

- 8.1 Erklären Sie das Funktionsprinzip der Synchronmaschine ! Wie ist der Polradwinkel einer Synchronmaschine definiert? Warum ist es nicht sinnvoll, bei Asynchronmaschinen einen Polradwinkel einzuführen?
- 8.2 Erläutern Sie den Unterschied zwischen Schenkelpol- und Vollpolmaschine
- in der Bauweise (Skizze!) und
  - bei der Drehmomenterzeugung ( $M(\vartheta)$ -Kennlinie).
- 8.3 Zeichnen Sie das Spannungs- und Durchflutungszeigerdiagramm (Stromzeiger !) der Vollpolmaschine im übererregten Generatorbetrieb im Verbraucher-Zählpfeilsystem ! Bestimmen Sie aus seinen Vorzeichen die Richtung des Energieflusses!
- 8.4 Wie wirkt sich die Schenkelpolausführung des Läufers auf die Drehfeldinduktivität der Ständerwicklung aus? Erläutern Sie die Begriffe  $d$ - und  $q$ -Achse sowie  $L_d$  und  $L_q$  !
- 8.5 Zeichnen Sie das Spannungs- und Durchflutungszeigerdiagramm (Stromzeiger !) der Schenkelpolmaschine im übererregten Generatorbetrieb im Verbraucher-Zählpfeilsystem ! Bestimmen Sie aus seinen Vorzeichen die Richtung des Energieflusses!
- 8.6 Erläutern Sie graphisch am Beispiel des Spannungszeigerdiagramms der Vollpolmaschine (Verbraucher-Zählpfeilsystem,  $R_s = 0$ ) die Begriffe “übererregt”, “untererregt”, “motorischer” und “generatorischer” Betrieb (somit vier Fallunterscheidungen)!  
Beachten Sie die Vorzeichen von Phasenwinkel  $\varphi$ , Polradwinkel  $\vartheta$ , Wirkleistung  $P$  und Blindleistung  $Q$ !
- 8.7 Warum benötigt eine Asynchronmaschine als Generator im Inselbetrieb eine parallel zu ihren Klemmen angeschlossene Kondensatorbank, der Synchrongenerator im Inselbetrieb jedoch nicht?

- 8.8 Erläutern Sie den Phasenschieberbetrieb der Synchronmaschine anhand des Zeigerdiagramms (Verbraucher-Zählpfeilsystem,  $R_s = 0$ )! Wie groß ist die Antriebsleistung an der Welle? Warum installiert man in großen Industrieanlagen, wo viele induktive Verbraucher im Einsatz sind (z.B. viele Asynchronantriebe), zur Blindleistungskompensation Synchronmaschinen? Welche Alternativen gibt es dazu?
- 8.9 Eine auf Nenndrehzahl angetriebene Synchronmaschine läuft unerregt am Netz im mechanischen Leerlauf (keine Wirkleistungsabgabe/-aufnahme, Maschine verlustfrei angenommen). Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm! Wer deckt den Magnetisierungsbedarf für das Magnetfeld in der Maschine?
- 8.10 Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der auf Nenndrehzahl angetriebenen Synchronmaschine, wenn sie an ihren Klemmen dauernd kurzgeschlossen ist und das Polrad mit Nennerergerstrom  $I_{fN}$  erregt ist (für  $R_s = 0$ ).
- 8.11 Wie verändert sich das Drehmoment der Vollpol-Maschine bei zunehmender Belastung im Generator- und im Motorbetrieb (Formel) am starren Netz? Wie kann die Höhe des Kippmoments beeinflusst werden?
- 8.12 Diskutieren Sie die quasistatische Stabilität der Synchron-Vollpolmaschine am starren Netz anhand der stationären Kennlinie  $M(\vartheta)$  a) qualitativ und b) mittels Formeln! Warum kann die Maschine im stabilen Bereich mit einer nichtlinearen Drehfeder verglichen werden und wie wird die "Ersatzdrehfeder-Konstante  $c_\vartheta$  bestimmt?
- 8.13 Ist die "Feder" steifer bei niedriger oder bei hoher Last, bei niedrigem oder hohem  $I_f$ ? Wie wirkt sich die Höhe der Last (Größe des Polradwinkels) auf die Eigenfrequenz (Pendelneigung) der Synchronmaschine aus? Wie groß ist typisch diese Eigenfrequenz bei Belastung zwischen Leerlauf und Nennmoment?
- 8.14 Erläutern Sie Funktionsweise und Betrieb der Reluktanzmaschine und geben Sie die  $M(\vartheta)$ -Kennlinie an!
- 8.15 Kann der Synchrongenerator im Inselbetrieb mit einer mechanischen Drehfeder verglichen werden? Begründen Sie Ihre Antwort!
- 8.16 Zeichnen Sie die äußere Kennlinie  $U_s(I_s)$  eines Synchrongenerators im Inselbetrieb bei konstanter Erregung (also ohne Spannungsregelung) für *Ohm'sche* Belastung, sowie rein induktive und rein kapazitive Belastung! Verwenden Sie eine normierte Darstellung, so dass die Kurven Gerade oder Kreissegmente sind!
- 8.17 Begründen Sie mit dem Zeigerdiagramm der Vollpolmaschine ( $R_s = 0$ ) als Generator im Inselbetrieb bei konstanter Erregung, warum die Klemmenspannung bei rein kapazitiver Last höher ist als im Leerlauf!

## 9. Elektrisch und permanentmagnetisch erregte Synchronmaschinen

- 9.1 Was versteht man unter der Leerlauf-Kennlinie und der Kurzschluss-Kennlinie eines Synchrongenerators (Skizze)? Wie werden sie messtechnisch bestimmt?

- 9.2 Wie bestimmt man die gesättigte Synchronreaktanz und das Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis für Sättigung gemäß Leerlauferregung  $I_{f0}$ ? Die Sättigung welcher Aktiveisenteile verursacht die Krümmung der Leerlauf-Kennlinie?
- 9.3 Warum ist die Leerlaufkennlinie von Synchronmaschinen bei Nennfluss bereits gesättigt, die Kurzschlusskennlinie bei Nennstrom aber nicht?
- 9.4 Ist für den Betrieb am starren Netz eine große Synchronreaktanz ein Zeichen hoher Überlastfähigkeit der Maschine (hoher Stabilitätsreserve), wenn die Erregung und damit die Polradspannung konstant gehalten wird? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Formel für das Kippmoment der Vollpolmaschine ( $R_s = 0$ )!
- 9.5 Welche gängigen Erregereinrichtungen für Synchronmaschinen sind gebräuchlich? Einfache Schaltungsskizzen! Diskutieren Sie Vor- und Nachteile der einzelnen Varianten!
- 9.6 Nennen Sie die Wirkungsweise und die damit verbundenen Vor- und Nachteile der "bürstenlosen" Erregung!
- 9.7 Was versteht man unter Stoßerregung und wozu wird sie benötigt? Was bedeutet in diesem Zusammenhang die Deckenspannung? Was soll mit der Schnellentregung erreicht werden? Wie wird sie verwirklicht?
- 9.8 Wozu benötigt die Synchronmaschine eine Dämpferwicklung? Ist die Notwendigkeit einer Dämpferwicklung sowohl am starren Netz als auch im Inselbetrieb gegeben?
- 9.9 Wie verändert sich die Eigenfrequenz der schwingenden Synchronmaschine am starren Netz mit/ohne Dämpferkäfig? Wie groß ist diese Eigenfrequenz etwa?

## Kapitel 10. Gleichstromantriebe

- 10.1 Erläutern Sie das Funktionsprinzip der Gleichstrommaschine! Wie funktioniert die mechanische Gleichrichtung der in die Ankerwicklung induzierten Wechselspannung?
- 10.2 Wie wird erreicht, dass die gleichgerichtete Ankerspannung nahezu keine Restwelligkeit hat? Wie groß ist die Frequenz der Restwelligkeit? Mit welcher Frequenz wird der rotierende Anker (Eisenkern!) ummagnetisiert? Was hat dies zur Folge? Warum muss daher das Anker-Blechkpaket lamelliert (aus einzelnen gegeneinander isolierten Blechen geschichtet) sein?
- 10.3 Geben Sie die Grundformeln der Gleichstrommaschine an: induzierte Spannung, inneres Drehmoment, äußere Klemmenspannung für Generator-/Motorbetrieb!
- 10.4 Skizzieren Sie den Verlauf des Luftspaltfelds einer unkompensierten, wendepollosen Gleichstrommaschine für  $I_f > 0$  a) bei Leerlauf ( $I_a = 0$ ), b) bei Last ( $I_a > 0$ ) über zwei Polteilungen. Tragen Sie bei b) den Flussverlust durch zusätzliche Sättigung zufolge Ankerrückwirkung ein.
- 10.5 Erläutern und skizzieren Sie die gesättigte Leerlaufkennlinie  $U_0(I_f)$  eines Gleichstromgenerators bei konstanter Drehzahl  $n = \text{const.}$  Wo ist in der Gleichstrommaschine die Hauptfeldsättigung im Eisenkreis im Wesentlichen zu lokalisieren?

- 10.6 Was versteht man unter "Kommutierung" (Stromwendung) bei der Gleichstrommaschine? Welche Probleme ergeben sich daraus für den Betrieb dieser Maschinen? Erklären Sie dazu den Begriff der "Reaktanzspannung"!
- 10.7 Beschreiben Sie die Funktionsweise der Wendepolwicklung! Funktioniert damit die (annähernd) funkenfreie Kommutierung bei jedem beliebigen Wertepaar  $(n, I_a)$ , also bei jeder Belastung und Drehzahl?
- 10.8 Welchen Leistungsgrenzen unterliegt die Gleichstrommaschine? Diskutieren Sie diese Grenzen im Vergleich zur Käfigläufer-Asynchronmaschine!
- 10.9 Beschreiben Sie die Wirkungsweise der Anker-Schleifen- und Anker-Wellenwicklung (eingängige Ausführung) anhand von Spulenskizzen samt Anschlüssen an den Kommutator!
- 10.10 Welche elektrischen Unterschiede bestehen zwischen Schleifen- und Wellenwicklung? Was folgt daraus für ihre Einsatzmöglichkeiten?
- 10.11 Wie wirkt die Kompensationswicklung (Skizze)? Warum wird sie verwendet?
- 10.12 Skizzieren Sie die vier grundlegenden Schaltungsvarianten der Gleichstrommaschine! Wozu benötigt man Feldsteller-Widerstand und Anlasser-Widerstand?
- 10.13 Skizzieren Sie die "äußere" Kennlinie des fremderregten Generators  $U(I_a)$  mit und ohne Kompensationswicklung!
- 10.14 Skizzieren Sie die elektrische Schaltung des Nebenschlussgenerators! Wie geht die Selbsterregung beim Nebenschlussgenerator vor sich?
- 10.15 Skizzieren Sie die  $n(M)$ -Kennlinien a) vom fremderregten, kompensierten Motor und b) vom Reihenschlussmotor. Diskutieren Sie beide Kennlinien: Verhalten bei Entlastung, Drehzahlabnahme bei Belastung, Veränderung der Kennlinie durch Hauptflussveränderung.
- 10.16 Beschreiben Sie die quasistatische Stabilität des Nebenschlussmotors anschaulich mit Einfluss der Ankerrückwirkung! Wie lautet die mathematische Bedingung für Stabilität?
- 10.17 Was ist ein *Ward-Leonard*-Umformer? Wozu wurde/wird er benötigt?
- 10.18 Wie wird bei modernen Gleichstromantrieben die Veränderung der Maschinendrehzahl erreicht? Skizzieren Sie die allpolige Schaltung für
- a) sechspulsige Stromrichterspeisung und
  - b) für pulsweitenmodulierte Transistor-Chopper-Speisung,
- für den Ein-Quadrantenbetrieb.
- 10.19 Skizzieren Sie das Ein-Quadranten-Kennlinienfeld  $n(M)$  eines stromrichtergespeisten, fremderregten, kompensierten Gleichstrommotors mit Feldschwächbereich.
- 10.20 Bei hohen Drehzahlen muss die Reaktanzspannung begrenzt werden (auf welchen Wert etwa?), damit die Funkenbildung bei der Kommutierung in erträglichen Grenzen bleibt. Wie sehen die folgenden Kennlinien dazu aus:  $M(n)$ ,  $I_a(n)$ ,  $U(n)$ ,  $\Phi(n)$ ?
- 10.21 Wie hoch ist der Spannungsabfall an den Bürsten von Gleichstrommaschinen typisch? Wie sieht die Bürstenspannungs-Bürstenstromdichte-Kennlinie aus? Wie verändert sich der Bürstenübergangswiderstand mit steigender Temperatur?
- 10.22 Was bedeuten die Begriffe "Über-" bzw. "Unterkommutierung"? Wieso kann durch Überkommutierung Neigung zur Instabilität des fremderregten Motors entstehen?

- 10.23 Skizzieren Sie den Feldverlauf des Wendepolfelds der Gleichstrommaschine schematisch bei einer zweipoligen Maschine ! Wie ist das Verhältnis der Windungszahlen je Pol der Wendepolwicklung  $N_{W,Pol}$  und der Ankerwicklung  $N_{a,Pol} = z/(8ap)$  einer unkompenzierten Maschine zu wählen, damit ein positives Wendefeld im Wendepolluftspalt erregt wird ?
- 10.24 Nennen Sie die Grenzwerte a) der Reaktanzspannung für Dauerbetrieb und stoßweise (z.B. Walzwerksanwendungen) und b) der mittleren und maximal zulässigen Stegspannung sowie c) der Dauerstromdichte in den Bürstenlaufflächen.