

Energietechnik



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Kapitel T Transformatoren und Generatoren

Technische Universität Darmstadt
Institut für Elektrische Energiewandlung

Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Andreas Binder



T Transformatoren und Generatoren

E Einleitung

G Grundlagen **Wird vorausgesetzt**

R Ressourcen und Energieströme

B Bedarf und Wachstum

P Prozesse

T Transformatoren und Generatoren

V Elektrische Energieversorgung

S Speicher **Ergänzung**

T Transformatoren und Generatoren

1. Synchrongeneratoren

1. Synchrongeneratoren
2. Drehstromtechnik
3. Transformatoren
4. Solarzellen

T1 Synchrongeneratoren

Übersicht

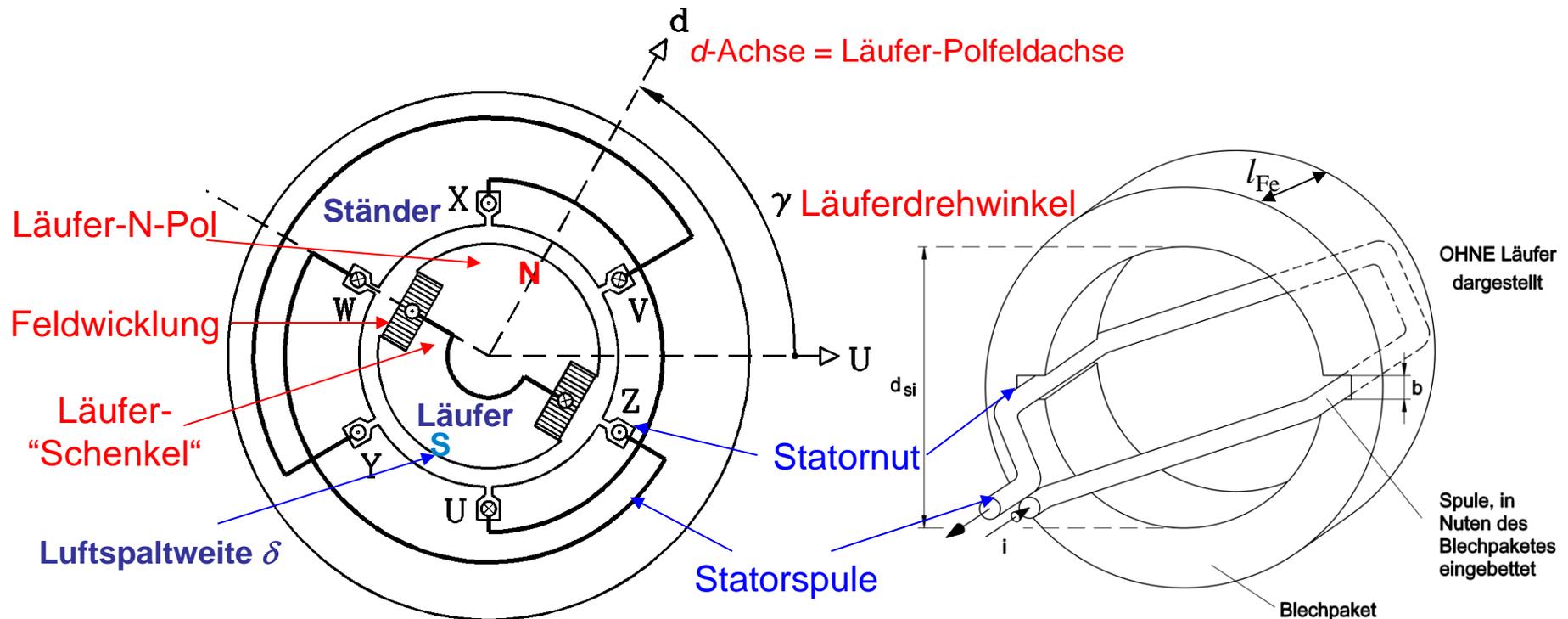
1. Aufbau und Funktionsweise von Synchronmaschinen
2. Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine
3. Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine
4. Synchronmaschinen - Beispiele

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Synchronmaschine mit Schenkelpol-Läufer (1)



- **Beispiel:** Polzahl $2p = 2$, Strangzahl $m = 3$ (U-X, V-Y, W-Z), Statornutzahl: $Q_s = 6$



T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Synchronmaschine mit Schenkelpol-Läufer (2)



- **Ständer (Stator):**
Zylindrisches Eisenblechpaket (Länge l_{Fe} , Außen-/Innendurchmesser $d_{\text{sa}}/d_{\text{si}}$)
- **Statorwicklung:**
Drei el. Spulensysteme U-X, V-Y, W-Z („Wicklungsstränge“) in Nuten (Nutbreite b)
- **Läufer (Rotor, Polrad):**
Massiver (oder geblechter) Eisenkörper auf rotierender Welle.
- **Läufer** trägt konzentrische **Erregerwicklung** („Feldwicklung“, „Polradwicklung“)



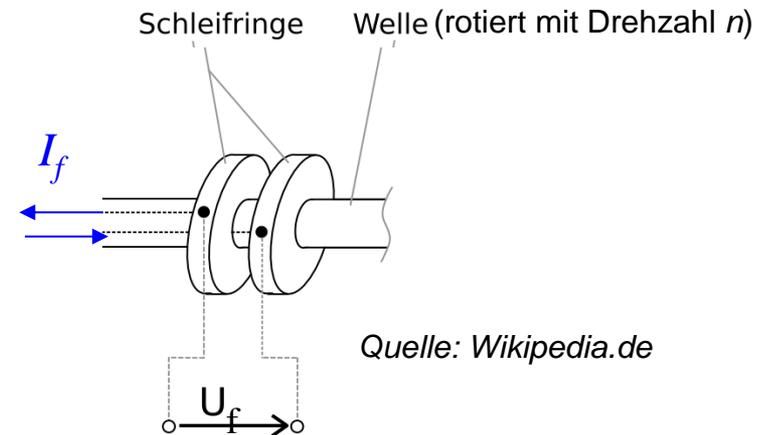
T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Synchronmaschine – Aufbau (1)

Läufer (Rotor, Polrad):

- Über vom Gleichstrom I_f („Erregerstrom“, „Feldstrom“) durchflossene Spulen der Feldwicklung (Polradwicklung) wird das **zeitlich konstante Läufer-Magnetfeld erregt** (Polzahl $2p$, zumindest **zwei** Pole $2p \geq 2$)

- Gleichstrom I_f wird über
 - zwei rotierende Schleifringe** und
 - zwei ruhende Kohle“bürsten“ (= Stromkontakte) in die Feldwicklung eingespeist



- Läufermagnetfeld ist mit den Ständerspulen über den Luftspaltweg δ **magnetisch verkettet und dreht mit der Läuferdrehzahl $n =$ „Läufer-Drehfeld“**

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Synchronmaschine – Aufbau (2)



Ständer (Stator):

- **Dreisträngige Ständerwicklung** hat die Stränge U-X, V-Y, W-Z jeweils um 120° verschoben am Umfang angeordnet, wobei 360° ein Polpaar umfassen.
- In die Ständerwicklung wird je Strang vom Läuferfeld eine Spannung („Polradspannung“ U_p) induziert, je Strang jeweils zum nächsten um 120° phasenverschoben, mit der **el. Frequenz $f = n \cdot p$** .
- Wenn Ständer-Wechselstrom ($= I_U, I_V, I_W$) gleicher Amplitude je Strang fließt (gleiche Frequenz f , jedoch Phasenverschiebung 120°), erregen diese drei Ströme das mit $n = f / p$ drehende Ständermagnetfeld.
- Läufermagnetfeld-Polzahl = Ständermagnetfeld-Polzahl = gleiche Polzahl $2p$!
- Tangentiale **LORENTZ-Kraft F** vom Läuferfeld auf stromdurchflossene Leiter der Ständerwicklung \Rightarrow Mit Hebelarm $d_{si}/2$: Elektromagnetisches **Drehmoment M_e** .



T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Synchrondrehzahlen n_{syn}

$$f = n \cdot p \quad \Rightarrow \quad n_{syn} = f_{Netz} / p$$

• Rotierender Läufer (= Rotor) bei $f = 50$ Hz:

- Zweipolige Maschine ($2p = 2$): Synchrondrehzahl $n_{syn} = 50 \text{ Hz} = \underline{3000}/\text{min}$
- Sechzigpoliger Wasserkraftgenerator ($2p = 60$): $n_{syn} = \underline{100}/\text{min}$

• Typische Synchrondrehzahlen bei $f = 50 / 60$ Hz:

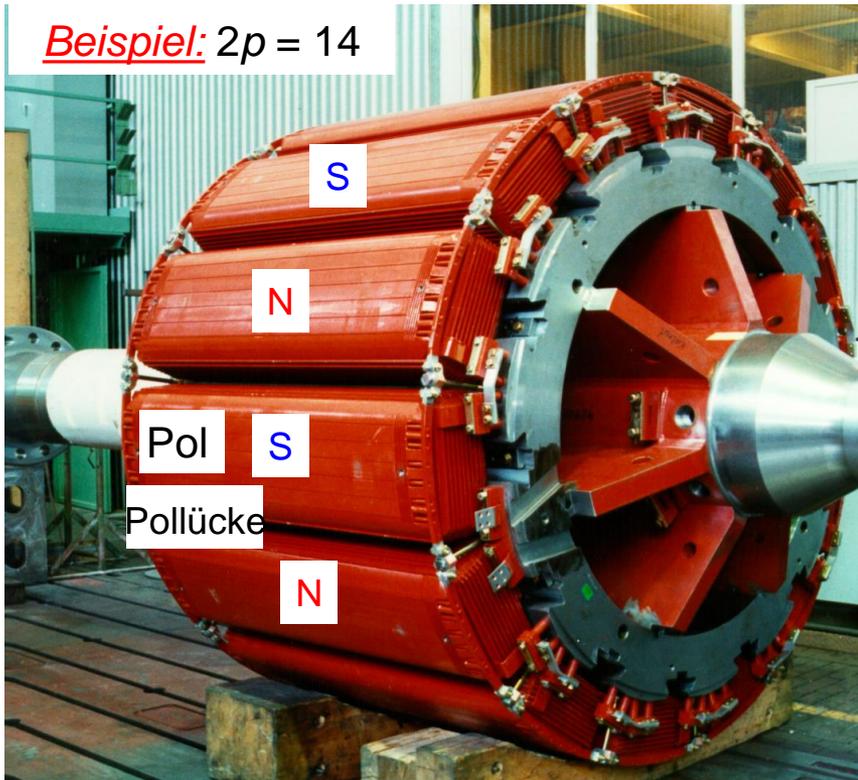
	$2p$	-	2	4	6	8	10	12	14 ...
$f = 50 \text{ Hz}$	n_{syn}	1/min	3000	1500	1000	750	600	500	428.6 ...
$f = 60 \text{ Hz}$	n_{syn}	1/min	3600	1800	1200	900	720	600	514.2 ...

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

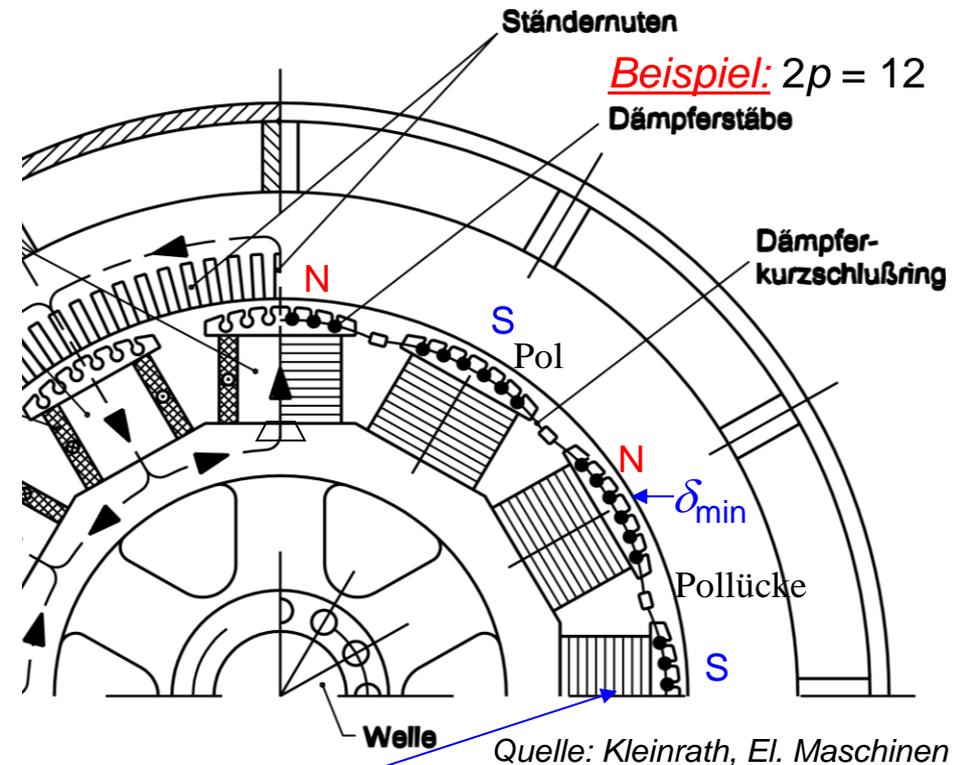
Schenkelpollläufer einer Synchronmaschine

- Von I_f erregte magnetische Läufer-N- und S-Pole, dazwischen **Pollücken**.
- Polspulen in Serie als EINE Erregerwicklung, Luftspalt in Polmitte am kleinsten (δ_{\min}).

Beispiel: $2p = 14$



Quelle: Andritz Hydro, Österreich

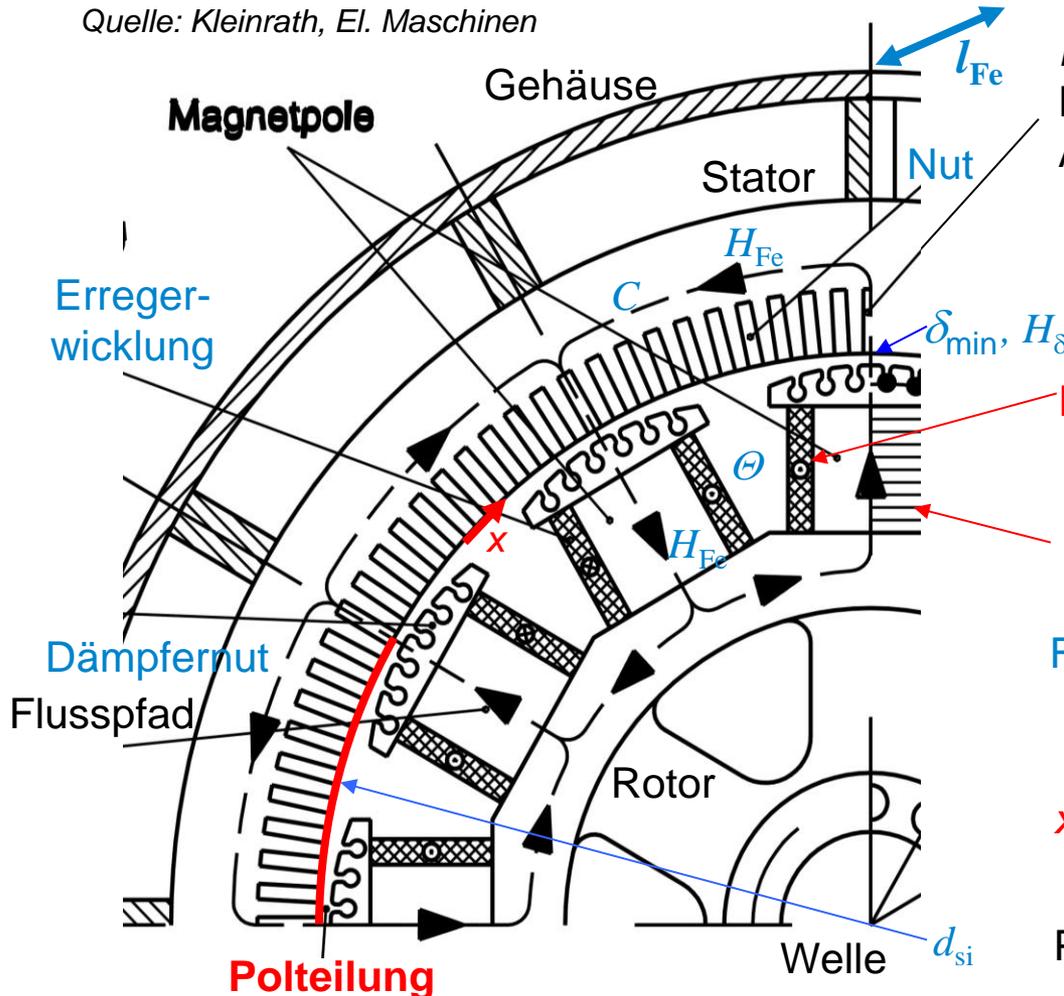


Wicklung im Läufer ("Polrad") über Schleifringe mit Gleichstrom ("Feldstrom I_f ") erregt.

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Läuferfeld („Polradfeld“) als Läuferdrehfeld!

Quelle: Kleinrath, El. Maschinen



B-Feldlinie als geschlossene Kurve C für Durchflutungssatz: $B = \mu_{Fe} H_{Fe} = \mu_0 H_{\delta}$
Annahme: $\mu_{Fe} \gg \mu_0$: $H_{Fe} \ll H_{\delta} \Rightarrow H_{Fe} \approx 0$:

$$\Theta = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx 2H_{\delta} \delta_{\min} = 2 \cdot N_{f,Pol} I_f$$

Erregerdurchflutung pro Läuferpol:

$$\Theta / 2 = N_{f,Pol} \cdot I_f$$

Windungszahl je Polspule: $N_{f,Pol}$

Flussdichte beim minimalen Luftspalt:

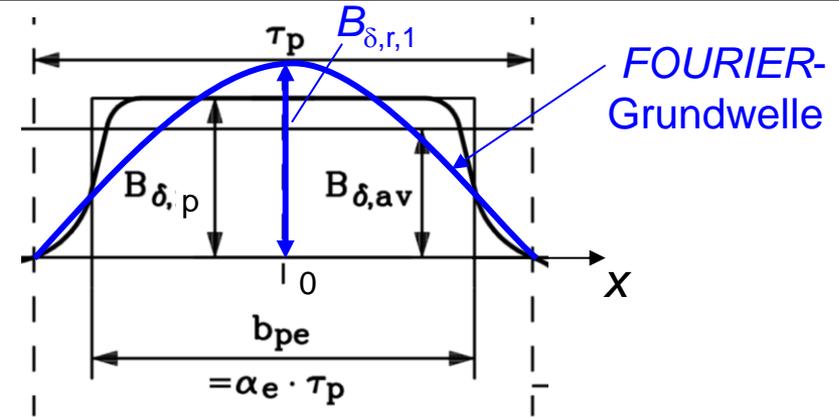
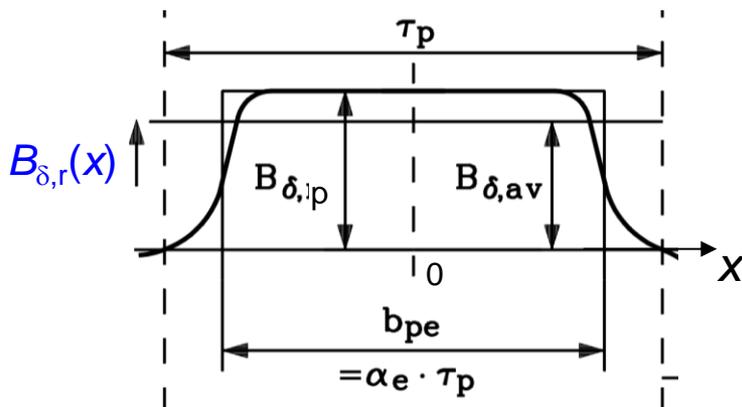
$$B_{\delta,p} = \mu_0 H_{\delta} \approx \mu_0 \cdot N_{f,Pol} \cdot I_f / \delta_{\min}$$

x: Umfangskoordinate am Statorinnendurchmesser am Luftspalt

Polteilung: $\tau_p = d_{si} \cdot \pi / (2p)$

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Läuferfeldverteilung $B_{\delta,r}(x)$ im Luftspalt



$$B_{\delta,r}(x) \approx \mu_0 \cdot N_{f,Pol} \cdot I_f / \delta(x)$$

Nichtsinusförmige Verteilung der radialen Flussdichtekomponente $B_{\delta,r}(x)$ im Luftspalt

Läuferfluss pro Pol:

$$\Phi_p = \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\delta,r}(x) \cdot l_{Fe} \cdot dx$$

$$\Phi_p = \alpha_e \cdot \tau_p \cdot l_{Fe} \cdot B_{\delta,p} \quad 0 < \alpha_e < 1 \Rightarrow \alpha_e \approx 0.7 \quad 2/\pi = 0.64 \approx \alpha_e \approx 0.7$$

$$B_{\delta,r,1} = \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_{-\tau_p}^{\tau_p} B_{\delta,r}(x) \cdot \cos(x \cdot \pi / \tau_p) \cdot dx$$

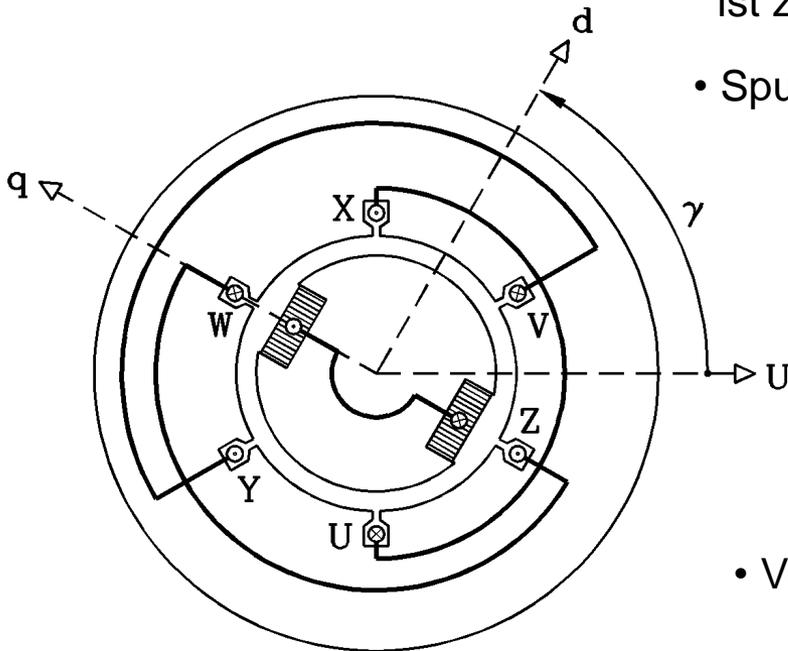
Sinusförmige Verteilung der **FOURIER-Grundwelle** der radialen Flussdichtekomponente im Luftspalt $\delta \Rightarrow$

Läufer-Grundwellenfluss pro Pol:

$$\Phi_{p1} = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l_{Fe} \cdot B_{\delta,r,1} \approx \Phi_p$$

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Verkettung der Statorspulen mit dem Läuferfluss des Läufer-Drehfelds!



Φ , Ψ : Angabe als **Scheitelwerte**, da diese den Grad der Eisensättigung bestimmen!

- Verkettung des Läuferflusses $\Psi_{p,U}$ mit Spule U ist zeitlich etwa sinusförmig,
- Spulenwindungszahl N_s , rotierender Läufer: Drehzahl n :

$$f = n \cdot p \Rightarrow \Phi_p(t) \cong \Phi_{p1} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

$$\Psi_{p,U}(t) \cong N_s \cdot \Phi_{p1} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

$$\Phi_{p1} \approx \Phi_p \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

$$\Psi_{p,U}(t) \cong N_s \cdot \Phi_p \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

- Verkettung des Läuferflusses mit Spulen V und W:

$$\Psi_{p,V}(t) \cong N_s \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi f \cdot t - 2\pi/3)$$

$$\Psi_{p,W}(t) \cong N_s \cdot \Phi_p \cdot \sin(2\pi f \cdot t - 4\pi/3)$$

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Induzierte Ständerspannung („Polradspannung U_p “)



- Polradspannung U_p :

Induzierte Spannung je Strang in der stromlosen Statorwicklung:
(FARADAY'sches Induktionsgesetz)

$$u_{i,U}(t) = -d\Psi_{p,U}(t)/dt \cong -\omega \cdot N_s \cdot \Phi_p \cdot \cos(\omega \cdot t) = -\sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$u_{i,V}(t) = -d\Psi_{p,V}(t)/dt \cong -\sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$u_{i,W}(t) = -d\Psi_{p,W}(t)/dt \cong -\sqrt{2} \cdot U_p \cdot \cos(\omega \cdot t - 4\pi/3)$$

$$U_p = \sqrt{2} \pi \cdot f \cdot N_s \cdot \Phi_p$$

Bei Änderung des Feldstroms I_f in der Polradwicklung
ändert sich die Polradspannung $U_p \sim I_f$!

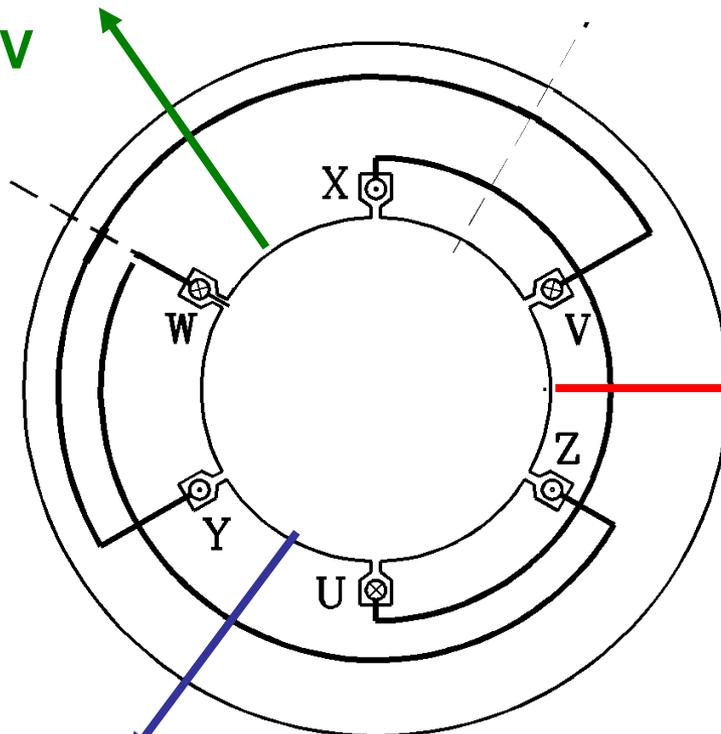


T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Die drei Statorwicklungsstränge U, V, W

- Beispiel: Zweipolig, $q = 1$

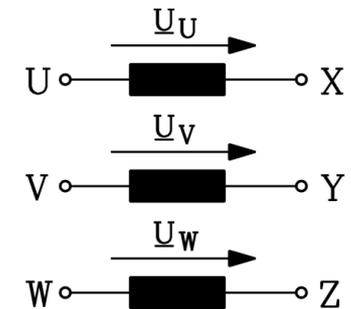
Strang V



Strang W

- Die drei ($m = 3$) Statorwicklungsstränge sind im einfachsten Fall drei Spulen:

U-X V-Y W-Z



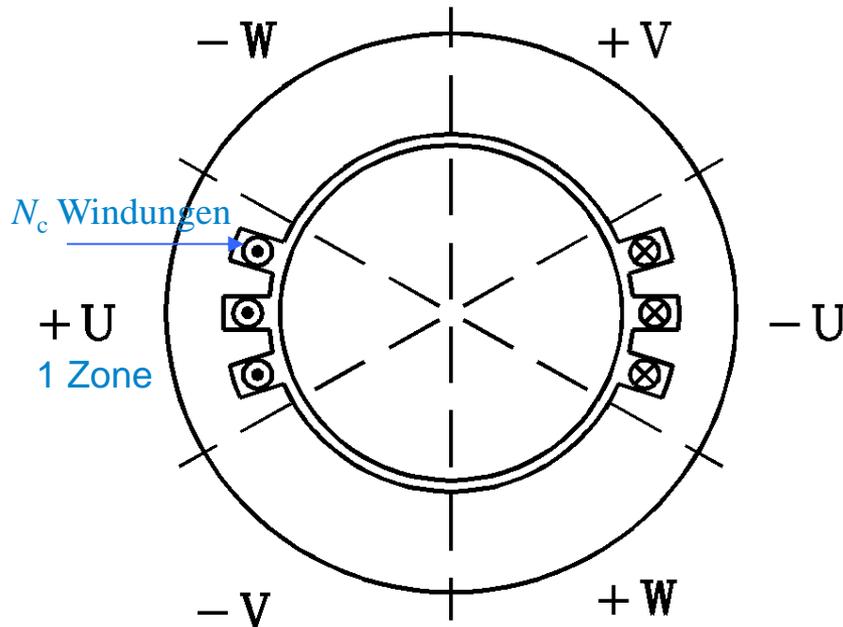
Strang U

- Je Pol und Strang: $q = 1$ Nut:

$$q = \frac{Q_s}{2p \cdot m} = \frac{6}{2 \cdot 3} = 1$$

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Je Statorwicklungsstrang je Pol $q \geq 1$ Nuten

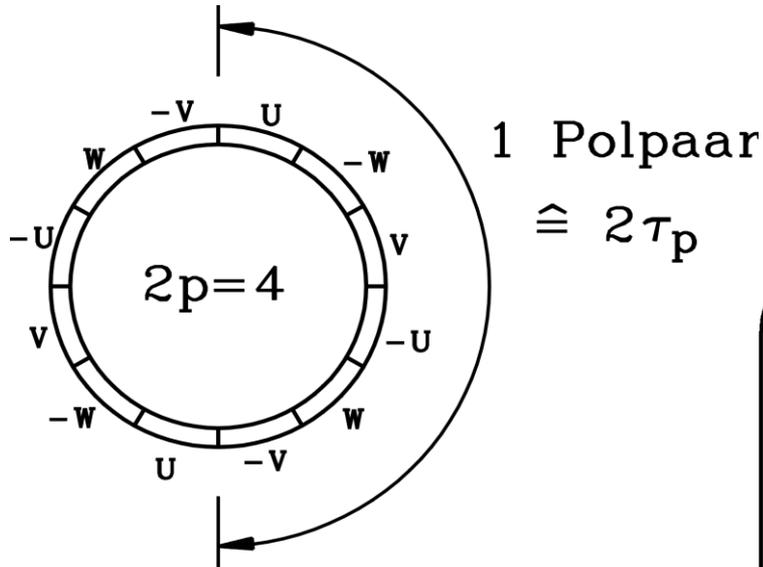


- Der Maschinenumfang wird je Polpaar in **6 Zonen** unterteilt für die **3 Stränge U, V, W** (Hinleiter) und deren Rückleiter **-U, -V, -W**.
- Je Zone werden i. A. statt einer Nut besser **q Spulen in Serie** geschaltet:
 - Kleinere Nutöffnungen,
 - Serienschaltung der q Spulen je Zone = „Spulengruppe“ aus q Spulen \Rightarrow ergibt „sinusförmigere“ Polradspannung
- Windungszahl je Spule N_c
- Je Spulengruppe: $q \cdot N_c$ Windungen
- Falls alle Spulengruppen bei $2p$ Polen in Serie: **Windungszahl je Strang:** $N_s = p \cdot q \cdot N_c$ (als „Einschichtwicklung“)

Beispiel: Zweipolig, $q = 3$
Aufspalten der Spule in eine Spulengruppe
(hier: $q = 3$ Spulen je Gruppe in Serie)

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Stator-Wicklungsanordnung für $2p$ Pole



$2p = 4$: Vierpolige Wicklungsanordnung

$$2p = 4$$

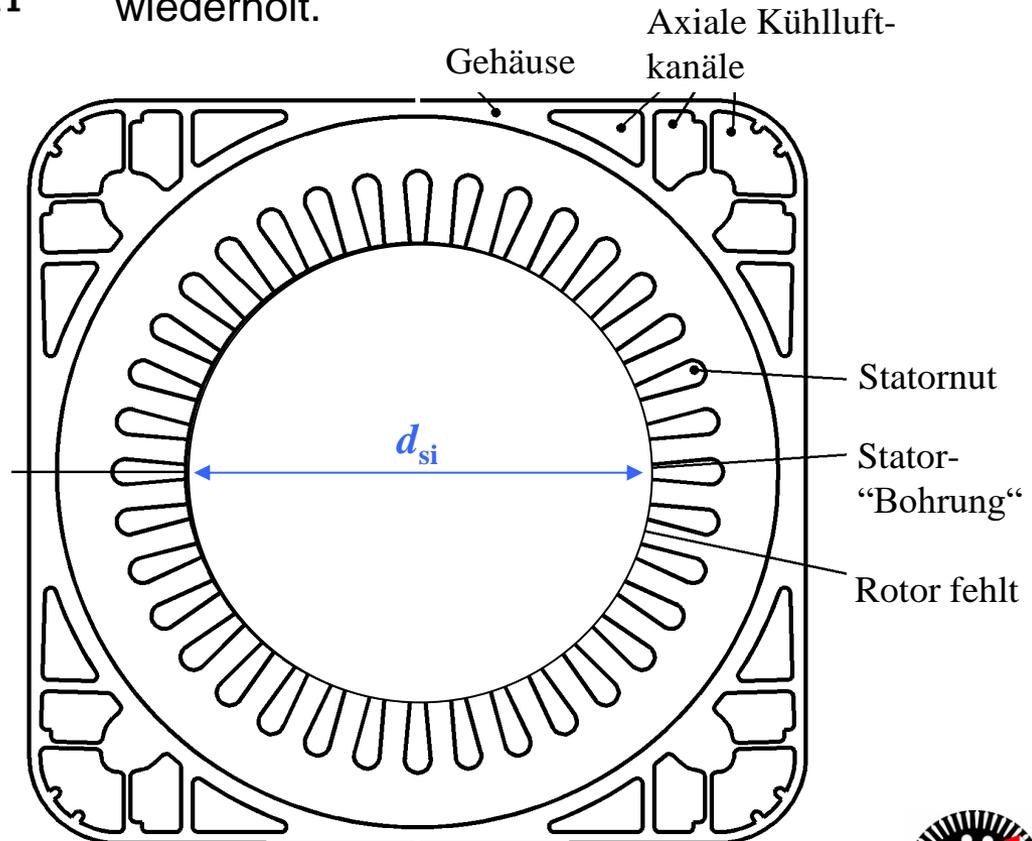
$$q = 3$$

$$m = 3$$

$$\text{Nutzahl} : 2p \cdot m \cdot q = 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Quelle: Siemens AG, Deutschland

- Die 6 Zonen je Polpaar werden gemäß der Anzahl der Läuferpole $2p$ am Umfang p -mal wiederholt.



T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Das Stator-Magnetfeld wird von i_U, i_V, i_W erregt!

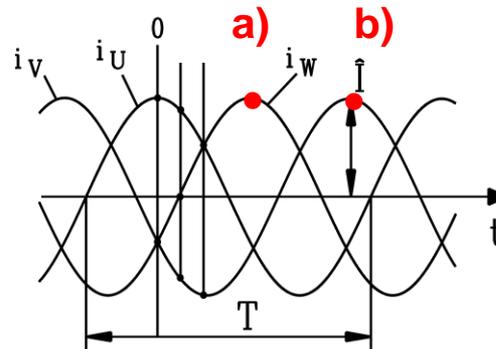


- In den drei räumlich um je ein Drittel des Umfangs versetzten Statorspulen U, V, W fließt die vom Drehstrom-Netz eingespeisten drei Ströme i_U, i_V, i_W (Drehstromsystem)!
- Die Ströme i_U, i_V, i_W in den drei Spulen U, V, W sind zeitlich zueinander um je ein Drittel der Schwingungsperiode $T = 1/f$ versetzt als Strom-Folge i_U, i_V, i_W oder i_U, i_W, i_V .
- Das von i_U, i_V, i_W gemeinsam erregte Stator-Magnetfeld als Summenwirkung der Einzelfelder der drei Spulen ändert seine Richtung durch Drehung bei konstanter Feld-Amplitude (siehe Skizzen a), b)) = **Stator-Drehfeld B**.
- **Beispiel:** Strom-Folge i_U, i_W, i_V :

$$i_U(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i_W(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$i_V(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t - 4\pi/3)$$



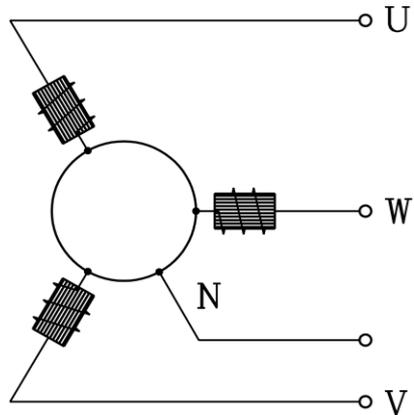
$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi / T$$



T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

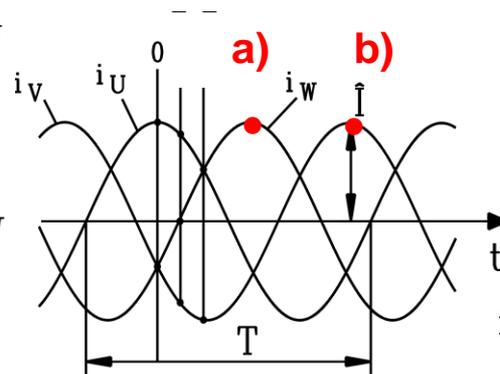
Das Stator-Magnetfeld ist auch ein Drehfeld!

Statorspulen U, V, W:
(Ersatzdarstellung)



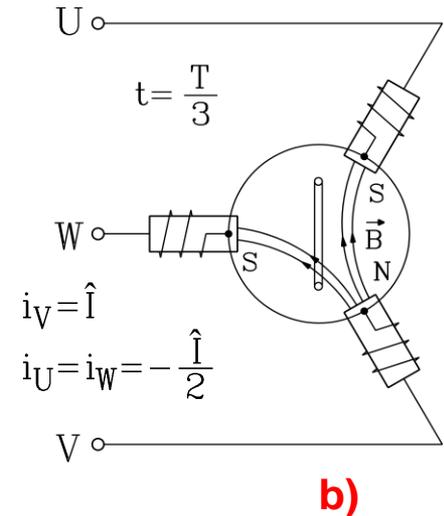
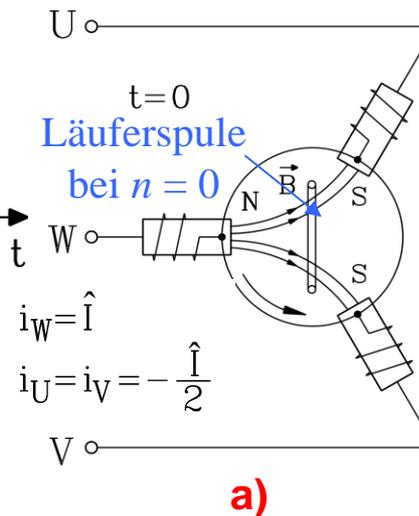
Sternschaltung von U, V, W:
Sternpunkt N

Statorströme:



Quelle: Schreiner, Physik

Statormagnetfeld B :



T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Induzierte Spannung u_i als Quellenspannung u_p

- Induktionsgesetz: u_i als „äußere“ Spannung: $u_i = -d\psi / dt$

- „Ohm´sche“ Schleife mit zusätzlicher „äußerer“ Spannung u :

$$u + u_i = R \cdot i_s \quad u - d\psi / dt = R \cdot i_s$$

- Übliche Schreibweise: $u = R \cdot i_s + d\psi / dt$

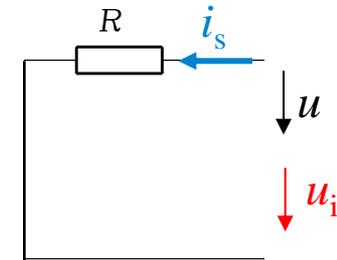
- Entspricht einer Darstellung von u_i als „innere“ Spannung!

- Bei Vernachlässigung der Wirkung des Statorfelds (= keine Statorspulen-Selbstinduktivität):

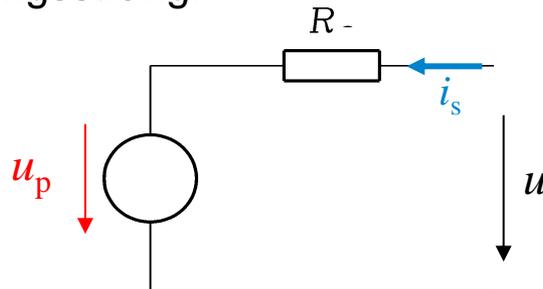
$$u_p = d\psi / dt$$

$$u = R \cdot i_s + u_p$$

$$-u_i = u_p$$



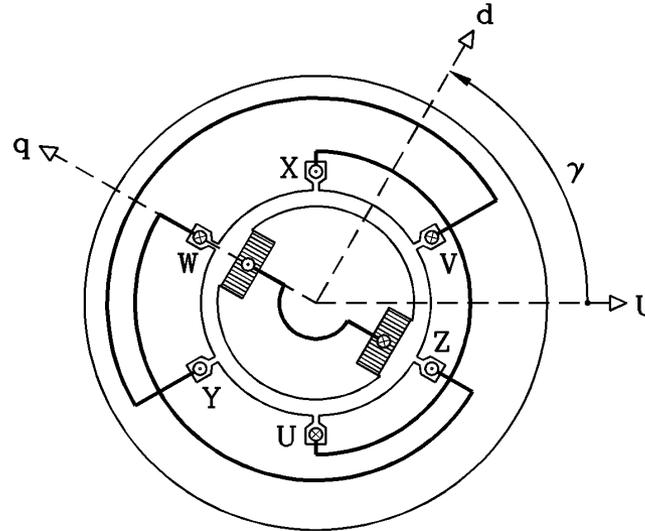
- Ein Stator-Wicklungsstrang:
z. B. U-X



T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Phasenfolge und Drehrichtung

- Phasenfolge zum Bild:



- Mathematisch positive Läufer-Drehrichtung (Gegenuhrzeigersinn) = „Linkslauf“:
Phasenfolge $U_{pU} - U_{pV} - U_{pW}$
- Läufer-„Rechtslauf“ = im Uhrzeigersinn bei Blick vom vorn auf die Welle:
Phasenfolge $U_{pU} - U_{pW} - U_{pV}$
- Erzeugung des Statorfelds mit Drehstromsystem mit Phasenfolge
 $I_{sU} - I_{sV} - I_{sW}$: Drehfeld dreht im „Linkslauf“
- $I_{sU} - I_{sW} - I_{sV}$: Drehfeld dreht im „Rechtslauf“

T1.1 Aufbau u. Funktionsweise von Synchronmaschinen

Zusammenfassung



- Dreisträngige Ständerwicklung für Betrieb am Sinus-Drehspannungssystem
- Läufer („Polrad“) hat
 - a) Erregerwicklung (Spulen) oder
 - b) Permanentmagnete
- Läufer-Gleichfeld von
 - a) Gleichstrom (Erregerstrom)
oder von
 - b) Permanentmagneten erregt
- Läuferfeld induziert in Ständer-Wicklung „Polradspannung“ U_p



T1 Synchrongeneratoren

Übersicht

1. Aufbau und Funktionsweise von Synchronmaschinen
2. Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine
3. Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine
4. Synchronmaschinen - Beispiele

T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Wirkung des Stator-Magnetfelds

- Von Ständerströmen i_U, i_V, i_W erregtes **Stator-Magnetfeld pulsiert** bezüglich Stator mit Frequenz $f \Rightarrow$
 - a) Selbstinduktionsspannung in den Ständerspulen = **Ständerwicklungs-Selbstinduktivität L_d**
 - b) Selbstinduktionsspannung im Ständereisen \Rightarrow Wirbelströme im Eisen \Rightarrow
Wirbelstromverluste P_{Ft} (= unerwünschte Verlustwärme)
Abhilfe: Blechpaket aus ca. 0.5 mm dünnen, el. isolierten Blechen unterbricht Wirbelströme
 - c) Ummagnetisierung des Ständereisens \Rightarrow **Hystereseverluste P_{Hy}**
(= unerwünschte Verlustwärme)
Abhilfe: Einsatz von „Dynamoblech“ = Stahlblech mit schmaler $B(H)$ -Hysteresese-Schleife
- Von Ständerströmen erregtes **Stator-Magnetfeld rotiert mit gleicher Drehzahl n** wie Rotor = Es induziert wegen Frequenzgleichheit **NICHT** in Läufer-Wicklung!
 \Rightarrow Das Läuferisen kann massiv ausgeführt werden (**im Rotor: $P_{Ft} = 0, P_{Hy} = 0$**)

T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Synchronmaschine bei „Belastung“: $I_s > 0$

- Ständerwicklung ist an das Drehspannungssystem \underline{U}_s (U, V, W) des Netzes (Frequenz f , phasenversetzt um 120° in U, V, W) angeschlossen.
- Differenz $\underline{U}_s - \underline{U}_p$ treibt in der Ständerwicklung **je Strang den Drehstrom \underline{I}_s**
- Leerlaufspannungen je Strang in der Ständerwicklung = Polradspannung:

$$u_{i0}(t) = -u_p(t) = -d\Psi_p(t)/dt \Big|_{i_s=0} \quad (\text{„Leerlauf“: } i_s = 0)$$

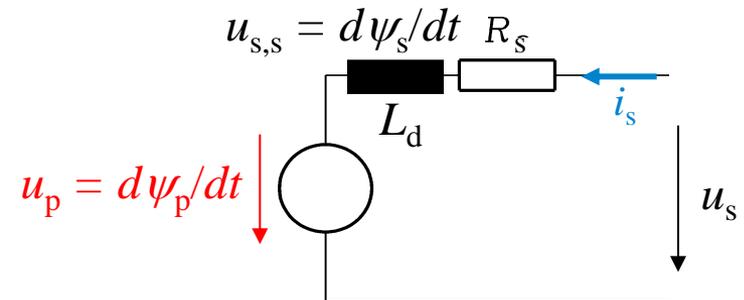
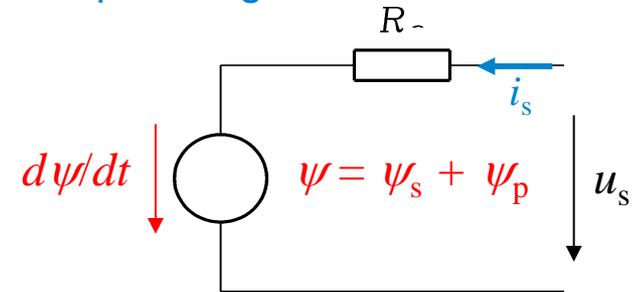
$$\underline{U}_p = j\omega \cdot \underline{\Psi}_p / \sqrt{2} \Big|_{I_s=0}$$

- Selbstinduktionsspannung durch das Ständermagnetfeld:

$$\underline{U}_{s,s} = j \cdot \omega \cdot L_d \cdot \underline{I}_s = j \cdot X_d \cdot \underline{I}_s$$

L_d : Selbstinduktivität je Ständer-Wicklungsstrang

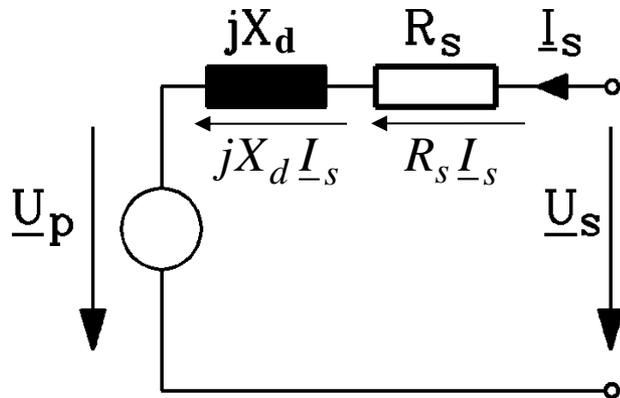
X_d : „Synchrone“ Reaktanz



T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Ersatzschaltbild je Strang

- Elektrisches Ersatzschaltbild je Strang: mit VZS (Verbraucherzählpfeilsystem) für $\underline{U}_s, \underline{I}_s$



R_s : Ohm'scher Widerstand je Wicklungsstrang

L_d : Selbstinduktivität je Ständer-Wicklungsstrang

X_d : „Synchrone“ Reaktanz

Meist: $R_s \ll X_d \Rightarrow R_s \approx 0!$

- Ständerspannungsgleichung je Strang:

$$\underline{U}_s = R_s \cdot \underline{I}_s + j \cdot X_d \cdot \underline{I}_s + \underline{U}_p$$

$$\underline{U}_s \approx j \cdot X_d \cdot \underline{I}_s + \underline{U}_p$$

T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm für $R_s \approx 0$

- Ersatzschaltbild gilt je Strang der Ständerwicklung:
 - a) Ständer-Selbstinduktionsspannung $jX_d \underline{I}_s$
 - b) Polradspannung = Gegeninduktion vom rotierenden Läuferfeld:

$$\underline{U}_p = j\omega \cdot \underline{\Psi}_p(I_f) / \sqrt{2}$$

$$\underline{U}_s \approx j \cdot X_d \cdot \underline{I}_s + \underline{U}_p$$

- Synchronmaschine ist über $U_p(I_f)$ **steuerbare Spannungsquelle**.
- Sie kann daher sowohl **kapazitiv** als auch **induktiv** wirken.

T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Synchronmaschine: Zeigerdiagramm ($R_s \approx 0$)

$$\underline{U}_s \approx j \cdot X_d \cdot \underline{I}_s + \underline{U}_p$$

• **Beispiel:** (rechtes Bild!):

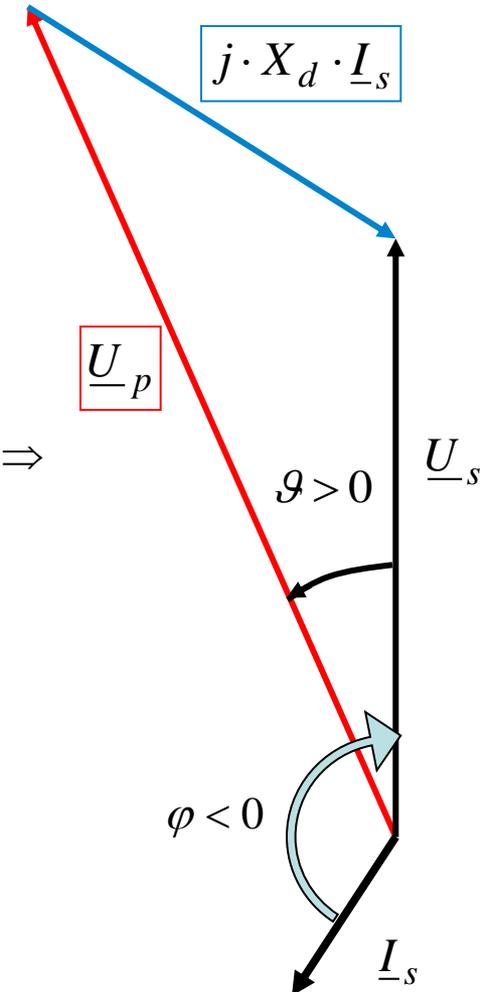
1) U_p hoch (I_f hoch, “übererregt”): Strom \underline{I}_s eilt Spannung \underline{U}_s vor \Rightarrow
Synchronmaschine **kapazitiv: Blindleistung** $Q = 3U_s I_s \sin \varphi < 0$

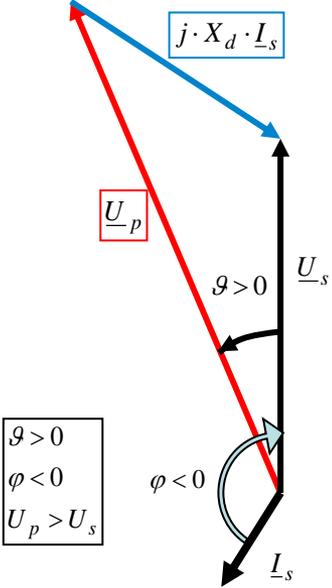
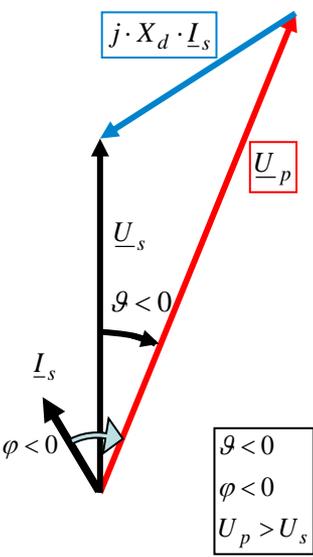
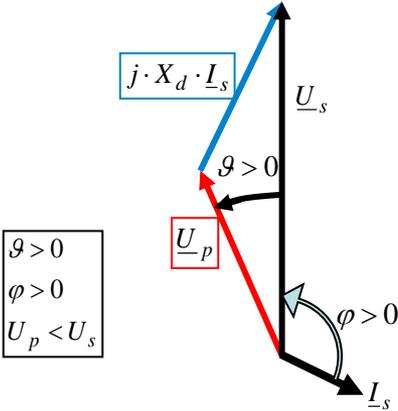
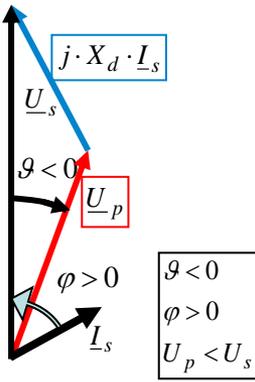
2) El. Wirkleistung negativ: $P_e = 3U_s I_s \cos \varphi < 0$:

Im VZS: Synchronmaschine gibt elektrische Leistung ab \Rightarrow

Maschine im **GENERATORBETRIEB**:

Generatorbetrieb: “Polradwinkel” ϑ von U_s zu U_p ist **positiv!**



GENERATOR: Polrad eilt Drehfeld vor	MOTOR: Polrad läuft Drehfeld nach	ÜBERERREGT Induktive Verbraucher können versorgt werden
		
		UNTERERREGT Kapazitive Verbraucher können versorgt werden

T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Zeigerdiagramme ($R_s \approx 0$)

Betriebszustände der Synchronmaschine im VZS:

- 1) **Generator bzw. Motor** = Wirkleistung negativ bzw. positiv;
- 2a) **Maschine übererregt:** Maschine ist kapazitiver Verbraucher. Sie versorgt andere induktive Verbraucher mit Blindleistung.
- 2b) **Maschine untererregt:** Maschine ist induktiver Verbraucher. Sie versorgt andere kapazitive Verbraucher mit Blindleistung.

T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Zusammenfassung (1)

- Polradspannung U_p ist im Ersatzschaltbild je Strang:
„Wechselspannungsquelle“ mit Innenimpedanz Null
- Synchronreaktanzen X_d beschreibt Selbstinduktionsspannung des Ständerdrehfelds in der Ständerwicklung je Strang
- Polradspannung U_p kann über Läufer-Erregerstrom I_f verändert werden = „gesteuerte Spannungsquelle“!

T1.2 Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine

Zusammenfassung (2)

- Positive Winkelzählung im Gegenuhrzeigersinn (= mathematisch positiver Zählsinn)
 - a) Winkel von Ständerstrangspannung U_s zur Polradspannung U_p = „Polradwinkel“ ϑ ,
 - b) Winkel vom Strangstrom I_s zur Ständerstrangspannung U_s = „Phasenwinkel“ φ .
- Polradwinkel ϑ anschaulich:
Winkel zwischen Läuferachse d und resultierender Feldachse von Stator- und Rotorfeld!
- ACHTUNG:
Läufergleichspannung U_f (Feldspannung) treibt I_f über zwei Schleifringe in die Läufer-Erregerwicklung: NICHT mit der Polradspannung \underline{U}_p verwechseln !

T1 Synchrongeneratoren

Übersicht

1. Aufbau und Funktionsweise von Synchronmaschinen
2. Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine
3. Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine
4. Synchronmaschinen - Beispiele

T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

Leistung und Drehmoment für $R_s = 0$

- $R_s = 0$: El. & mech. Leistung $P_e = P_m$ gleich groß, (= keine Verluste in der Maschine):

$$\Omega_m = 2\pi \cdot n = \Omega_{syn} = 2\pi \cdot n_{syn}$$

$$P_e = 3 \cdot U_s \cdot \underbrace{I_s \cdot \cos \varphi}, \quad P_m = \Omega_m \cdot M_e = \Omega_{syn} \cdot M_e$$

$$\underline{\underline{P_e = P_m : M_e = P_m / \Omega_m = P_e / \Omega_{syn}}}$$

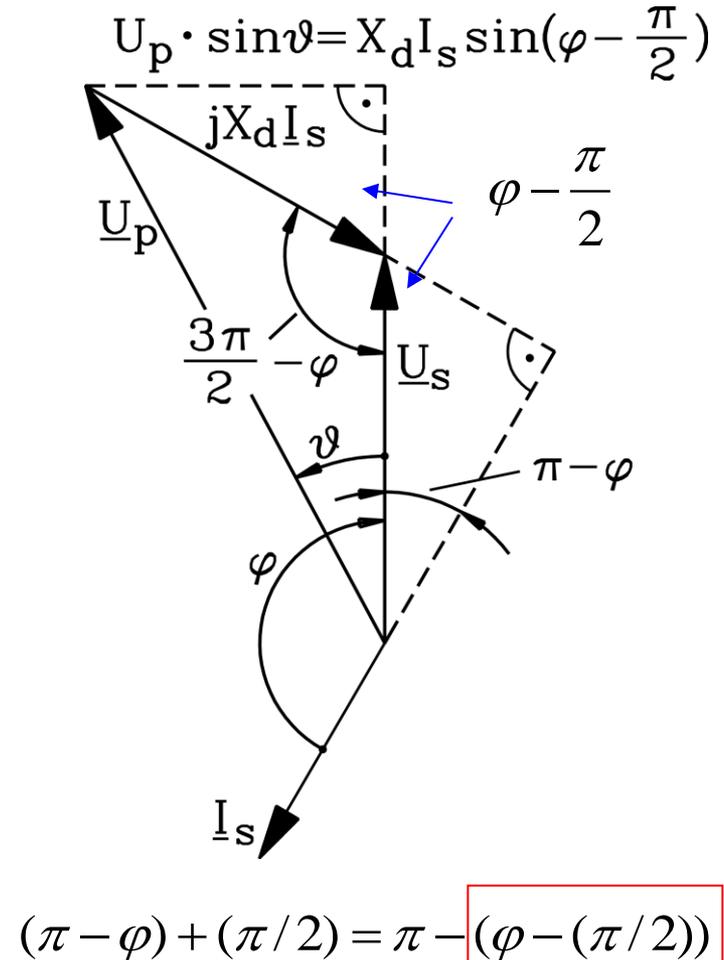
- **Zeigerdiagramm:** Geometrische Beziehung:

$$U_p \cdot \sin \vartheta = X_d \cdot I_s \cdot \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -X_d \cdot \underbrace{I_s \cdot \cos \varphi}$$

$$\underline{\underline{P_e}} = 3 \cdot U_s \cdot \frac{-U_p \cdot \sin \vartheta}{X_d} = - \frac{3 \cdot U_s \cdot U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta = \underline{\underline{P_m}}$$

- Drehmoment der Synchronmaschine:

$$\underline{\underline{M_e}} = - \frac{3 \cdot U_s \cdot U_p}{\Omega_{syn} \cdot X_d} \cdot \sin \vartheta$$



T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

Elektromagnetisches Drehmoment M_e (für $R_s = 0$)

- U_s, f_s vom Netz vorgegeben; U_p durch I_f bestimmt $\Rightarrow \vartheta$ ist „Variable“!

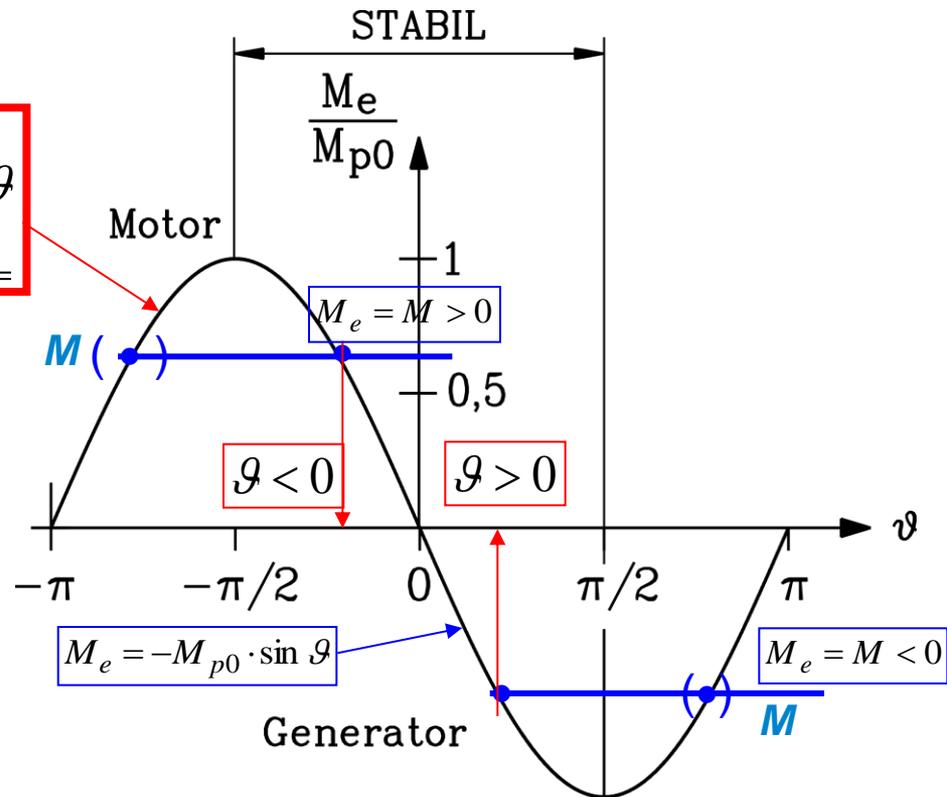
$$M_e = -\frac{3 \cdot U_s \cdot U_p}{\Omega_{syn} \cdot X_d} \cdot \sin \vartheta$$

$$M_e = -M_{p0} \cdot \sin \vartheta,$$

- „Synchrones Kippmoment“:

$$M_{p0} = \frac{3 \cdot U_s \cdot U_p}{\Omega_{syn} \cdot X_d}$$

- Turbinen- oder Lastmoment: M



T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

Elektromagnetisches Drehmoment M_e (für $R_s = 0$)

Newton'sche Bewegungsgleichung für konst. Drehzahl:

$$\underline{\underline{M_e(\mathcal{G}) = -M_{p0} \cdot \sin \mathcal{G},}}$$

$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e - M = 0 \quad (\Omega_m = \text{konst.})$$

Polares Trägheitsmoment J (Turbine + Generator)

1) Generatorbetrieb: Polradwinkel $\mathcal{G} > 0$:

Antreibendes Turbinenmoment M (VZS: $M < 0$),
bremsendes elektromagnetisches Moment M_e (VZS: $M_e < 0$)

$$M_e = M < 0$$

(VZS: Verbraucher-Zählpeilsystem)

2) Motorbetrieb: Polradwinkel $\mathcal{G} < 0$:

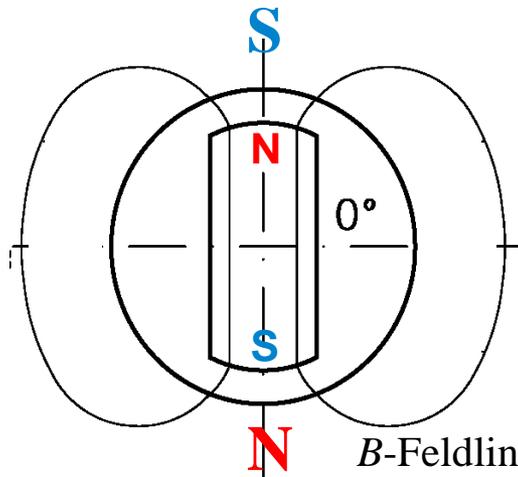
Antreibendes el.-magn. Moment M_e (VZS: $M_e > 0$)
bremsendes Lastmoment M z. B. Pumpenmoment (VZS: $M > 0$)

$$M_e = M > 0$$

T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

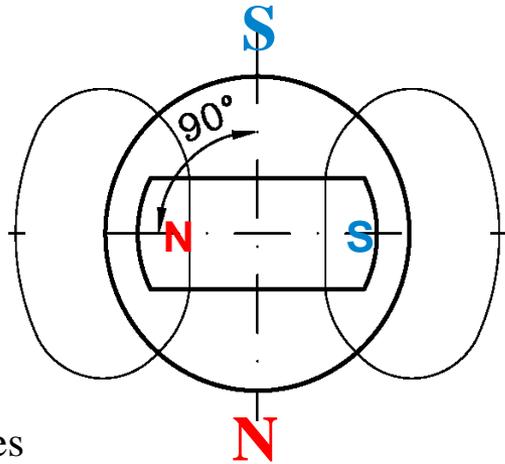
El.-magn. Maximalmoment $M_e = \text{Synchr. Kippmoment}$

Polradwinkel ist Null;
Drehmoment ist Null!
Stabile Lage

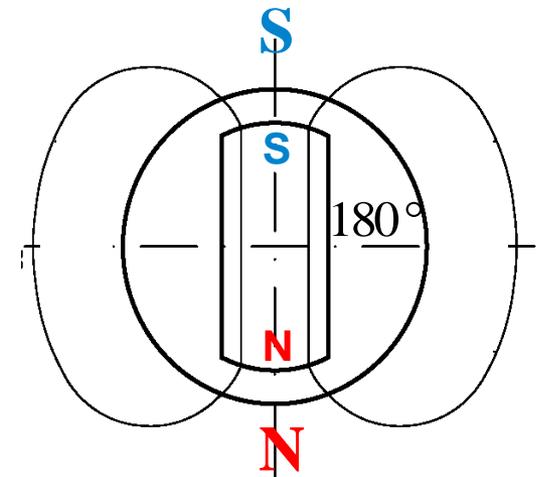


B-Feldlinien des
resultierenden Magnetfelds

Polradwinkel 90°;
Drehmoment maximal!
Grenzstabile Lage



Polradwinkel ist Null;
Drehmoment ist Null!
Instabile Lage



N, S: N- u. S-Pol des Läufer-Magnetfelds

N, S: N- u. S-Pol des resultierenden Magnetfelds
(Ständer- und Läuferfeld)

- Magnetische Tangentialkraft F (LORENTZ-Kraft) zwischen Läufer und Ständer wirkt für $-90^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ stets anziehend wie Feder c_M : „Magnetische Federwirkung“

T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

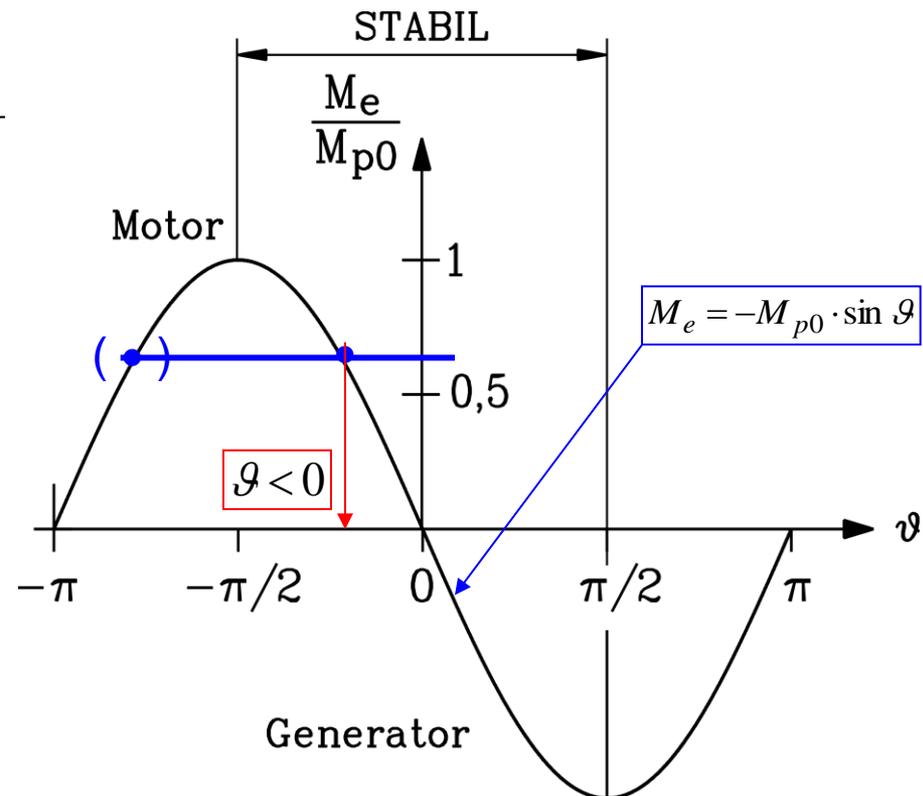
Synchrones Kippmoment M_{p0} (für $R_s = 0$)

- Maschine erzeugt maximales Drehmoment $M_e = M_{p0}$ bei Polrad-Kippwinkel $\vartheta = \pm 90^\circ$:

M_{p0} : "Synchrones Kippmoment"

$$\underline{\underline{M_e = -M_{p0} \cdot \sin \vartheta}}, \quad M_{p0} = \frac{3 \cdot U_s \cdot U_p}{\Omega_{syn} \cdot X_d}$$

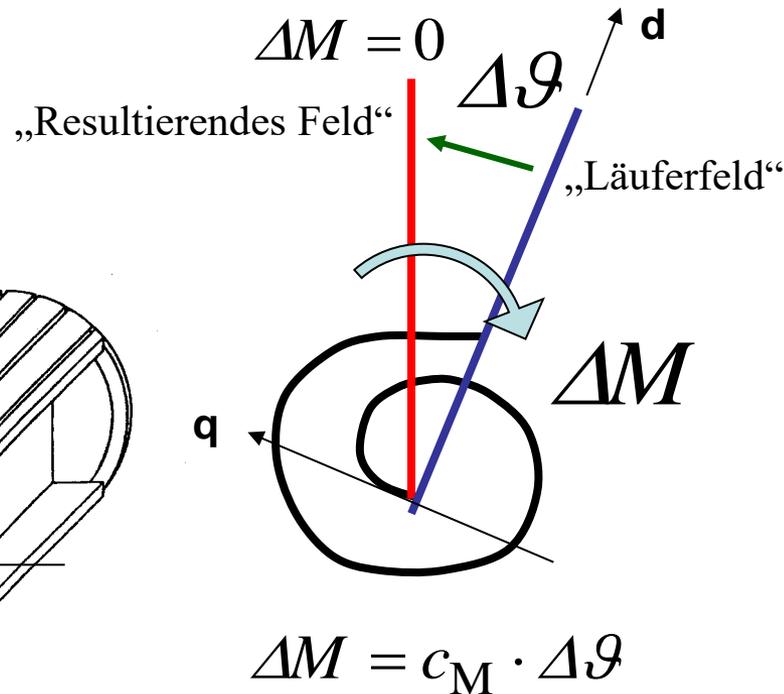
- Durch **Erhöhung** des Erregerstroms I_f kann über Erhöhung von U_p das Kippmoment M_{p0} erhöht werden.
- Nur für $-90^\circ < \vartheta < 90^\circ$ ist **STABILER** synchroner Betrieb möglich.
- Bei größerer Belastung $M > M_{p0}$ "kippt" das Polrad aus dem Synchronlauf und rotiert asynchron: $n \neq n_{syn} \Rightarrow$ **keine** Energiewandlung mehr möglich !



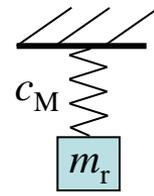
T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

Magnetische Feder-Wirkung

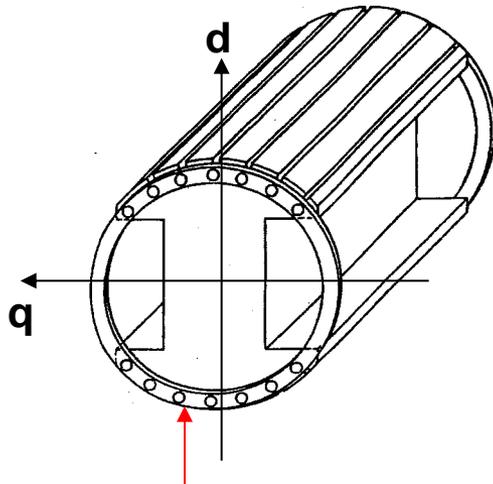
Mechanische Drehfeder:



Mechanisches Analogon zur Rotor-Eigenschwingung:



$$f_d = \frac{\sqrt{c_M / m_r}}{2\pi}$$

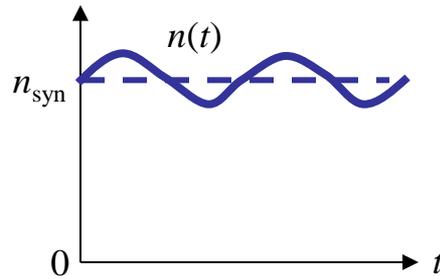


Dämpferkäfig in einem zweipoligen Schenkelpolmaschinen-Läufer

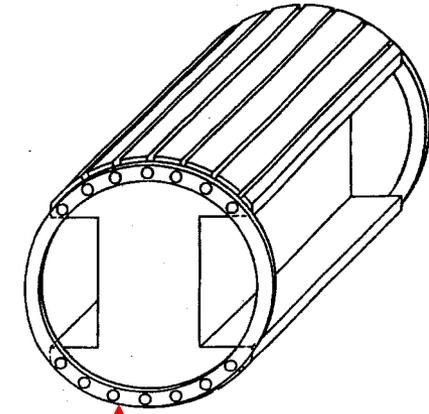
T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

Dämpferwicklung = „Dämpferkäfig“

- Bei jeder „Belastungsänderung“ (= Änderung des Drehmoments M_e) führt die rotierende Läufermasse m_r , überlagert zur Drehzahl n , eine kleine Drehschwingung mit $f_d = \text{ca. } 1 \dots 2 \text{ Hz}$ aus.



- Der Polradwinkel ϑ schwankt ungedämpft mit $f_d = \text{ca. } 1 \dots 2 \text{ Hz}$ um seinen Mittelwert:
⇒ „Pendelung“ der Wirk- und Blindleistung P_e und Q :
⇒ „Netzleistungspendelung“ und Frequenzschwankung.
- Abhilfe: **Dämpferkäfig** = **Kurzschlusskäfig** im Polrad: Kupferstäbe in den Dämpfernuten im Polrad stirnseitig mit je einem Kupfer-Dämpfering verbunden.



Dämpferkäfig in einem zweipoligen Schenkelpolmaschinen-Läufer

T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

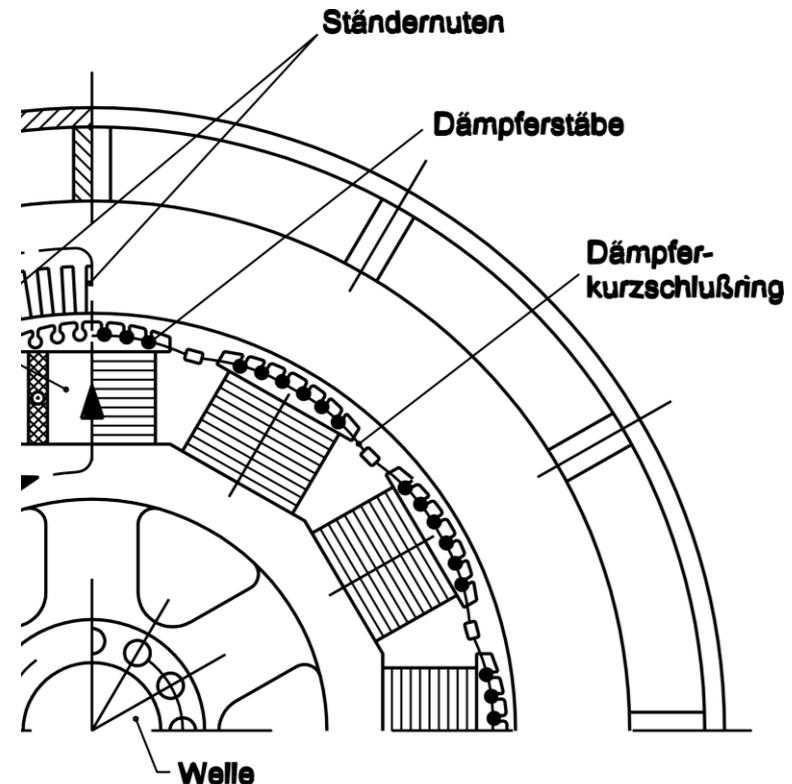
Dämpferkäfig im Läufer der Synchronmaschine

Dämpferkäfig:

Abdämpfung von mechanischen Läufer-Drehschwingungen f_d bei Belastungsänderung ΔM !

Denn:

- Schwingen des Läufers (f_d der Drehbewegung n überlagert) bewirkt, dass das Ständerfeld den Läuferkäfig induziert.
- Diese induzierten Spannungen je Dämpfer-Käfigstab treiben **Käfigstabströme**.
- Diese bilden mit Stator-Magnetfeld ein kleines **Bremsmoment**, das der Ursache (= der Schwingbewegung) entgegen wirkt und diese rasch dämpft.
- Kinetische Polrad-Schwingungsenergie wird in Dämpferkäfig-Stromwärme **„vernichtet“** = Schwingungsdämpfung (aber: Käfig wird heiß!)



Quelle: Kleinrath H.; Studententext

T1.3 Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine

Zusammenfassung

- Läufer dreht mit konstanter Synchrondrehzahl $n = n_{\text{syn}}$
- Konstantes Läufermagnetfeld bildet mit Ständer-Dreiphasen-Wechselstromsystem ein zeitlich konstantes Drehmoment M_e
- Synchronmaschine hat Maximalmoment $M_{e,\text{max}} = M_{p0} = \text{„synchrones Kippmoment“}$:
Im Generatorbetrieb: $M_{p0} < 0$, im Motorbetrieb $M_{p0} > 0$.
- Polradwinkel-Betrag $|\vartheta|$ nimmt mit steigender Belastung (= Wirkleistung $|P_e| \uparrow$) zu:
Stabiler Betrieb bei Polradwinkel-Betrag $< 90^\circ$.
- Synchronmaschine kann kapazitiv oder induktiv betrieben werden
 - a) kapazitiv = übererregt = hoher Erregerstrom I_f
 - b) induktiv = untererregt = niedriger Erregerstrom I_f
- Dämpferkäfig zum Abdämpfen von Polrad-Drehschwingungen f_d bei Laständerung ΔM .

T1 Synchrongeneratoren

Übersicht

1. Aufbau und Funktionsweise von Synchronmaschinen
2. Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm der Synchronmaschine
3. Drehmoment, Wirk- und Blindleistung der Synchronmaschine
4. Synchronmaschinen - Beispiele

T1.4 Synchronmaschinen - Beispiele

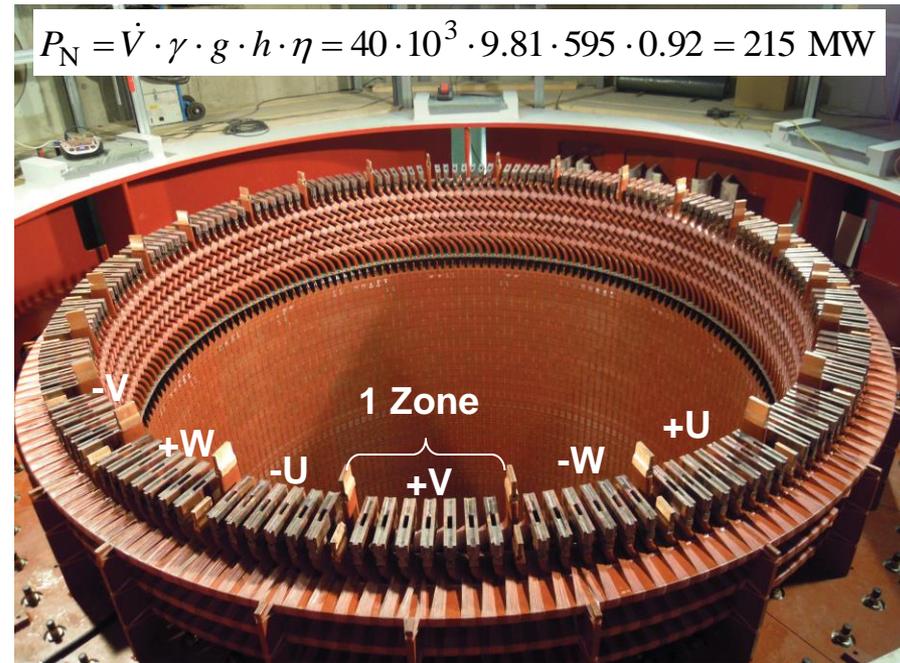
Niederpolige Schenkelpol-Synchronmaschinen



Teilerneuerung Speicherkraftwerk Kauertal, Tirol, A

5 x 79 MW (100 MVA), $h = 793 \dots 985$ m,
500/min, 50 Hz: Doppel-Pelton-Turbinen,
12-polige Generatoren, geteilter Stator, 10.5 kV

Quelle: Andritz Hydro, Österreich



2016: Neues Pumpspeicher- Kavernenkraftwerk Reißbeck II, Kärnten, A

2 x 215 MW, $h = 595$ m, 40 m³/s, 750/min:
3-phasige Hochspannungs-Statorwicklung,
8-poliger Generator-/Motor mit Francis-
Pumpturbine, 10.5 kV, 50 Hz

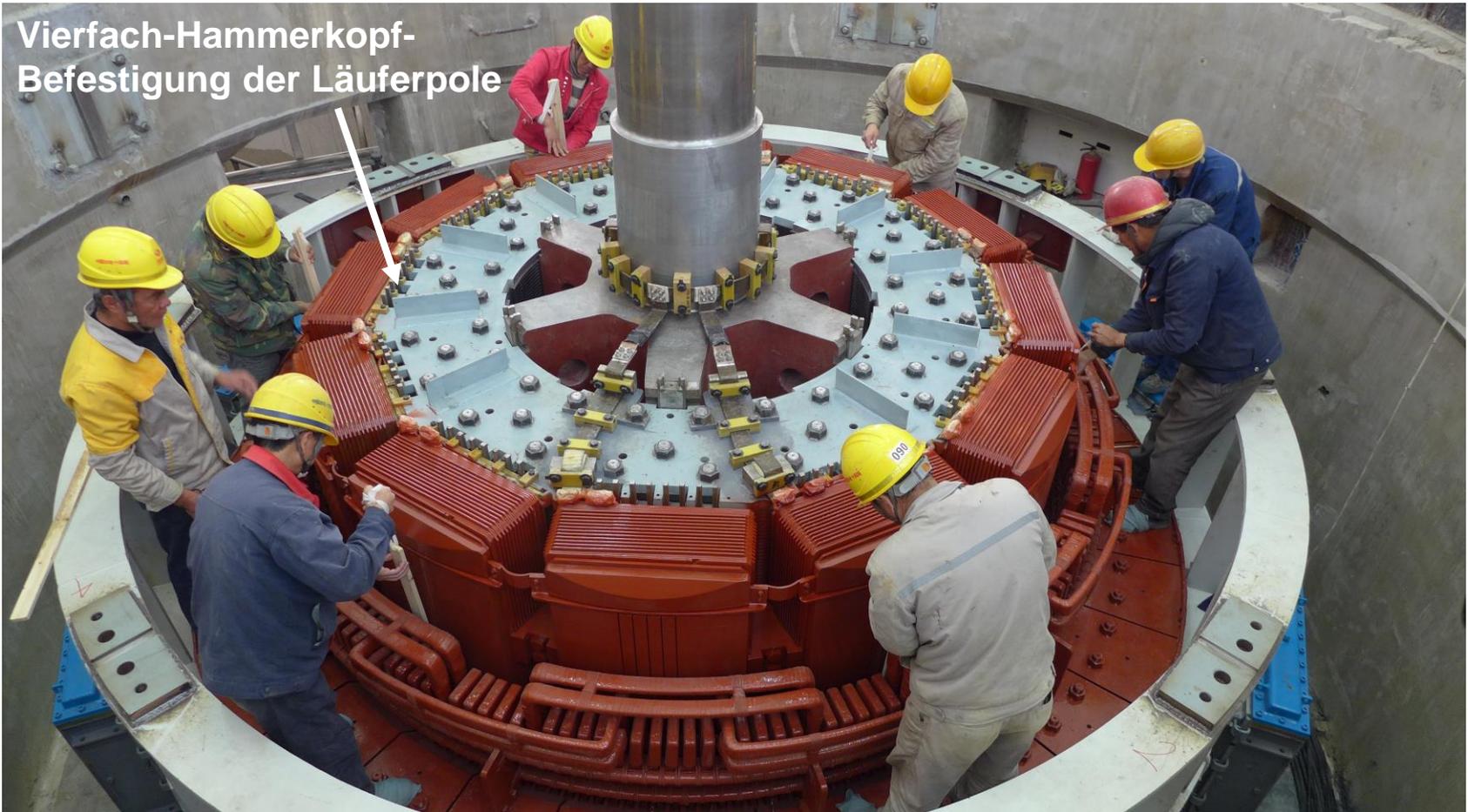
T1.4 Synchronmaschinen - Beispiele

Niederpolige Vertikal-Schenkelpolmaschine: 24 MW,
Einbau des Rotors, Kraftwerk *Sanchahe, China*, $2p = 12$



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Vierfach-Hammerkopf-
Befestigung der Läuferpole

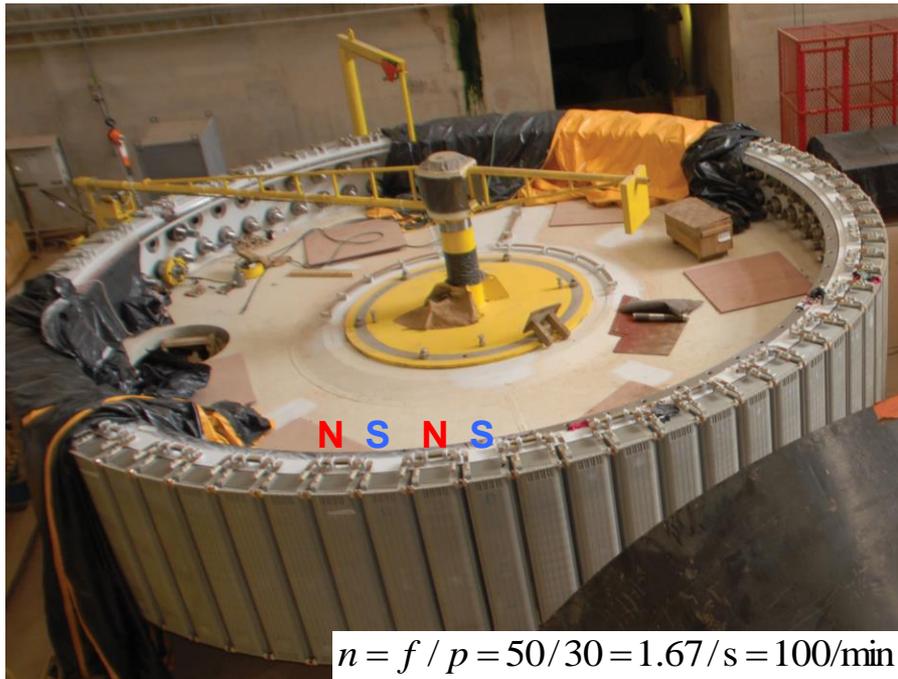


Quelle: Andritz Hydro, Österreich



T1.4 Synchronmaschinen - Beispiele

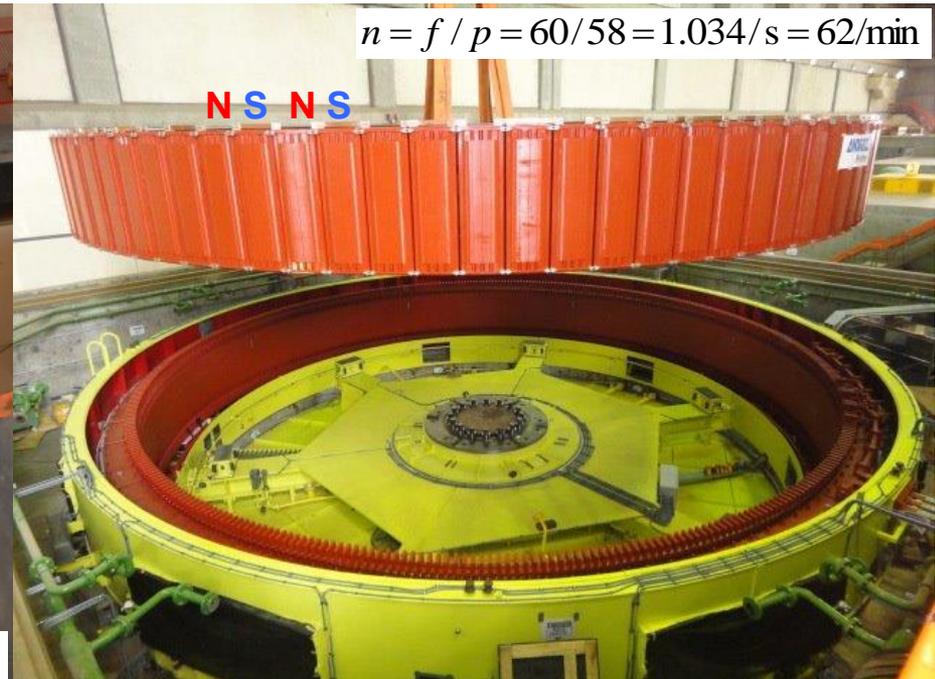
Vielpolige Rotoren für Laufwasserkraftwerke



Im Werk: 60-poliges Polrad für **Rohrturbinen-Generator** mit *Kaplan*-Turbine: 3.15 MW, Statorspannung 13.8 kV, 50 Hz, 100/min (horizontale Welle)

Wasserkraftwerk Santo Antonio, Brazil
12 x 3.15 MW

Quelle: Andritz Hydro, Österreich



Vertikale Welle: Einsetzen des 116-poligen Rotors in den Stator im Kraftwerk
Kpong Dam, Ghana, Afrika

4 x 40 MW, 62/min, 60 Hz, *Francis*-Turbinen
Damm: Höhe: 18 m, Breite: 240 m, *Volta*-Fluss

T1.4 Synchronmaschinen - Beispiele

Leistungsschild einer Synchronmaschine

- **Leistungsschild (Typenschild):**

Vom Hersteller angebrachte Kennzeichnung der E-Maschine mit identifizierenden Daten entsprechend der gesetzlich vorgeschriebenen Norm IEC 60034 (VDE 0530)

- **Beispiel:**

Type: Turbogenerator "TG-125-2"	Hersteller: ELIN-UNION AG (1981)
Typ: AC-Generator, IEC 60034	Fertigungs-Nr. 691 502
Bemessungsspannung: $U_N = 10.5 \text{ kV Y}$	Bemessungsstrom: $I_N = 6873 \text{ A}$
Bemessungs-Scheinleistung: $S_N = 125 \text{ MVA}$	Bemessungsdrehzahl: $n_N = 3000/\text{min}$
Bemessungsfrequenz: $f_N = 50 \text{ Hz}$	Leistungsfaktor: $\cos \varphi_N = 0.88$ übererregt
Bemessungs-Erregerstrom/-spannung (DC):	$I_{fN} = 2000 \text{ A}, U_{fN} = 190 \text{ V}$
Wärmeklasse F (105 K)	Betriebsart: S1 (Dauerbetrieb)
Schutzart IP 23	Bauform B3
Kühlung: (Internat. Cooling IC): Wasserstoffkühlung 3 bar Überdruck, 94 % Volumenanteil H_2	
Rotorwicklung: Direkte Leiterkühlung, Statorwicklung: Indirekte Leiterkühlung	

- **Nebenrechnung:** $S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = \sqrt{3} \cdot 10500 \text{ V} \cdot 6873 \text{ A} = 125000 \text{ kVA}$, $U_{sN} = U_N / \sqrt{3} = 10.5 \text{ kV} / \sqrt{3} = 6062 \text{ V}$

Erregerleistung: $P_f = U_{fN} \cdot I_{fN} = 190 \cdot 2000 = 380 \text{ kW}$ übererregt = kapazitiv: \underline{I}_N eilt \underline{U}_{sN} vor

Polzahl: $2p = 2$: $p = f_N / n_N = 1$, Generator \Rightarrow VZS: $\cos \varphi_N = -0.88$

VZS: $P_{ab,N} = P_{eN} = S_N \cdot \cos \varphi_N = 125 \cdot (-0.88) = -110 \text{ MW}$

T Transformatoren und Generatoren

2. Drehstromtechnik

1. Synchrongeneratoren
2. Drehstromtechnik
3. Transformatoren
4. Solarzellen

T2 Drehstromtechnik

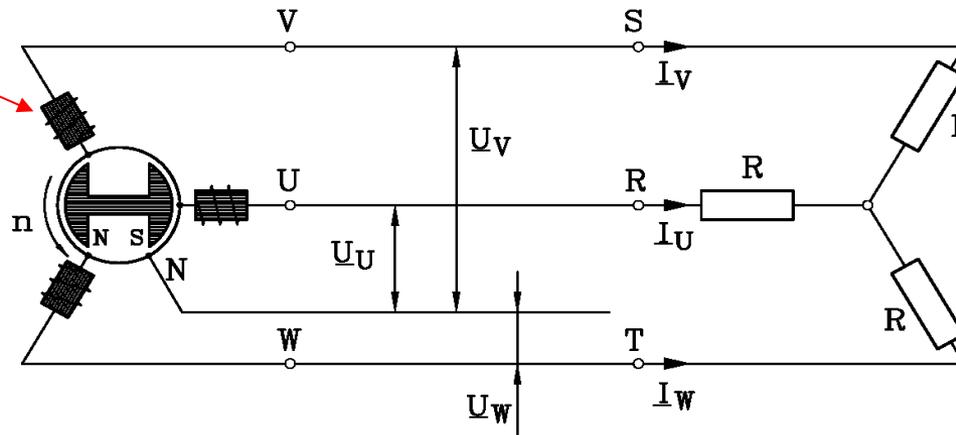
Übersicht

1. **Phasenspannung und verkettete Spannung**
2. **Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung**
3. **Stern-, Dreieckschaltung**
4. **Unsymmetrisches Drehstromsystem – Leistungsmessung**
5. **Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme**

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Symmetrischer Synchrongenerator erzeugt symmetrisches Drehspannungssystem U_U, U_V, U_W

Symmetrischer Generator:
Alle drei Stränge U, V, W gleich ausgeführt!



Symmetrischer ohm'scher Verbraucher:
Alle drei Stränge U, V, W mit gleichem Widerstand R

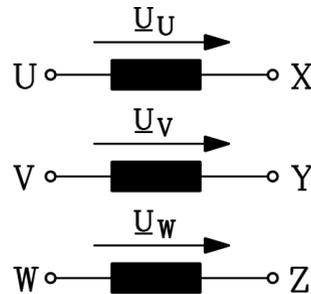
Quelle: Schreiner, Physik

- **Läufer (Rotor):** Elektrisch erregt über Schleifringe, rotiert, Turbine treibt an.
- Läufer erregt Magnetfeld und rotiert mit $\Omega_m = 2\pi n$ (n : Drehzahl).
- **Drei Statorwicklungsstränge** sind um 120° räumlich versetzt im Stator angeordnet.
- Flussverkettung je Statorwicklungsstrang ändert sich zeitlich (etwa) sinusförmig \Rightarrow **Induktionsgesetz:** Induzierte Spannung je Statorwicklungsstrang:
Frequenz $f = n \cdot p$, Spannung U_U, U_V, U_W in Strängen U, V, W um 120° el. phasenverschoben.

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Symmetrisches Drehspannungssystem u_U, u_V, u_W

- Dreiphasiges Wicklungssystem in der Synchronmaschine U, V, W, räumlich um 120° versetzt



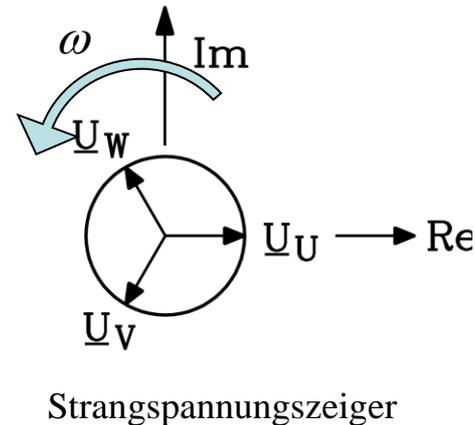
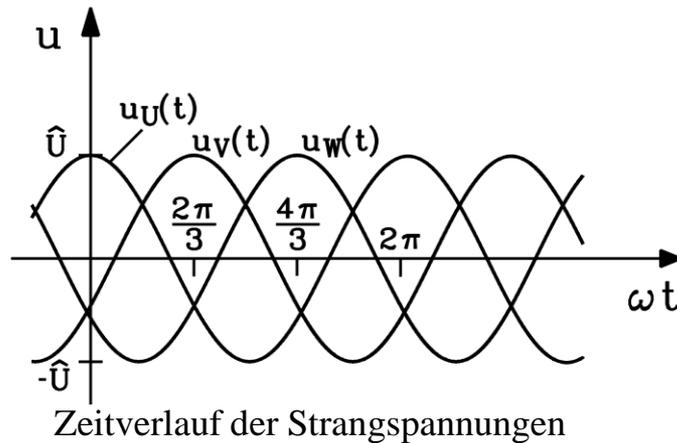
Quelle: Clausert, H.; Elektrotechnik

- Spannung U-X usw. je Wicklungsstrang: $u_U(t), u_V(t), u_W(t)$ Strangspannung, Phasenspannung
- Zeitverlauf: **Drei um 120° el. phasen-verschobene Sinusspannungen**:
 - Amplitude $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U$ (U : Effektivwert)
 - Frequenz f , $\omega = 2\pi \cdot f$

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Symmetrisches Drehspannungssystem u_U, u_V, u_W

- Darstellung von $u_U(t), u_V(t), u_W(t)$ als drei komplexe Zeiger $\underline{U}_U, \underline{U}_V, \underline{U}_W$ ("Zeigerdreiein"), Zeigerlänge U , rotiert mit Frequenz f in komplexer *Gauß'scher* Zahlenebene.



- **Projektion** der Zeiger ($\cdot \sqrt{2}$!) auf Realteilachse liefert augenblicklichen Zeitwert:

- **Beispiel:** $u_V(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \cdot \underline{U}_V \cdot e^{j\omega t} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \cdot U \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}} \cdot e^{j\omega t} \right\} = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3)$

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

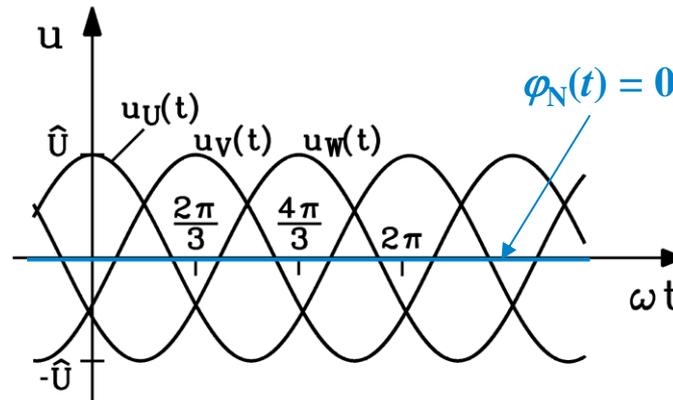
Sternpunktpotential $\varphi_N(t) = 0$

bei symmetrischem Drehspannungssystem

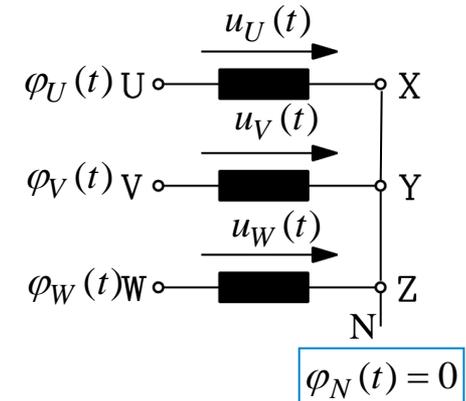
$$\left. \begin{aligned} u_U(t) &= \varphi_U(t) - \varphi_N(t) \\ u_V(t) &= \varphi_V(t) - \varphi_N(t) \\ u_W(t) &= \varphi_W(t) - \varphi_N(t) \end{aligned} \right\} +$$

$$0 = 0 - 3 \cdot \varphi_N(t)$$

$$\varphi_N(t) = 0$$



Quelle: Clausert, H.; Elektrotechnik

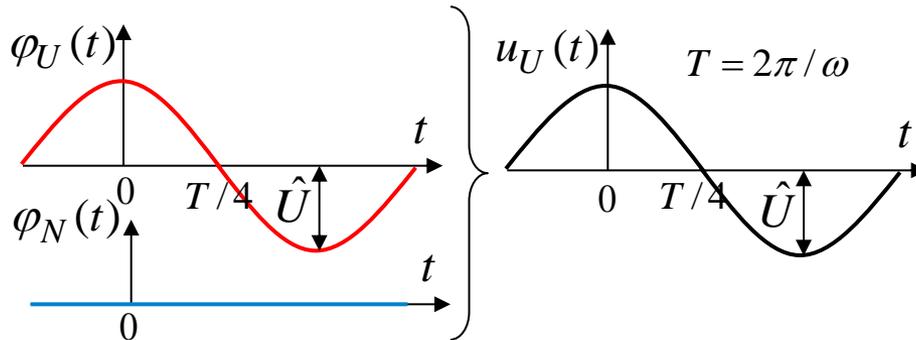


$$\varphi_N(t) = 0$$

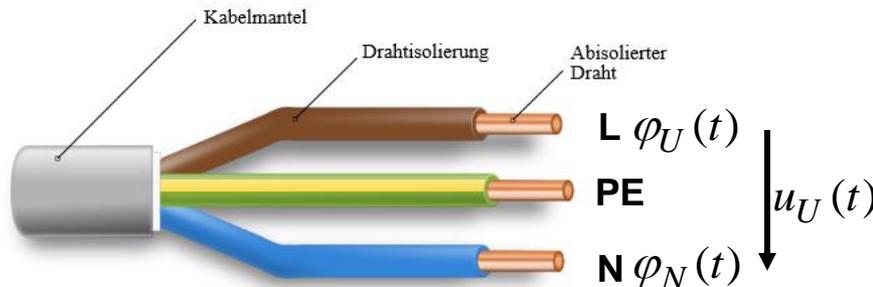
T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Sternpunktpotential $\varphi_N(t) = 0$ bei symmetrischem Drehspannungssystem

- **Beispiel:** Phasenspannung im Haushalt: $U_{ph} = \hat{U} / \sqrt{2} = 230 \text{ V}$
 $\varphi_U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \Rightarrow u_U(t) = \varphi_U(t) - \varphi_N(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) - 0 = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t)$



L: „heißer“ Leiter auf el. Potential
 N: Neutraleiter auf Null-Potential
 PE: Schutzleiter („gelb-grün“)



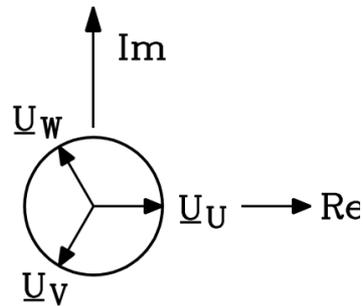
Quelle: Wikipedia.de

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Symmetrische Strangspannungen

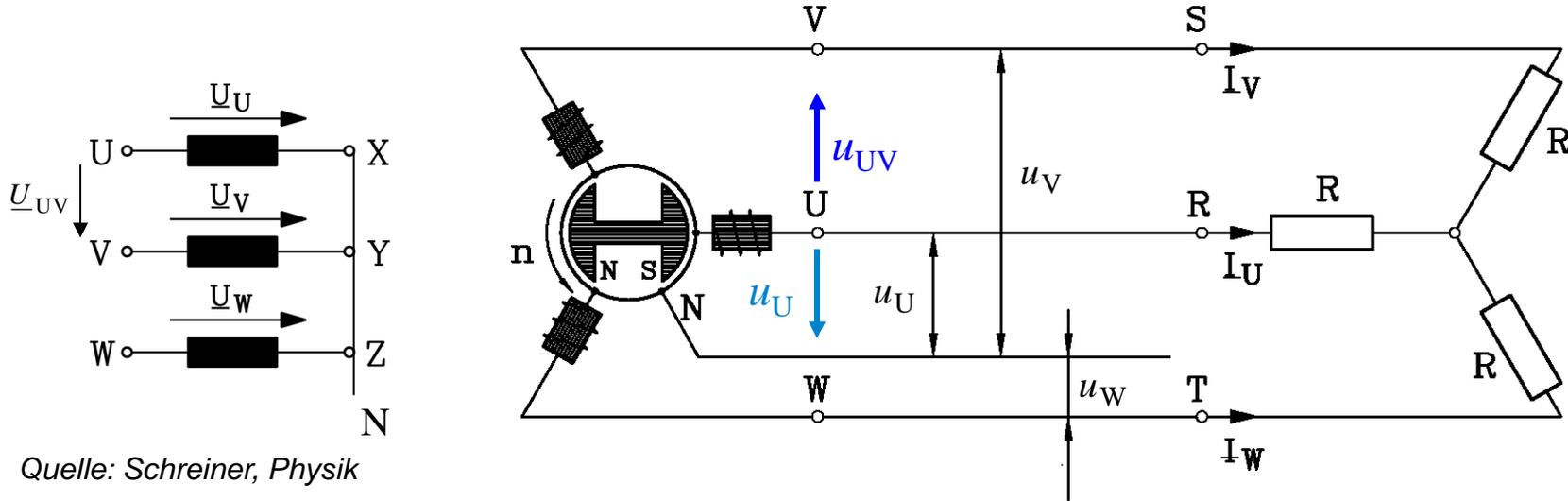
- Summe der drei **symmetrischen Strangspannungen** ist **Null**:

$$\underline{U}_U + \underline{U}_V + \underline{U}_W = 0 \Leftrightarrow U \cdot (1 + e^{-j2\pi/3} + e^{-j4\pi/3}) = 0$$



T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Symmetrische Strangspannungen (Phasenspannung) & verkettete Spannungen (Außenleiterspannungen)



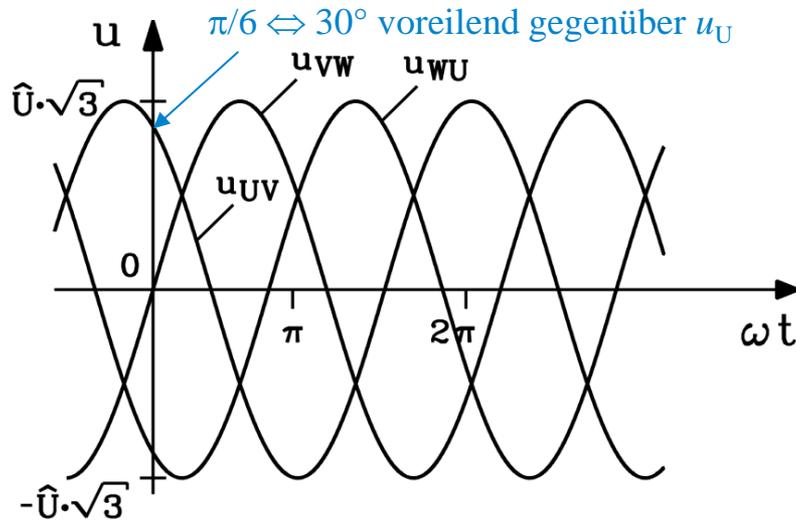
- Zwischen zwei Klemmen eines Strangs: **Strangspannung**: z.B. zw. U und X: u_U
- Zwischen zwei Klemmen benachbarter Stränge: **Verkettete Spannung**: z. B. zw. U und V: u_{UV}

$$u_{UV} = u_U - u_V \quad u_{VW} = u_V - u_W \quad u_{WU} = u_W - u_U$$

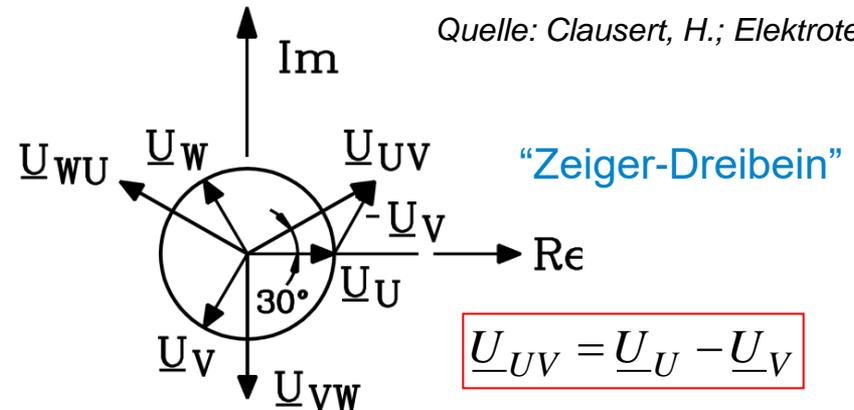
$$\underline{U}_{UV} = \underline{U}_U - \underline{U}_V \quad \underline{U}_{VW} = \underline{U}_V - \underline{U}_W \quad \underline{U}_{WU} = \underline{U}_W - \underline{U}_U$$

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Symmetrische verkettete Spannungen



Zeitverlauf der verketteten Spannungen



Quelle: Clausert, H.; Elektrotechnik

$$\underline{U}_{UV} = U \cdot (1 - e^{-j2\pi/3}) = \sqrt{3} \cdot U \cdot e^{j\pi/6}$$

$$U_{UV} = |\underline{U}_{UV}| = \sqrt{3} \cdot U$$

$$|\underline{U}_{UV}| = U \cdot \left| 1 - e^{-j2\pi/3} \right| = U \cdot \left| 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right| = U \cdot \left| 1 + \frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right|$$

$$|\underline{U}_{UV}| = U \cdot \sqrt{\frac{3^2}{2^2} + \frac{3}{2^2}} = U \cdot \sqrt{\frac{12}{4}} = U \cdot \sqrt{3}$$

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Verkettete Spannungen

- Summe der drei **verketteten Spannungen** ist Null, **unabhängig** von der Kurvenform der Strangspannungen:

$$\left. \begin{aligned} u_{UV} &= u_U - u_V \\ u_{VW} &= u_V - u_W \\ u_{WU} &= u_W - u_U \end{aligned} \right\} +$$
$$\underline{u_{UV} + u_{VW} + u_{WU} = 0}$$

- Natürlich ist auch die Summe der drei **symmetrischen verketteten Spannungen** ist Null:

$$\underline{U_{UV} + U_{VW} + U_{WU} = 0}$$

Aus Zeigerbild folgt für symmetrisches Spannungssystem:

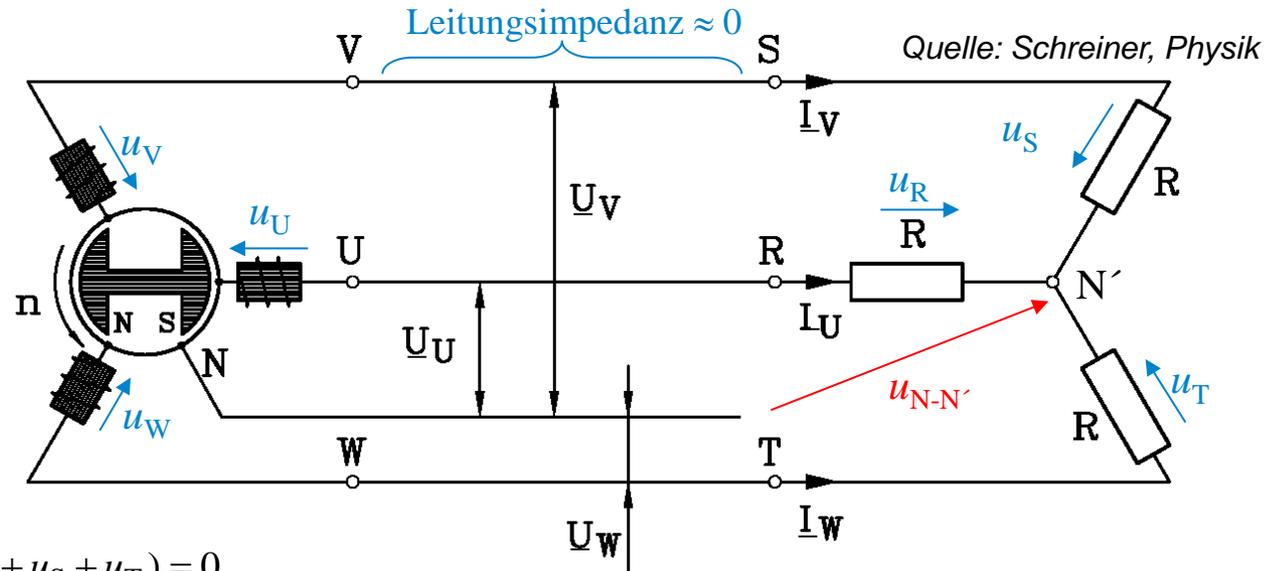
- Zeiger U_{UV} **um** $\sqrt{3}$ **größer** als Strangspannungen U_U, U_V .
- u_{UV} eilt u_U um **30°el.** VOR!

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Sternpunktleiter überflüssig

- Symmetrisches Drehspannungssystem:

Verbindung zwischen N und N' wäre stromlos \Rightarrow kann weggelassen werden!



$$\left. \begin{aligned} u_{N-N'} &= -u_U + u_R \\ u_{N-N'} &= -u_V + u_S \\ u_{N-N'} &= -u_W + u_T \end{aligned} \right\} +$$

$$3 \cdot u_{N-N'} = \underbrace{-(u_U + u_V + u_W)}_0 + \underbrace{(u_R + u_S + u_T)}_0 = 0$$

- „Sternpunktverlagerungsspannung“ (= Spannungsdifferenz $u_{N-N'}$)
ist im symmetrischen Fall Null \Rightarrow Es fließt kein Sternpunktstrom:
 \Rightarrow Sternpunktleiter kann weggelassen werden!

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Sternpunktleiter überflüssig

- Beispiel:
 - a) Generator-Statorwicklung in Stern geschaltet:
Strangspannungen u_U, u_V, u_W zwischen Sternpunkt N und Klemmen U, V, W messbar.
 - b) Auf der Freileitung Sternpunkt NICHT mitgeführt:
Nur verkettete Spannungen messbar.
 - c) Belastung symmetrisch in U, V, W, in Stern geschaltet,
daher:
Sternpunktspotential wie bei N: Strangspannungen u_R, u_S, u_T messbar.

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Zählfeile bei Strangspannungen & verketteten Spannungen (1)

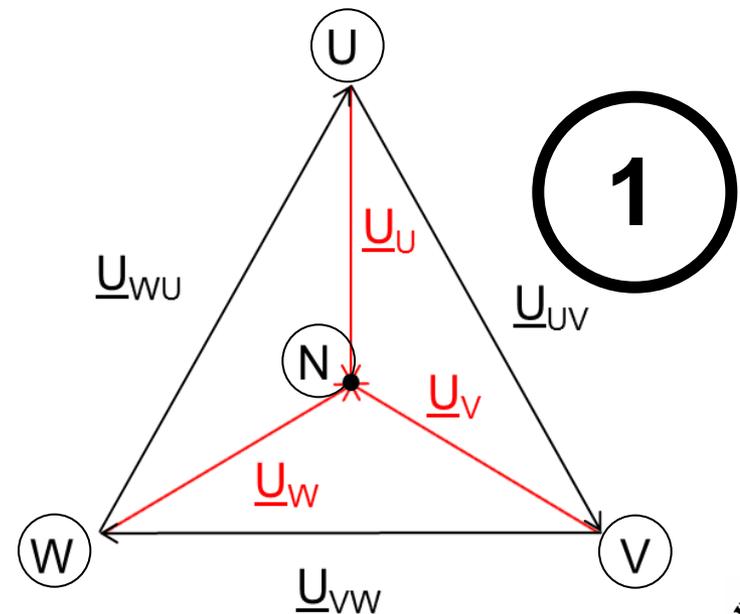
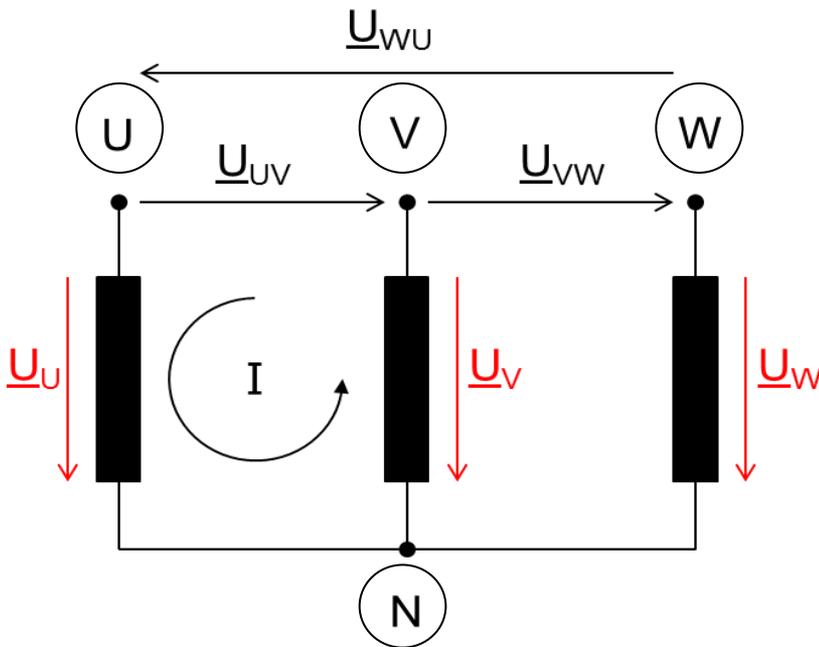
- Schaltbild:

Verkettete Spannungen zeigen von Klemme **U** nach **V**, von **V** nach **W** und von **W** nach **U**.

- Zeigerdiagramm:

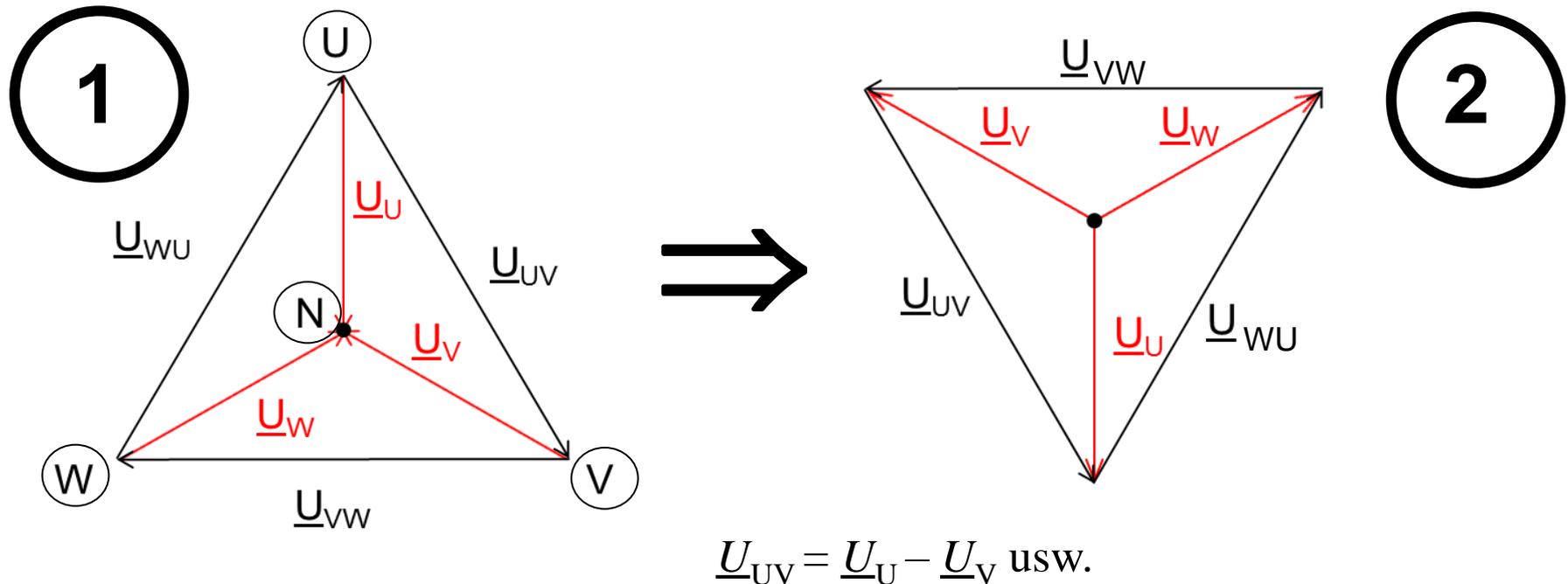
Phasenspannungen zeigen zum Neutralpunkt **N** hin.

- Beispiel: Sternschaltung: *Kirchhoff'sches* Gesetz z. B. für Masche I: $\underline{U}_{UV} = \underline{U}_U - \underline{U}_V$



T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung Alternative Anordnung der Spannungszeiger im „Dreibein“

- **Beispiel:** Sternschaltung: Strangspannungszeiger neu angeordnet durch **Parallelverschieben**.

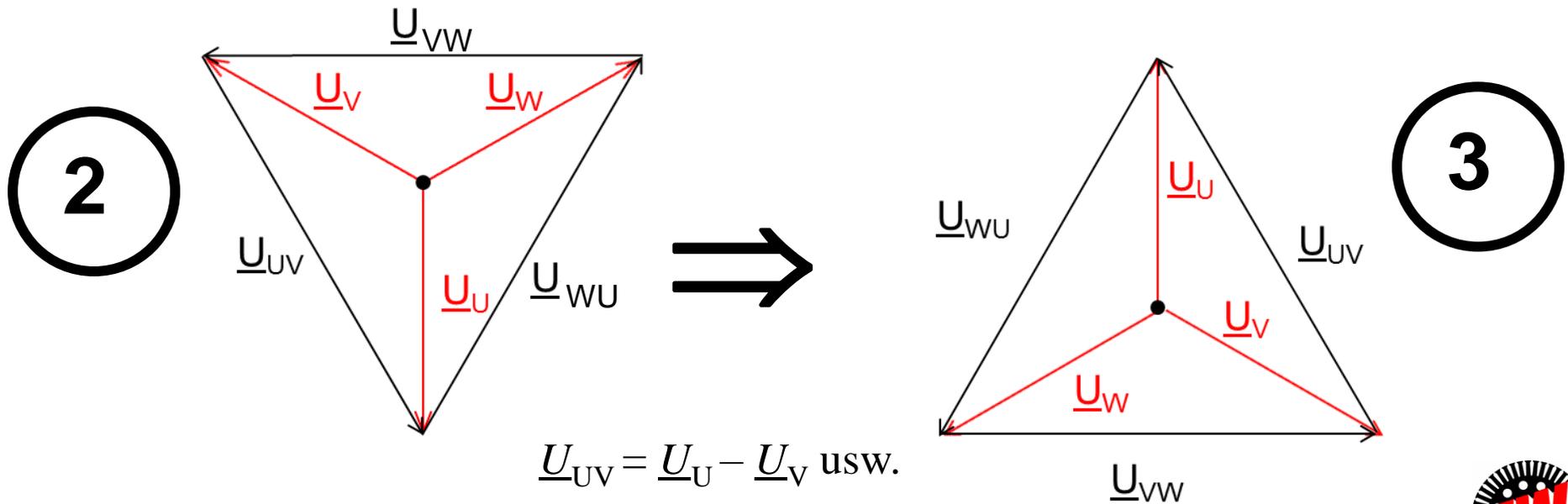


- Nach der **Verschiebung** sind die Potential-Bezugspunkte \textcircled{U} , \textcircled{V} , \textcircled{W} , \textcircled{N} **nicht** mehr einzuzichnen, weil das nicht mehr zum Zeigerdiagramm passt!

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Relative Lage der Zeiger zueinander ist wesentlich

- Die **absolute** Lage der komplexen Zeiger ist willkürlich, die **relative Lage** der Zeiger zueinander ist **wesentlich!**
- **Beispiel:**
Durch **Drehung** des gesamten Zeigerdiagramms **um 180°** zeigt nun \underline{U}_U nach oben (die **relative Phasenlage** der Zeiger zueinander **bleibt erhalten!**)
- **Beispiel:** Sternschaltung



T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Zählpeile bei Strangspannungen & verkettete Spannungen (2)

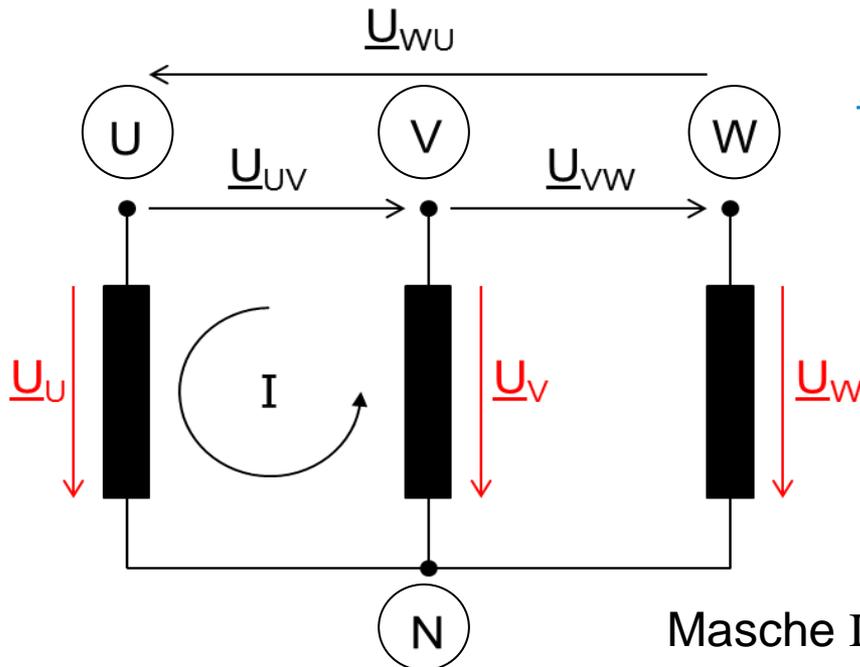
- Schaltbild:

Verkettete Spannungen zeigen von Klemme **U nach V**, von **V nach W** und von **W nach U**.

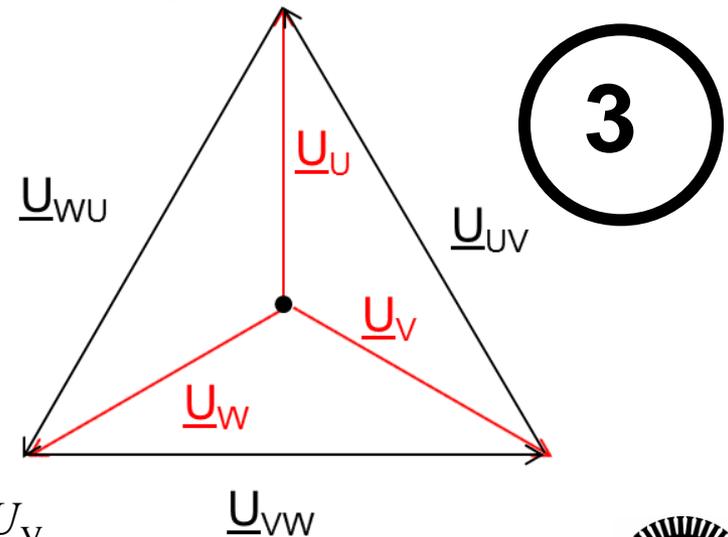
- Zeigerdiagramm:

Phasenspannungen zeigen nach außen;

Potential-Bezugspunkte **U**, **V**, **W**, **N** sind nicht einzuzichnen!



Beispiel: Sternschaltung

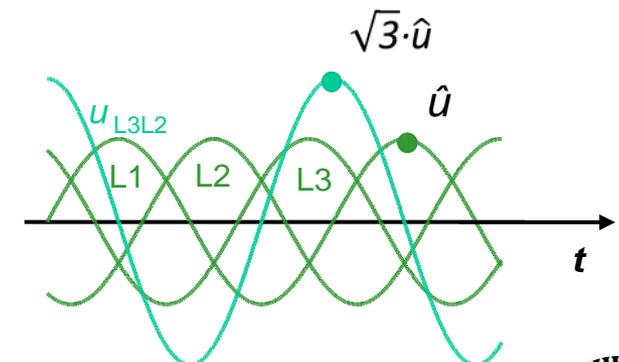
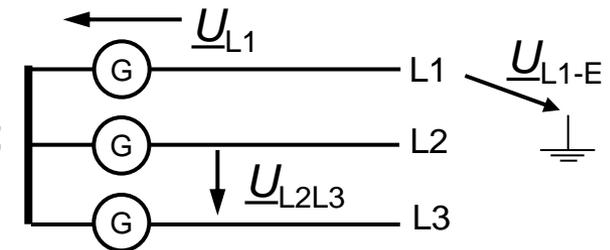
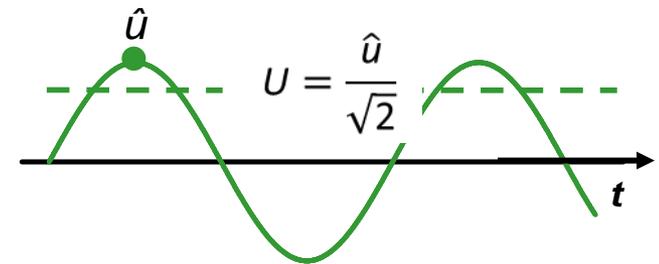


Masche I: $\underline{U}_{UV} = \underline{U}_U - \underline{U}_V$

T2.1 Phasenspannung und verkettete Spannung

Spannungsbegriffe

- **Effektivwert U :** Quadratischer Mittelwert der Sinusschwingung
- **Amplitudenwert \hat{u} :** Zeitlicher Höchstwert der Sinusschwingung
- **Verkettete Spannung:** Spannung zwischen den Leitern: Außenleiterspannung; „Leiter-Leiter-Spannung“ (z. B.: \underline{U}_{L2L3})
- **Leiterspannung:** Spannung zwischen Leiter und Sternpunkt: Phasenspannung, Strangspannung (z. B.: \underline{U}_{L1})
- **Leiter-Erde-Spannung:** Spannung zwischen Leiter und Erdpotential



T2 Drehstromtechnik

Übersicht

1. **Phasenspannung und verkettete Spannung**
2. **Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung**
3. **Stern-, Dreieckschaltung**
4. **Unsymmetrisches Drehstromsystem – Leistungsmessung**
5. **Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme**

T2.2 Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung

Wirkleistung im symmetrischen Drehstromsystem

- Einphasen-Momentanleistung $p(t)$ pendelt mit $2f$ um den Mittelwert P :

$$p(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega t) \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \varphi) = P + p_{\sim}(t), \quad \omega = 2\pi f \quad U = \hat{U} / \sqrt{2}, I = \hat{I} / \sqrt{2}$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

- Symmetrisches Drehstromsystem:

Momentanleistung $p(t)$: Summe der drei Strang-Leistungen: **U**: ωt , **V**: $\omega t - 2\pi/3$, **W**: $\omega t - 4\pi/3$

$$p_U(t) = P_U + p_{\sim U}(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$p_V(t) = P_V + p_{\sim V}(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi - 4\pi/3)$$

$$p_W(t) = P_W + p_{\sim W}(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi - 8\pi/3)$$

} Summe **U** + **V** + **W**

$$\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - \varphi - 4\pi/3) + \cos(2\omega t - \varphi - 8\pi/3) = 0 \quad P = P_U + P_V + P_W$$

$$p(t) = p_U(t) + p_V(t) + p_W(t) = P = P_U + P_V + P_W = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

- $p(t) = P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$ **Zeitlich KONSTANTE Wirkleistung** im symm. Drehstromsystem!
- Das Pulsieren der Momentanleistungen mit $2f$ erfolgt **nur innerhalb der Stränge** !

T2.2 Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung

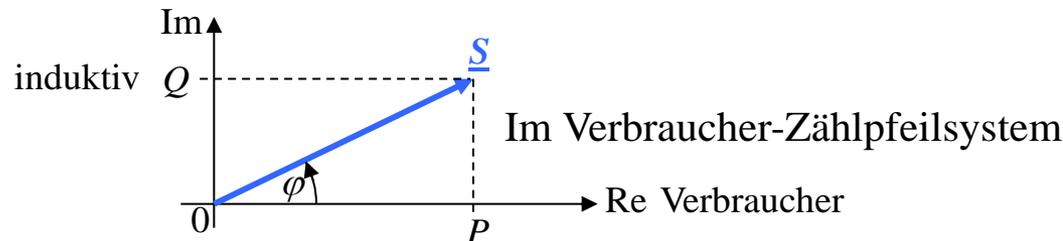
Blind- und Scheinleistung im symm. Drehstromsystem

- Einphasensystem: Blindleistung: $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$
- Dreiphasensystem: Blindleistung: $Q = 3 \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi$
- Scheinleistung gibt Strom- und Spannungsbelastung an: $S = 3 \cdot U \cdot I$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot U \cdot I$$

- Leistungsfaktor: $\cos \varphi = P/S = \lambda$

- „Komplexe Scheinleistung“ $\underline{S} = 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + j \cdot Q$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = |\underline{S}^*|$



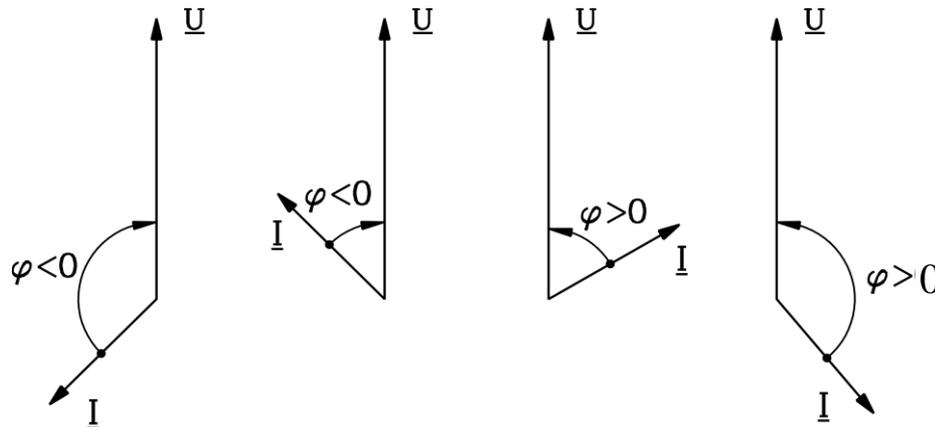
$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 3 \cdot U \cdot (I \cdot e^{-j\varphi})^* = 3 \cdot U \cdot I \cdot e^{j\varphi} = 3 \cdot U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi)$$

T2.2 Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung

Wirk-/Blindleistung im Verbraucher-Zählpeilsystem

- Je Strang: Elektrische Wirkleistung: $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$, Blindleistung: $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$
- Phasenwinkel φ gezählt vom Strom zur Spannung, positiv im Rechtsdrehsinn

\underline{I} eilt \underline{U} vor	\underline{I} eilt \underline{U} vor	\underline{I} eilt \underline{U} nach	\underline{I} eilt \underline{U} nach
kapazitiv	kapazitiv	induktiv	induktiv
$Q < 0$	$Q < 0$	$Q > 0$	$Q > 0$
Erzeuger	Verbraucher	Verbraucher	Erzeuger
$P < 0$	$P > 0$	$P > 0$	$P < 0$



T2.2 Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung Leistungsberechnung mit verketteten Spannungen

- Je Strang (= je Phase): $|\underline{U}_U| = |\underline{U}_V| = |\underline{U}_W| = U, \quad |\underline{I}_U| = |\underline{I}_V| = |\underline{I}_W| = I$
- Berechnung der Leistung im symmetrischen Drehstromsystem: mit $U_{verk} = \sqrt{3} \cdot U$
- Scheinleistung:

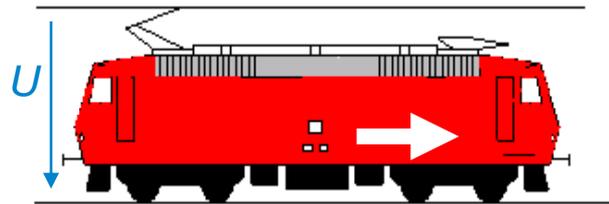
$$S = U_U \cdot I_U + U_V \cdot I_V + U_W \cdot I_W = 3 \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

(“Faktor $\sqrt{3}$ ”)

- Wirkleistung: $P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\}$
- Blindleistung: $Q = 3 \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi = 3 \cdot \operatorname{Im}\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\}$

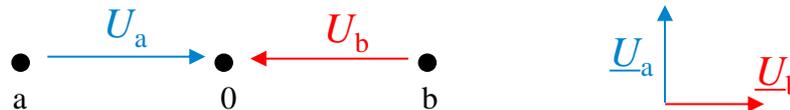
T2.2 Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung Ein- und Zweiphasen-Spannungssystem

- **Einphasiges** Wechselstromsystem (z. B. elektrische Bahn):
Zwei Leiter (ggf. Erde als Rückleiter)
Pulsierende Leistung mit $2f$ um Mittelwert $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$



Elektrische Vierachs-Lokomotive

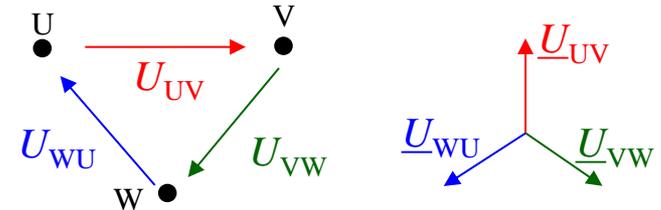
- **Zweiphasiges** Drehstromsystem: Stränge **a**, **b**: **Drei** Leiter,
Phasenverschiebung zw. a-b: 90° :
Konstante Leistung $P = 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$



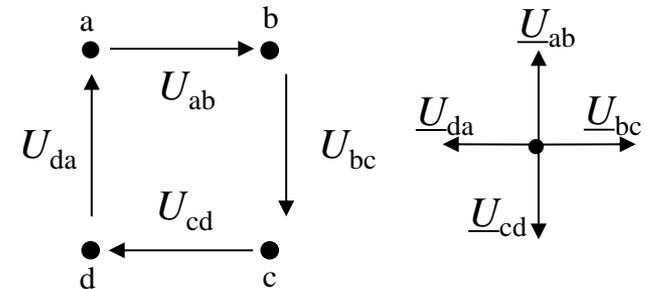
$$p(t) = \hat{U} \cdot \cos \omega t \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \varphi) + \hat{U} \cdot \sin \omega t \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t - (\omega t - \varphi)) = 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

T2.2 Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung Drei- und vierphasige Spannungssysteme

- **Dreiphasiges** Drehstromsystem: Stränge U, V, W:
Drei Leiter, Phasenverschiebung jeweils 120° :
Konstante Leistung $P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$



- **Vierphasiges** Drehstromsystem: Stränge a, b, c, d:
Vier Leiter, Phasenverschiebung jeweils 90° :
Konstante Leistung $P = 4 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$



M. v. Dolivo-Dobrowolsky (1888):

- Prägt Bezeichnung „Drehstrom“!
- **Minimale** Leiterzahl „**DREI**“ bei konstanter, möglichst großer Leistung P ist wirtschaftlich optimale Lösung. Daher ist das Dreiphasen-System eingeführt worden!

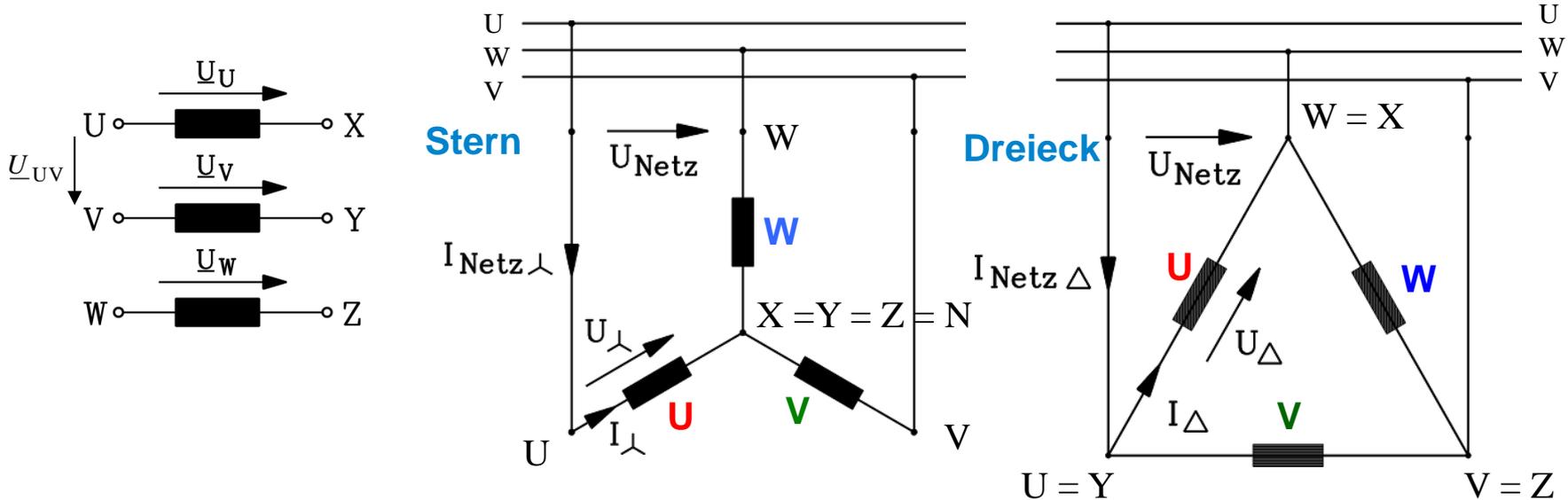
T2 Drehstromtechnik

Übersicht

1. **Phasenspannung und verkettete Spannung**
2. **Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung**
3. **Stern-, Dreieckschaltung**
4. **Unsymmetrisches Drehstromsystem – Leistungsmessung**
5. **Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme**

T2.3 Stern-, Dreieckschaltung

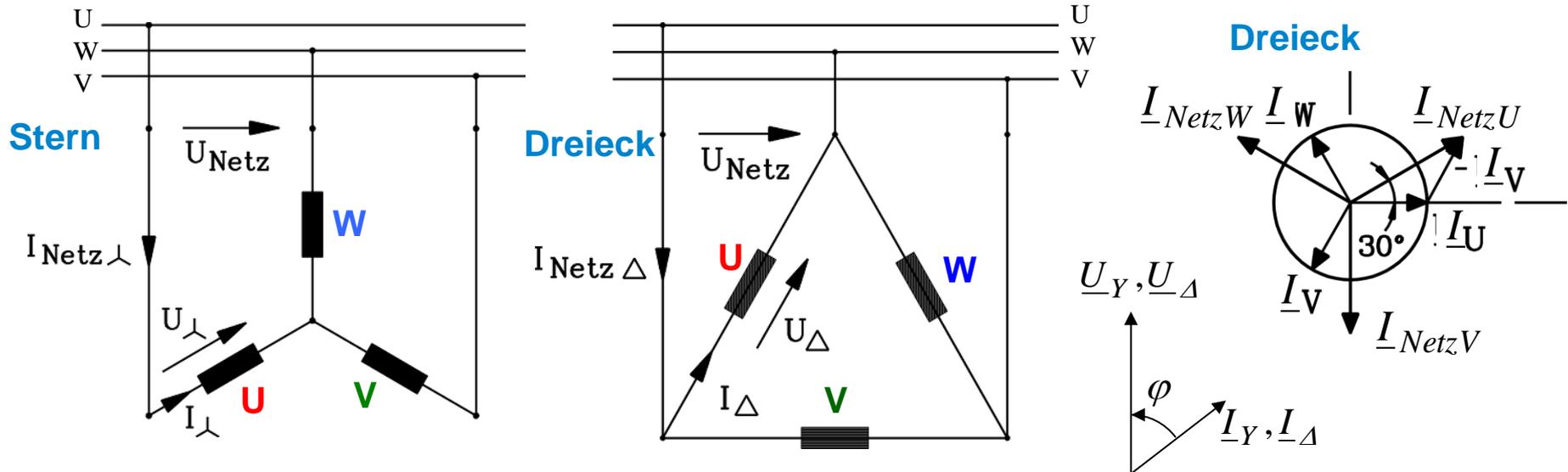
Stern- und Dreieckschaltung Y und D



- **Mögliche Schaltungsabfolge** der drei Stränge U, V, W:
 - a) im mathematisch positiven Zählsinn (Gegen-Uhrzeigersinn) als U-V-W (siehe Bild)
 - b) Es ist auch die alternative Abfolge U-V-W möglich:
Bedeutet für die Dreieckschaltung: (U=Z) – (V=X) – (W=Y)

T2.3 Stern-, Dreieckschaltung

Stern- und Dreieckschaltung Y und D



- **Stern:** Strangspannung $U_Y = U_{verk} / \sqrt{3} = U_{Netz} / \sqrt{3}$, Strangstrom $I_Y = \text{Netzstrom } I_{NetzY}$

$$P_Y = 3 \cdot U_Y \cdot I_Y \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{verk} \cdot I_Y \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{Netz} \cdot I_{NetzY} \cdot \cos \varphi$$

- **Dreieck:** Strangspannung $U_\Delta = \text{Netzspannung } U_{Netz}$, Strangstrom $I_\Delta = I_{Netz\Delta} / \sqrt{3}$

$$\underline{I}_{NetzU} = \underline{I}_U - \underline{I}_V \Rightarrow I_{NetzU} = \sqrt{3} I_U \Rightarrow I_{Netz\Delta} = \sqrt{3} I_\Delta$$

$$P_\Delta = 3 \cdot U_\Delta \cdot I_\Delta \cdot \cos \varphi = 3 \cdot U_\Delta \cdot (I_{Netz\Delta} / \sqrt{3}) \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{Netz} \cdot I_{Netz\Delta} \cdot \cos \varphi$$

T2.3 Stern-, Dreieckschaltung

Beispiel: Leistungsdaten für Y- und D-Schaltung

- **Wirkleistung:** $\cos \varphi = 0.82$, 50 Hz, Strangspannung 230 V
- a) Dreieckschaltung: 230 V, D, 26.5 A Netzstrom
- b) Sternschaltung: 400 V, Y, 15.2 A Netzstrom

Schaltung der drei Wicklungsstränge	<i>Dreieck</i>	<i>Stern</i>
Strangspannung effektiv	230 V	230 V
Verkettete Spannung effektiv	230 V	400 V
Strangstrom effektiv	15.2 A	15.2 A
Netzstrom effektiv	26.5 A	15.2 A

- **Dreieckschaltung (D):** $P = \sqrt{3}U_{\text{Netz}}I_{\text{Netz}}\cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 26.5 \cdot 0.82 = 8656\text{W}$
- **Sternschaltung (Y):** $P = \sqrt{3}U_{\text{Netz}}I_{\text{Netz}}\cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 15.2 \cdot 0.82 = 8656\text{W}$
- **D und Y:** aus den Strangwerten: $P = 3U_{\text{strang}}I_{\text{strang}}\cos\varphi = 3 \cdot 231 \cdot 15.2 \cdot 0.82 = 8656\text{W}$

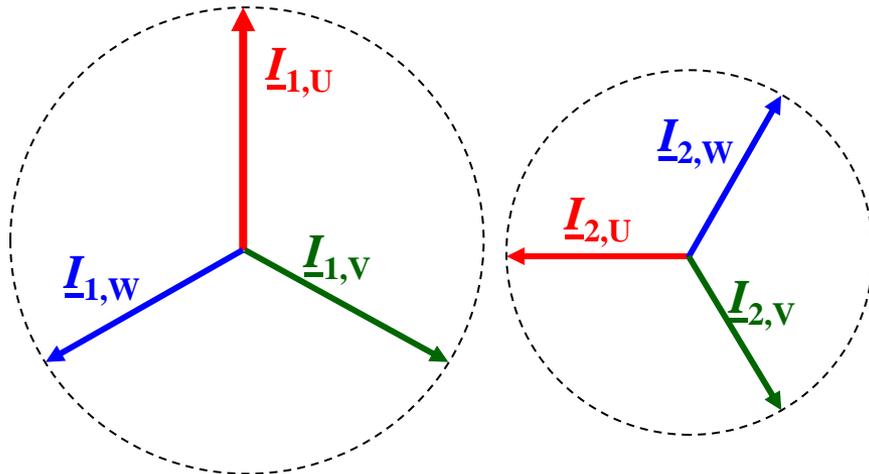
T2 Drehstromtechnik

Übersicht

1. **Phasenspannung und verkettete Spannung**
2. **Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung**
3. **Stern-, Dreieckschaltung**
4. **Unsymmetrisches Drehstromsystem – Leistungsmessung**
5. **Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme**

T2.4 Unsymm. Drehstromsystem – Leistungsmessung

Mit-, Gegen- und Nullsystem



MIT-System:

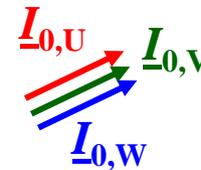
Phasenfolge **U-V-W**

$$\underline{I}_{1,U} + \underline{I}_{1,V} + \underline{I}_{1,W} = 0$$

GEGEN-System:

Phasenfolge **U-W-V**

$$\underline{I}_{2,U} + \underline{I}_{2,V} + \underline{I}_{2,W} = 0$$



NULL-System:

Gleichphasig **U, V, W**

$$\underline{I}_{0,U} + \underline{I}_{0,V} + \underline{I}_{0,W} = 3 \cdot \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_{0,U} = \underline{I}_{0,V} = \underline{I}_{0,W} = \underline{I}_0$$

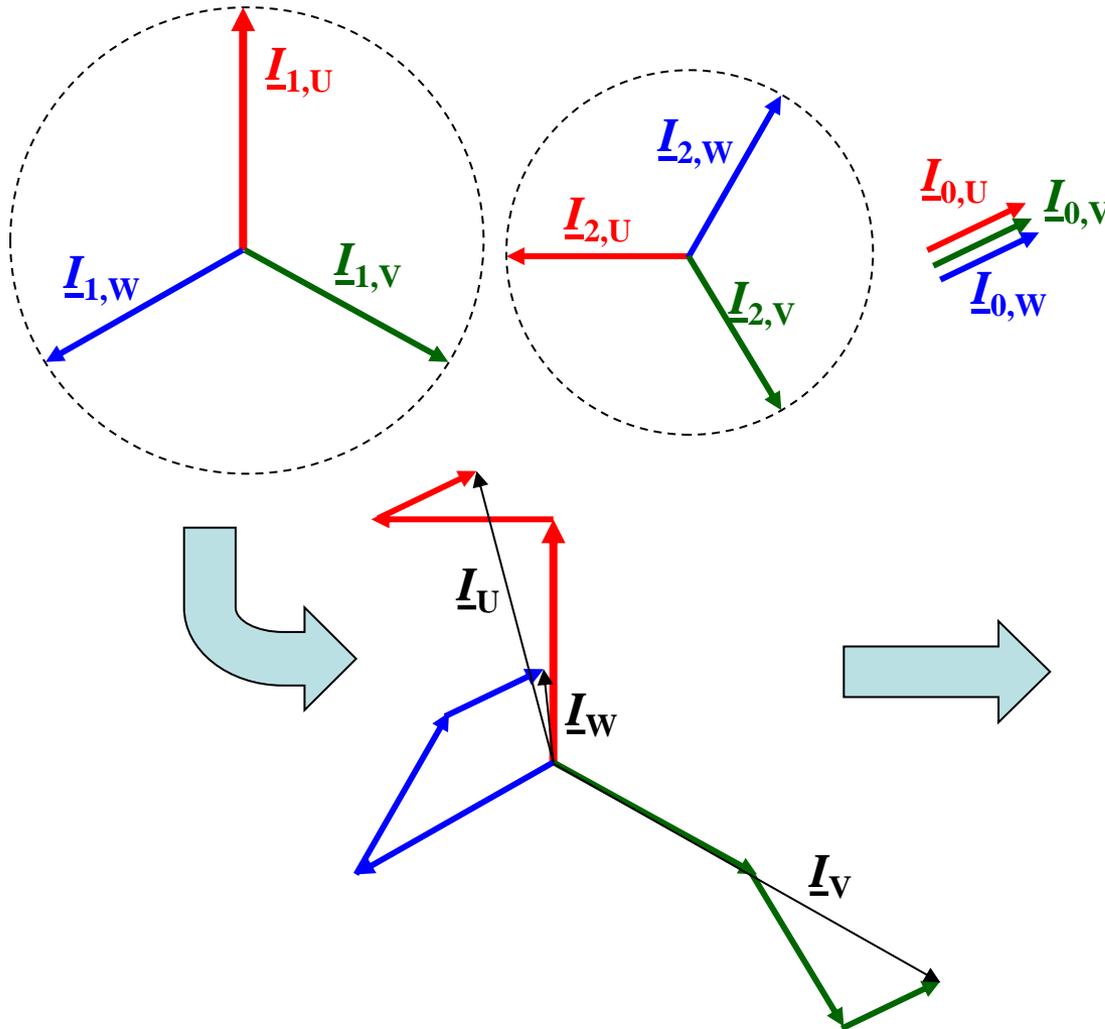
- Drei Wicklungsstränge **U, V, W**
- Drei Strangströme $\underline{I}_U, \underline{I}_V, \underline{I}_W$
- Zerlegung der Strangströme:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_U &= \underline{I}_{1,U} + \underline{I}_{2,U} + \underline{I}_{0,U} \\ \underline{I}_V &= \underline{I}_{1,V} + \underline{I}_{2,V} + \underline{I}_{0,V} \\ \underline{I}_W &= \underline{I}_{1,W} + \underline{I}_{2,W} + \underline{I}_{0,W} \end{aligned} \right\} +$$

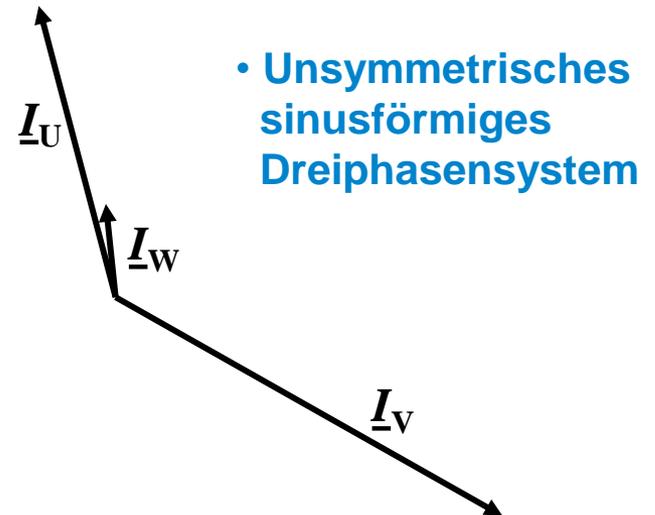
$$\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W = 3 \cdot \underline{I}_0$$

T2.4 Unsymm. Drehstromsystem – Leistungsmessung

Unsymmetrisches sinusförmiges Dreiphasensystem

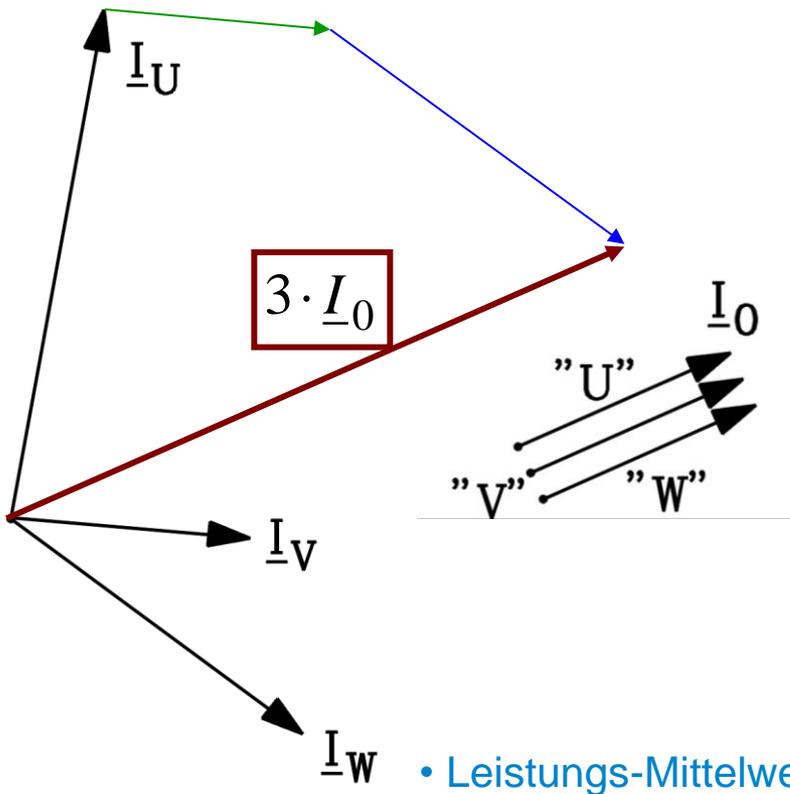


- Ein beliebig „windschiefes“ Zeiger-Dreibein (= **unsymmetrisches Drehstromsystem**) lässt sich stets in ein
 - a) symmetrisches **Mit-System**,
 - b) symmetrisches Gegen-System
 - c) und **Nullsystem** zerlegen.



T2.4 Unsymm. Drehstromsystem – Leistungsmessung

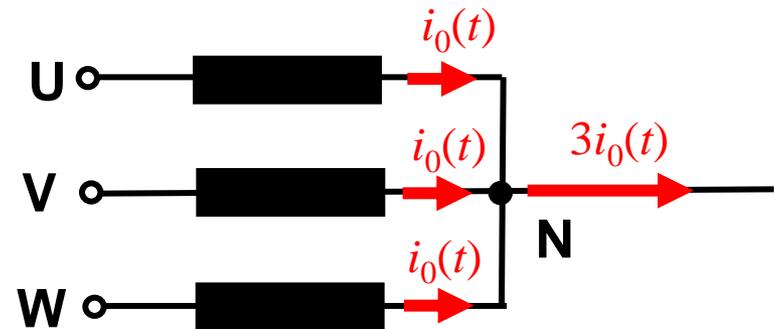
Unsymmetrisches sinusförmiges Dreiphasensystem



$$\bar{p} = p_{av} = P_U + P_V + P_W = U_U \cdot I_U \cdot \cos \varphi_U + U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi_V + U_W \cdot I_W \cdot \cos \varphi_W$$

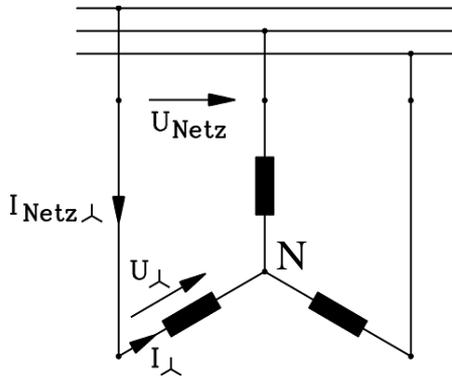
- Leistungspulsation hebt sich über die drei Stränge U, V, W **nicht** auf:
Die resultierende Momentanleistung $p(t)$ **pulsiert** mit $2f$ um den Mittelwert p_{av} !

- **Gleiche** Frequenz und Sinus-FORM je Strang
- **Ungleiche** Amplitude und Phasenlage
- Bei Sternschaltung **mit N-Leiter**:
Es fließt Strom $3 \cdot I_0$ über den N-Leiter
- **Nullstromsystem**: $I_0 = (I_U + I_V + I_W) / 3$



T2.4 Unsymm. Drehstromsystem – Leistungsmessung

Unsymmetrisches sinusförmiges Dreiphasensystem ohne Null-Leiter

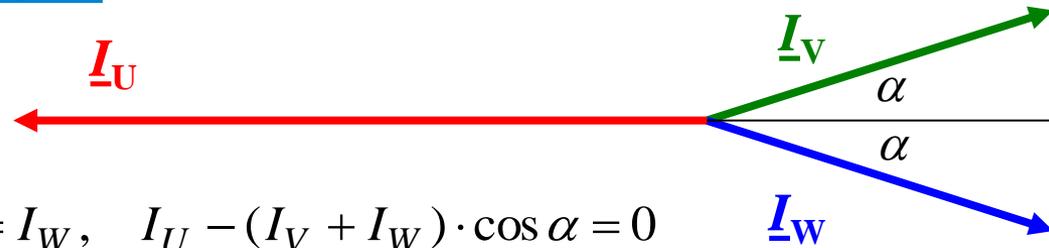


- *Kirchhoff'sche* Knotenregel im Sternpunkt N:

$$\underline{I}_0 = (\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W) / 3 = 0$$

- Es kann **kein Nullstromsystem** fließen: Dieses ist Null!

- Beispiel:

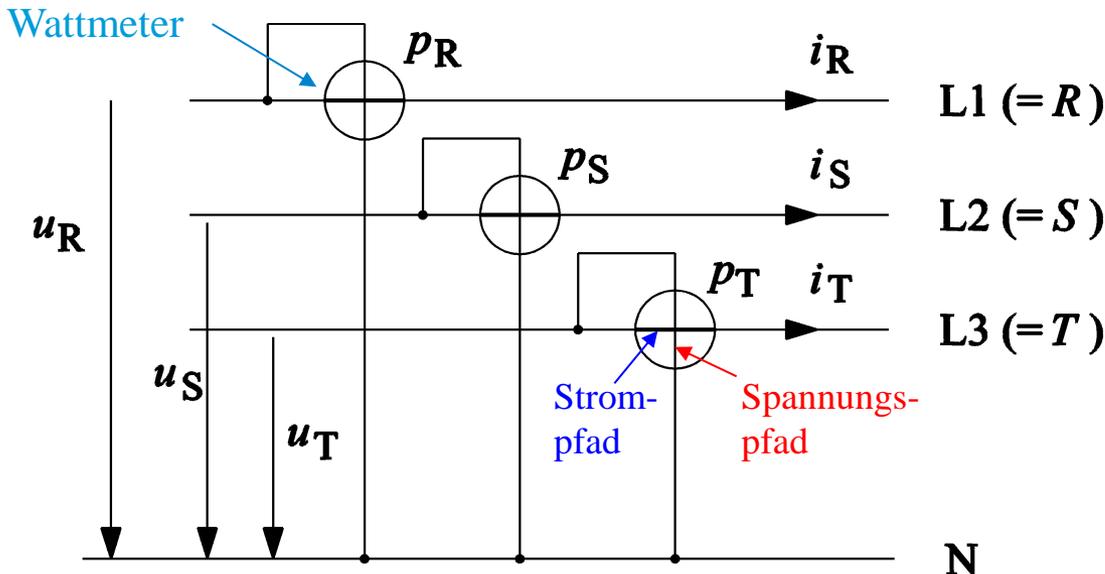


$$I_V = I_W, \quad I_U - (I_V + I_W) \cdot \cos \alpha = 0$$

- Leistungspulsation hebt sich über die drei Stränge U, V, W **nicht** auf.
- Die resultierende Momentanleistung $p(t)$ **pulsiert** mit $2f$ um den Mittelwert p_{av} !

T2.4 Unsymm. Drehstromsystem – Leistungsmessung

Momentanleistungsmessung im Dreiphasensystem



Genormt: L1, L2, L3!

- **Gemittelte Leistungen** z. B. über längeren Zeitraum τ :

$$P_R = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} p_R(t) \cdot dt$$

$$P_S = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} p_S(t) \cdot dt$$

$$P_T = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} p_T(t) \cdot dt$$

- **Gemessene Momentanleistung $p(t)$:**

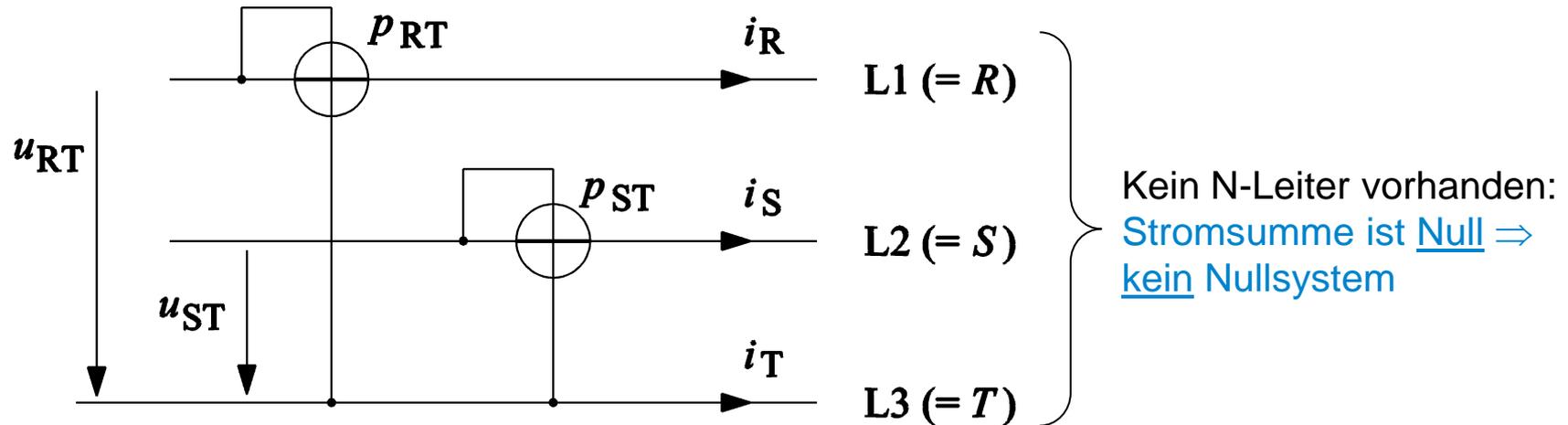
Beliebige Strom- und Spannungskurvenformen $u_R(t), i_R(t), u_S(t), i_S(t), u_T(t), i_T(t)$

$$p(t) = p_R(t) + p_S(t) + p_T(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) + u_S(t) \cdot i_S(t) + u_T(t) \cdot i_T(t)$$

- **Leistungs-Mittelwert P :** $P = P_R + P_S + P_T$

- **Wattmeter:** Leistungsmessgerät mit Strommess-Pfad und Spannungsmess-Pfad.

T2.4 Unsymm. Drehstromsystem – Leistungsmessung Zwei-Wattmetermethode (Aron-Schaltung)



• **Leistungs-Mittelwert P :** $P = P_{RT} + P_{ST}$

- **Kein N-Leiter vorhanden** \Rightarrow Messung der Leistungen NUR zwischen R-T, S-T
- **Beliebige** Spannungs- und Stromformen möglich $u_R(t), i_R(t), u_S(t), i_S(t), u_T(t), i_T(t)$
- Die **Summe der beiden in den Wattmetern** gemessenen Momentanleistungswerte $p_{RT}(t), p_{ST}(t)$ ist gleich der **Summe der drei Phasen-Momentanleistungen $p(t)$.**
- Die beiden Teilleistungen $p_{RT}(t), p_{ST}(t)$ haben **keine** besondere physikalische Bedeutung.

T2.4 Unsymm. Drehstromsystem – Leistungsmessung

Beweis: Zwei-Wattmetermethode „funktioniert“



$$p(t) = p_{RT}(t) + p_{ST}(t) = i_R(t) \cdot u_{RT}(t) + i_S(t) \cdot u_{ST}(t)$$

$$u_{RT} = u_R - u_T$$

$$u_{ST} = u_S - u_T$$

$$p = i_R \cdot (u_R - u_T) + i_S \cdot (u_S - u_T) = i_R \cdot u_R + i_S \cdot u_S + (-i_R - i_S) \cdot u_T$$

- Kein Neutralleiter vorhanden: **Stromsumme ist Null** (1. Kirchhoff'sche Regel):

$$i_R + i_S + i_T = 0 \quad \Rightarrow \quad i_T = -i_R - i_S$$

$$p = p_{RT} + p_{ST} = i_R \cdot u_R + i_S \cdot u_S + (-i_R - i_S) \cdot u_T = i_R \cdot u_R + i_S \cdot u_S + i_T \cdot u_T$$

- Die Summe der beiden in den Wattmetern gemessenen Momentanleistungswerte p_{RT} , p_{ST} ist gleich der **Summe der drei Phasen-Momentanleistungen** p .

- **Leistungs-Mittelwert P** : z. B.: Sinusgrößen:

$$P_{RT} = U_{RT} \cdot I_R \cdot \cos \varphi_{U_{RT}, I_R}, \quad P_{ST} = U_{ST} \cdot I_S \cdot \cos \varphi_{U_{ST}, I_S} \quad \Rightarrow \quad P = P_{RT} + P_{ST}$$



T2 Drehstromtechnik

Übersicht

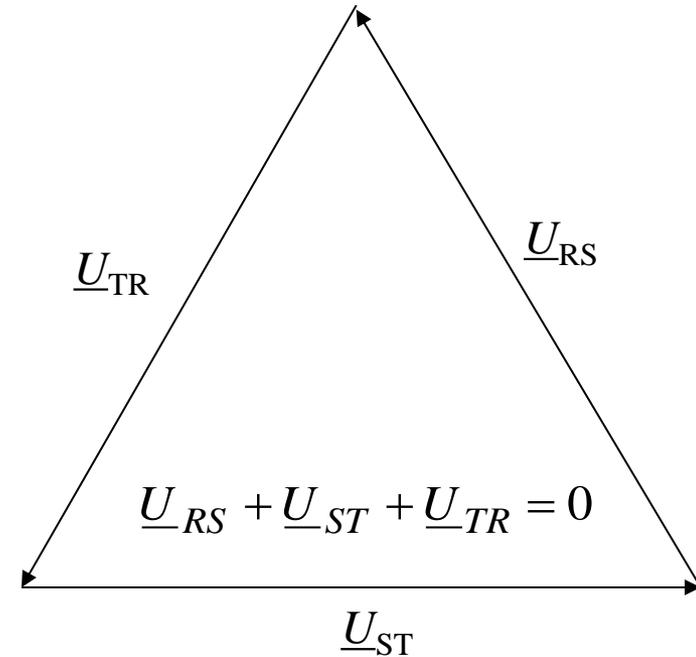
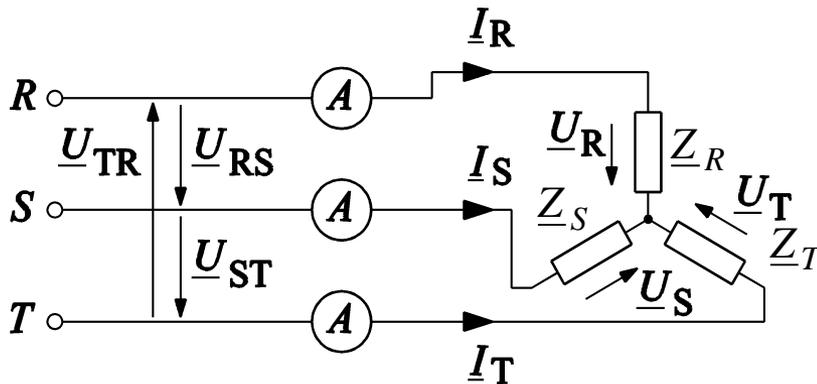
1. **Phasenspannung und verkettete Spannung**
2. **Symmetrisches Drehstromsystem, Wirk-, Blind-, Scheinleistung**
3. **Stern-, Dreieckschaltung**
4. **Unsymmetrisches Drehstromsystem – Leistungsmessung**
5. **Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme**

T2.5 Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme

Zeigerdiagramm einer unsymmetrischen Sternschaltung



- Drei unsymmetrische Verbraucher: $\underline{Z}_R \neq \underline{Z}_S \neq \underline{Z}_T$
- Eingeprägte symmetrische verkettete Netzspannungen \underline{U}_{RS} , \underline{U}_{ST} , \underline{U}_{TR} !



T2.5 Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme

Zeigerdiagramm einer unsymmetrischen Sternschaltung



Beispiel:

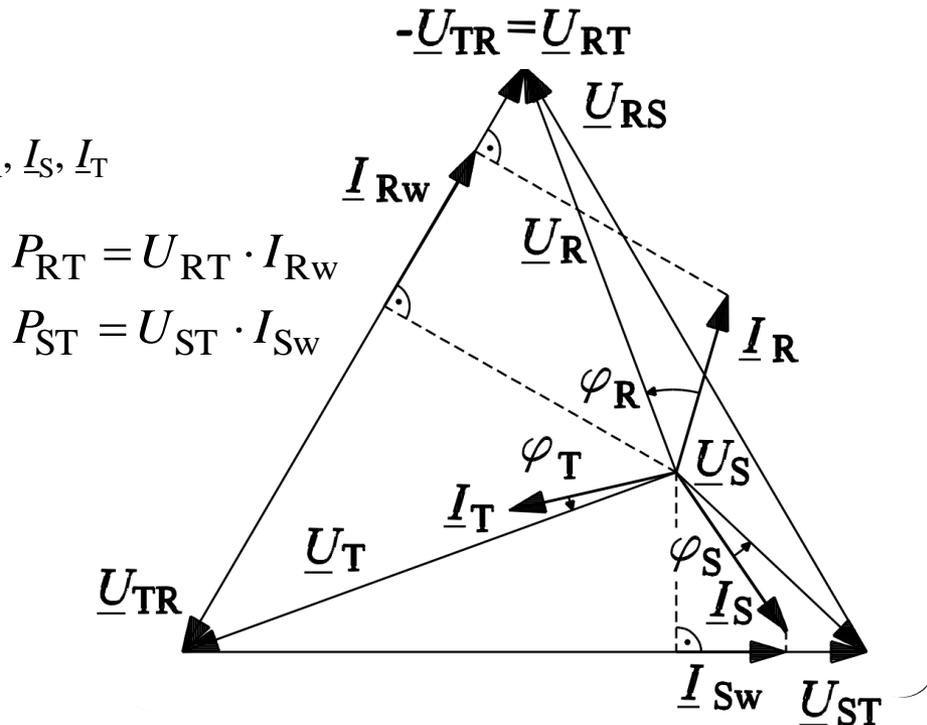
Aus den Messwerten von:

- a) Zwei Leistungen P_{RT}, P_{ST} (Zwei-Wattmetermethode)
- b) 3 Strangströme I_R, I_S, I_T
- c) 3 Strangspannungen U_R, U_S, U_T

zeichnet man das Zeigerdiagramm einer unsymmetrischen Sternschaltung $\underline{U}_R, \underline{U}_S, \underline{U}_T, \underline{I}_R, \underline{I}_S, \underline{I}_T$

$$|\underline{I}_R| \neq |\underline{I}_S| \neq |\underline{I}_T|, \text{ aber: } \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$$

$$|\underline{U}_R| \neq |\underline{U}_S| \neq |\underline{U}_T|, \text{ und: } \underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T \neq 0$$



$$P_{RT} = U_{RT} \cdot I_{Rw}$$

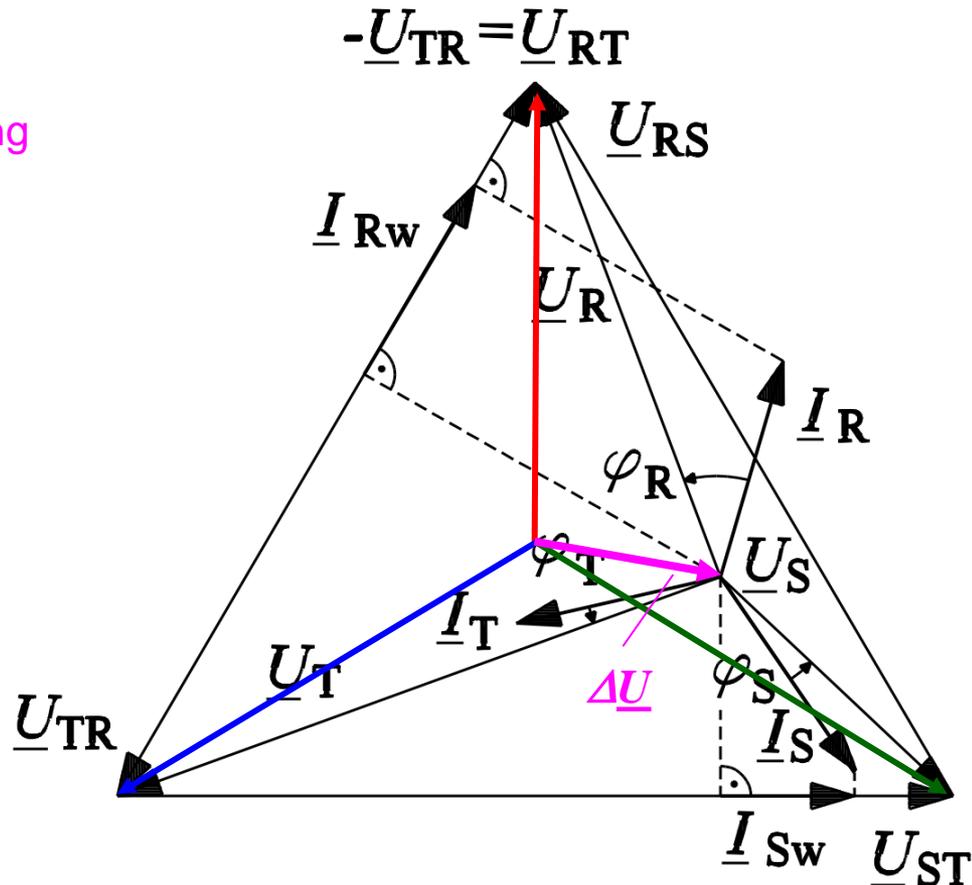
$$P_{ST} = U_{ST} \cdot I_{Sw}$$



T2.5 Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme

Sternpunktverlagerungsspannung ΔU

- Symmetrisches Strangssystem
als Vergleich eingezeichnet
- Daraus
Sternpunktverlagerungsspannung
 $\Delta U = \underline{U}_{N-N'}$
abgelesen!



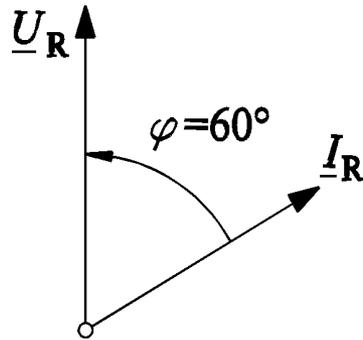
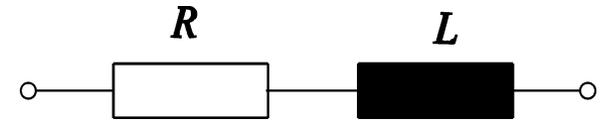
T2.5 Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme

Beispiel 1: Wattmeteranzeigen bei der Zwei-Wattmetermethode im Falle symmetrischer Belastung $\varphi = 60^\circ$



- Induktive symmetrische Last mit $\varphi = 60^\circ$:

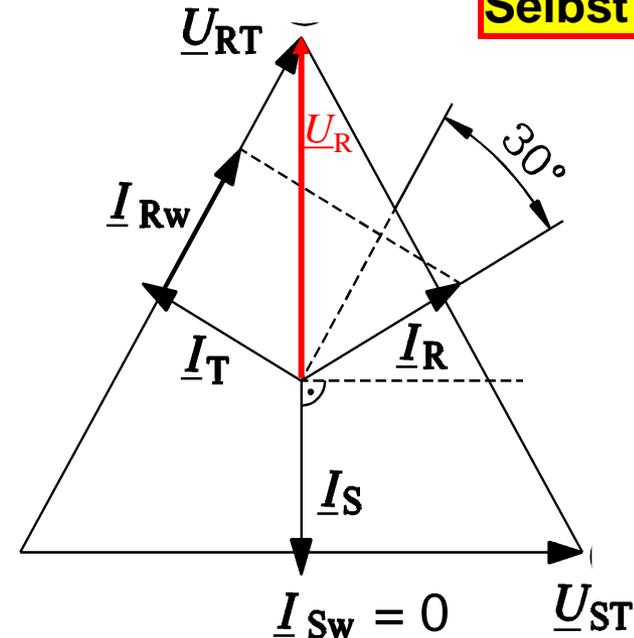
$$\underline{Z}_R = \underline{Z}_S = \underline{Z}_T = R + j \cdot \omega \cdot L$$



$$P_{\max} = U_{\text{verk}} \cdot I$$

$$\left. \begin{aligned} P_{RT} &= P_{\max} \cdot \cos(30^\circ) = (\sqrt{3}/2) \cdot P_{\max} \\ P_{ST} &= P_{\max} \cdot \cos(90^\circ) = 0 \end{aligned} \right\} +$$

$$P = P_{RT} + P_{ST} = (\sqrt{3}/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I$$



- Kontrolle: $P = 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \cos(60^\circ) = (\sqrt{3}/2) \cdot U_{\text{verk}} \cdot I$



T2.5 Spannungs- und Strom-Zeigerdiagramme

Beispiel 2: Wattmeteranzeigen bei der Zwei-Wattmeter-Methode im Falle symmetrischer Belastung $\varphi = 90^\circ$

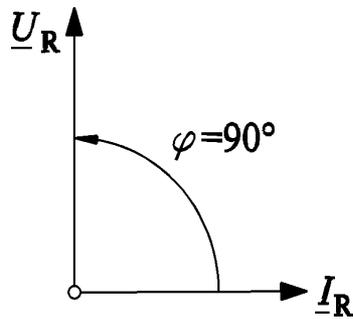


- Rein induktive symmetrische Last mit $\varphi = 90^\circ$:

$$\underline{Z}_R = \underline{Z}_S = \underline{Z}_T = j \cdot \omega \cdot L$$



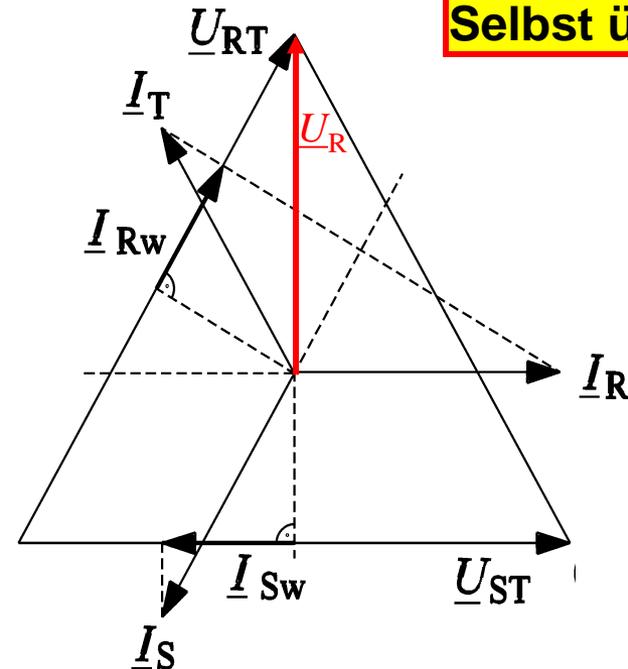
Selbst üben!



$$P_{\max} = U_{\text{verk}} \cdot I$$

$$\left. \begin{aligned} P_{RT} &= P_{\max} \cdot \cos(60^\circ) = (1/2) \cdot P_{\max} \\ P_{ST} &= P_{\max} \cdot \cos(120^\circ) = (-1/2) \cdot P_{\max} \end{aligned} \right\} +$$

$$P = P_{RT} + P_{ST} = 0$$



- Kontrolle: $P = 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot \cos(90^\circ) = \sqrt{3} \cdot U_{\text{verk}} \cdot I \cdot 0 = 0$



T Transformatoren und Generatoren

3. Transformatoren

1. Synchrongeneratoren
2. Drehstromtechnik
3. Transformatoren
4. Solarzellen

T3 Transformatoren

Übersicht

1. Funktionsprinzip des Einphasentransformators
(siehe auch Kapitel G: „Grundlagen“)
2. Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen
3. Bauformen von Einphasen-Transformatoren
4. Drehstromtransformatoren
5. Schaltungsvarianten von Drehstromtransformatoren

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Einsatzgebiete von Transformatoren

1) Einphasen-Transformatoren: Für einphasige Spannungssysteme

Beispiele:

- a) Elektrische Bahn: In der Lokomotive: „Abspannen“ der Fahrdrabtspannung 15 kV/16.7 Hz auf die Fahrmotorspannung z. B. 1000 V/16.7 Hz.
- b) Computernetzteil: 230 V / 50 Hz (Steckdose) auf Elektronikspannung (mit Gleichrichter): ca. 5 V ... 12 V

2) Dreiphasen-Transformatoren: Drehstromsysteme:

Beispiel:

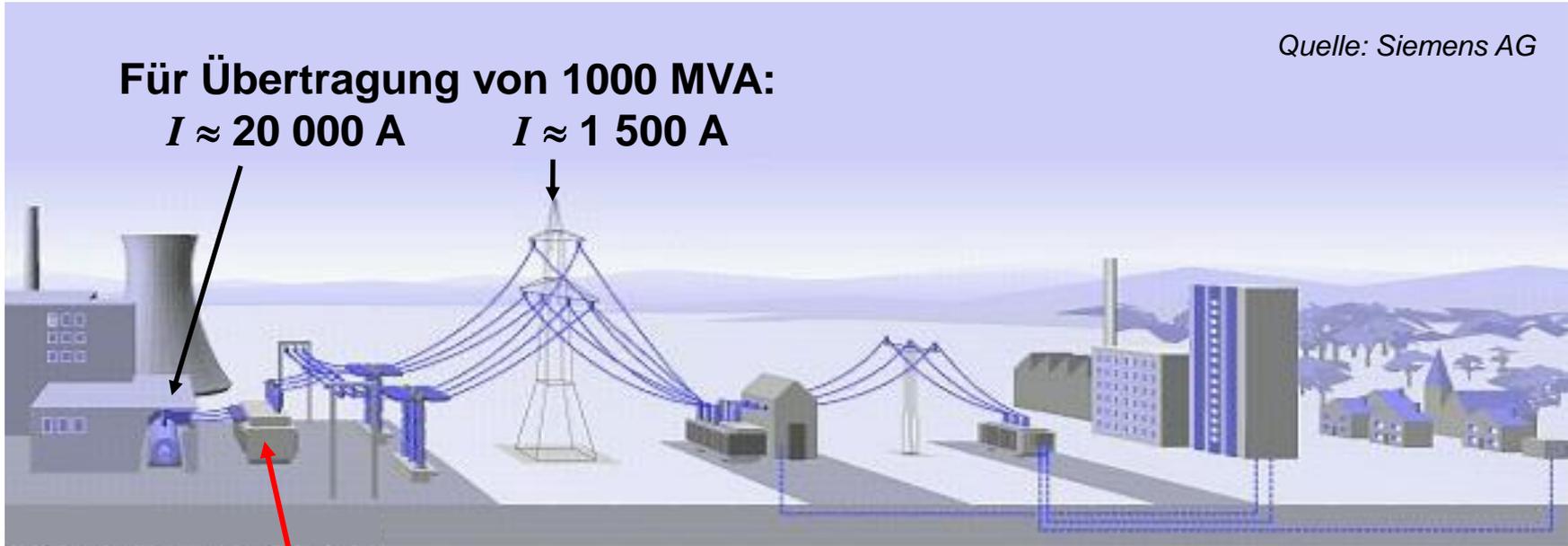
Kraftwerk: 50 Hz: Generatorspannung 20 kV verkettet:

- 20 kV „hochspannen“ auf 400 kV (Freileitung)
- „Abspannen“ 400 kV auf 20 kV (Umspannwerk)
- 20 kV / 400 V - Verteiltransformator

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Vom Erzeuger zum Verbraucher

Quelle: Siemens AG



Für Übertragung von 1000 MVA:

$I \approx 20\ 000\ \text{A}$

$I \approx 1\ 500\ \text{A}$

13 kV ... 27 kV

110 kV ... 380 kV

12 kV ... 36 kV

0.4 kV

"Hoch- und Höchstspannung"

"Mittelspannung"

"Niederspannung"

Blocktransformator im Kraftwerk:

Transformiert Generatorspannung auf Netzspannung

$$S_N = \sqrt{3}U_{N1}I_{N1} = \sqrt{3} \cdot 27\ \text{kV} \cdot 21.4\ \text{kA} = 1000\ \text{MVA}$$

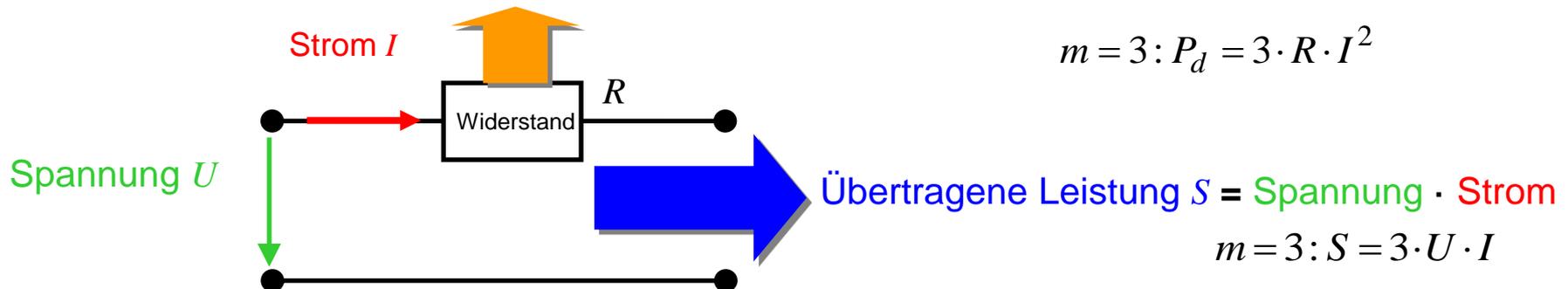
$$S_N = \sqrt{3}U_{N2}I_{N2} = \sqrt{3} \cdot 380\ \text{kV} \cdot 1520\ \text{A} = 1000\ \text{MVA}$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Warum hohe Übertragungsspannungen?

- Nur selten kann elektrische Energie dort erzeugt (gewandelt) werden, wo sie benötigt wird
→ **Übertragung** über Freileitungen oder Kabel erforderlich!

Übertragungsverluste $P_d = \text{Widerstand} \cdot \text{Strom zum Quadrat}$



- Bei gegebener thermisch zulässiger Stromdichte J , Übertragungsleistung S , Leitungslänge l , Leiterquerschnittsfläche A und Leitermaterial (Leitfähigkeit κ) folgt:

$$J = \frac{I}{A} \quad I = \frac{S}{3 \cdot U} \quad R = \frac{l}{\kappa \cdot A} = \frac{l}{\kappa \cdot I / J} \quad P_d = 3 \cdot R \cdot I^2 = 3 \cdot \frac{l \cdot J \cdot I}{\kappa} = \frac{l \cdot J \cdot S}{\kappa \cdot U}$$

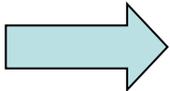
$$P_d = \frac{l \cdot J \cdot S}{\kappa \cdot U} \sim \frac{1}{U}$$

- Bei steigender Betriebsspannung U sinken die Übertragungsverluste $P_d \sim 1/U$:
⇒ **Hochspannungsübertragung gewünscht!**

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Wahl der Übertragungsspannungen (1)

- Hoher **Strom** I → hohe Übertragungsverluste (quadratisch zum Strom I !)
- Hohe **Spannung** U → hoher Isolationsaufwand



Es lässt sich eine **wirtschaftlich optimale** Übertragungsspannung ermitteln.

- **Faustregel:** Übertragungslänge l in km \approx Verkettete Übertragungsspannung (effektiv)

$$l \leq 400 \text{ km} : U_N = 380 \text{ kV}$$

$$l \leq 200 \text{ km} : U_N = 220 \text{ kV}$$

$$l \leq 100 \text{ km} : U_N = 110 \text{ kV}$$

$$l \leq 30 \text{ km} : U_N = 30 \text{ kV}$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Wahl der Übertragungsspannungen (2)

- **Beispiel:** Drehstrom-Hochspannungs-Freileitungen

$I_N = 2000$ A (effektiv) pro Leiterseil:

Spannungsebene $U_N = 110$ kV (verkettet), Übertragene Scheinleistung:

$$S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = 380 \text{ MVA}$$

Spannungsebene $U_N = 220$ kV: $S_N = 760$ MVA

Spannungsebene $U_N = 380$ kV: $S_N = 1300$ MVA

Drehstromleitung *Ekibastus–Kökschetau (Kasachstan)*: $U_N = 1150$ kV (selten!)

- **Beispiel:** Drehstrom-Hochspannungs-Freileitungen

$J_N = 3$ A/mm², $\kappa_{\text{Cu}} = 57$ MS/m, $U_N = 110$ kV (verkettet)

$$\frac{P_d}{l \cdot S_N} = \frac{J_N}{\kappa \cdot U_N} = \frac{3 \cdot 10^6}{57 \cdot 10^6 \cdot 110000} = 0.05 / 100\text{km} = 5\% / 100\text{km}$$

- **Reduktion der Übertragungsverluste P_d** (prop. Länge l): $\frac{P_d}{l \cdot S_N} = \frac{J_N}{\kappa \cdot U_N} \sim \frac{1}{U_N}$
 - $U_N = 110$ kV: $P_d =$ ca. 6 % von S_N je 100 km
 - $U_N = 800$ kV: auf ca. 0.8 % je 100 km verringert $P_{d,100\text{km}} / S_N = 0.06 \cdot \frac{110}{800} = 0.0083$

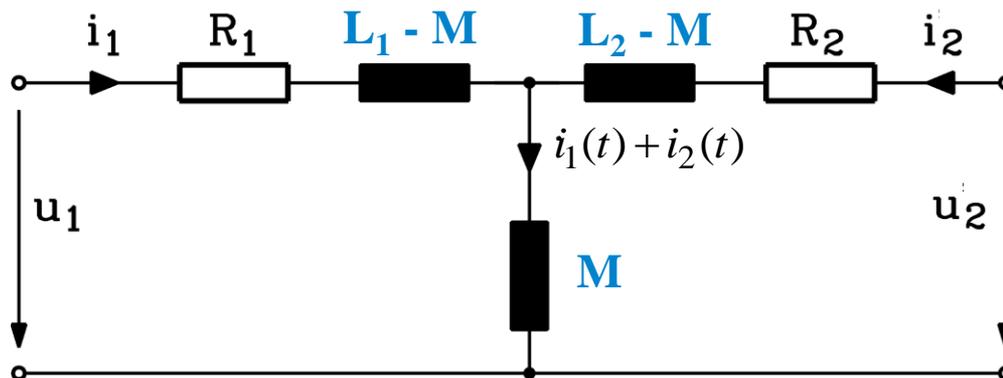
T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Ersatzschaltbild des „allgemeinen“ Transformators

$$u_1(t) = R_1 \cdot i_1(t) + L_1 \cdot di_1(t) / dt + M_{12} \cdot di_2(t) / dt$$
$$u_2(t) = R_2 \cdot i_2(t) + L_2 \cdot di_2(t) / dt + M_{21} \cdot di_1(t) / dt$$

$M_{12} = M_{21} = M$
„reziprokes“ System

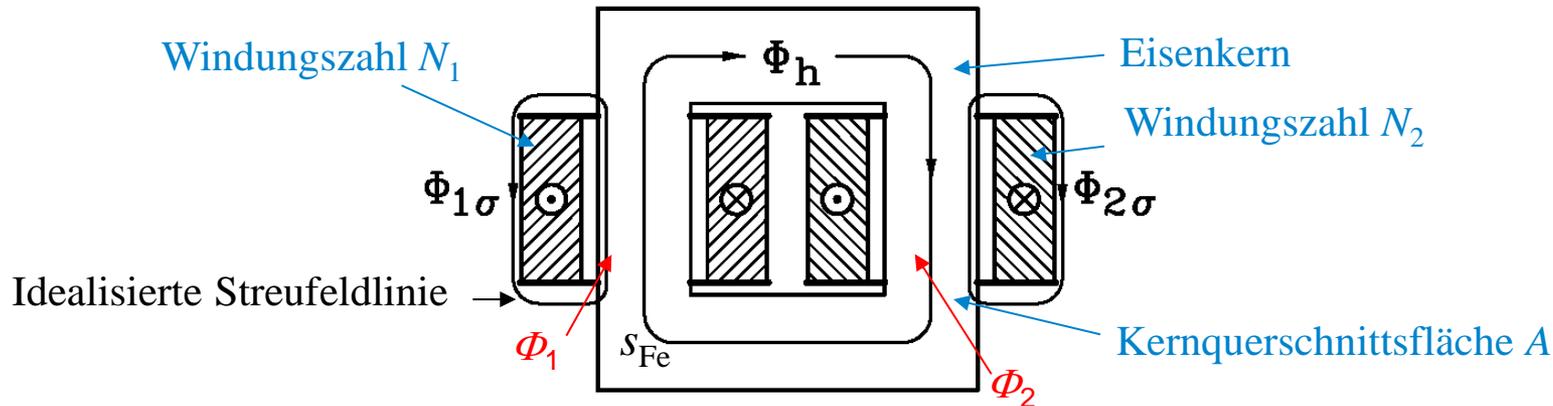
$$u_1(t) = R_1 \cdot i_1(t) + (L_1 - M) \cdot di_1(t) / dt + M \cdot d(i_1(t) + i_2(t)) / dt$$
$$u_2(t) = R_2 \cdot i_2(t) + (L_2 - M) \cdot di_2(t) / dt + M \cdot d(i_1(t) + i_2(t)) / dt$$



- Die Parameter $L_1 - M$, $L_2 - M$ sind i. A. **NICHT** die „Streuinduktivitäten“ $L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$
- Beim „allgemeinen“ Transformator ist die gegenseitige Kopplung von 1 und 2 so komplex, dass man den z. B. mit Wicklung 1 verketteten Fluss i. A. nicht eindeutig in einen Anteil, der nur mit 1 verkettet ist („**Streufluss**“), und einen, der mit 1 UND 2 verkettet ist („**Hauptfluss**“), auftrennen kann.

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

“Technischer“ Transformator: Führung des Magnethauptflusses in einem Eisenkern

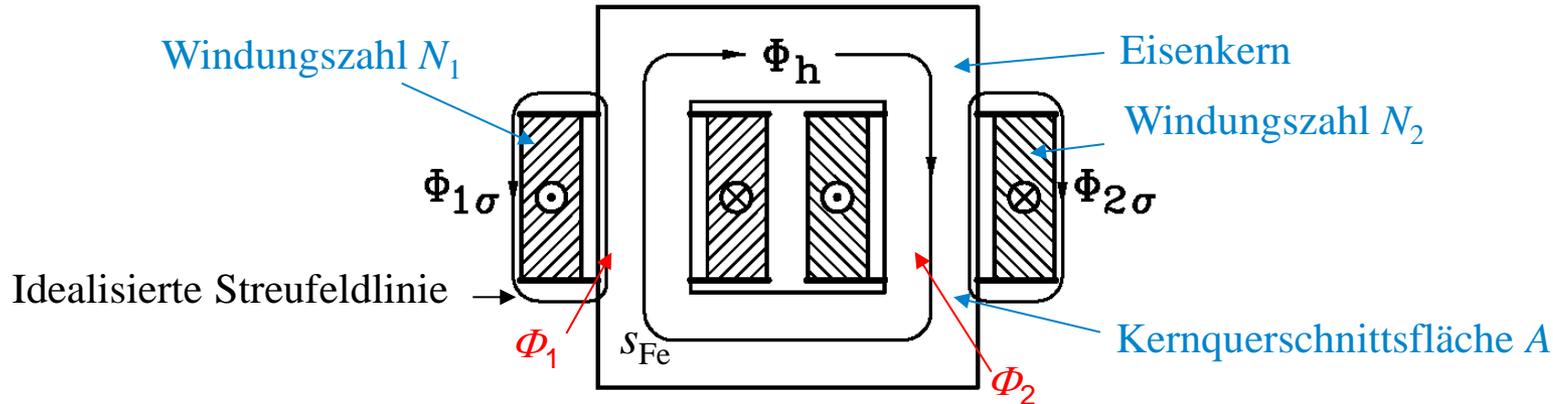


- Auf Grund der hohen magnetischen Eisenpermeabilität $\mu_{Fe} \gg \mu_0$ (= solange das Eisen UNGESÄTTIGT ist), verlaufen die geschlossenen Feldlinien der Flussdichte B_{Fe} (Feldlinienpfad s_{Fe}) des Hauptflusses vollständig im Eisen,
⇒ Ein gemeinsamer Hauptfluss Φ_h für Wicklungen 1 und 2 ist definierbar,
⇒ Φ_h ist mit allen Windungen N_1 und N_2 verkettet.
- Primär- und Sekundärwicklung sind über einen gemeinsamen Eisenkern, in dem der magnetische „Hauptfluss“ Φ_h geführt wird, magnetisch gekoppelt.

$$\Phi_h = B_{Fe} \cdot A$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

“Technischer“ Transformator: Magnethauptfluss und Streuflüsse



$$\Phi_h = B_{Fe} \cdot A \quad \Psi_{1h} = N_1 \Phi_h, \Psi_{2h} = N_2 \Phi_h$$

- Verkettete Fluss-Differenz: Wicklung 1: Primärer Streufluss $\Phi_{1\sigma}$:

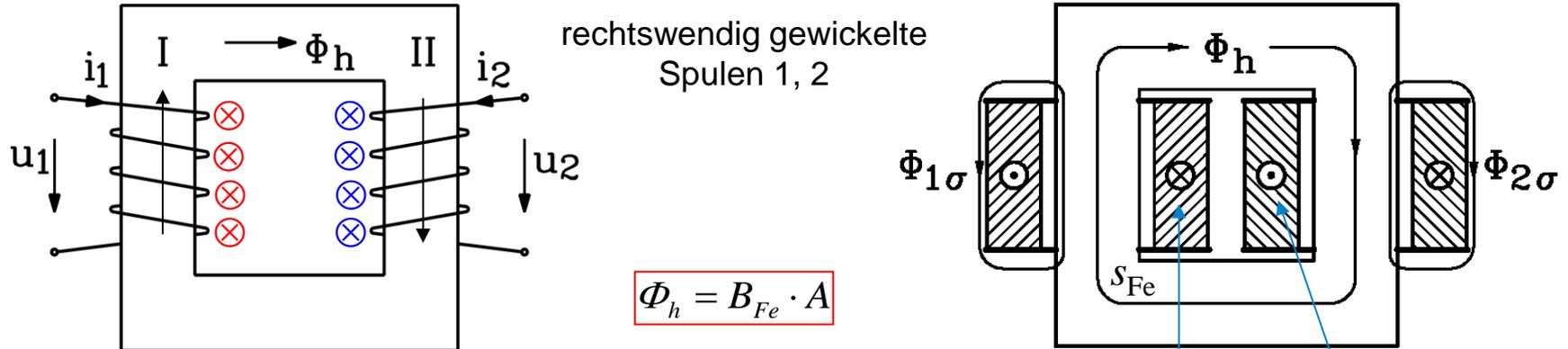
$$\Phi_{1\sigma} = \frac{\Psi_{1\sigma}}{N_1} = \frac{\Psi_1 - \Psi_{1h}}{N_1} = \Phi_1 - \Phi_h$$

- Wicklung 2: Sekundärer Streufluss $\Phi_{2\sigma}$:

$$\Phi_{2\sigma} = \frac{\Psi_{2\sigma}}{N_2} = \frac{\Psi_2 - \Psi_{2h}}{N_2} = \Phi_2 - \Phi_h$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Einphasentransformator: Haupt- und Streufluss



- **Spule 1** stromdurchflossen mit i_1 , **Spule 2** stromlos $i_2 = 0$: Bsp.: $N_1 i_1 > 0$ $N_2 i_2 < 0$
Durchflutungssatz für Hauptfluss Φ_h mit der Feldstärke H_{Fe} im Eisen $H_{Fe} = B_{Fe} / \mu_{Fe}$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{Fe} s_{Fe} = \Theta_m = N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_1 + 0 = N_1 i_1 \quad H_{Fe} s_{Fe} = N_1 i_1 \Rightarrow H_{Fe} = N_1 i_1 / s_{Fe}$$

- Gegeninduktivität von Spule 1 zu Spule 2:

$$M_{21} = \Psi_{2h} / i_1 = N_2 \cdot \Phi_h / i_1 = N_2 \cdot B_{Fe} A / i_1 \quad M_{21} = N_2 \cdot N_1 \cdot \underbrace{\mu_{Fe} \cdot A / s_{Fe}}_{\Lambda_h} = N_1 \cdot N_2 \cdot \Lambda_h$$

- Selbstinduktivität des Hauptflusses von Spule 1:

$$L_{1h} = \Psi_{1h} / i_1 = N_1 \cdot \Phi_h / i_1 = N_1 \cdot B_{Fe} A / i_1 \quad L_{1h} = N_1^2 \cdot \mu_{Fe} \cdot A / s_{Fe} = N_1^2 \cdot \Lambda_h \quad \Lambda_h \sim \mu_{Fe}$$

- Selbstinduktivität des Streuflusses von Spule 1: $L_{1\sigma} = N_1^2 \cdot \Lambda_{1\sigma}$

$$\Lambda_{\sigma} \sim \mu_0 \ll \mu_{Fe}$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Einphasentransformator: Induktivitäten, Spannungen



- **Selbstinduktivität** von Spule 1 (Haupt- u. Streufluss): $L_1 = L_{1\sigma} + L_{1h} = N_1^2 \cdot (\Lambda_{1\sigma} + \Lambda_h)$
- **Selbstinduktivität** von Spule 2 (Haupt- u. Streufluss): $L_2 = L_{2\sigma} + L_{2h} = N_2^2 \cdot (\Lambda_{2\sigma} + \Lambda_h)$
- **Gegeninduktivität** zwischen Spule 1 und 2: $M_{12} = M_{21} = N_1 N_2 \cdot \Lambda_h$
- **Magnetischer Leitwert** für den **Hauptfluss**: $\Lambda_h = \mu_{Fe} \cdot A / s_{Fe}$
- **Magnetischer Leitwert** für den **Streufluss**: Auf Grund des resultierenden Feldbilds sind $\Lambda_{1\sigma}$, $\Lambda_{2\sigma}$ nur gemeinsam summarisch berechenbar, nicht getrennt als Einzelwerte!

• Allgemeiner Fall:

Spulen 1 und 2 sind **gleichzeitig bestromt** und erregen **gemeinsam** Φ_h :

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad u_2 = R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}$$



T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Übersetzungsverhältnis \ddot{u}

- Das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} kann *willkürlich* gewählt werden.
- Sinnvolle Wahl von \ddot{u} :
Parameter von Primär- und Sekundärkreis sind *von gleicher Größenordnung*, wenn:

$$\ddot{u} = N_1 / N_2$$

$$M' = (N_1 / N_2) \cdot N_1 N_2 \Lambda_h = L_{1h} = L_h$$

$$L'_{2h} = (N_1 / N_2)^2 \cdot N_2^2 \Lambda_h = L_h$$

$$L_1 = L_{1\sigma} + L_{1h} = L_{1\sigma} + L_h$$

$$L'_2 = \ddot{u}^2 \cdot L_2 = L'_{2\sigma} + L'_{2h} = L'_{2\sigma} + L_h$$

$$R'_2 = (N_1 / N_2)^2 \cdot R_2 \quad L'_{2\sigma} = (N_1 / N_2)^2 \cdot L_{2\sigma} \quad i'_2 = \frac{N_2 \cdot i_2}{N_1} \quad u'_2 = u_2 \cdot N_1 / N_2$$

- Spannungsgleichungen mit dem **Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = N_1/N_2$** :

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M' \cdot \frac{di'_2}{dt} = R_1 \cdot i_1 + (L_{1\sigma} + L_h) \cdot \frac{di_1}{dt} + L_h \cdot \frac{di'_2}{dt}$$

$$u'_2 = R'_2 \cdot i'_2 + L'_2 \cdot \frac{di'_2}{dt} + M' \cdot \frac{di_1}{dt} = R'_2 \cdot i'_2 + (L'_{2\sigma} + L_h) \cdot \frac{di'_2}{dt} + L_h \cdot \frac{di_1}{dt}$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Spannungsgleichungen mit $\ddot{u} = N_1/N_2$

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{1\sigma} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_h \cdot \frac{d(i_1 + i'_2)}{dt}$$

$$u'_2 = R'_2 \cdot i'_2 + L'_{2\sigma} \cdot \frac{di'_2}{dt} + L_h \cdot \frac{d(i_1 + i'_2)}{dt}$$

- Der "gemeinsame" **Magnetisierungsstrom** i_m erregt den gemeinsamen Hauptfluss Φ_h .

$$\Psi_{1h} = L_h \cdot (i_1 + i'_2) = N_1^2 \Lambda_h \cdot (i_1 + i_2 / \ddot{u}) = N_1 \cdot \Lambda_h \cdot (N_1 i_1 + N_2 i_2) = N_1 \cdot \Lambda_h \cdot \Theta_m$$

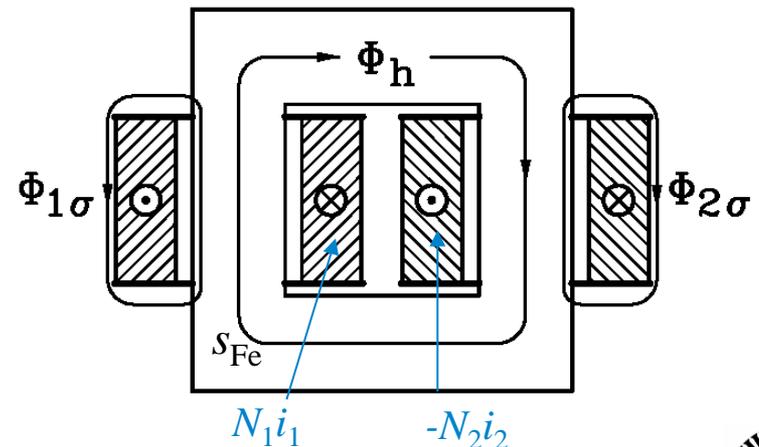
$$\Psi_{1h} = N_1 \cdot \Phi_h = N_1 \cdot \Lambda_h \cdot \Theta_m \Rightarrow \Phi_h = \Lambda_h \cdot \Theta_m$$

Beispiel: $N_1 i_1 = -N_2 i_2 \Rightarrow \Theta_m = 0$

- Hauptfluss:** $\Phi_h = \Lambda_h \cdot (N_1 i_1 + N_2 i_2)$

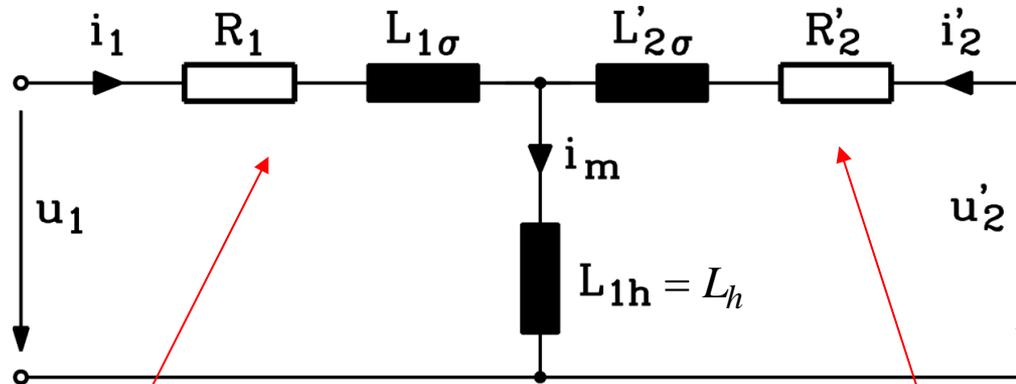
- Magnetisierungsstrom:** $i_m = i_1 + i'_2$

= Gemeinsame magnetisierende Durchflutung Θ_m ,
dividiert durch N_1



T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

T-Ersatzschaltbild des Einphasentransformators



$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{1\sigma} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_h \cdot \frac{d(i_1 + i'_2)}{dt}$$

$$u'_2 = R'_2 \cdot i'_2 + L'_{2\sigma} \cdot \frac{di'_2}{dt} + L_h \cdot \frac{d(i_1 + i'_2)}{dt}$$

- Hauptinduktivität: L_h , Streuinduktivitäten: $L_{1\sigma}$, $L'_{2\sigma}$
- Primärer & sekundärer Wicklungswiderstand: R_1 , R'_2

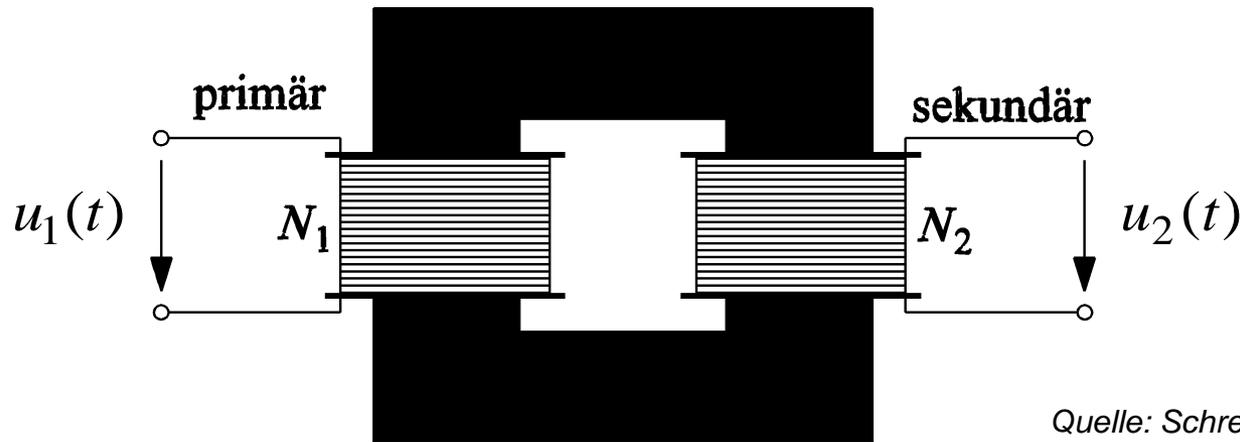
T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Zweck des Transformators

- Spannung und Strom:
Über ein Übersetzungsverhältnis \hat{u} gegengleich erhöht/erniedrigt.
- Die Wirkleistung P bleibt primär und sekundär (bis auf Verluste nahezu) gleich.
- Sinusgrößen:
Bei fester Frequenz f werden die Spannungs- und Stromamplitude \hat{U}, \hat{I} (und bei Drehstromtransformatoren ggf. auch die Phasenlage) über ein Übersetzungsverhältnis \hat{u} verändert.
- Leistungsübertragung 1 \rightarrow 2 i. A. berührungslos = „galvanische“ Trennung!
(Ausnahme: Spartransformator: Keine galvanische Trennung).

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Leerlaufender Transformator



Quelle: Schreiner, Physik, 1971

- **Leerlauf:** Offene Klemmen der Sekundärspule = kein Verbraucher sekundär
 - Sekundärstrom $i_2 = 0$
 - Primärwicklung liegt an zeitlich veränderlicher Spannung: $u_1(t)$

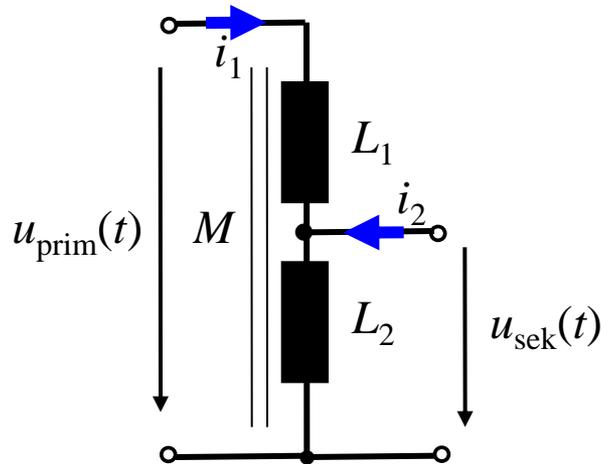
- Selbstinduktionsspannung primär:

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{1\sigma} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_h \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Gegeninduktionsspannung sekundär:

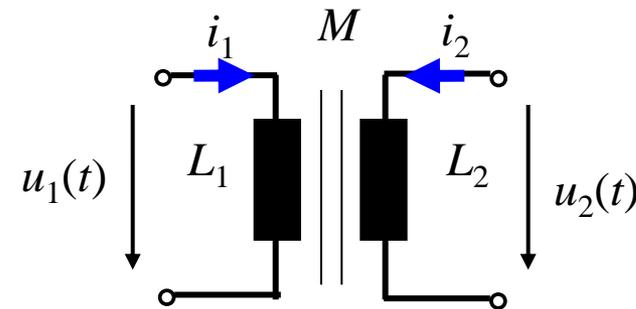
$$u'_2 = L_h \cdot \frac{di_1}{dt} \quad u_2 = u'_2 / \ddot{u}$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators Ohne / mit galvanischer Trennung



Spartransformator einphasig,
Keine galvanische Trennung

Blathy, Deri, Zipernovsky, Ganz-Werke
Budapest, k. u. k. Österreich-Ungarn, Patent 1885



Galvanisch trennender Transformator einphasig

- **Beispiel:** Leerlauf: $i_2 = 0$: $M_{12} = M_{21} = M$, $R_1 \approx 0$, $R_2 \approx 0$:

$$a) \frac{u_{sek}(t)}{u_{prim}(t)} = \frac{u_{sek,0}(t)}{u_{prim,0}(t)} \cong \frac{L_2 + M}{L_1 + L_2 + 2M}$$

$$b) \frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{u_{20}(t)}{u_{10}(t)} \cong \frac{M}{L_1}$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Sparttransformator

- **Beispiel:** Leerlauf: $i_2 = 0$: $M_{12} = M_{21} = M$, $R_1 \approx 0$, $R_2 \approx 0$:

$$u_{prim,0} = \underbrace{R_1 \cdot i_1}_{\approx 0} + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} + u_{sek,0} = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} + u_{sek,0}$$

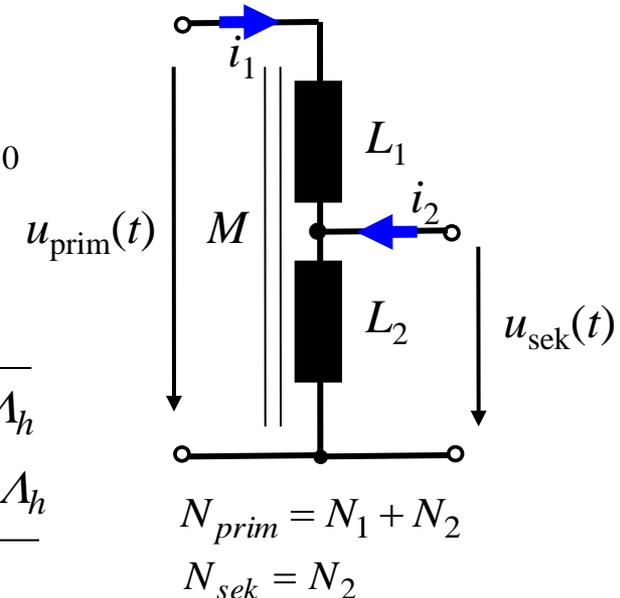
$$u_{sek,0} = R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} = \underbrace{R_2 \cdot i_2}_{\approx 0} + L_2 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$M = N_1 N_2 \cdot A_h \quad L_1 = L_{1\sigma} + L_{1h} = N_1^2 \cdot (A_{1\sigma} + A_h) \approx N_1^2 \cdot A_h$$

$$L_2 = L_{2\sigma} + L_{2h} = N_2^2 \cdot (A_{2\sigma} + A_h) \approx N_2^2 \cdot A_h$$

$$\frac{u_{sek,0}(t)}{u_{prim,0}(t)} \cong \frac{L_2 + M}{L_1 + L_2 + 2M} \cong \frac{N_2^2 + N_1 N_2}{N_1^2 + N_2^2 + 2N_1 N_2} = \frac{N_2 \cdot (N_1 + N_2)}{(N_1 + N_2)^2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{N_{sek}}{N_{prim}}$$

$$\frac{u_{sek,0}(t)}{u_{prim,0}(t)} \cong \frac{N_{sek}}{N_{prim}}$$



T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Galvanisch trennender Transformator

- Galvanisch trennender Transformator einphasig

Beispiel: Leerlauf: $i_2 = 0$: $M_{12} = M_{21} = M$, $R_1 \approx 0$:

$$\left. \begin{aligned} u_{10} &= \underbrace{R_1 \cdot i_1}_{\approx 0} + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + \underbrace{M \cdot \frac{di_2}{dt}}_0 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \\ u_{20} &= \underbrace{R_2 \cdot i_2}_0 + \underbrace{L_2 \cdot \frac{di_2}{dt}}_0 + M \cdot \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{u_{20}(t)}{u_{10}(t)} \cong \frac{M}{L_1} \cong \frac{N_1 N_2}{N_1^2} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$M = N_1 N_2 \cdot A_h \quad L_1 = L_{1\sigma} + L_{1h} = N_1^2 \cdot (A_{1\sigma} + A_h) \approx N_1^2 \cdot A_h$$

$$\frac{u_{20}(t)}{u_{10}(t)} \cong \frac{N_2}{N_1}$$

T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Spannungs-Übersetzungsverhältnis \ddot{u}_0 bei Leerlauf



- **Annahmen:** Streufluss $\Phi_{1\sigma} \ll \Phi_h \Rightarrow L_h \gg L_{1\sigma}, L'_{2\sigma} \Rightarrow$ Leerlaufstrom i_1 klein: $R_1 i_1 \approx 0$;
- **Primär:** Spannungsgleichung: Leerlauf: $u_{10} = R_1 \cdot i_1 + L_{1\sigma} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_h \cdot \frac{di_1}{dt} \approx L_h \cdot \frac{di_1}{dt}$
- **Sekundärspannung:** Leerlauf: $i_2 = 0, u_2 = u_{20}$ $u'_{20} = L_h \cdot \frac{di_1}{dt} \approx u_{10}$ $u_{20} = u'_{20} / \ddot{u} \approx u_{10} / \ddot{u}$

- **Übersetzungsverhältnis:**

$$\ddot{u} = \frac{u'_2}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{u_{10}}{u_{20}} = \ddot{u}_0$$

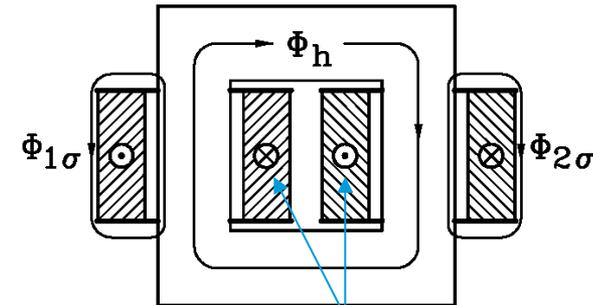
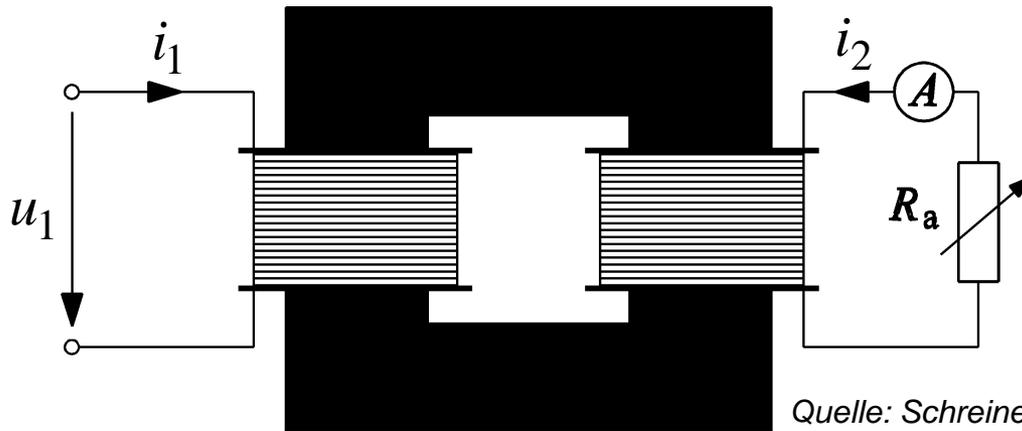
$$R_1 i_1 \approx 0, \text{ Streufluss } \Phi_{1\sigma} \ll \Phi_h$$

- Die experimentelle Überprüfung liefert **etwas kleinere** Werte für u_2 als $u_2 = u_1 / \ddot{u}$ wegen des Spannungsfalls am R_1 und $L_{1\sigma}$.
- Daher wird $\ddot{u}_0 = u_{10} / u_{20}$ aus dem Leerlaufversuch **etwas zu groß** bestimmt: $\ddot{u}_0 = \frac{u_{10}}{u_{20}} > \frac{N_1}{N_2}$



T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Belasteter Transformator



Durchflutungen heben sich nahezu auf = „Durchflutungsausgleich“

Quelle: Schreiner, Physik, 1971

- Bei Belastung der Sekundärwicklung z. B. mit R_a fließen primär und sekundär (durch die dort induzierte Spannung) Ströme i_1, i_2 mit etwa gleichem Zeitverlauf
- **Ampere'scher Durchflutungssatz für die geschlossene Kurve C:**

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{Fe} s_{Fe} = \Theta_m = N_1 i_1 + N_2 i_2$$

- Eisen hat hohes $\mu_{rel,Fe} \approx 5000 \Rightarrow$ daher ist H_{Fe} **sehr klein** $\leftrightarrow L_h \gg L_{1\sigma}, L'_{2\sigma}$

$$B_{Fe} = \Phi_h / A \quad H_{Fe} = B_{Fe} / (\mu_{rel,Fe} \cdot \mu_0) \quad H_{Fe} \approx 0$$

$$H_{Fe} s_{Fe} = \Theta_m = N_1 i_1 + N_2 i_2 \approx 0 \Rightarrow i_2 \cong -(N_1 / N_2) \cdot i_1$$

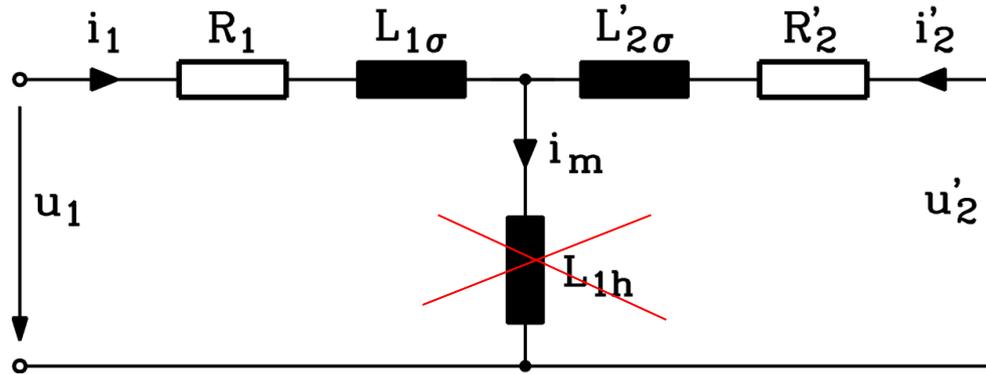
„Durchflutungsausgleich“

$$i_2 \cong -i_1 \cdot \ddot{u}$$

$$\frac{|i_1|}{|i_2|} \cong \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}}$$

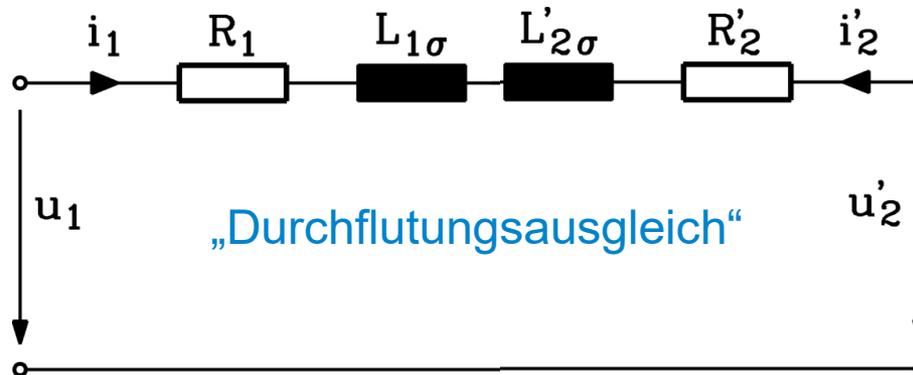
T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

T-Ersatzschaltbild des belasteten Einphasentransformators



$$L_{1h} = L_h \gg L_{1\sigma}, L'_{2\sigma} : u_1 \approx L_h \cdot \left. \frac{di_m}{dt} \right|_{L_h \rightarrow \infty} \Leftrightarrow i_m = 0$$

$$i_m = i_1 + i'_2 = 0 : i_1 = -i'_2$$



T3.1 Funktionsprinzip des Einphasentransformators

Zusammenfassung

- Gegenläufiges Hoch-/Tiefsetzen von Wechselspannung und -strom
- Idealer Transformator = keine Verluste & $L_h \rightarrow \infty$ & $L_\sigma = 0$
- T-Ersatzschaltbild durch $M_{12} = M_{21}$ auch ohne \ddot{u} möglich
- Spannungsübersetzung gemäß Windungszahlverhältnis N_1/N_2
- Bei Eisenkern-Transformator: Durchflutungsungleich bei Belastung: Stromübersetzung invers zum Windungszahlverhältnis $\leftrightarrow N_2/N_1$
- Magnetisierungsstrom i_m zur Flusserregung sehr klein wegen ungesättigtem Eisenkern

T3 Transformatoren

Übersicht

1. Funktionsprinzip des Einphasentransformators
2. Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen
3. Bauformen von Einphasen-Transformatoren
4. Drehstromtransformatoren
5. Schaltungsvarianten von Drehstromtransformatoren

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Idealer Transformator

- „Idealer“ Transformator:

- a) Verluste primär- und sekundärseitig vernachlässigt ($R_1 = 0, R_2 = 0, \dots$)
- b) Gesamter magnetischer Fluss im Eisenkern = KEIN Streufluss
- c) $L_h \rightarrow \infty$

- Wirkleistungsfluss bei Sinusspeisung:

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi = (U_2 \cdot \ddot{u}) \cdot (I_2 / \ddot{u}) \cdot \cos \varphi = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = P_2$$

- Übersetzungsverhältnis \ddot{u} :

Der ideale Transformator übersetzt den Strom **umgekehrt** wie die Spannung:
Im selben Maße, wie er die Spannung herab transformiert, setzt er den Strom hinauf,
und umgekehrt.

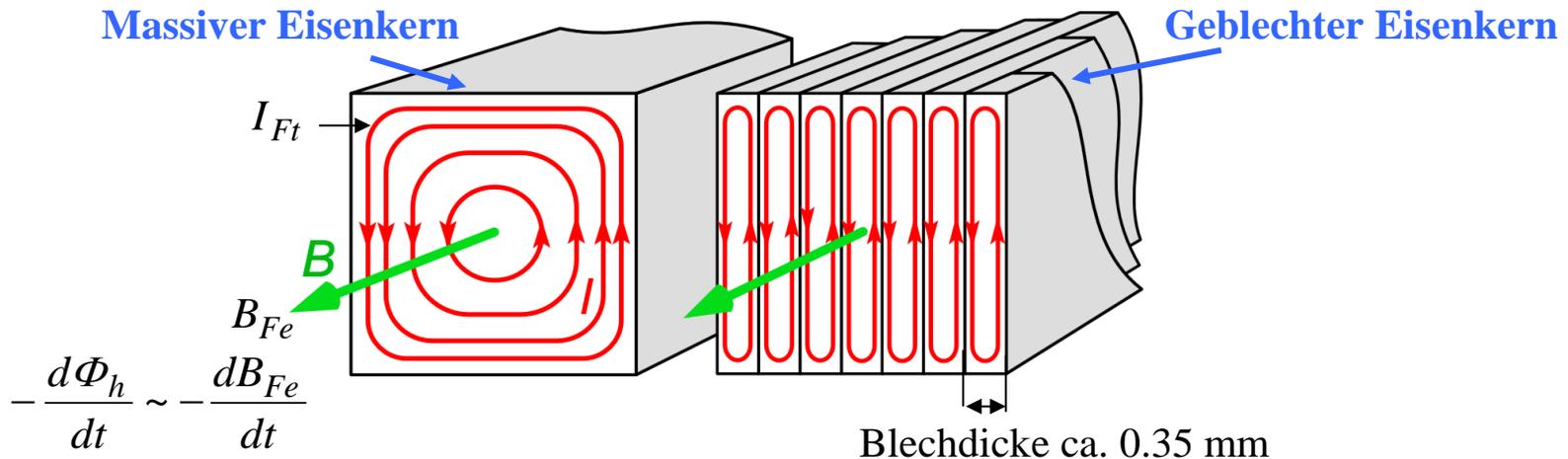
$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}}$$

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen Ummagnetisierungsverluste (1)

- Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe} = P_{Ft} + P_{Hy}$ im geblechten Eisenkern durch
 - Wirbelströme in den el. leitfähigen Stahlblechen $\Rightarrow P_{Ft}$,
 - Hystereseverluste in den Stahlblechen $\Rightarrow P_{Hy}$.
- Wirbelstromverluste P_{Ft} : Hauptfluss Φ_h induziert Spannung u_i in den Blechen, die dort Wirbelströme I_{Ft} treibt, die hauptsächlich vom Blechwiderstand R_{sh} begrenzt werden.

$$u_i = -d\Phi_h / dt \Rightarrow U_i = \omega \cdot \Phi_h / \sqrt{2} \Rightarrow I_{Ft} \approx U_i / R_{sh} \Rightarrow P_{Ft} \sim I_{Ft}^2 \cdot R_{sh} = \omega^2 \cdot \Phi_h^2 / (2R_{sh})$$



Quelle: Wikipedia.de

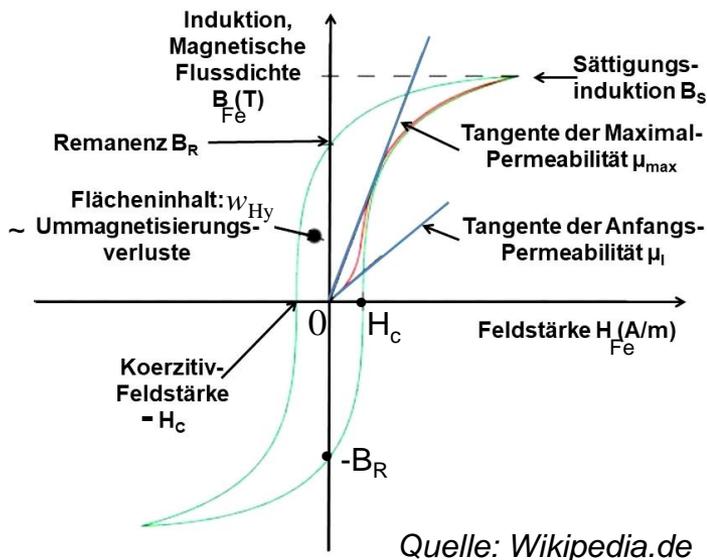
T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen Ummagnetisierungsverluste (2)

- Hystereseverluste P_{Hy} :** Hauptfluss magnetisiert die Bleche mit der Kreisfrequenz ω um. Die dabei auftretenden „atomaren Reibungsverluste“ sind proportional zur Fläche der Hystereseschleife w_{Hy} der $B_{Fe}(H_{Fe})$ -Kennlinie.

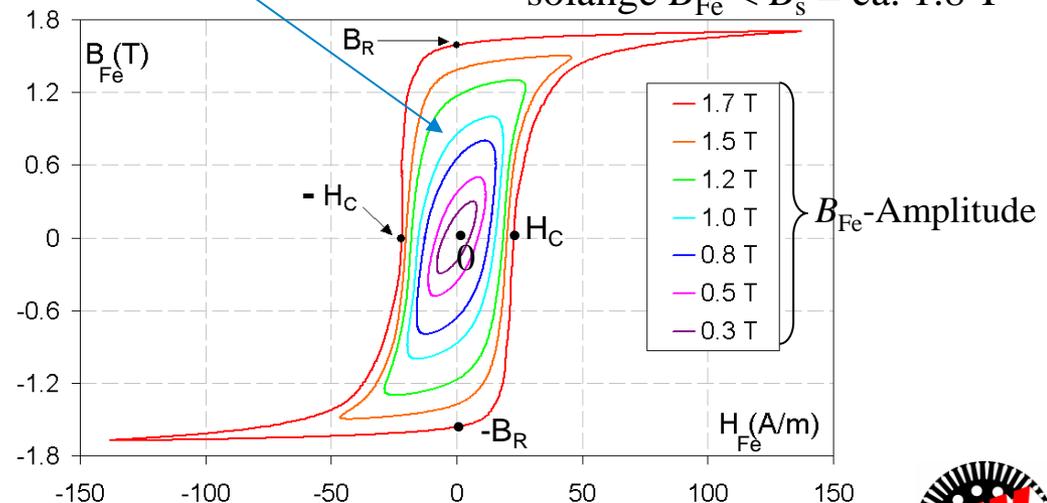
$$P_{Hy} \sim \omega \cdot w_{Hy}, \quad w_{Hy} \sim B_{Fe} \cdot H_{Fe} \sim B_{Fe}^2 \sim \Phi_h^2$$

- Bei konstanter Kreisfrequenz $\omega = \omega_N$: Nur Φ_h variabel \Rightarrow

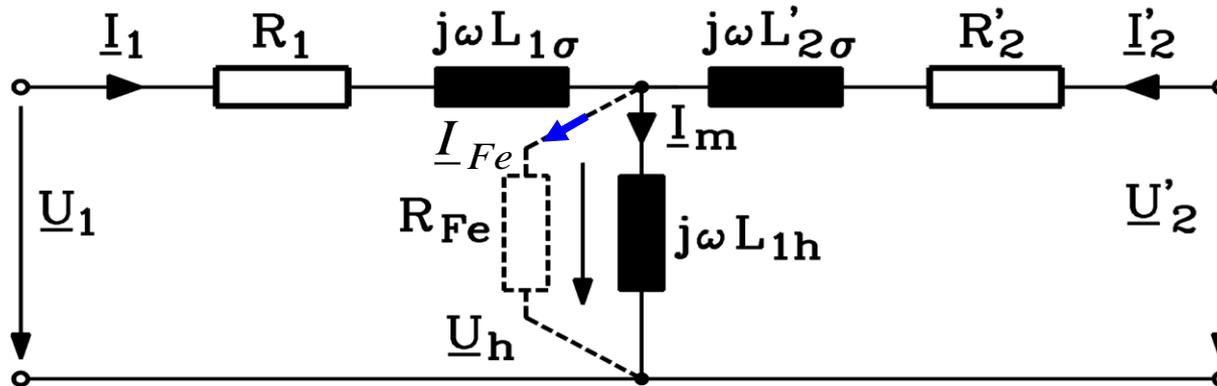
$$P_{Fe} = P_{Ft} + P_{Hy} = k_{Ft} \cdot \omega_N^2 \cdot \Phi_h^2 + k_{Hy} \cdot \omega_N \cdot \Phi_h^2 \Rightarrow P_{Fe} = N_1^2 \cdot \omega_N^2 \cdot \Phi_h^2 / (2R_{Fe}) = U_h^2 / R_{Fe}$$



Fläche w_{Hy} steigt etwa quadratisch mit B_{Fe} -Amplitude, solange $B_{Fe} < B_s = \text{ca. } 1.8 \text{ T}$



T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen Ummagnetisierungsverluste im Ersatzschaltbild



- **Ummagnetisierungsverluste** im geblechten Eisenkern: $P_{Fe} \sim B_{Fe}^2 \sim \Phi_h^2 \sim (L_{1h} i_m)^2 \sim U_h^2$
- Die Verluste P_{Fe} können je Strang durch einen **Eisen-Ersatz-Widerstand R_{Fe}** parallel zu L_{1h} berücksichtigt werden:

$$\underline{I}_{Fe} = \underline{U}_h / R_{Fe} \quad \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{Fe} + \underline{I}_m \approx \underline{I}_m$$

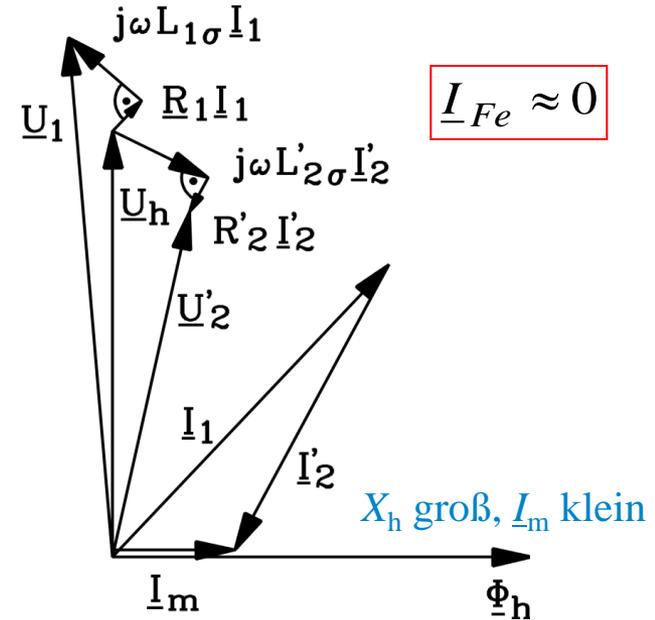
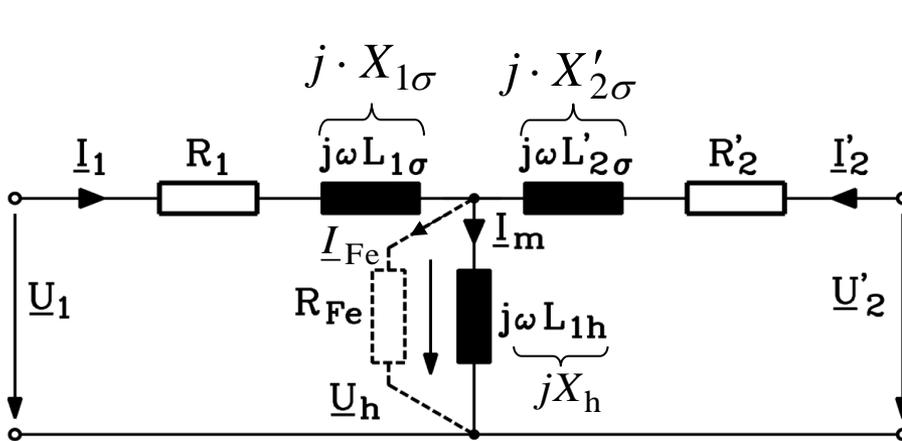
$$P_{Fe} = U_h^2 / R_{Fe}$$

- **Achtung:** Beim **Dreiphasentransformator**: $m = 3$

$$P_{Fe} = 3 \cdot U_h^2 / R_{Fe}$$

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Wechselstromspeisung des Einphasentransformators



• Durchflutungsausgleich: $\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_m \Rightarrow \underline{I}_1 \approx -\underline{I}'_2$

• Für *sinusförmig eingeschwingenen* Zustand: **KOMPLEXE** Rechnung:

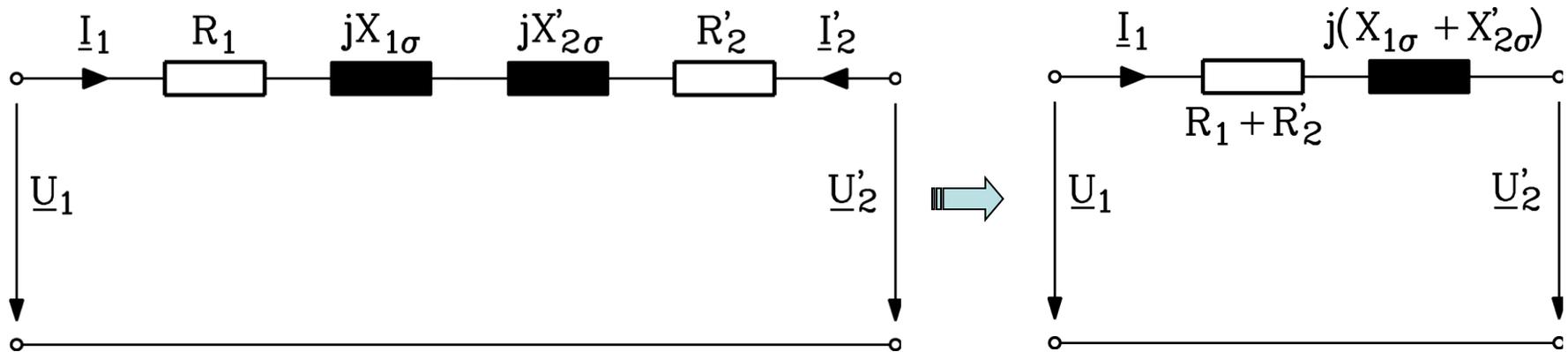
$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot U_1 \cdot \cos(2\pi f \cdot t) = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \cdot \underline{U}_1 \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} \right\} \quad L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow j \cdot 2\pi f \cdot L \cdot \underline{I} = j\omega L \cdot \underline{I} = jX \cdot \underline{I}$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j \cdot X_{1\sigma} \underline{I}_1 + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) \\ \underline{U}'_2 &= R'_2 \underline{I}'_2 + jX'_{2\sigma} \underline{I}'_2 + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) \end{aligned} \right\} \text{el. Spannungen bei } R_{Fe} \rightarrow \infty$$

• **Hauptfeldspannung:** $\underline{U}_h = j \cdot X_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) = j \cdot X_h \cdot \underline{I}_m = j \cdot \omega \cdot N_1 \cdot \underline{\Phi}_h / \sqrt{2}$

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

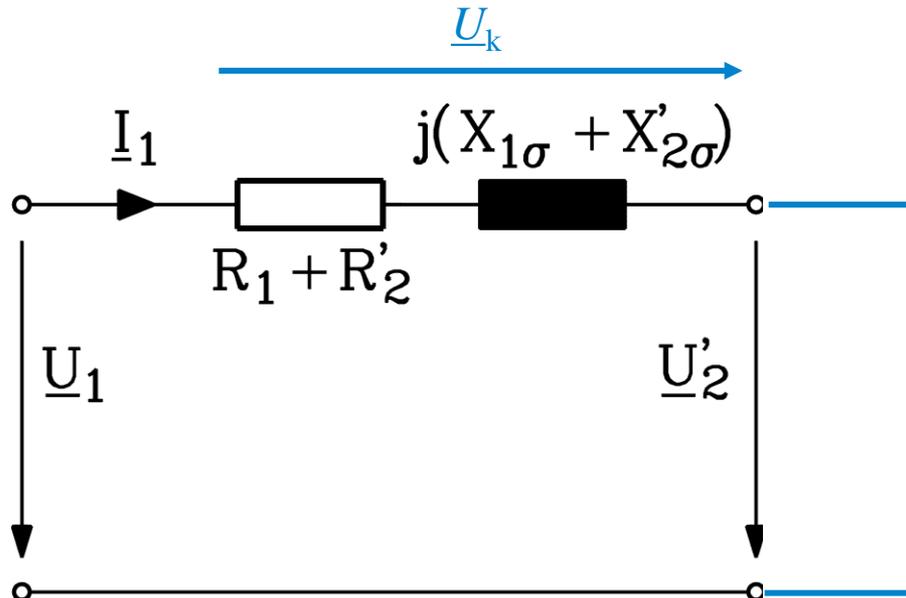
Vereinfachtes Ersatzschaltbild des Transformators



- $X_h \gg X_{1\sigma}, X'_{2\sigma}$: Magnetisierungsstrom ist **SEHR** klein (I_m / I_N ca. 1% ... 2%)
- $I_m \approx 0$: $I_1 \approx -I'_2$ und $I_2 = -I_1 \cdot \dot{u}$: **DURCHFLUTUNGS AUSGLEICH !**
- Für den **sekundär belasteten** Transformator ($I'_2 \neq 0$): $I_m / I_1 \approx 0$:
 $X_h \rightarrow \infty, R_{Fe} \rightarrow \infty$: X_h, R_{Fe} **weglassen!**
- Nur für **Leerlauf** ($I'_2 = 0$) muss X_h berücksichtigt werden: **Leerlaufstrom** $I_{10} = I_m$

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Kurzschlussspannung \underline{U}_k



Kurzschluss
sekundär

$$\underline{U}'_2 = 0$$

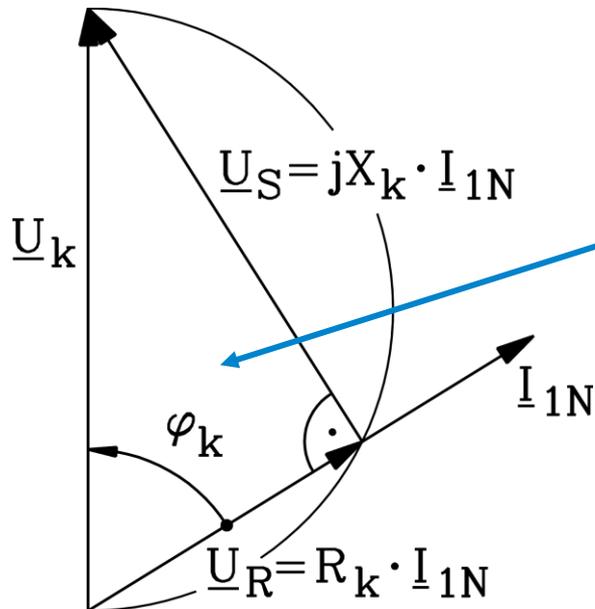
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_k$$

• “Kurzschlussspannung” \underline{U}_k :

Ist die Spannung primär, damit bei sekundärem Kurzschluss primär Nennstrom I_{1N} fließt !

$$U_k = \sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})^2} \cdot I_{1N}$$

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen Transformator mit sekundärem Kurzschluss



- Sekundärer Kurzschluss: $U'_2 = 0$
- Nur $R_1 + R'_2$ und $X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}$ begrenzen den primären und sekundären Strom.
- **KAPP'sches Dreieck** aus \underline{U}_S und \underline{U}_R !
- Bezogene Kurzschluss-Spannung: $u_k = U_k / U_{1N}$

$$R_k = R_1 + R'_2$$

$$X_k = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}$$

$$u_k = U_k / U_{1N} = (\sqrt{R_k^2 + X_k^2} \cdot I_{1N}) / U_{1N}$$

- **Zeigerbild** der Kurzschluss­spannung \underline{U}_k bei $I_1 = I_{1N}$:

Induktives Verhalten des kurzgeschlossenen Transformators \Rightarrow Der Strom \underline{I}_{1N} eilt der Spannung \underline{U}_k **nach!**

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Das KAPP'sche Dreieck (*Gisbert Kapp, 1888*)

- Die “bezogene” Kurzschlussspannung u_k kennzeichnet den Transformator im Lastbetrieb.

$$u_R = \frac{(R_1 + R'_2) \cdot I_{1N}}{U_{1N}}$$

$$u_S = \frac{(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}) \cdot I_{1N}}{U_{1N}}$$

$$u_k = \sqrt{u_R^2 + u_S^2} = \frac{U_k}{U_{1N}}$$

- “Bezogene” Spannungen: Angabe in % oder “per unit” (p.u.)

- Beispiel:**

a) Einphasen-Transformator: $S_N = 1$ kVA, Nennspannung $U_{1N} = 400$ V, $U_k = 20$ V,

$$u_k = 20 / 400 = 0.05 = 5\%$$

b) Dreiphasen-Transformator: $S_N = 400$ kVA, Nennspannung $U_N = 6300$ V

(laut Leistungsschild, daher verkettet), $U_k = 180$ V je Strang (Phasenspannung!)

$$\text{Nenn-Strangspannung: } U_{1N} = U_N / \sqrt{3} = 6300 / \sqrt{3} = 3637 \text{ V}$$

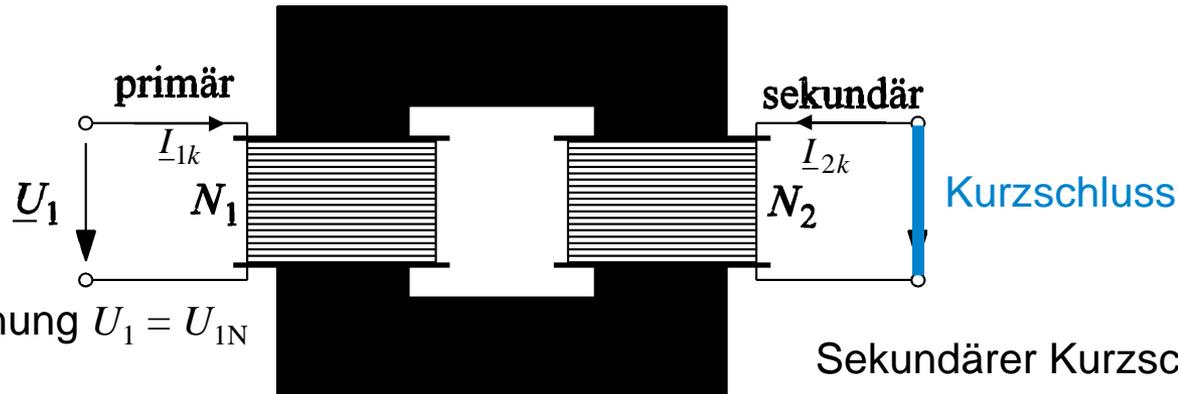
$$u_k = U_k / U_{1N} = 180 / 3637 = 5\% = 0.05 \text{ p.u.}$$

- u_k steigt mit der Baugröße des Transformators:

Beispiel: $S_N = 400$ kVA: 5% \Rightarrow $S_N = 1000$ MVA: 15%

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Sekundärer Kurzschluss des Transformators bei Betriebsspannung $U_1 = U_{1N}$



• Achtung:

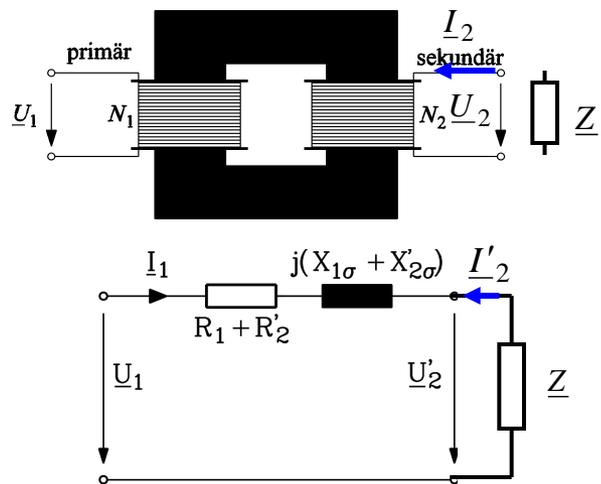
- Wenn Transformator im Betrieb bei $U_1 = U_{1N}$ **sekundär kurz geschlossen**, dann fließt wegen der primären Nennspannung ein **zu hoher** Strom I_{2k} sekundär und $I_{1k} = I_{2k}/ü$ primär.
- Diese Betriebsart ist daher ein **Störfall** und nicht dauernd zulässig!
- Nur Selbstinduktion der Streuflüsse (klein !) und die Widerstände (klein !) begrenzen den Strom, daher ist der Strom primär und sekundär **zu groß**.

$$I_{1k} / I_{1N} = U_{1N} / (\sqrt{R_k^2 + X_k^2} \cdot I_{1N}) = U_{1N} / U_k = 1 / u_k$$

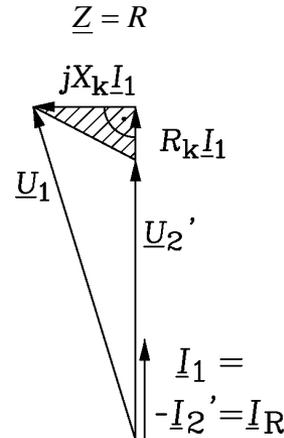
$I_{1k}/I_{1N} = 1/u_k$ -fach: Bei z.B. $u_k = 4\%$: **25-facher Nennstrom!**

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

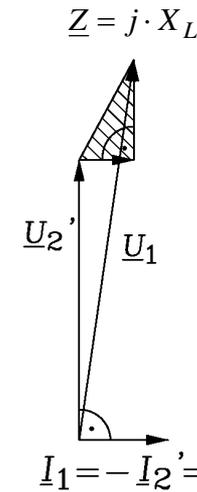
Spannungsübersetzung bei Belastung



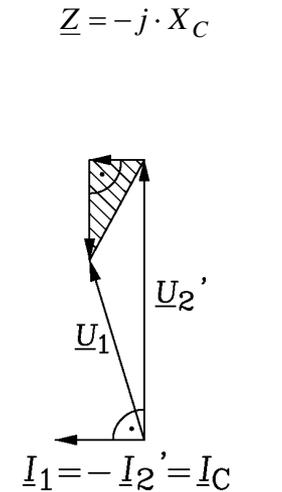
Belastung \underline{Z} sekundär:



rein OHM'sch



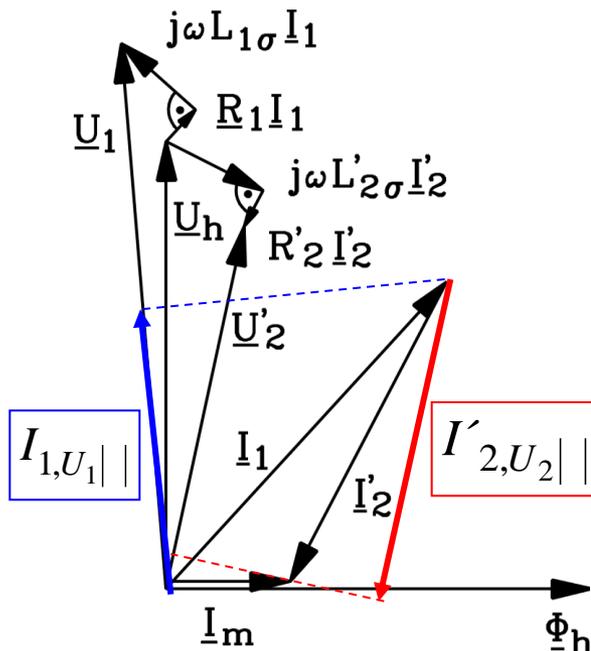
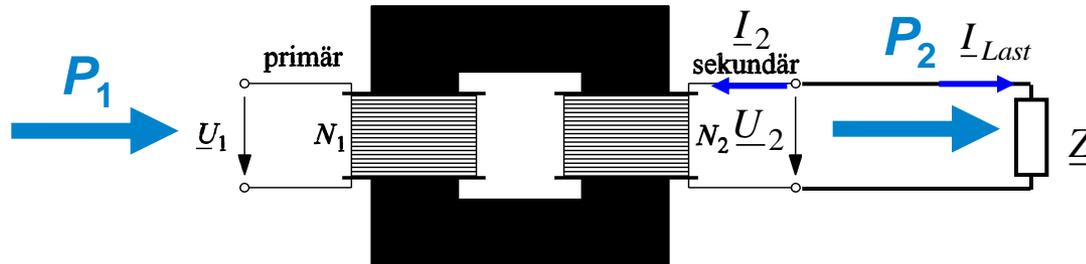
rein induktiv



rein kapazitiv

- Die sekundäre Spannung ist **nur** im Leerlauf etwa $U_2 = U'_2 / \ddot{u} = U_1 / \ddot{u}$
- Bei Belastung ist die Sekundärspannung bei a) und b) **KLEINER** als U_1 / \ddot{u} , bei c) **GRÖßER** als U_1 / \ddot{u} (gefürchteter **"FERRANTI-Effekt"**).
- Ursache dafür sind die **Spannungsfälle** an Widerständen und Streureaktanzen (**KAPP'sches Dreieck**).

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen Betrieb bei ohmsch-induktiver Belastung



- Belastung \underline{Z} sekundär: OHM'sch-induktiv $\underline{Z} = R + j \cdot X$
 \underline{I}_1 eilt \underline{U}_1 nach, $\underline{I}'_{Last} = -\underline{I}'_2$ eilt \underline{U}'_2 nach

- Realer Transformator: Einfluss der KAPP-Dreiecks:

$$|\underline{U}'_2| \text{ kleiner als } |\underline{U}_1|$$

- Realer Transformator mit $I_m > 0$:

$$|\underline{I}'_2| \text{ kleiner als } |\underline{I}_1|$$

- Leistungsfluss durch den Transformator:

$$P_{in} = P_1 = U_1 \cdot I_{1,U_1} | > P_{out} = P_2 = -U'_2 \cdot I'_{2,U_2} | > 0$$

$I_{1,U_1} |$: Stromkomponente von \underline{I}_1 parallel zu \underline{U}_1

$I'_{2,U_2} |$: Stromkomponente von \underline{I}'_2 parallel zu \underline{U}'_2

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Fe-Werkstoffe für Transformatoren

Reines Eisen (Ferrum, Fe) zu „weich“, daher Fe-C-Legierung im Einsatz in den Formen

- (1) **Gusseisen (Grauguss)** mit graphitischen C-Einlagerungen (C-Anteil: 2.06% ... 6%)
- (2) **Stahlguss** (C-Anteil: < 2.06%, siehe „Eisen-Kohlenstoff-Diagramm“)
- (3) **Elektroblech**: Fe-Si-Legierung: Erhöhung des *ohm*'schen Blechwiderstands (Si-Anteil ca. 1% ... 3%)

a) **Grauguss:**

Relativ niedriges μ_{Fe} ; spröde, daher keine Bleche walzbar →
keine Unterdrückung der Wirbelströme im Eisen.

Wird für Transformatoren **NICHT** verwendet.

b) **Stahlguss:**

Hohes μ_{Fe} ; gut walzbar. Wird z. B. für den Öl-Stahlkessel, Öl-Ausdehnungsgefäß, ...
verwendet.

c) **Elektroblech:**

Hohes μ_{Fe} ; als silizierte Eisenbleche für geblechte („**lamellierte**“) **Eisenkerne**
aus el. isolierten Blechen zur Verminderung der Wirbelstromverluste.

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Elektroblech

a) Isotropes Elektroblech („Dynamoblech“):

Siliziertes Fe-Bleche mit gleichem μ_{Fe} in allen Richtungen in der Blechebene, el. isoliert z. B.: durch Phosphatschicht zur Verminderung der Wirbelstromverluste; Eisenkerne für **Kleintransformatoren** bei Netzfrequenz 50 ... 60 Hz

b) Kornorientiertes Transformatorblech:

Spezielles **Kaltwalz-Verfahren**, in Walzrichtung sehr hohes μ_{Fe} , quer dazu niedriges μ_{Fe}
⇒ Eisenkerne bei großen Transformatoren (**anisotropes Hi-B-Blech**)

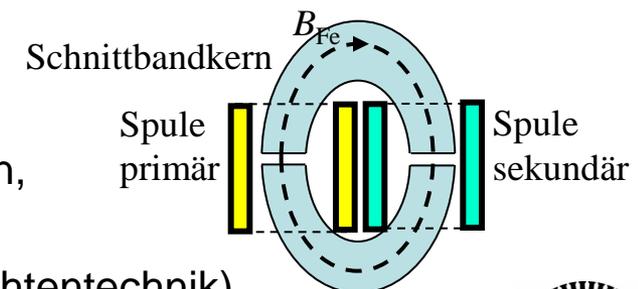


Quelle: Wikipedia.nl

c) Schnittbandkerne:

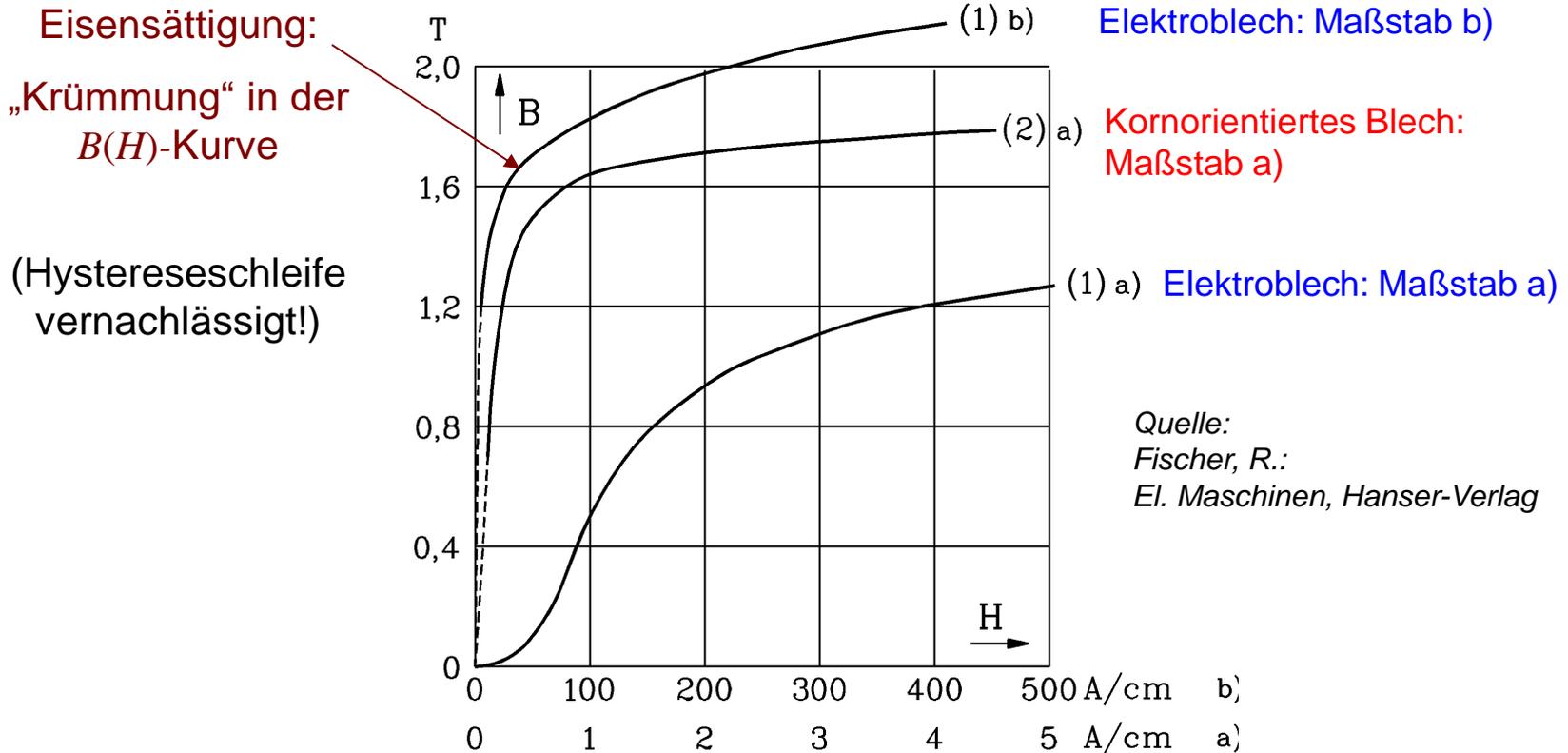
Blech aufgewickelt ⇒ Um Wicklungen aufstecken zu können, muss man den Wickel durchschneiden (U-Form).

Kleinsttransformatoren für hohe Frequenzen (kHz !, Nachrichtentechnik)



T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Weicheisenwerkstoffe (= schmale Hystereseschleife)



- **Elektroblech ist isotrop:** z. B.: Dicke 0.5 mm, $P_{Fe} = 3 \text{ W/kg}$ bei 50 Hz, 1 T: für E-Maschinen
- **Kornorientiertes Blech ist anisotrop:** Hat Vorzugsrichtung in Walzrichtung, z. B.: Dicke 0.35 mm, $P_{Fe} = 0.45 \text{ W/kg}$ bei 50 Hz, 1 T: Für Transformatoren

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Eisenpermeabilität bei Eisensättigung

- **Beispiel:** Elektroblech

(1) a) Niedrige Eisensättigung
= große Permeabilität

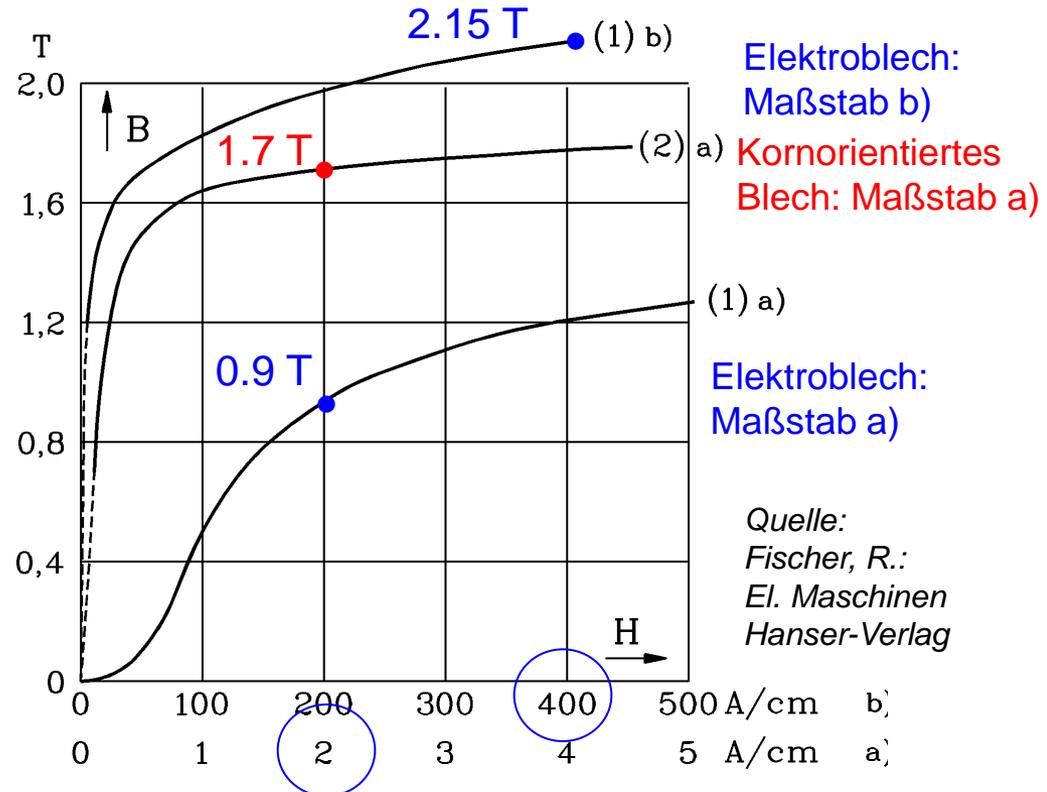
$$\mu_{Fe,rel} = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{0.9T}{\mu_0 \cdot 2A/cm} = 3580$$

(1) b) Hohe Eisensättigung =
kleine Permeabilität

$$\mu_{Fe,rel} = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{2.15T}{\mu_0 \cdot 400A/cm} = 43$$

⇒ Mit steigender Eisensättigung sinkt die Hauptinduktivität deutlich!

$$L_h = N_1^2 \cdot \mu_{Fe} \cdot A / s_{Fe} \sim \mu_{Fe,rel}$$



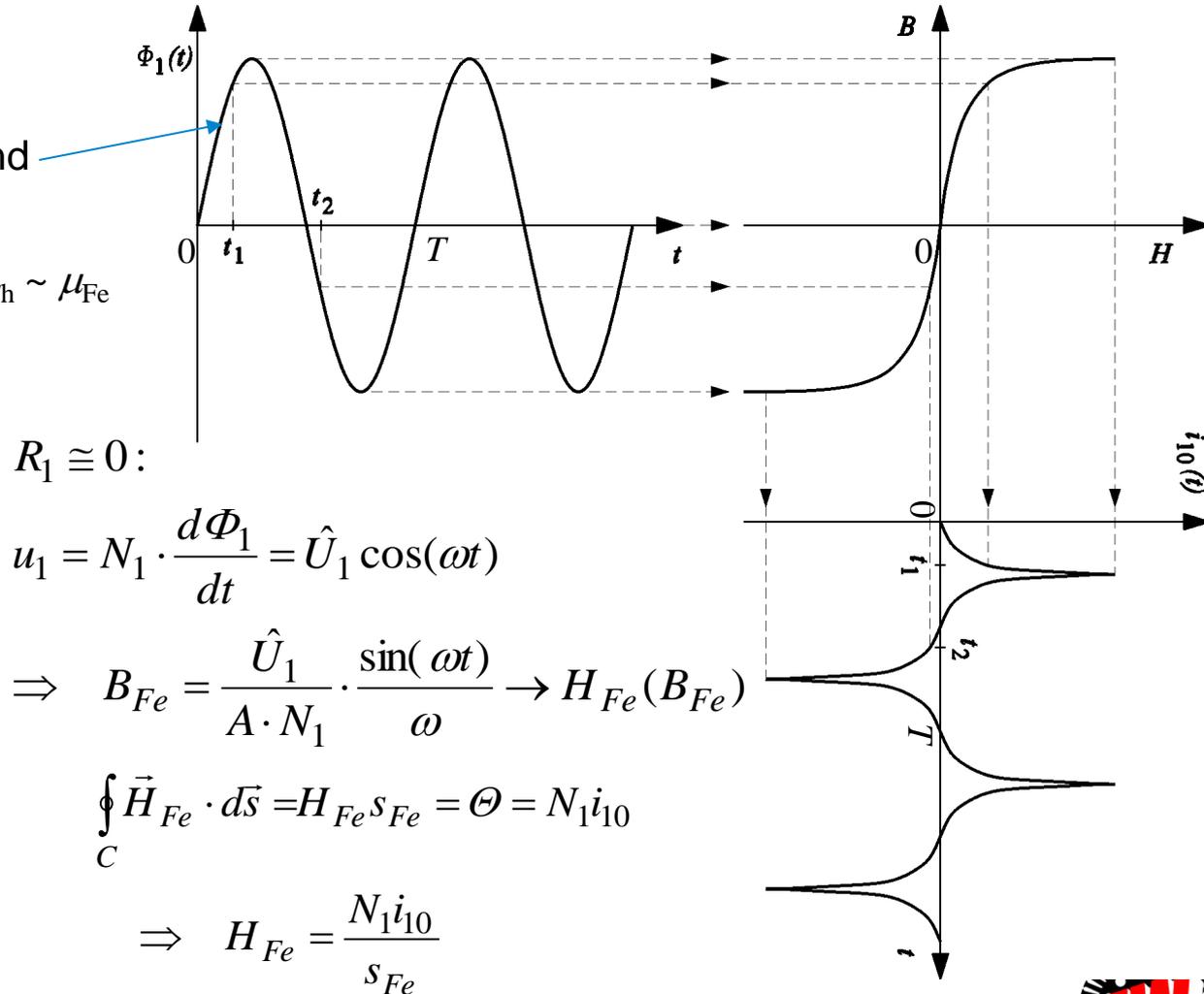
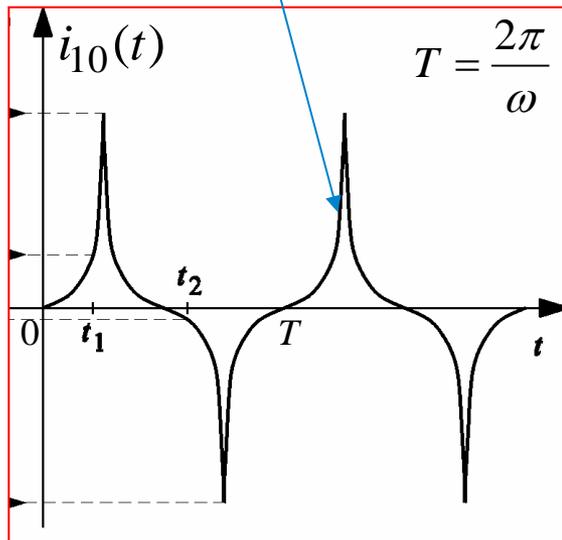
- **Zum Vergleich:** (2) a) Kornorientiertes Blech: $\mu_{Fe,rel} = \frac{1.7T}{\mu_0 \cdot 2A/cm} = 6765$

Hat in Vorzugsrichtung doppelt so große Permeabilität wie Elektroblech bei gleichem H .

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Zeitverlauf des Leerlaufstroms $i_{10}(t)$ (ohne Hysterese)

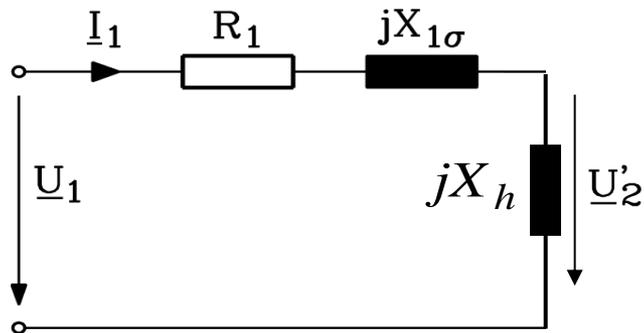
- **Nichtlineare Eisenkennlinie:** Spannung und damit Fluss sind sinusförmig!
- **ABER:** Im Leerlauf begrenzt $L_h \sim \mu_{Fe}$ den Strom i_{10} , dieser ist **nicht** sinusförmig,



T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen Zeitverlauf des Laststroms $i_1(t)$

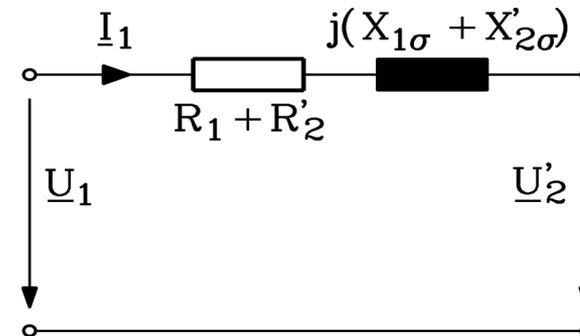
- **Unter Last:** Durchflutungsausgleich des Primärstroms mit dem Sekundärstrom !
- Nicht mehr die **nichtlineare Eisenkennlinie** der Hauptinduktivität, sondern die linearen Streuinduktivitäten und die sinusförmige Gegenspannung \underline{U}_2 begrenzen den Strom.
- Laststrom $i_1(t)$ ist daher sinusförmig!

Leerlauf



Strom tatsächlich nicht sinusförmig!
(Komplexe Rechnung nur näherungsweise zulässig!)

Last



Strom ist sinusförmig!
(Komplexe Rechnung korrekt!)

T3.2 Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen

Zusammenfassung



- Realer Transformator hat **Ummagnetisierungsverluste** P_{Fe} im geblechten Eisenkern
- Weichmagnetischer Eisenkern des (Groß-)Transformators aus kornorientierten 0.35 mm dünnen, el. isolierten, silizierten Fe-Blechen (Si-Anteil ca. 3%)
- **Komplexe Wechselstromrechnung** führt auf Zeigerdiagramm
- **KAPP'sches Dreieck** als Spannungsfall bei Betrieb („Kurzschlussspannung“)
- Kurzschluss bei Nennspannung \Rightarrow unzulässig **hoher Kurzschlussstrom**
- **FERRANTI-Effekt**: Spannungsüberhöhung bei kapazitiver Belastung sekundär
- Magnetisierungsstrom **nichtsinusförmig** wegen nichtlinearer Eisen- $B(H)$ -Kennlinie



T3 Transformatoren

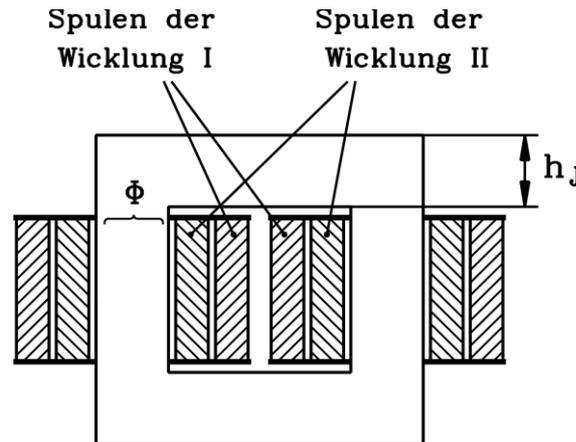
Übersicht

1. Funktionsprinzip des Einphasentransformators
2. Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen
3. Bauformen von Einphasen-Transformatoren
4. Drehstromtransformatoren
5. Schaltungsvarianten von Drehstromtransformatoren

T3.3 Bauformen von Einphasen-Transformatoren

Kern- vs. Mantel-Transformatoren

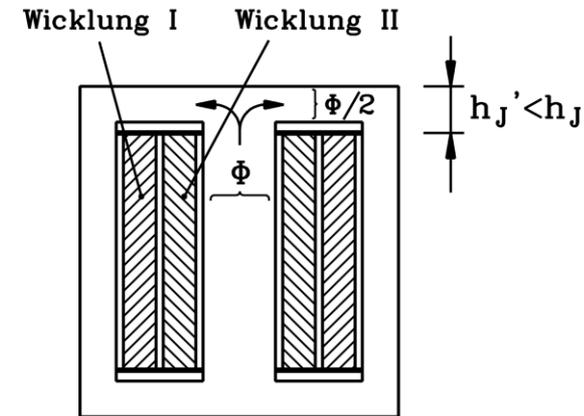
z.B.:
Serienschaltung der
beiden Spulen I =
OS-Wicklung



Kerntransformator

- 1) Netztransformatoren
- 2) Kleintransformatoren

z.B.:
Serienschaltung der
beiden Spulen II =
US-Wicklung



Manteltransformator

- 1) Lokomotiv-Transformatoren
(Bahnnetz 16.7 Hz):
gedrungene, ältere Bauweise
wegen beschränkter Höhe
- 2) E-Kern-Kleintransformatoren

• **Anwendung:**

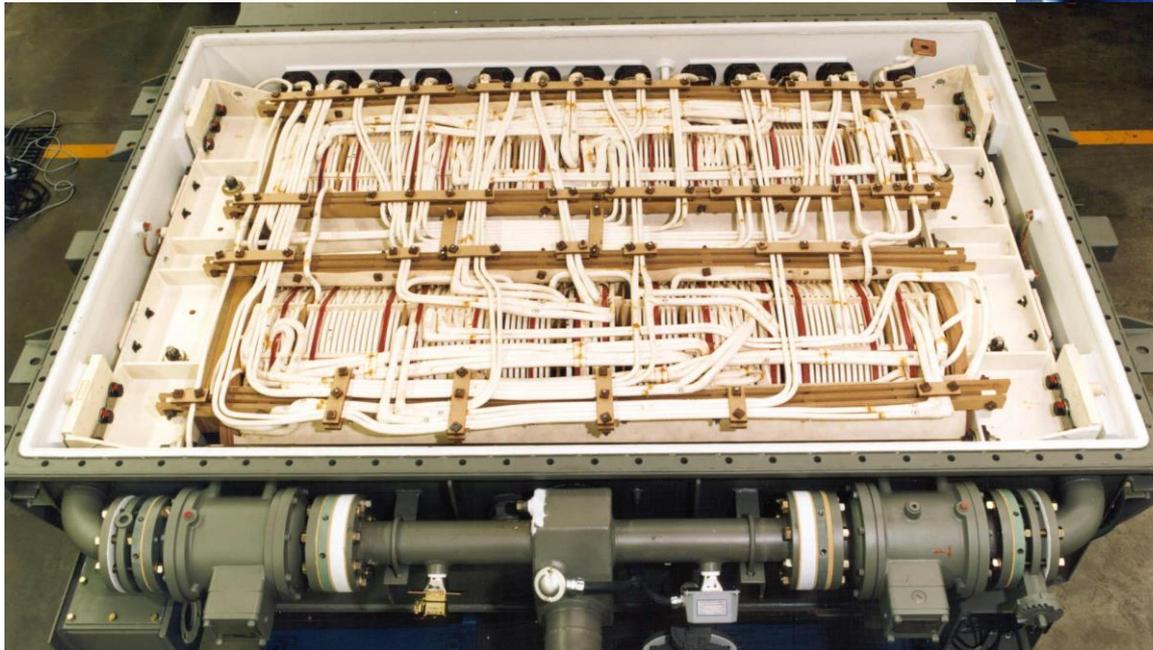
- Koaxiale Anordnung der Spulen: **Minimierter** Streufluss, **optimierte magnetische Kopplung**.
 - a) **Unterspannungswicklung (US) kernnahe**, da Kern auf Nullpotential = geerdet .
 - b) **Oberspannungswicklung (OS) außen** = hat größeren Abstand zum Kern.
- Flussrichtung vorgegeben = Einsatz kornorientierter Bleche möglich.

T3.3 Bauformen von Einphasen-Transformatoren

Lokomotiv-Einphasen-Transformator

- Einphasen-Traktions-Transformator
(Unterflureinbau flach im Ölkessel)

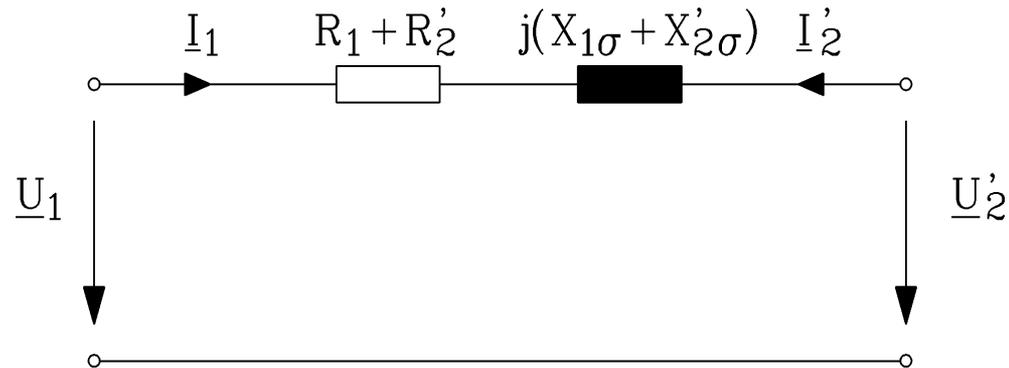
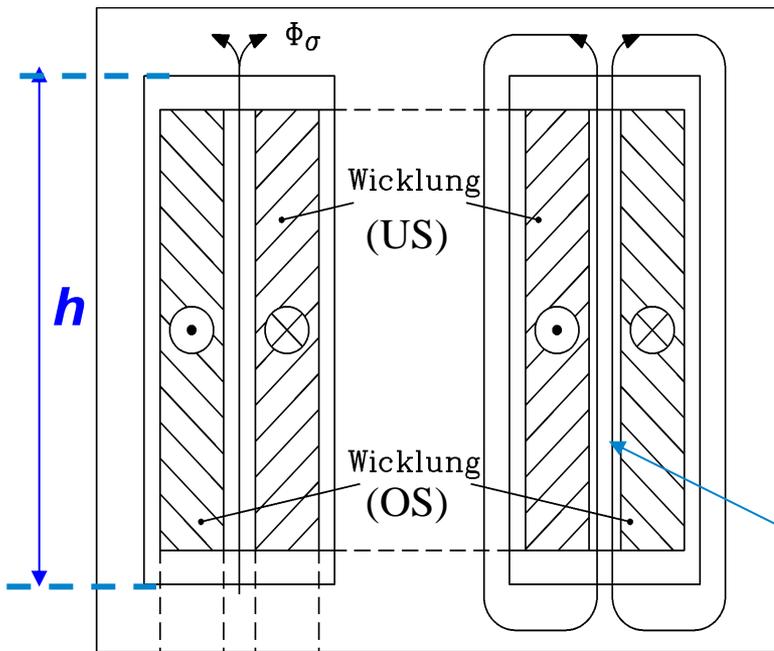
z. B. für Hochgeschwindigkeitstriebzüge (ICE3)



Quelle: Siemens AG

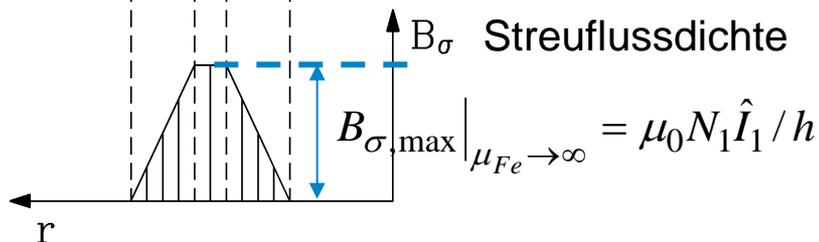
T3.3 Bauformen von Einphasen-Transformatoren

Einphasen-Mantel-Transformator: Streuflussverlauf (1)



$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2'$$

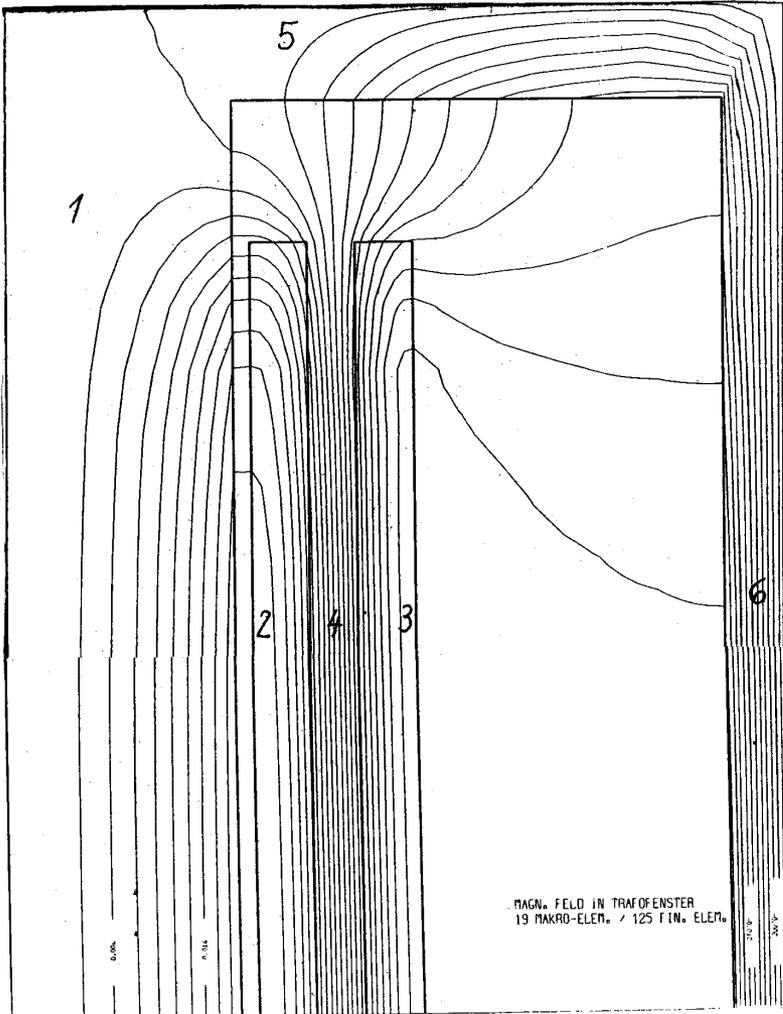
(Beispiel: Manteltrafo)



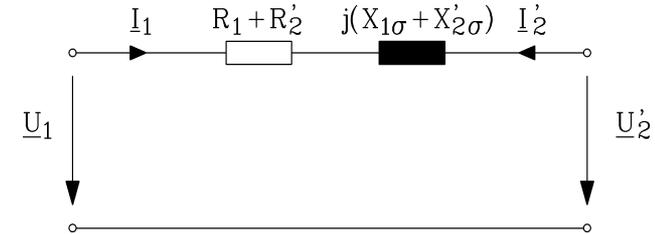
- Aus dem Feldbild lässt sich der Streufluss **nicht** in primären und sekundären Streufluss abgrenzen!

T3.3 Bauformen von Einphasen-Transformatoren

Einphasen-Mantel-Transformator: Streuflussverlauf (2)



- 1: Eisenkern
- 2: US-Wicklung
- 3: OS-Wicklung
- 4: Streuspalt
- 5: Eisenjoch
- 6: Eisenrückschluss



- Numerische Feldberechnung für Rotationssymmetrie
- Primär- und Sekundärstrom sind hier exakt in Gegenphase angenommen mit: $\underline{I}_1 = -\underline{I}_2'$
- Hauptfluss nicht dargestellt!

Source: J. Hipfl, ELIN-UNION, Austria, 1981

T3.3 Bauformen von Einphasen-Transformatoren

Zusammenfassung

- Kern- und Mantelbauform (für geringere Höhe)
- Koaxial angeordnete Primär- und Sekundärwicklungsspulen
- Niederspannungswicklung näher am geerdeten Eisenkern
- Luft- und ölgekühlte Transformatoren

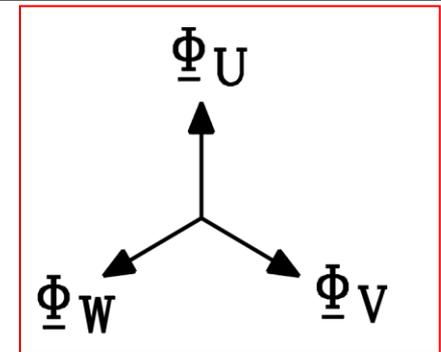
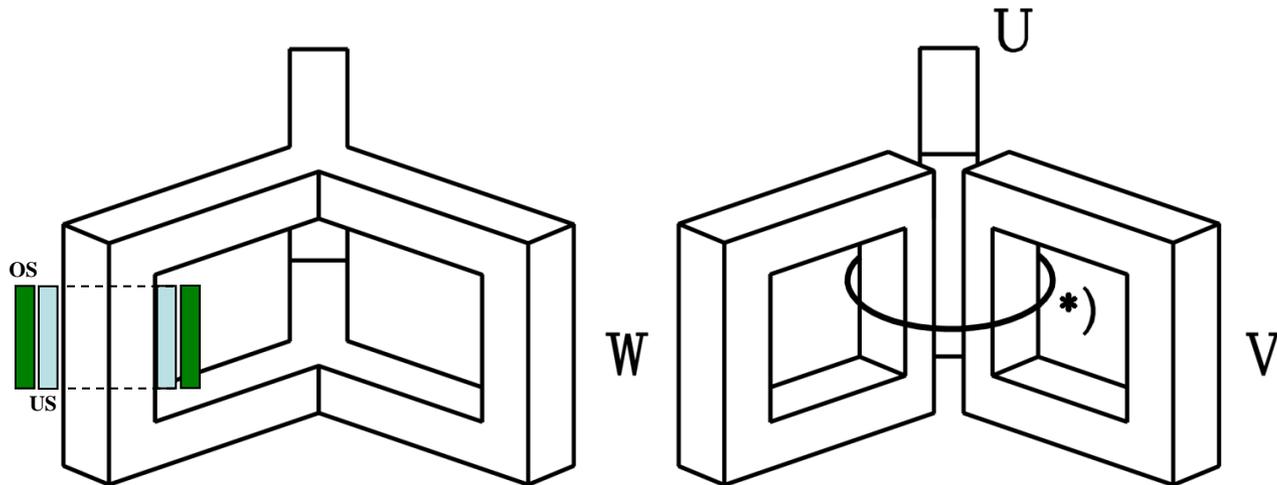
T3 Transformatoren

Übersicht

1. Funktionsprinzip des Einphasentransformators
2. Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen
3. Bauformen von Einphasen-Transformatoren
4. Drehstromtransformatoren
5. Schaltungsvarianten von Drehstromtransformatoren

T3.4 Drehstromtransformatoren

Entstehung des Drehstromtransformators

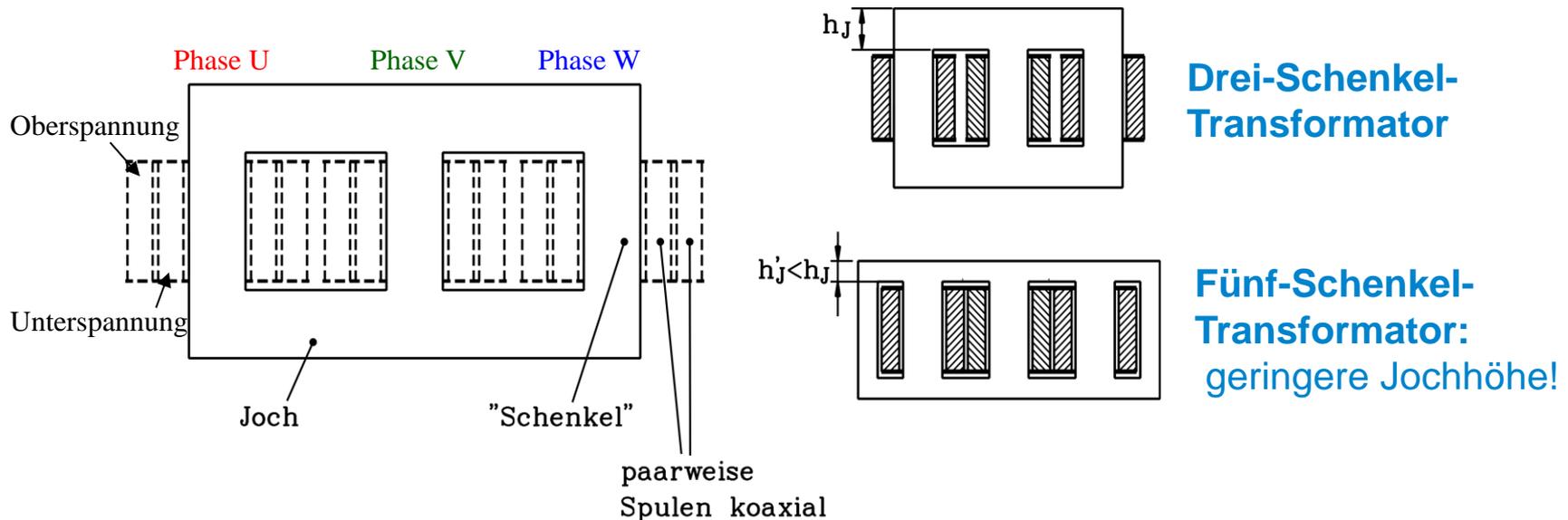


$$\underline{\Phi}_U + \underline{\Phi}_V + \underline{\Phi}_W = 0$$

- **Tempeltyp**-Drehstromtransformator entsteht aus drei Einphasen-Transformatoren, die an die drei Phasen U, V, W angeschlossen sind.
- Die **drei Hauptflüsse** von $\underline{\Phi}_U$, $\underline{\Phi}_V$, $\underline{\Phi}_W$ sind um 120° el. phasenverschoben.
- In der gemeinsamen Kontrollfläche *) sind sie als Summe stets Null, so dass die drei **Mittelschenkel entfallen** können = **Tempeltyp**.
- Der Tempeltransformator ist für die drei Phasen U, V, W magnetisch symmetrisch.
(Erfinder: **Michael von Dolivo-Dobrowolsky 1890, AEG, Berlin**)

T3.4 Drehstromtransformatoren

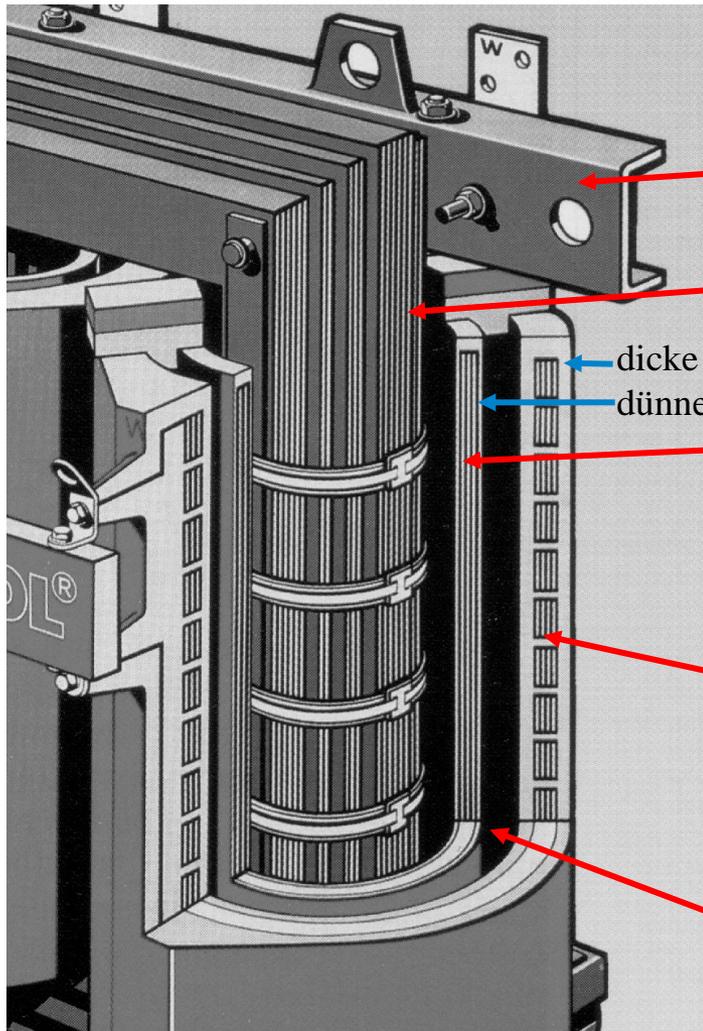
Bauformen von Drehstromtransformatoren



- “Klappen” der drei Schenkel in eine Ebene: Aus dem Tempeltyp entsteht der wesentlich einfachere baubare **Drei-Schenkel-Transformator**.
- Bei begrenzter Bauhöhe (z. B. Bahntransport: “Bahnprofil” in Tunneln etc.) wird der Manteltyp als **Fünfschenkel-Transformator** gebaut.
- Eisenkern aus Blechen **stufig geschichtet**: Kern-Querschnitt hat annähernd Kreisform. Die Joche werden nach Aufschieben der Röhrenspulen “eingebledt”.

T3.4 Drehstromtransformatoren

Aufbau eines Schenkels



Quelle: Siemens AG

Obere **Presskonstruktion**

Stufig geblechter **Eisenkern** mit Glasfaserbandagen fixiert

dicke }
dünne } Isolation

Unterspannungswicklung (US):

Kupferfolien: Dünn, aber lang, daher großer Querschnitt für großen Niederspannungs-Strom

Oberspannungswicklung (OS):

Viele Windungen = hohe Windungszahl, kleiner Leiterquerschnitt, dicke Isolation wegen hoher Oberspannung. Weit vom geerdeten Eisenkern entfernt = geringe Überschlagsgefahr.

Streuspalt: Hier bildet sich das Streufeld von OS- und US-Wicklung gemeinsam aus.

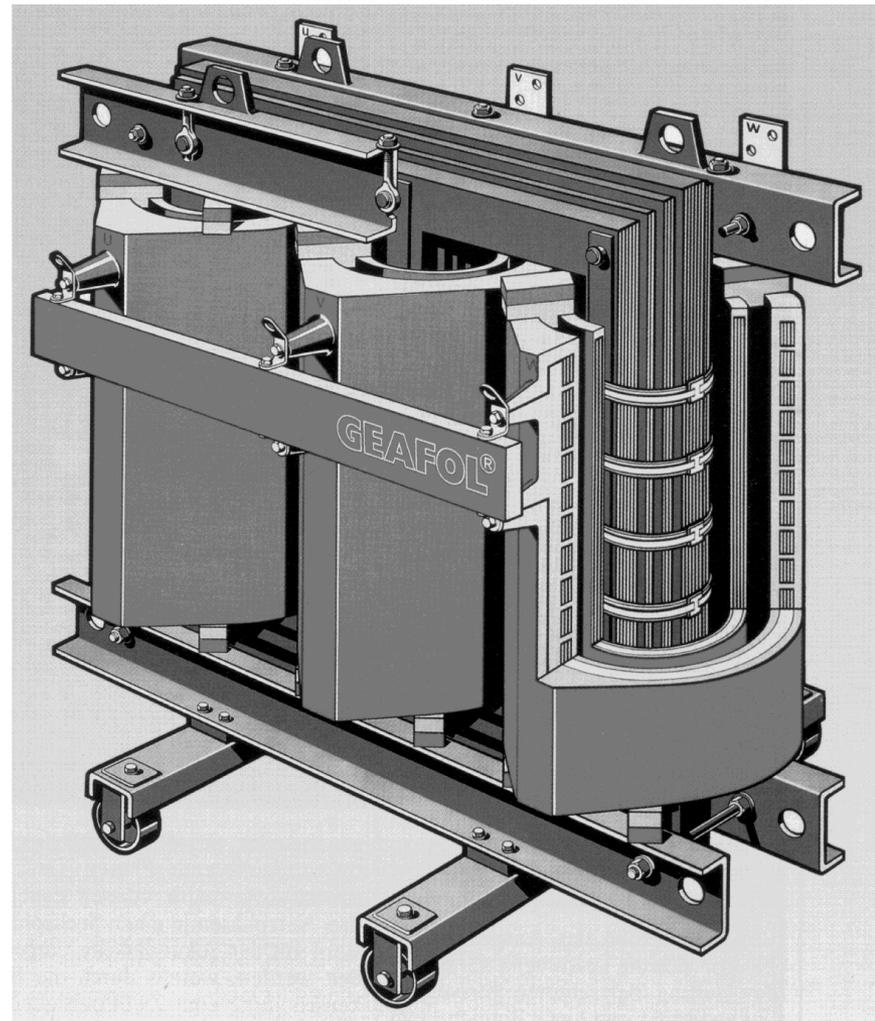
T3.4 Drehstromtransformatoren

Gießharzisolierter Drehstromtransformator für Luftkühlung (Ölfrei!)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Typische Bemessungsdaten:
20 kV / 400 V, 400 kVA



Quelle: Siemens AG

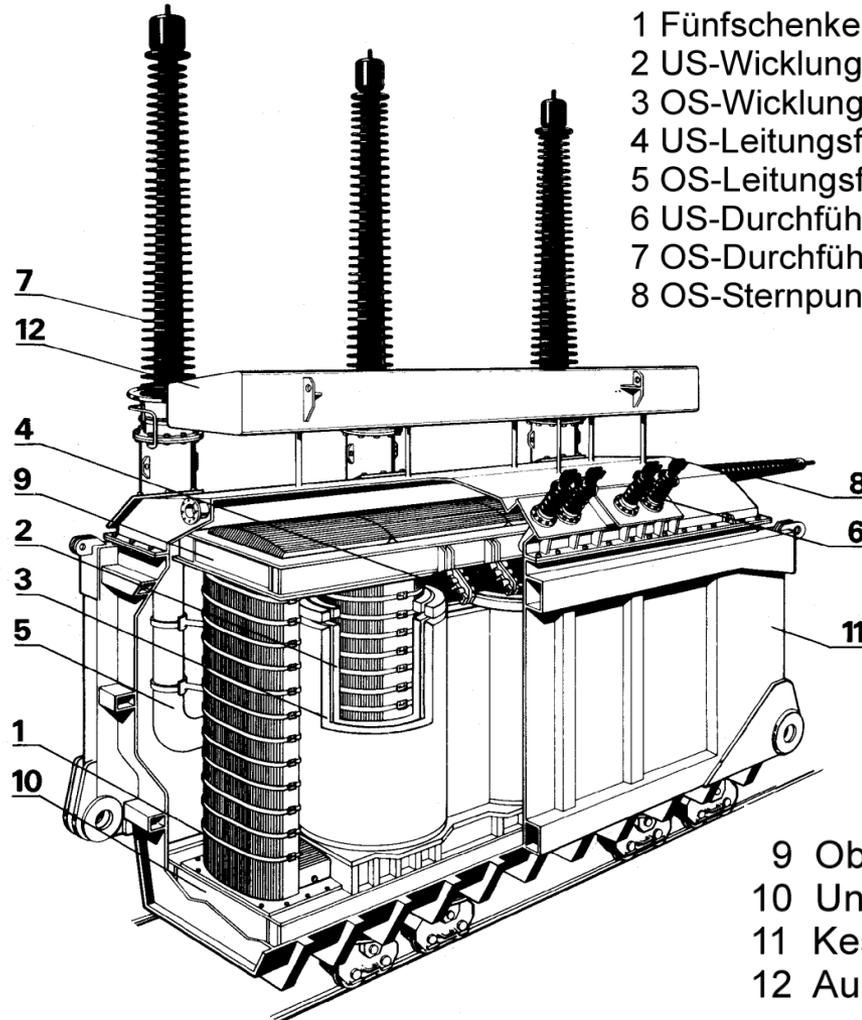


T3.4 Drehstromtransformatoren

Ölgekühlter Drehstrom-Großtransformator



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



- 1 Fünfschenkelkern
- 2 US-Wicklung
- 3 OS-Wicklung
- 4 US-Leitungsführung
- 5 OS-Leitungsführung
- 6 US-Durchführung
- 7 OS-Durchführung
- 8 OS-Sternpunkt-Durchführung

**Typische Bemessungsdaten:
380 kV / 20 kV, 1300 MVA**

- 9 Oberer Preßrahmen
- 10 Unterer Preßrahmen
- 11 Kessel (Brückenmittelstück)
- 12 Ausdehnungsgefäß

Quelle: Bohn, T.
El. Energietechnik,
TÜV Rheinland



T3.4 Drehstromtransformatoren

Großtransformator mit drei Wicklungssystemen im Hochspannungs-Prüffeld

Marx-Stoßspannungs-
Generator zur
Erzeugung der
Prüfspannung für
Blitz-Stoßspannungs-
Prüfung



Quelle: Werkfoto ELIN Transformatoren GmbH, Weiz, Österreich, jetzt Siemens AG

T3.4 Drehstromtransformatoren

Leistungsgrenzen von Drehstromtransformatoren

- **Einheitsleistung:** Bemessungs-Scheinleistung S_N je Transformator als „Baueinheit“
- **Baugröße** wird a) von der Bemessungs-Scheinleistung S_N ,
b) aber auch von der Oberspannung (Spannungsabstände !) U_{1N} bestimmt.
- **Transport** mit der Bahn erzwingt Einhaltung des **Bahnprofils** \Rightarrow
Große Transformatoren als **Fünfschenkel-Transformatoren** gebaut.
- Bei 400 kV Oberspannung weltgrößte **Einheitsleistungen** ca. $S_N = 1500$ MVA, 50 Hz.
- Bei noch größeren Bemessungs-Leistungen z. B. 1800 MVA:
 - a) **Drei** Einphasentransformatoren je 600 MVA bilden eine „**Drehstrom-Bank**“ 1.8 GVA.
Vorteil:
Reservehaltung benötigt nur einen Einphasentransformator 600 MVA,
nicht einen kompletten Drehstrom-Transformator.
 - b) Alternative zu a):
Zwei Drehstromtransformatoren 900 MVA parallel geschaltet,
Reservehaltung: Ein Drehstromtransformator 900 MVA.

T3.4 Drehstromtransformatoren

Auslieferung eines Großtransformators im Schnabelwagen: dahinter: Hochspannungsprüfhalle



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Schnabelwagen: ca. 20 Tonnen je Achse als Last, bei 32 Achsen: ca. 640 Tonnen max. Trafomasse

Quelle: Werkfoto ELIN Transformatoren GmbH, Weiz, Österreich, jetzt: Siemens AG



T3.4 Drehstromtransformatoren

Blocktransformator in einem thermischen Kraftwerk

- **Blocktransformator im Braunkohle-Kraftwerk Schwarze Pumpe:**
 - 1) Bemessungs-Scheinleistung 800 MVA = Generator-Scheinleistung,
 - 2) Generatorspannung 27 kV wird über Transformator auf 380 kV hochgespannt.

Braunkohle-Kraftwerk
"Schwarze Pumpe",
Deutschland



Quelle:
Siemens AG
Germany

T3.4 Drehstromtransformatoren

Kühlung

a) Öltransformatoren in Kesseln mit Ölfüllung:

- Ölumlaufl: (a) *Natürliche Konvektion* (Oil natural) ON
(b) *Zwangsumlauf* (Pumpen) (Oil forced) OF
- Öl wird in Radiatoren durch Luft rückgekühlt,
- Luftbewegung: (c) *Natürliche Konvektion* (air natural) AN
(d) *Forcierte Luftströmung* durch Ventilatoren (air forced) AF

Daher Kombinationen ONAN, ONAF, OFAN, OFAF möglich!

b) Luftspulen- u. Gießharztransformatoren:

Luftkühlung: AN; nur für **kleinere** Leistungen,
da bei größeren Verlustleistungen die kühlenden Luftmengen nicht für eine gute
Kühlung ausreichen!

- **Vorteile** von b) über a): 1) Verringerte Brandgefahr (Öl brennbar = Brandlast!),
2) Keine öldichte Auffanggrube unter dem Transformator nötig!

T3.4 Drehstromtransformatoren

Einphasen-Transformator einer Drehstrombank im Hochspannungs-Prüffeld, Hochspannungsprüfung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Quelle: Werkfoto ELIN Transformatoren GmbH,
Weiz, Österreich, jetzt: Siemens AG

Kühlungsart:

Oil forced, air forced

OFAF



T3.4 Drehstromtransformatoren

Kühlung Oil natural – Air natural ONAN



Quelle: BWK

- Bei Verteiltransformatoren:
Zwei Ölkessel-Varianten:
a) Starrer Kessel mit Ölausdehnungsgefäß
b) Dehnbarer Kessel mit Öleinfüllstutzen

- **Verteiltransformatoren:**
Für die Vor-Ort-Trafo-Stationen:
Kleinere Leistungen < ca. $S_N = 600$ kVA,
z. B. 20 kV / 400 V, 50 Hz

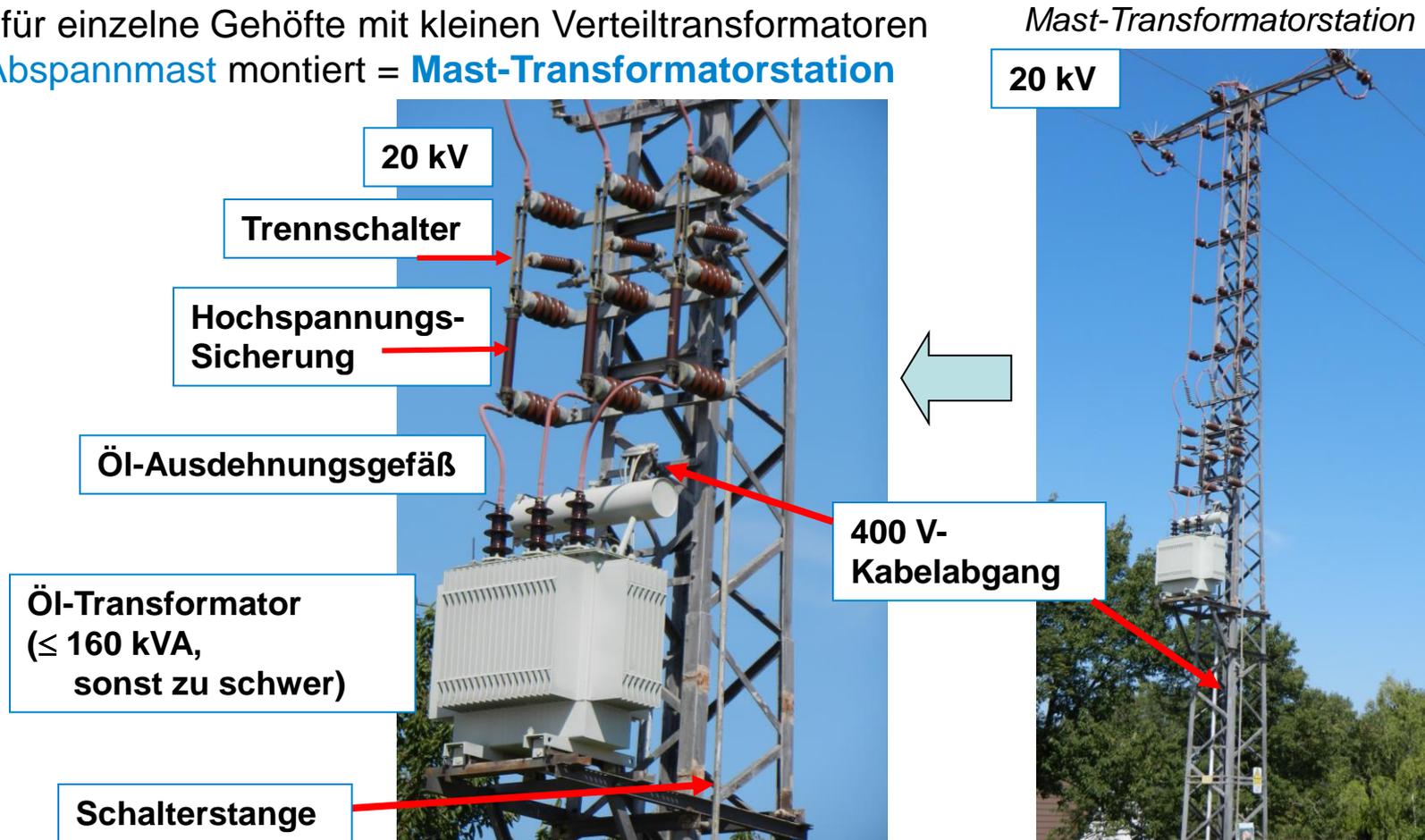
- **Öltransformatoren**
Ölumlauf:
natürliche Konvektion (Oil natural) ON
Luftbewegung:
natürliche Konvektion (air natural) AN

T3.4 Drehstromtransformatoren

Verteiltransformatoren: Abspannen von z. B. 20 kV auf 400 V

Ländlicher Bereich:

- Abspannen für einzelne Gehöfte mit kleinen Verteiltransformatoren
- Häufig auf **Abspannmast** montiert = **Mast-Transformatorstation**



Quelle: A. Binder, bei Bechtolsheim/Pfalz

T3.4 Drehstromtransformatoren

Verteiltransformatoren: Abspannen von z. B. 20 kV auf 400 V



Städtischer Bereich:

- Größere Zahl an versorgten Haushalten/Transformator \Rightarrow
 \Rightarrow Verteiltransformatoren mit größerer Leistung bis ca. 13 000 kVA
- Größere Trafos sind lauter: 100 Hz-Magnetostruktion des Eisenkerns = „Trafo-Brumm“
- Schallschutz: „Transformator-Häuschen“

Transformatorstation:

Umspannen z. B.: 20 kV-Kabel auf 400 V-Kabel



Quelle: Wikipedia.de, bei Bernburg/Saale

Turm-Transformatorstation:

Umspannen z. B.:
20 kV-Freileitung auf
400 V-Kabel



Quelle: Wikipedia.de, Jakobsruh

T3.4 Drehstromtransformatoren

Elektrische Öl-Isolation

a) Transformatoren-Öl (“Öltransformatoren”):

- Durchschlagfeldstärke E_D : ca. 3 ... 6-fach von reiner Luft:

z. B. $E_D = 100 \text{ kV/cm}$ bei $d = 1 \text{ cm}$, $\varepsilon_r = 2.2$.

⇒ Wesentlich kleinere Spannungsabstände d in Öl möglich als in Luft.

$$U = E \cdot d = E' \cdot d' \Rightarrow E' = 6E : d' = d / 6$$

- Wicklungen sind durch Ölkanäle und ölgetränktes Isolationspapier isoliert.

- Ölwanne unter dem Transformator zum Ölauffangen im Schadensfall.

- Öl brennbar, daher Störlichtbogenerkennung nötig

⇒ **Buchholz-Schutz**:

Schwimmer auf Öloberfläche mit el. Kontakt:

Wenn Wicklungs-Störlichtbogen Öl verbrennt:

Aufsteigende Brandgasblasen bewegen Ölschwimmer, schließen Kontakt → Alarmsignal.

T3.4 Drehstromtransformatoren

Elektrische Luft-Isolation



b) Gießharz und Luft (“Trockentransformatoren”):

- Durchschlagfeldstärke E_D in trockener Luft 20°C, 1 bar, Schlagweite $d = 1$ cm:
 - (i) bei homogenem E -Feld: $E_D = 30$ kV/cm,
 - (ii) stark inhomogenes E -Feld: $E_D = 5$ kV/cm.
- Einhaltung größerer Abstände d zwischen spannungsführenden Teilen bei Gießharz- oder Luftisolation nötig als bei Öl.
- Einsatz von Trockentrafos bei niedrigen Spannungsniveaus bis ca. $U_N = 30$ kV
⇒ kleinere Leistungen bis ca. $S_N = 400$ kVA:
- z. B. Verteiltrafos in Gebäuden wegen geringerer Brandlast.



T3.4 Drehstromtransformatoren

Schadensfall: Ölbrand bei Leistungstransformatoren



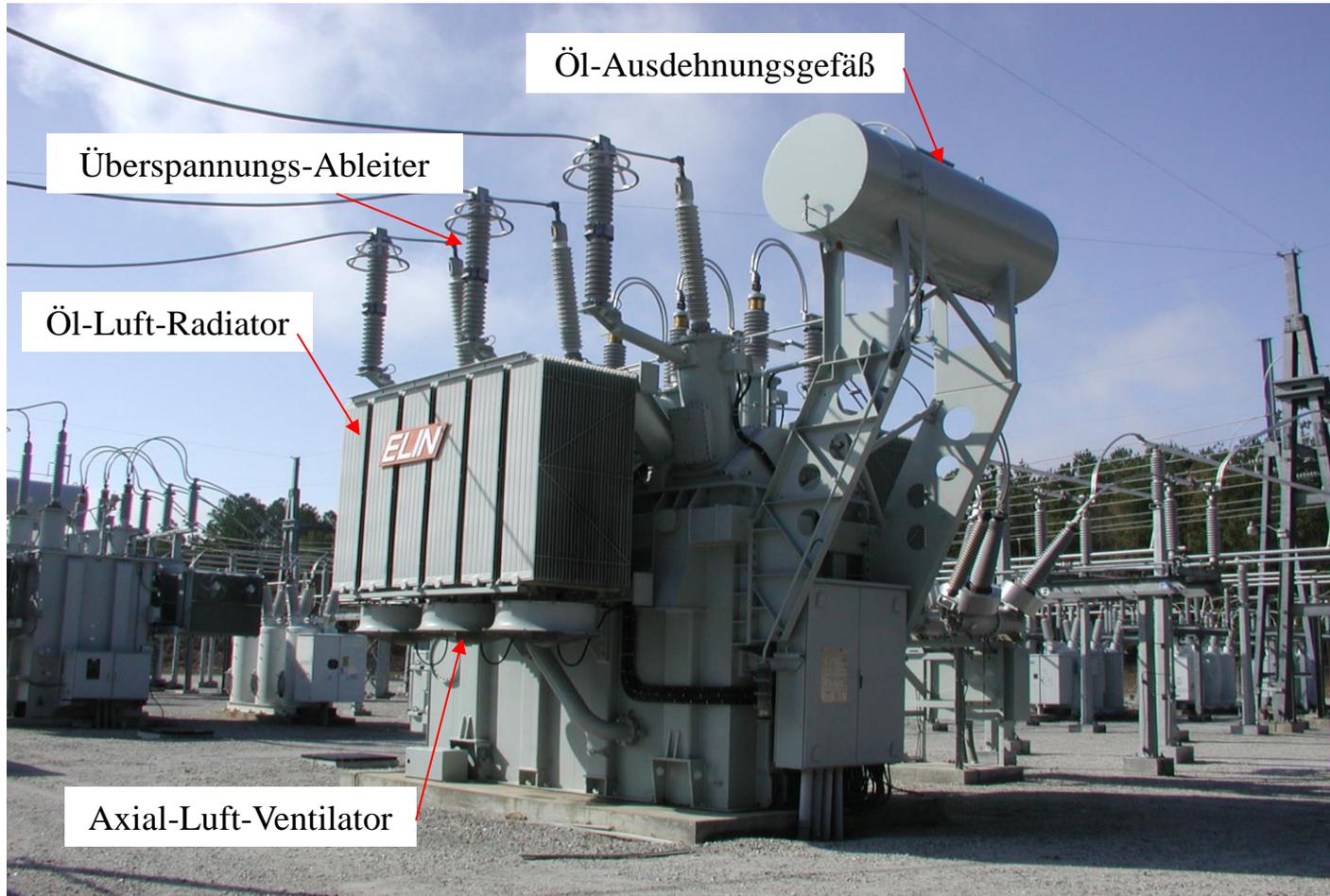
- Leistungs-Transformatoren sind **ölgefüllt**
- Sie können z. B. im Falle eines **internen Kurzschlusses** leider auch brennen
..... zum Glück äußerst selten!
- Früherkennung von Gasbildung durch **Buchholz-Schutz**



Quelle: Internet

T3.4 Drehstromtransformatoren

Dreiphasen-Transformator OFAF im Umspannwerk mit Freiluftschaltanlage



Quelle: Werkfoto ELIN Transformatoren GmbH, Weiz, Österreich, jetzt Siemens AG

T3.4 Drehstromtransformatoren

Verluste in Transformatoren

- **Leerverluste** $P_0 = P_{Fe} + P_{Kühl} + P_{Cu10}$

a) Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} im geblechten Kern,

b) Kühlungsverluste $P_{Kühl}$;

c) Stromwärmeverluste P_{Cu10} sind **wegen des kleinen Leerlaufstroms** $I_{10} \approx I_{1N}/100$ sehr klein:

$$P_{Cu10} = 3R_1 I_{10}^2 = \text{ca. } 3R_1 \cdot (I_{1N}/100)^2 = 0.0001 \cdot 3R_1 I_{1N}^2 \approx 0$$

- **Lastverluste** P_k : Stromwärmeverluste $P_{Cu1} + P_{Cu2}$ in den Wicklungen !

- **Gesamtverluste** P_d : $P_d = P_0 + P_{Cu1} + P_{Cu2} \cong P_{Fe} + 3 \cdot (R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2)$

- **Wirkungsgrad:**

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{in} - P_d}{P_{in}}$$

T3.4 Drehstromtransformatoren

Wirkungsgrad η von Transformatoren

- Transformatoren sind *optimiert für möglichst geringe Verluste P_d* , da sie
 - nahezu *ständig unter Spannung* stehen (Leerverluste P_0 stets vorhanden)
und
 - die installierte Kraftwerksleistung bis zum Verbraucher ca. 4-mal in Transformatoren umge"spannt" wird.
- Typische *Wirkungsgrade η ca. 97 % ... 99.5 %*
- Höhere η -Werte gelten für Großtransformatoren!

T3.4 Drehstromtransformatoren

Zusammenfassung

- **Kern**bauform = Dreischenkeltyp
- **Mantel**bauform = Fünfschenkeltyp (für geringere Höhe)
- **Koaxial** angeordnete Primär- und Sekundärwicklungsspulen
- Niederspannungswicklung näher am geerdeten Eisenkern
- **Luft**- und **öl**gekühlte Transformatoren
- **Leer-** und **Lastverluste** für Wirkungsgradbestimmung
- **Drehstrombank** für größte Leistung = drei verschaltete Einphasentransformatoren

T3 Transformatoren

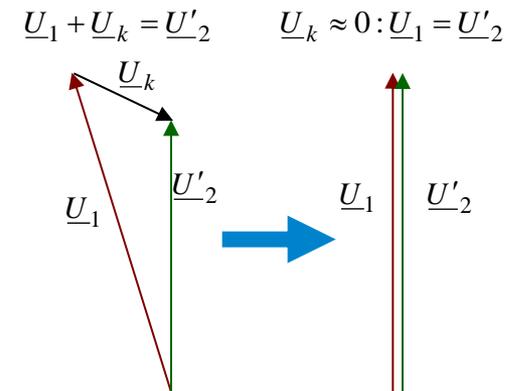
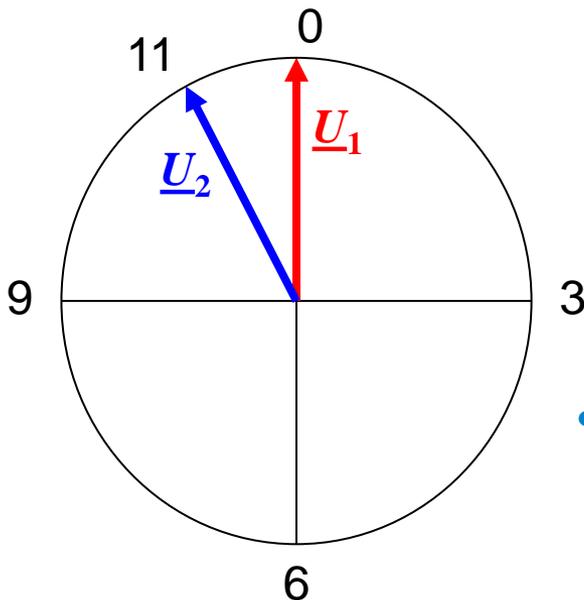
Übersicht

1. Funktionsprinzip des Einphasentransformators
2. Der Einphasentransformator bei Sinusspannungen
3. Bauformen von Einphasen-Transformatoren
4. Drehstromtransformatoren
5. Schaltungsvarianten von Drehstromtransformatoren

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Stundenziffer

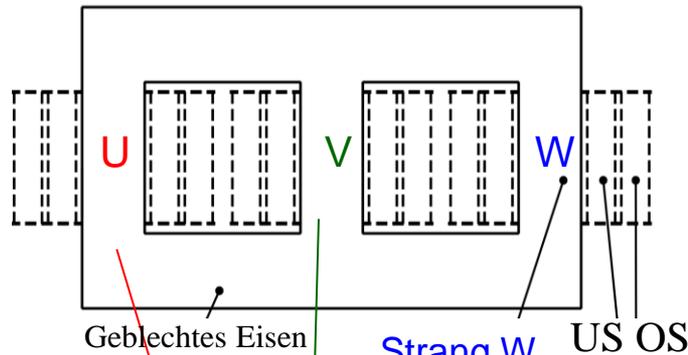
- Angabe der Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärspannung (in Schritten von 30° möglich) wie beim **Uhr-Zifferblatt!**
- **Annahme:** Idealer Transformator \Rightarrow keine Phasenverschiebung durch KAPP-Dreieck \underline{U}_k berücksichtigt!



- **Beispiel:** Stundenziffer 11
 - a) Phasenverschiebung zwischen \underline{U}_1 und \underline{U}_2 : 330°
 - b) Wenn \underline{U}_1 bei „0 Uhr“ steht, dann steht \underline{U}_2 bei „11 Uhr“.

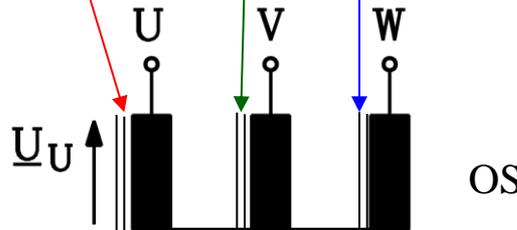
T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Darstellungsmethodik



Realer Transformator

$$\underline{U}_U = j\omega N_1 \underline{\Phi}_U / \sqrt{2}$$



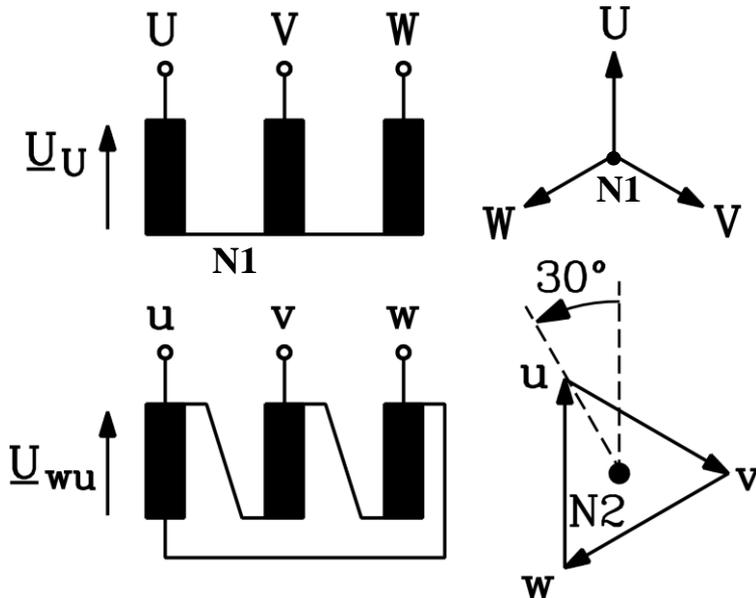
Schematische Darstellung
des Transformators

$$\underline{U}_{wu} = j\omega N_2 \underline{\Phi}_U / \sqrt{2}$$



T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Schaltungsvarianten, Stundenziffer



- Die drei Stränge von Ober- und Unterspannungsseite können in **Stern-** (Y), **Dreieck-** (D) und **Zickzack** (Z) geschaltet werden.
- Spulenspannung \underline{U}_U (OS) und \underline{U}_u (US) **am selben** Schenkel in Phase od. Gegenphase (0° od. 180°). Phasenverschiebung zw. OS- und US-Strangspannung ermitteln, als **Stundenziffer** ausdrücken.
- **Übersetzungsverhältnis \ddot{u} : Allgemein:**
Verhältnis der verketteten OS- und US-Spannung.
 Es ist daher
 - a) durch die Windungszahlen N_1 , N_2
 UND
 - b) durch die Schaltgruppe bestimmt.

Beispiel:

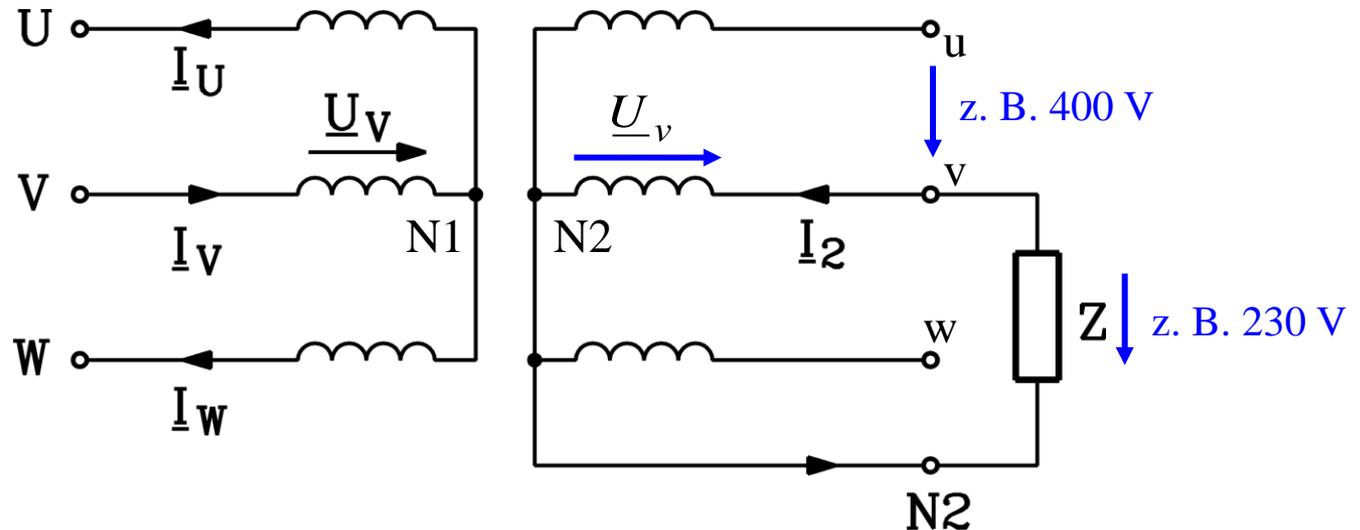
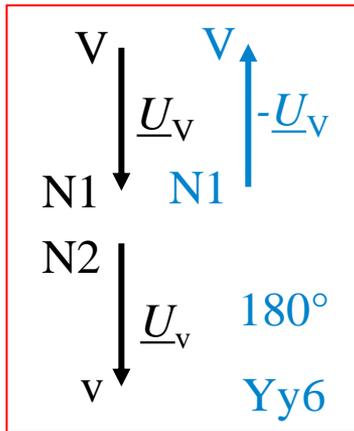
Schaltgruppe Yd11: "11":

$$11 \times 30^\circ = 330^\circ$$

$$\ddot{u} = \frac{U_{1verk}}{U_{2verk}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_U}{U_{wu}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_1}{U_2} = \sqrt{3} \cdot \frac{N_1}{N_2}$$

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Einphasige Belastung des Drehstromtransformators (1)



- **Schaltgruppe Yy6n:** Strangspannung von Sternpunkt zur Klemme z. B.: N1-V oder N2-v: 180° Phasenverschiebung = **Stundenziffer 6**; n: Sternpunkt sekundär zugänglich.

• Beispiel:

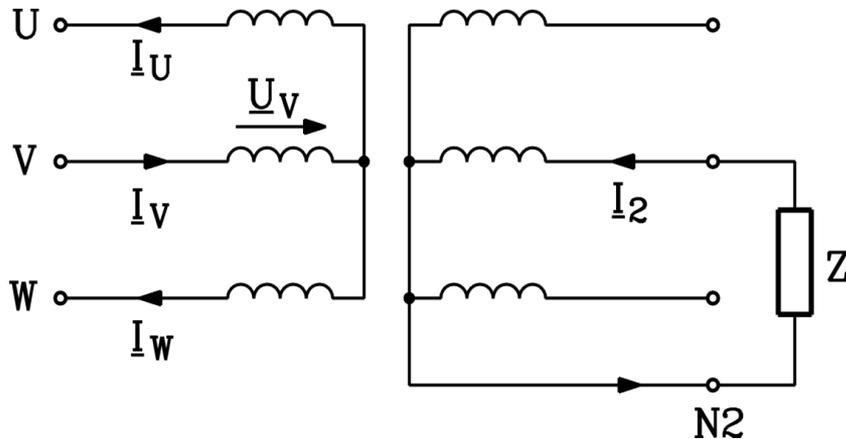
Schaltgruppe Yy6n: z. B.: Verteiltransformator für Haushalte:

Verkettet 400 V, Strangspannung 230 V, z. B. in Strang V Nennstrom gefordert: $I_V = I_{1N}$

ABER: Sekundär **einphasig** belastet IST bei Yyn TECHNISCH **NICHT** SINNVOLL !

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Einphasige Belastung des Drehstromtransformators (2)



$$\underline{I}_U = \underline{I}_W = -\underline{I}_V / 2 \quad |\underline{I}_V| = I_{1N} = I'_2$$

- Stromfluss in Strang U und W **nur in** Primärwicklung:
 $I_U = I_W = I_{Um} = I_{Wm} = I_V / 2 = I_{1N} / 2 \gg I_m \approx I_{1N} / 100$

Strom viel höher als Nenn-Magnetisierungsstrom!

- Durchflutungssatz: $H_{Fe} = N_1 i_1 / s_{Fe}$
 H_{Fe} in Schenkel U und W so hoch, dass das **Eisen enorm gesättigt** wird
 - (a) μ_{Fe} sinkt auf ca. $\mu_0 \Rightarrow$
 - (b) $\Rightarrow L_h \sim \mu_{Fe} A / s_{Fe}$ wird **fast so klein** wie $L_{1\sigma} \Rightarrow$
 - (c) \Rightarrow Sekundär induzierte Spannung **zu klein**.

Fazit:

Yy6n darf **nicht einphasig** belastet werden, da U sonst sekundär "zusammenbricht"
 = starke Spannungsabsenkung zw. Leerlauf und Nennlast !

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Einphasige Belastung des Drehstromtransformators (3)

- Abschätzung der Spannung sekundär ($U'_2 \sim U_h$): ($L_{1\sigma} = L'_{2\sigma}$, $R_1 = R'_2 = 0$)

a) Symmetrische 3-Phasen-Last :

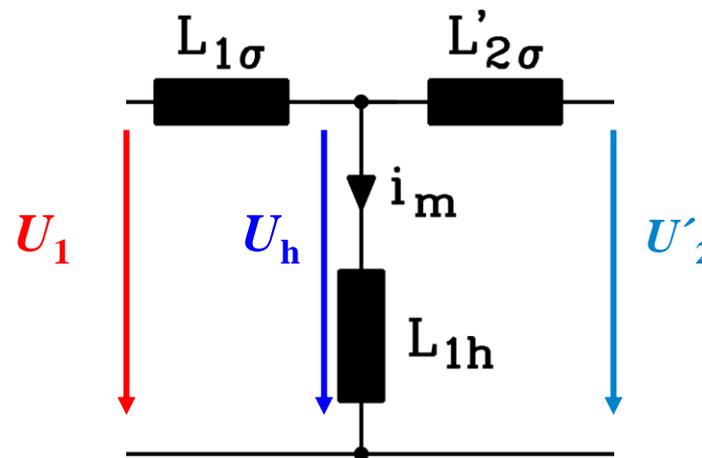
Normale Eisensättigung

z. B.: $L_h = 1000 \cdot L_{1\sigma}$

b) Einphasige Belastung Yy:

Sehr hohe Eisensättigung

z. B.: $L_h = 2 \cdot L_{1\sigma}$



$$\frac{U_h}{U_1} = \frac{L_h}{L_h + L_{1\sigma}}$$

$$\frac{U_h}{U_1} = \frac{1000}{1001} \approx 1$$

$$\frac{U_h}{U_1} = \frac{2}{3} = 0.66$$

Kein sekundärer Spannungseinbruch

33% sekundärer Spannungseinbruch

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Schaltgruppen für einphasige Belastung des Drehstromtransformators



- Welche Schaltgruppen dürfen einphasig belastet werden ?

Alle Schaltungen, wo stets je Eisenkernschenkel Primär- **und** Sekundärspule stromdurchflossen sind (“Durchflutungsausgleich” je Schenkel), so dass je Schenkel der **Nenn-Magnetisierungsstrom** auftritt.

- **Beispiele:**

Verteiltransformatoren für Haushalte werden sekundär **einphasig** belastet, daher:

- a) Schaltgruppe Dy5n
- b) Schaltgruppe Yz5n



T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

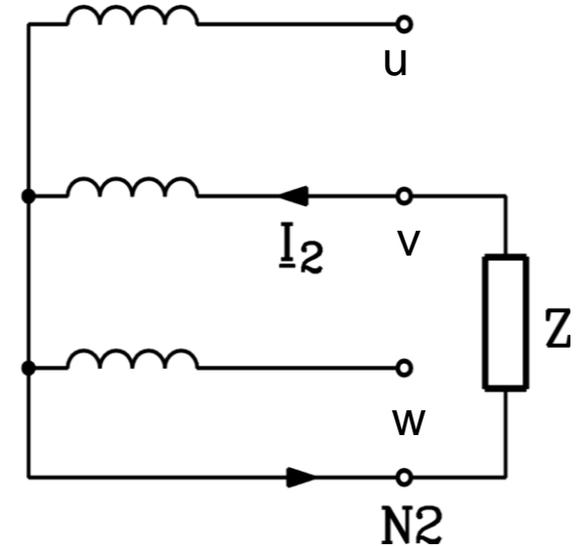
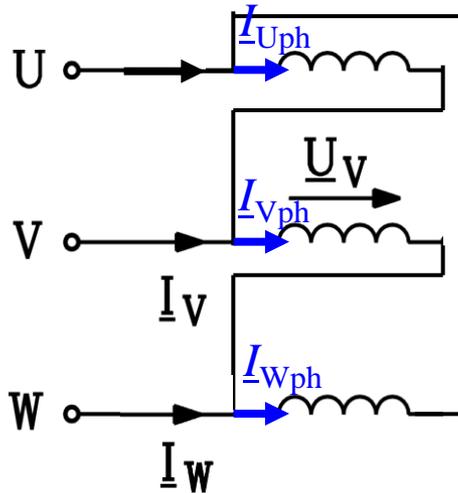
Einphasige Belastung bei Dreieckschaltung

$$\underline{I}_V = -\underline{I}_W, I_V = I_W = I_{1N}$$

$$I_{Uph} = I_{mN} \ll I_{1N}, I_{Uph} \approx 0$$

$$I_{Vph} = I_{1N}$$

$$I_{Wph} = I_{mN} \ll I_{1N}, I_{Wph} \approx 0$$



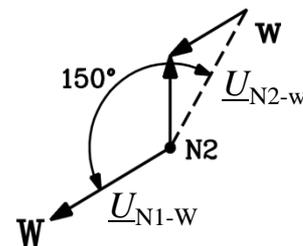
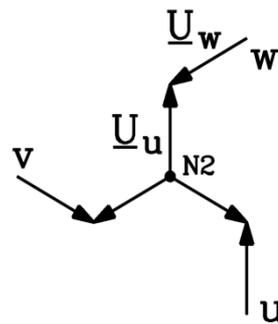
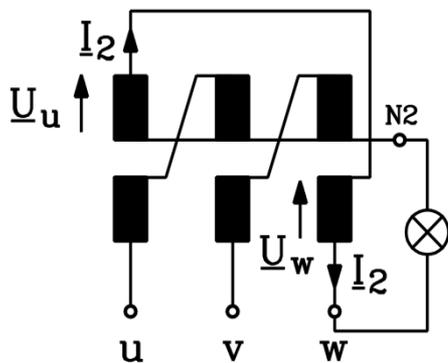
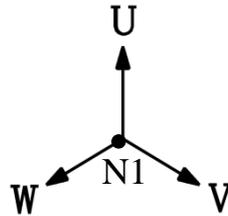
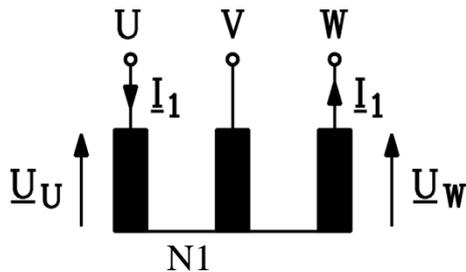
• Beispiel: Schaltgruppe Dy5n:

- Sekundär **einphasig** belastbar, da der Eisenschenkel V
 - a) über die Primärwicklung und
 - b) über die Sekundärwicklung im Durchflutungsausgleich ist \Rightarrow KEINE hohe Sättigung!
- Primär-Strom \underline{I}_V fließt als Strom $\underline{I}_W = -\underline{I}_V$ über die D-Schaltung ab, **ohne** den Schenkel U zu magnetisieren!
- Daher: **TECHNISCH SINNVOLL, weil kein Spannungszusammenbruch !**

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Einphasige Belastung bei Zickzackschaltung

$$\underline{I}_V = \underline{I}_{mN} \ll \underline{I}_{1N} \Rightarrow \underline{I}_V \approx 0$$



Stundenziffer 5:
5 x 30° = 150°

• Beispiel:

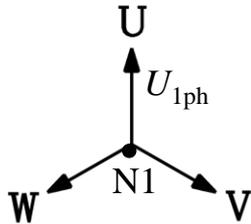
Schaltgruppe Yz5n: Sekundär einphasig belastet
(Verteiltransformator für Haushalte)

- Strangspannung 230 V:
z. B. zwischen N2 und w
- Nennstrom gefordert: $I_w = I_{2N}$
- Schenkel U und W ober- und unterspannungsseitig bestromt, Schenkel V stromlos.

→ KEIN Spannungszusammenbruch sekundär !

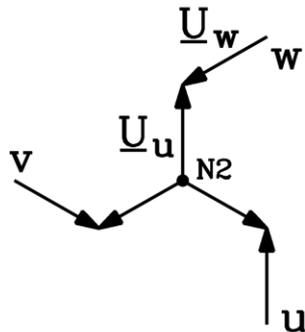
T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Übersetzungsverhältnis bei Zickzackschaltung Yz5n

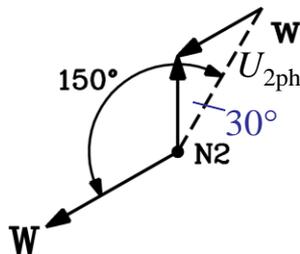


$$\dot{i} = \frac{U_{1verk}}{U_{2verk}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{1ph}}{\sqrt{3} \cdot U_{2ph}} = \frac{U_{1ph}}{U_{2ph}}$$

$$\frac{U_U}{U_u} = \frac{N_1}{N_2 / 2}$$



$$\dot{i} = \frac{U_{1ph}}{U_{2ph}} = \frac{U_U}{2 \cdot U_u \cdot \cos 30^\circ} = \frac{U_U}{2 \cdot U_u \cdot \sqrt{3} / 2}$$



$$\dot{i} = \frac{U_U}{U_u \cdot \sqrt{3}} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} > \frac{N_1}{N_2}$$

Stundenziffer 5:
5 x 30° = 150°

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Typische Schaltungen der Wicklungen von dreiphasigen Transformatoren

		$Y y 0$
		$Y y 6$
		$Y d 5$
		$Y z 5$
		$D d 0$
		$D y 5$
		$D y 11$
		$D z 6$

● : siehe vorherige Folien

U, V, W: Oberspannung (OS)

u, v, w: Unterspannung (US)

Y: Sternschaltung OS

D: Dreieckschaltung OS

y: Sternschaltung US

d: Dreieckschaltung US

z: Zickzackschaltung US

ACHTUNG: Die genormten Klemmenbezeichnungen verwenden nur Großbuchstaben!

1U, 1V, 1W: Oberspannung (OS)

2U, 2V, 2W : Unterspannung (US)

Quelle: Kleinrath, H.: Elektrische Maschinen, Studentext, 1972

T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren Leistungsschild von Transformatoren (Beispiel)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Type: Dreiphasen-Transformator TT-3-111	Hersteller/Jahr: Firma xyz (Jahreszahl)
Typ: Dreiskenkel, IEC 60076	Fertigungs-Nr. 733 221
Bemessungsspannung primär: $U_{1N} = 20 \text{ kV}$	Bemessungsstrom primär: $I_{1N} = 9.1 \text{ A}$
Bemessungsspannung sekundär: $U_{2N} = 525 \text{ V}$	Bemessungsstrom sekundär: $I_{2N} = 346.4 \text{ A}$
Bemessungs-Scheinleistung: $S_N = 315 \text{ kVA}$	Bemessungsfrequenz: $f_N = 50 \text{ Hz}$
Schaltgruppe Dy5	Bezogene Kurzschlussspannung: $u_k = 5\%$
Wärmeklasse F (105 K)	Betriebsart: S1 (Dauerbetrieb)
Kühlungsart: ONAN	Ölkühlung

Nennscheinleistung $S_N = 315 \text{ kVA}$

Nennspannungen U_{1N} , U_{2N} (verkettet) 20 kV / 525 V:

Nennströme:

$$\text{primär: } I_{1N} = S_N / (\sqrt{3} U_{1N}) = 315 / (\sqrt{3} \cdot 20) = \underline{\underline{9.1 \text{ A}}}$$

$$\text{sekundär: } I_{2N} = S_N / (\sqrt{3} U_{2N}) = 315 / (\sqrt{3} \cdot 0.525) = \underline{\underline{346.4 \text{ A}}}$$

$$\ddot{u} = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{20\,000}{525} = 38 \quad \ddot{u} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{3} \cdot \ddot{u} = 1.732 \cdot 38 = 66$$



T3.5 Schaltungsvarianten v. Drehstromtransformatoren

Zusammenfassung

- **Stundenziffer** als Angabe der Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärspannung
- **Stern-, Dreieck- und Zickzackschaltung** führen zu Schaltgruppen:
Y, D: primär; y, d, z: sekundär
- Yyn-Schaltgruppen für **einphasige Belastung ungeeignet** (kein Durchflutungsausgleich = hohe Eisensättigung)
→ Phasenspannungen sekundär verfügbar
- **Übersetzungsverhältnis \ddot{u}** i. A. durch
 - a) Windungszahlen UND
 - b) Schaltgruppe bestimmt!
- Weitere Anwendung: **Phasenschieber-Transformatoren** mit unter Stromfluss unterbrechungsfrei veränderbarer Windungszahl (Stufenschalter: *JANSEN*-Prinzip) zur Längs-, Quer- und Schrägverstellung der Spannungszeiger \Rightarrow Phasenwinkel beeinflussbar: Erlaubt Veränderung des Stromflusses auf parallelen Leitungen.
(siehe „Aufgabensammlung“)

T Transformatoren und Generatoren

4. Solarzellen

1. Synchrongeneratoren
2. Drehstromtechnik
3. Transformatoren
4. Solarzellen

T4 Solarzellen

Übersicht

1. Solarzellen: Energiebänder
2. Der innere Photo-Effekt, Halbleiter
3. Funktionsweise einer Solarzelle
4. Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild
5. Photovoltaik-Anlagen

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Photovoltaik

- **Photovoltaik:**

Photo (phos, gr. Licht) + Volta (Graf A. *Volta*, italienischer Physiker, 1745-1827)

- **Solarzelle (photovoltaische Zelle):**

Großflächige Photodiode als elektronisches Bauelement, das Strahlungsenergie (meist Sonnenlicht) direkt in elektrische Energie umwandelt.

- **Physikalische Grundlage:**

Photovoltaischer Effekt als Sonderfall des inneren photoelektrischen Effekts!

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Photoelektrischer Effekt

- Ein Elektron wird aus einer Bindung in einem Atom (oder Atomverband im Festkörper) gelöst, indem es ein **Lichtteilchen (Photon mit Energie $W = h \cdot f$)** einer einfallenden elektromagnetischen Strahlung absorbiert.

Bedingung: Photonenergie $W \geq$ Elektronen-Bindungsenergie W_e

- Man unterscheidet:
 - a) Äußerer photoelektrischer Effekt
 - b) Photoionisation (atomarer Photoeffekt)
 - c) Innerer photoelektrischer Effekt (in Halbleitern)

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Photoelektrischer Effekt

- a) **Äußerer photoelektrischer Effekt** (Photoemission, *Hallwachs*-Effekt):
Herauslösen von Elektronen aus einer Halbleiter- bzw. Metalloberfläche durch Bestrahlung.
 - b) **Photoionisation (atomarer Photoeffekt):**
Ionisation einzelner Atome oder Moleküle durch Bestrahlung mit Licht
ausreichend hoher Frequenz f (= hohe Energie $W = h \cdot f$).
 - c) **Innerer photoelektrischer Effekt (in Halbleitern):**
Trennen äußerer Elektronen aus der Atomhülle im Kristallverband durch Licht
 - c1) **Photoleitung:** Zunahme der Leitfähigkeit von Halbleitern durch Bildung
von nicht aneinander gebundenen Elektron-Loch-Paaren infolge Lichteinstrahlung.
 - c2) **Photovoltaischer Effekt:** Elektron-Loch-Ladungsträgerpaare, die in Raumladungszone
(p-n-Übergang) einer Photodiode entstehen, werden getrennt
 - ⇒ Elektronen wandern in die n -Schicht, Löcher in die p -Schicht
 - ⇒ Es entsteht **el. Strom** (Photostrom) gegen die Durchlassrichtung des p-n-Übergangs.
- **Ergebnis: Umwandlung von Lichtenergie DIREKT in elektrische Energie!**

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Historischer Überblick

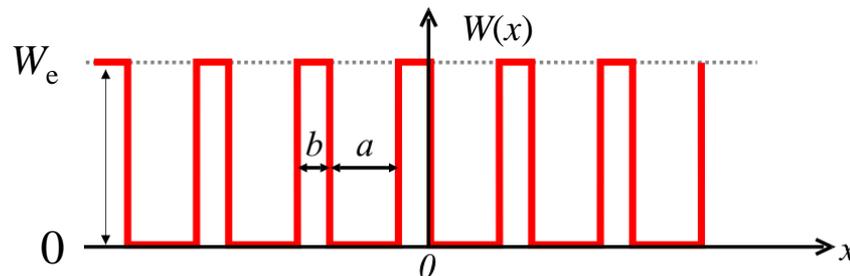
Historische Meilensteine:

- 1839: Entdeckung des äußeren Photoeffekts durch *A. E. Becquerel*
- 1949: Modell des p-n-Übergangs in Halbleiterdioden durch *W. Shockley*:
Grundlage für die Untersuchung des „**photovoltaischen Effekts**“
- 1954: Basierend auf dem photovoltaischen Effekt:
Entwicklung der ersten **Solarzelle in den USA** ($\eta = 5\%$)
- Stand 2021: Typ. Wirkungsgrad handelsüblicher modularer Silizium-Solarzellen: $\eta > 20\%$
- Theoretische Wirkungsgrad-Obergrenze von Si-Photozellen $\eta_{\max} = 30\%$

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Valenzelektronen im Halbleiter-Festkörper

- Atome in festem Kristallverband (= kristalliner Festkörper)
- Äußerste Elektronen je Atom schwach gebunden (= Valenzelektronen)
- *Kronig-Penney-Modell*: Einfaches eindimensionales Modell (*x*-Koordinate) zur Erklärung des Verhaltens der Valenzelektronen in kristallinen Festkörper.



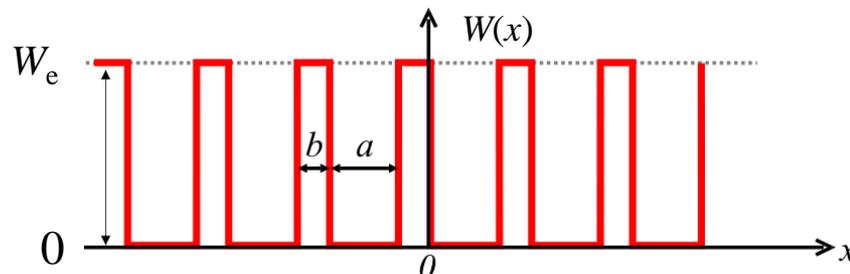
Quelle: Wikipedia.de

Periodische Funktion der potentiellen Valenzelektronen-Energie $W(x)$

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Kronig-Penney-Modell

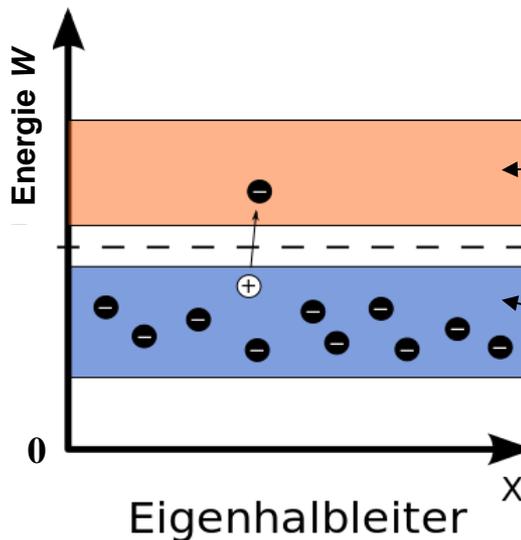
- Eindimensionales Modell (x -Koordinate) zur Erklärung des Verhaltens der Valenzelektronen (= Randelektronen der Atomhülle) im kristallinen Festkörper
- Aneinanderreihung der Atome = Regelmäßiges Kristallgitter
- El. Bindungsenergie W_e der Elektronen an den Kern: $W(x) = 0$ im Bereich a des Atoms!
- Bereich b : Hier Valenzelektronen nur schwach gebunden (= Abschirmung des positiven Kerns durch die inneren Elektronen): $W(x) = W_e$
- **Periodische Funktion der potentiellen el. Elektronenenergie $W(x)$** : Eingesetzt in die *Schrödinger*-Gleichung der Wellenfunktion der Elektronen im Kristall, liefert die **möglichen Energiezustände der Valenzelektronen**.
- Es ergeben sich **Energiebereiche („Bänder“)**, getrennt durch **„verbotene“ Energiebereiche**:
⇒ Es gibt keine Elektronen mit Energien aus den verbotenen Bereichen im Kristall, nur mit Energien aus den Energiebändern.



Quelle: Wikipedia.de

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Energiebänder der Elektronen im Festkörper



Energiebänder:

An jedem Ort x im Festkörper mögliche Energiezustände von Valenz-Elektronen.

a) **Leitungsband:**

Energiebereich der vom Atom abgetrennten Valenz-Elektronen, die sich frei im Kristall bewegen können.

b) **Valenzband:**

Energiebereich der am schwächsten gebundenen Elektronen je Atom:
Bei diesen Energien befindet sich das Valenz-Elektron noch bei „seinem“ Atom.

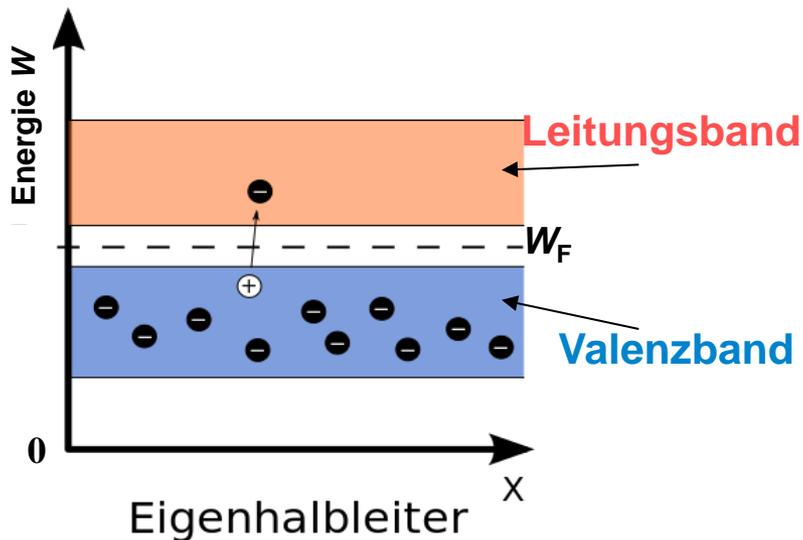


W_F : Fermi-Energie

Quelle: Wikipedia.de

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Temperatureinfluss auf Eigenleitfähigkeit



Temperatureinfluss:

Mit steigender Temperatur T nimmt Elektronenenergie zu. Einige Valenzelektronen können Atomhülle verlassen =

Wechsel vom Valenz- in das Leitungsband.

„Defektelektron“:

Zurückgelassene Lücke in der Atomhülle. Atom ist resultierend positiv geladen.

Bei $T = 0$ (Absoluter Nullpunkt):

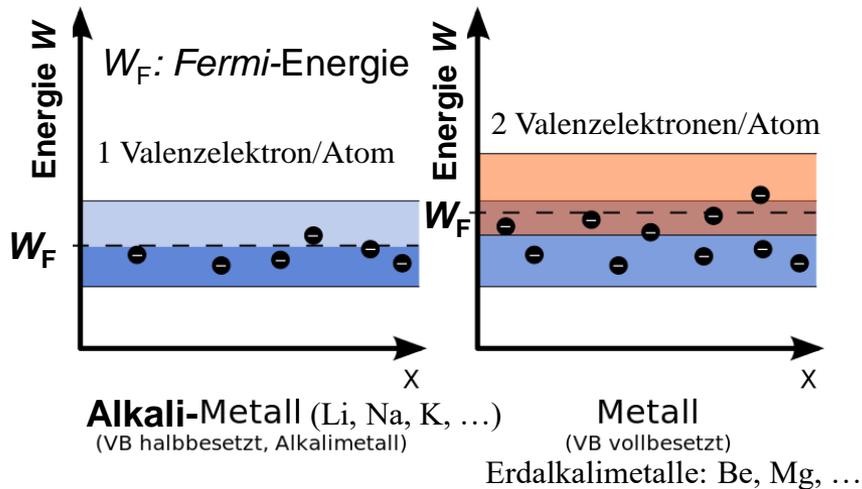
Alle Elektronen haben eine Energie $W < W_F$.

W_F : Fermi-Energie

Quelle: Wikipedia.de

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Energiebänder bei Metallen und Isolatoren



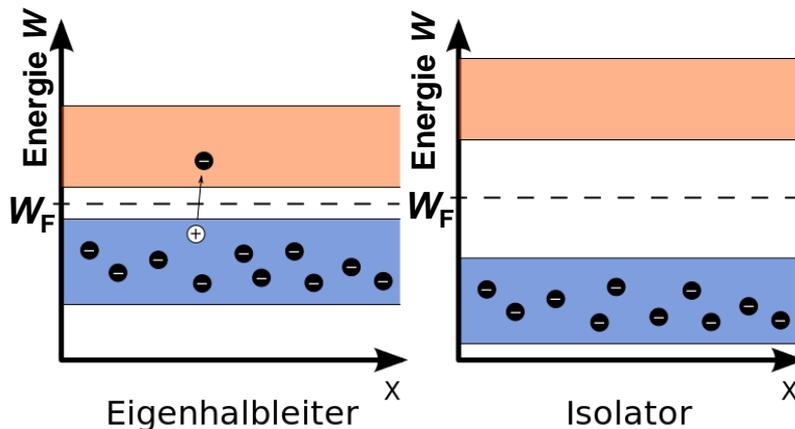
Metall:

Valenzband (VB) voll mit Elektronen „besetzt“,
VB und Leitungsband überlappen sich =
= es gibt **stets** „freie“ Elektronen =
LEITFÄHIGKEIT

Isolator, Halbleiter:

Valenzband (VB) voll mit Elektronen „besetzt“,
ABER:

VB und Leitungsband überlappen sich NICHT =
„verbotenes“ Band =
KEINE EL. LEITFÄHIGKEIT!



Quelle: Wikipedia.de



T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Fermi-Dirac-Verteilung

- Wie viele Valenz-Elektronen haben welche Energie W ?
 - 1) Es gilt *das Pauli-Prinzip* der Quantenmechanik:
Kein Energiezustand im Kristall kann von mehr als einem Elektron eingenommen werden.
 - 2) Die Elektronen *prinzipiell nicht unterscheidbar*:
⇒ Vertauschung zweier Elektronen ergibt keinen neuen energetischen Zustand des Festkörpers, der in statistischer Betrachtung extra zu zählen wäre.
- Mit Voraussetzungen 1) + 2) ergibt sich anstelle der *Maxwell-Boltzmann-Verteilung* die **Fermi-Dirac-Verteilung** $g_e(W)$ für die Wahrscheinlichkeit, ein Valenz-Elektron im Festkörper mit einer Energie aus dem Energiebereich $[W, W + dW]$ anzutreffen.

$$g_e(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k \cdot T}} + 1}$$

k : „*Boltzmann*“-Konstante $k = 1.3805 \cdot 10^{-23}$ J/K

T : Absolute Temperatur des betrachteten Festkörpers

W_F : „*Fermi*“-Energie: Materialabhängige Energiekenngroße (J)

z. B.: Metalle $W_F =$ ca. 2 ... 10 eV, z. B. Cu: 7 eV

T4.1 Solarzellen: Energiebänder

Fermi-Dirac-Verteilung für steigendes T

$$g_e(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k \cdot T}} + 1}$$

Bei $T = 0$: Absoluter Nullpunkt:

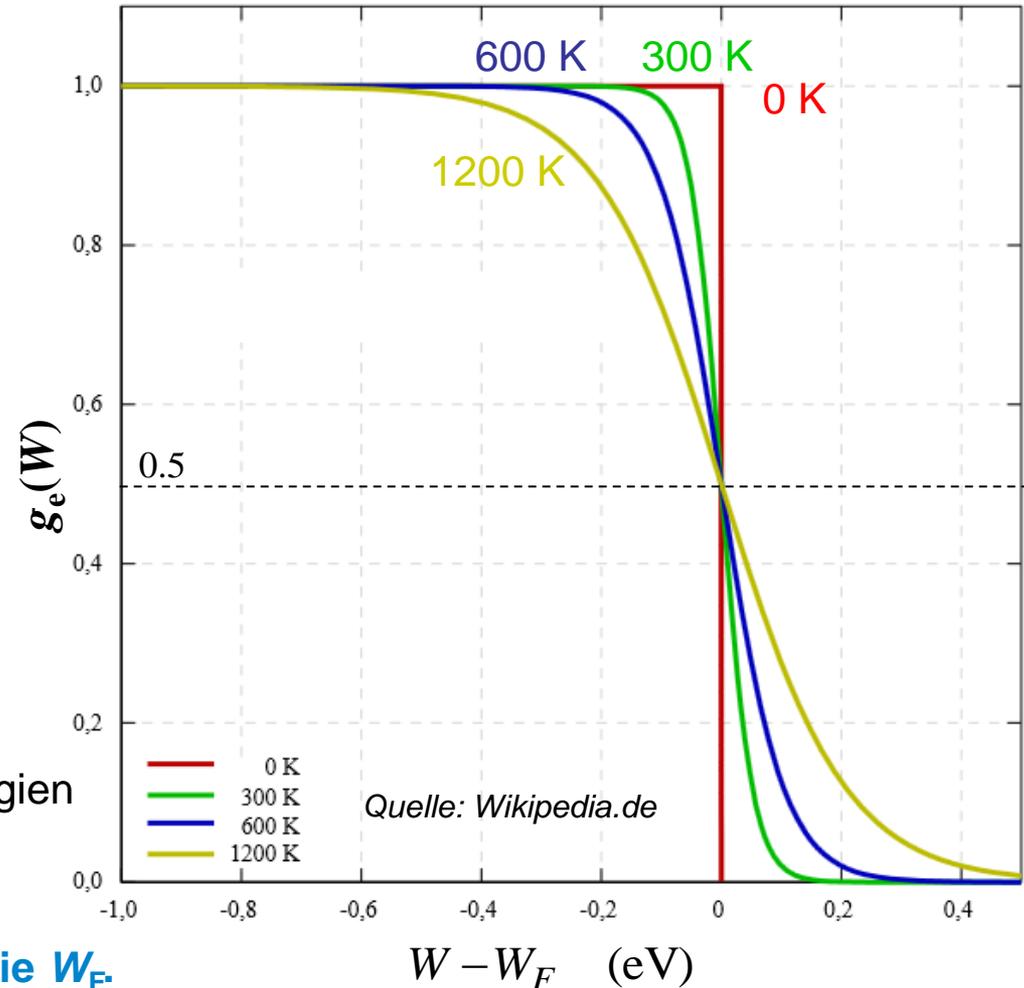
$$g_e(W < W_F) = 1, \quad g_e(W > W_F) = 0$$

$$g_e(W < W_F) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k \cdot T}} + 1} \Bigg|_{T \rightarrow 0} = \frac{1}{e^{-\infty} + 1} = 1$$

$$g_e(W > W_F) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k \cdot T}} + 1} \Bigg|_{T \rightarrow 0} = \frac{1}{e^{\infty} + 1} = 0$$

a) Bei $T = 0$ haben alle Elektronen Energien unterhalb der **Fermi-Energie W_F** .

b) Bei $T > 0$ haben einige Elektronen Energien größer als die **Fermi-Energie W_F** .



T4.1 Solarzellen: Energiebänder

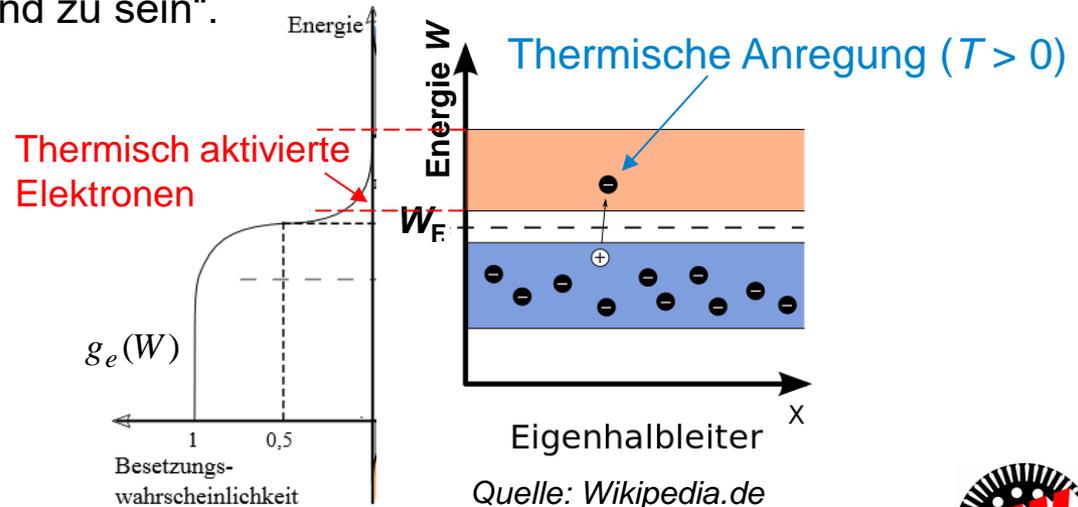
Halbleiter – Eigenleitfähigkeit, thermische Anregung

• Halbleiter:

- Festkörper mit el. Leitfähigkeit $\kappa \approx 10^{-7} \dots 10^5$ S/m (abhängig von der Temperatur T).
- Bei tiefsten Temperaturen $T \approx 0$ sind Halbleiter Nichtleiter = keine freien Elektronen, da die *Fermi*-Energie W_F oberhalb der größten Energie des Valenzbandes ist.
- Freie Ladungsträger müssen (im Gegensatz zu Metallen) erst z. B. durch thermische Anregung ($T > 0$) entstehen.
- Eigenleitfähigkeit:** El. Leitfähigkeit von Halbleitern steigt stark mit steigender Temperatur T , da auf Grund der *Fermi-Dirac*-Verteilung immer mehr Elektronen eine ausreichend große Energie aufweisen, um „im Leitungsband zu sein“.



*) Elektronen-Fehlstelle



T4 Solarzellen

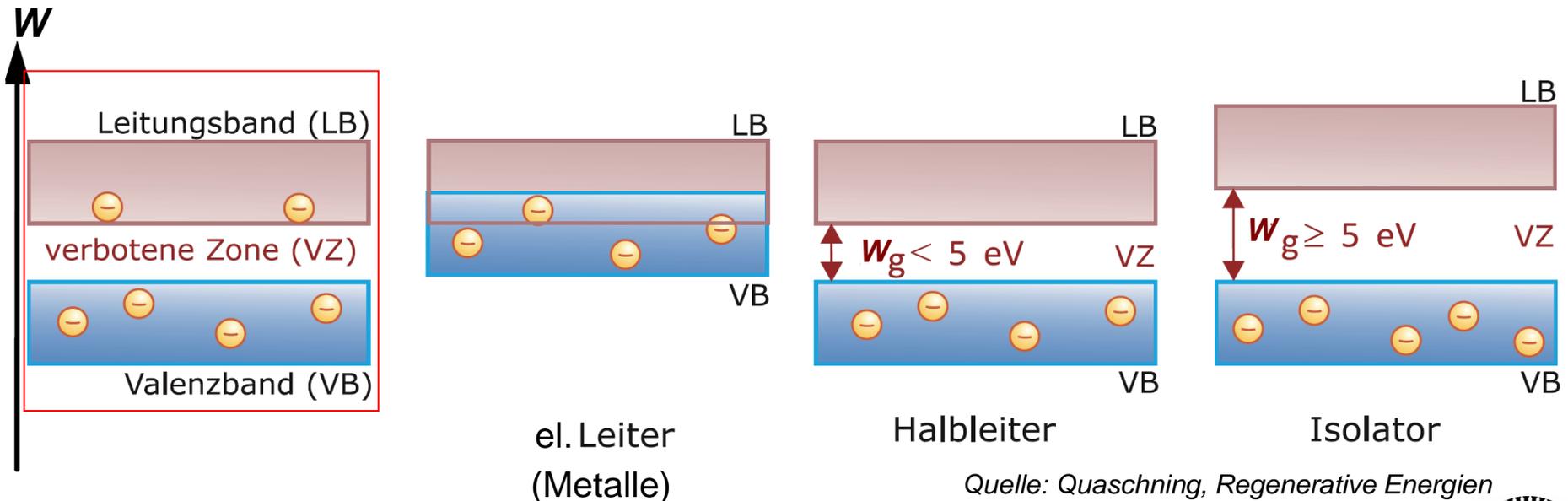
Übersicht

1. Solarzellen: Energiebänder
2. Der innere Photo-Effekt, Halbleiter
3. Funktionsweise einer Solarzelle
4. Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild
5. Photovoltaik-Anlagen

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Der innere photoelektrische Effekt

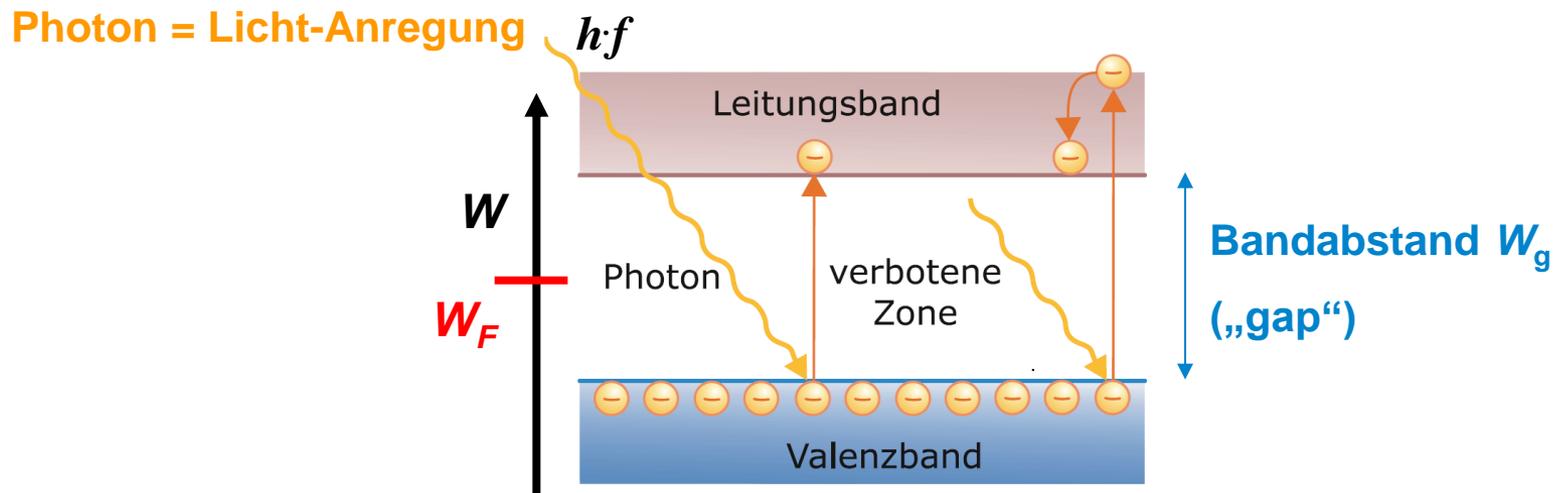
- **Halbleiter:** Bei tiefen Temperaturen: „Unbesetztes Leitungsband“.
- „Energetisch verbotene Zone“ zwischen Leitungs- und Valenzband ($W_g < 5 \text{ eV}$):
Deutlich geringer als bei el. Isolatoren.
- Elektronen können durch **Wärme** oder **Strahlung (Photonen)** soviel Energie aufnehmen, dass sie in „das Leitungsband angehoben werden“.
- **Innerer Photo-Effekt:** Anheben durch Photonen (= Lichteinstrahlung) = **Licht-Anregung**.



T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Der innere Photo-Effekt: Photoleitung

- Photon-Energie $h \cdot f < W_g$ zu gering: Kein Anheben eines Elektrons ins Leitungsband.
- Energie des Photons zu groß: Zwar Anhebung des Elektrons in das Leitungsband, aber Energieeinbuße und ggf. Rückfall des Elektrons ins Valenzband.
- Aufenthalt von Elektronen im Leitungsband = „freie Elektronen“:
→ elektrischer Stromfluss möglich.



Quelle: Quaschnig, Regenerative Energien

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Periodensystem - Ausschnitt

		I		II		III ... VIII										I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII																			
		s-p-Elemente		d-Elemente										s-p-Elemente																																			
		1		2												13		14		15		16		17		18																							
1	1	H	2	Elementhalbleiter: Si, Ge, Sn										2	He	Verbindungshalbleiter: GaAs, InSb, InP, GaP, CdTe, ZnSe, ZnTe, HgSe																																	
1	Wasers toff	1,0079	1	2,1											2	Helium	4,0026	2																															
2	3	Li	4	Be											5	B	6	C	7	N	8	O	9	F	10	Ne																							
2	Lithium	6,941	2/1	1,0											Bor	10,811	2/3	2,0	Kohlens toff	12,011	2/4	2,5	Sticks toff	14,007	2/5	3,0	Sauers toff	15,999	2/6	3,5	Fluor	18,988	2/7	4,0	Neon	20,180	2/8												
3	11	Na	12	Mg											13	Al	14	Si	15	P	16	S	17	Cl	18	Ar																							
3	Natrium	22,990	2/8/1	0,9											Aluminium	26,982	2/8/3	1,5	Silicium	28,086	2/8/4	1,8	Phos phor	30,974	2/8/5	2,1	Schwefel	32,065	2/8/6	2,5	Chlor	35,453	2/8/7	3,0	Argon	39,948	2/8/8												
4	19	K	20	Ca	Sc ... Co	28	Ni	29	Cu	30	Zn	31	Ga	32	Ge	33	As	34	Se	35	Br	36	Kr																										
4	Kalium	39,098	2/8/8/1	0,8											Nickel	58,693	2/8/16/2	1,8	Kupfer	63,546	2/8/18/1	1,9	Zink	65,38	2/8/18/2	1,6	Gallium	69,723	2/8/18/3	1,6	Germanium	72,64	2/8/18/4	1,8	Ars en	74,922	2/8/18/5	2,0	Selen	78,96	2/8/18/6	2,4	Brom	79,904	2/8/18/7	2,8	Krypton	83,798	2/8/18/8
5	37	Rb	38	Sr	Y ... Rh	46	Pd	47	Ag	48	Cd	49	In	50	Sn	51	Sb	52	Te	53	I	54	Xe																										
5	Rubidium	85,468	2/8/18/8/1	0,8											Palladium	106,42	2/8/18/18	2,2	Silber	107,87	2/8/18/18/1	1,9	Cadmium	112,41	2/8/18/18/2	1,7	Indium	114,82	2/8/18/18/3	1,7	Zinn	118,71	2/8/18/18/4	1,8	Antimon	121,76	2/8/18/18/5	1,9	Tellur	127,60	2/8/18/18/6	2,1	Jod	126,90	2/8/18/18/7	2,5	Xenon	131,29	2/8/18/18/8
										80	Hg																																						

Quelle: Wikipedia; Joshua D. wondrousch, Matlaabs



T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Übersicht über Halbleitermaterialien

- Unterschiedliche Halbleiter & Halbleiterverbindungen haben unterschiedliche Bandabstände W_g .
- Mit steigender Temperatur T sinkt Bandabstand: $W_g \downarrow$, $T \uparrow$ wegen Gitteratom-Schwingungen.

IV-Halbleiter		III-V-Halbleiter		II-VI-Halbleiter	
Material	W_g	Material	W_g	Material	W_g
Si	1,107 eV	GaAs	1,35 eV	CdTe	1,44 eV
Ge	0,67 eV	InSb	0,165 eV	ZnSe	2,58 eV
Sn	0,08 eV	InP	1,27 eV	ZnTe	2,26 eV
Werte bei $T = 300\text{ K}$		GaP	2,24 eV	HgSe	0,30 eV

Quelle: Quaschnig, Regenerative Energien

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

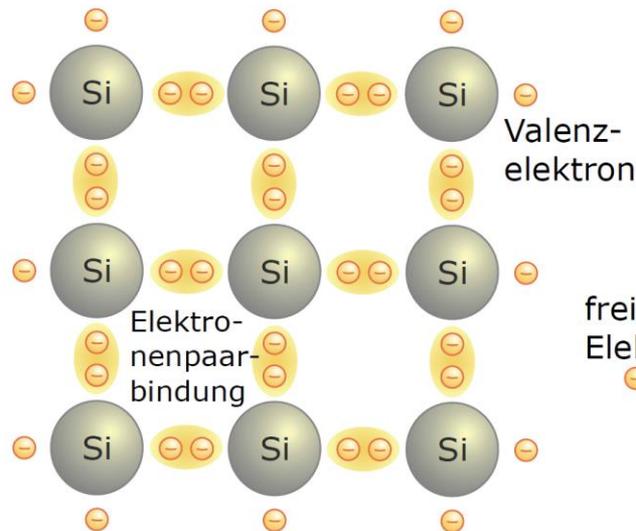
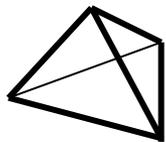
Halbleitermaterial Silizium

- **Bevorzugter Einsatz von Silizium (Si)** mit 4 Valenzelektronen je Atom, da W_g klein!
- Im Silizium-Kristallgitter:
Je zwei Elektronen bilden eine Elektronenpaarbindung (**kovalente Bindung**).
 - **Bei $T = 0$:** „Valenzband voll besetzt“, „Leitungsband leer“ = keine freien Elektronen, da alle Valenzelektronen durch kovalente Bindungen gebunden sind.
 - Nach Anhebung eines Elektrons ins Leitungsband durch
 - a) thermische Anregung
oder
 - b) Licht-Anregung:**Eigenleitung** des Halbleiters auf Grund der freien Elektronen!

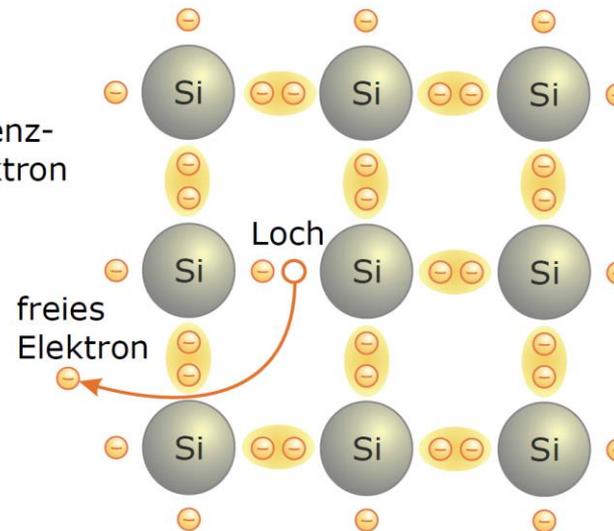
T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter Silizium-Kristallgitter - Eigenleitung

$T = 0$: Keine freien Elektronen

Räumliche
Tetraeder-
Darstellung
durch ebene
Gitter-
Darstellung
ersetzt



$T > 0$: Freie Elektronen: **Eigenleitung**:
Freier Elektronenplatz = „Loch“ = Defektelektron!

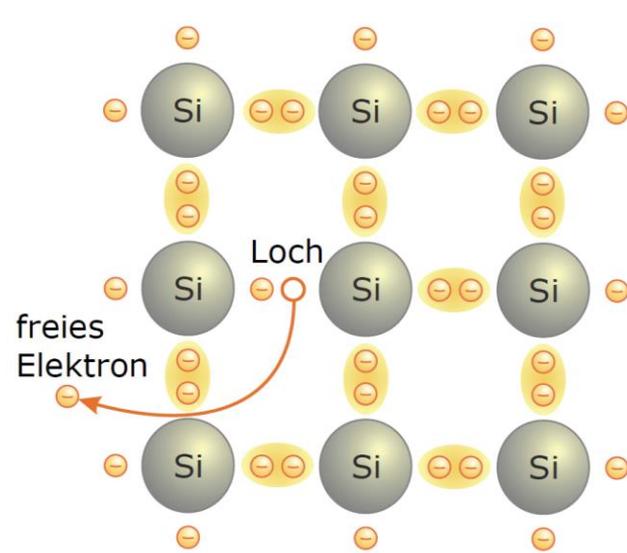


Quelle: Quaschnig,
Regenerative Energien, [Qua]

- Strom fließt (wie bei Metallen) nur bei Anlegen einer äußeren elektrischen Spannung U .
- **Eigenleitung** daher nur für Einsatz in Photowiderständen (= lichtabhängige Widerstandsgröße).
- Ist **keine Spannungsquelle** \Rightarrow Einsatz zur Stromerzeugung **NICHT** möglich.

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter Defektelektron

- „Loch“ = Defektelektron = der freie „Elektronen-Platz“ im Si-Atom:
 - Leicht bewegliches Leitungselektron entspricht einem leicht beweglichen hinterlassenen „Loch“.
 - „Loch“ kann (wie das Elektron) durch geringe Energiezufuhr leicht im Kristall umherwandern in entgegengesetzte Richtung = wirkt wie „Positron“ p .



Quelle: Quaschnig,
Regenerative Energien

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

n- und p-Dotierung des Siliziums \Rightarrow Störstellenleitung

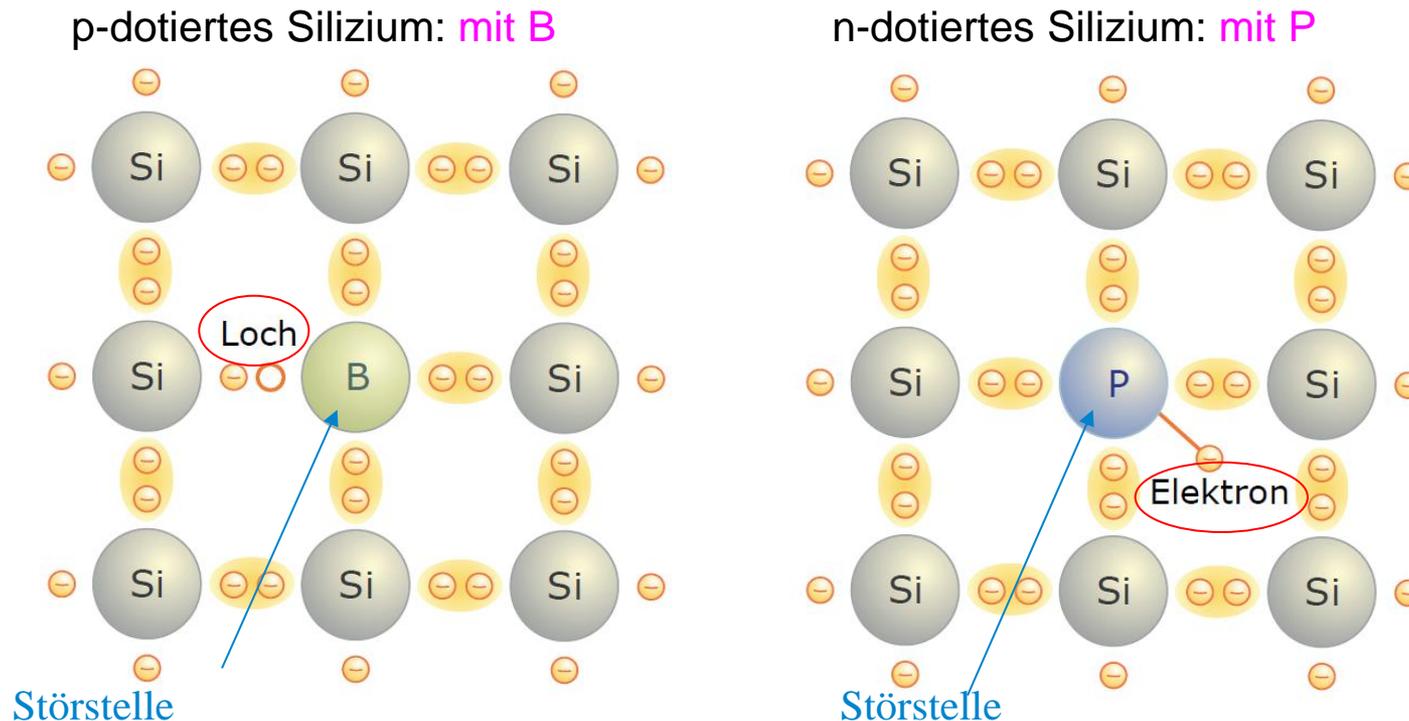


- Erzeugung von elektrischem Strom über eine „Spannungsquelle“ nur durch die „Störstellenleitung“ möglich:
 - Einbau („Dotierung“) von Atomen mit **fünf Valenzelektronen** (z.B. **Phosphor P**) ins Siliziumgitter (**n-Dotierung** als „Störstelle“).
 - Freies (fünftes) Valenzelektron von P kann keine Bindung eingehen.
 - Dieses leicht bewegliche Elektron kann durch geringe Energiezufuhr ΔW vom P-Atom getrennt werden = wird zum **Leitungselektron**.
 - Einbau von Atomen mit **drei Valenzelektronen** (z.B. **Bor B**) ins Siliziumgitter (**p-Dotierung**) als „Störstelle“:
 - Freies (viertes) Valenzelektron des Siliziums kann keine Bindung eingehen.
 - Dieses leicht bewegliche Elektron kann durch geringe Energiezufuhr ΔW vom Si-Atom getrennt werden = wird zum **Leitungselektron**.



T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter Störstellenleitung

- Störstellen = Dotierungsatome: z. B. B (Bor) oder P (Phosphor)

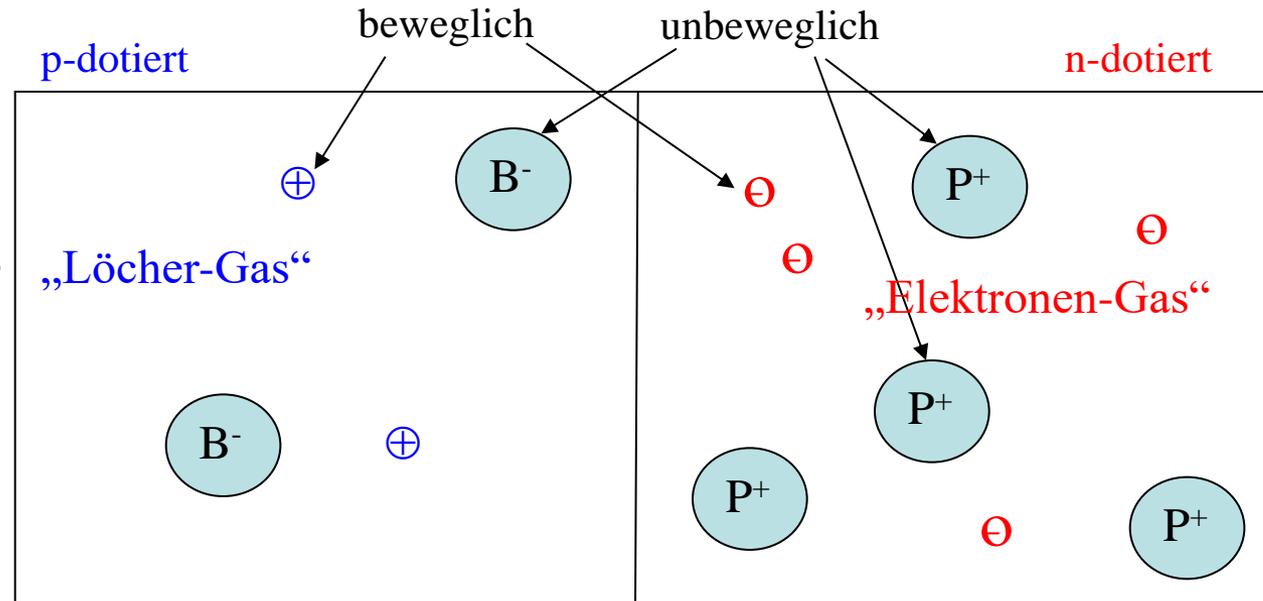


Quelle: Quaschnig,
Regenerative Energien

- **Dotierte Halbleiter** im Grundzustand ungeladen = gleich viele frei bewegliche Ladungsträger wie ortsfeste Raumladungen der ionisierten Dotierungsatome.
- Verbindung zweier entgegengesetzt dotierter Halbleitermaterialien ist **el. neutral**.

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter p-n-Übergang (1)

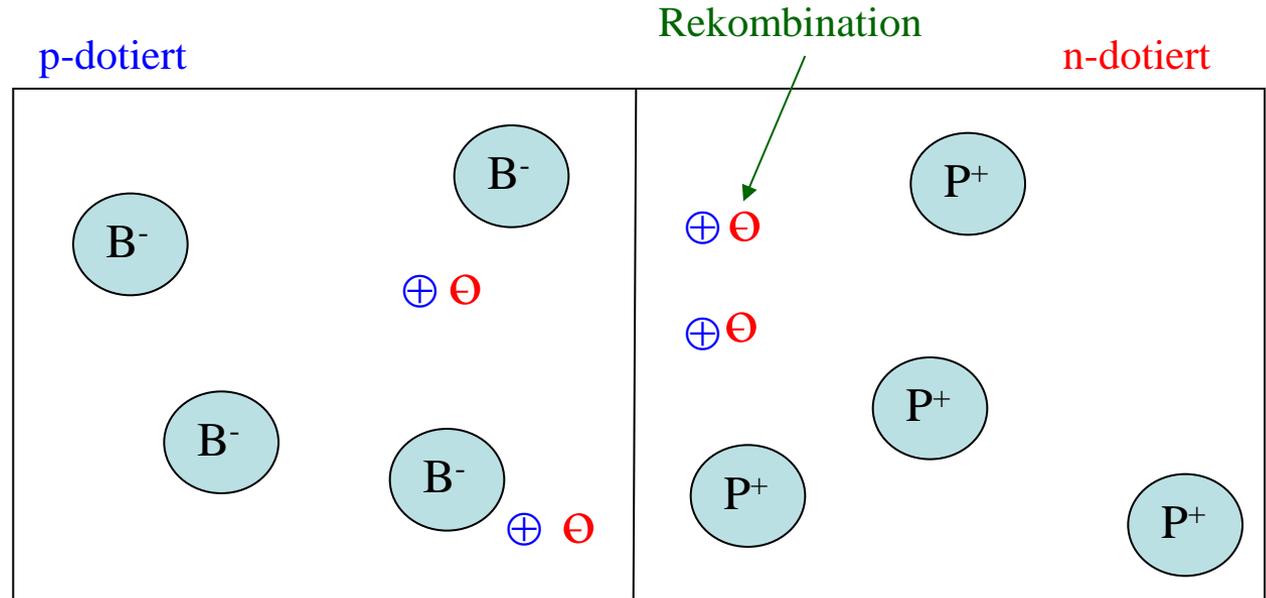
- **Beispiel:**
Höhere Elektronen- als
Löcher-Konzentration



- **p-n-Übergang:** Zusammenfügen eines p-dotierten mit einem n-dotierten Si-Halbleiter.
- **p-Bereich:** Hohe Löcher-Konzentration \Rightarrow diffundieren ins n-Gebiet („Druck-Ausgleich“).
- **n-Bereich:** Hohe Elektronen-Konzentration \Rightarrow diffundieren ins p-Gebiet.
- **Resultat:**
Konzentrationsgradienten der frei beweglichen Ladungsträger \Rightarrow **Diffusion** \Rightarrow
Konzentrationsausgleich = Sie wandern in das jeweils anders dotierte Halbleitermaterial.

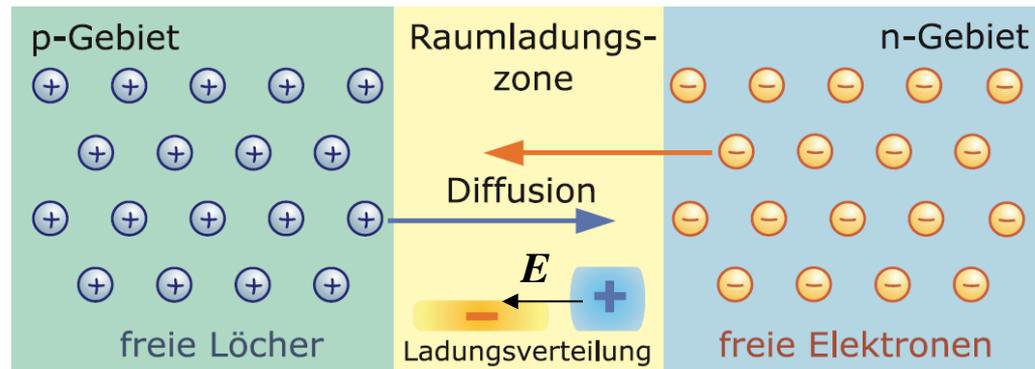
T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter p-n-Übergang (2)

- **Beispiel:**
Elektronen- und Löcher-
Konzentration **gleich groß**



- **Beispiel:**
Zu Beginn links 4 Löcher, rechts keine; danach links und rechts je zwei =
Konzentrationsausgleich! Dasselbe gilt auch für die freien Elektronen!
- Je zwei Elektronen und Löcher „rekombinieren“ links und rechts =
= freies Elektron „fällt“ in ein Loch!
- **Resultat:** a) Elektronen diffundieren aus n- in p-Kristall \Rightarrow rekombinieren dort mit Löchern.
b) Löcher diffundieren aus p- in n-Kristall \Rightarrow rekombinieren dort mit freien Elektronen.

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter p-n-Übergang (3)



Quelle: Quaschnig,
Regenerative Energien

- **Ergebnis aus Diffusion + Rekombination:**

Es fehlen nun in n- und p-Seite Ladungsträger in den zuvor ungeladenen Materialien.

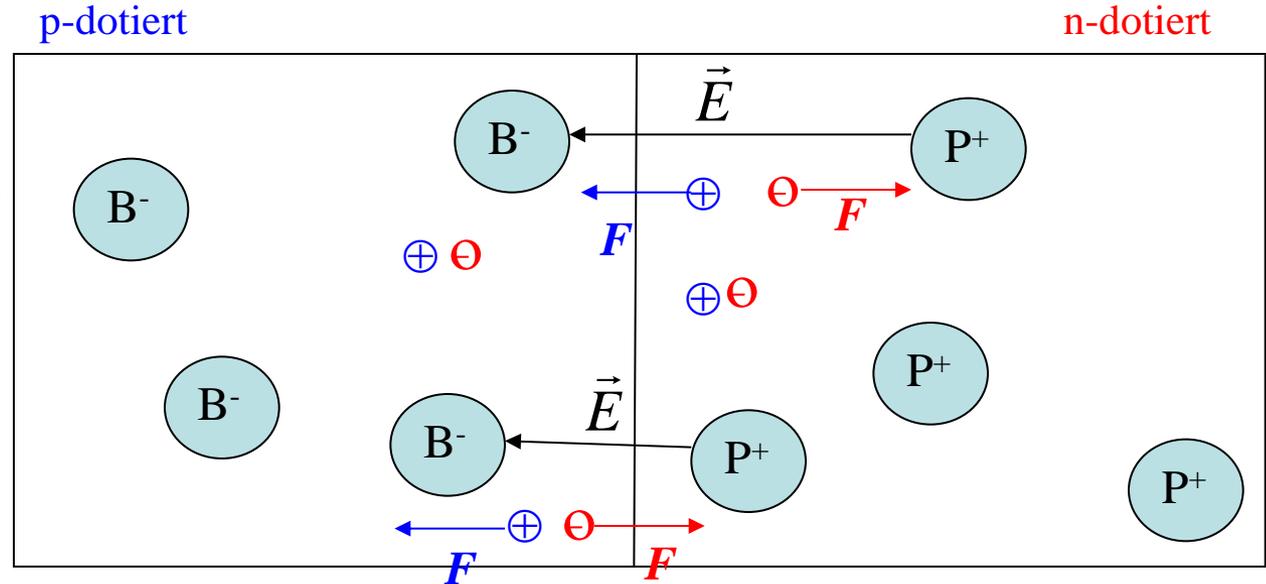
- Die zu den fehlenden beweglichen Ladungsträgern gehörenden ortsfesten Dotierungsatome (z. B. P, B) mit ihren jetzt nicht mehr elektrisch kompensierten „Raumladungen“ (= im Raum verteilte el. Ladungsanordnung) verursachen ein **elektrisches Raumladungsfeld E** .

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Elektrisches Raumladungsfeld im p-n-Übergang

- **Beispiel:**

Je zwei Elektronen und Löcher sind aus ihrem n- bzw. p-Gebiet abgewandert: Es verbleiben je zwei pos. bzw. neg. raumfeste Ionen B und P, die ein E-Feld erzeugen.



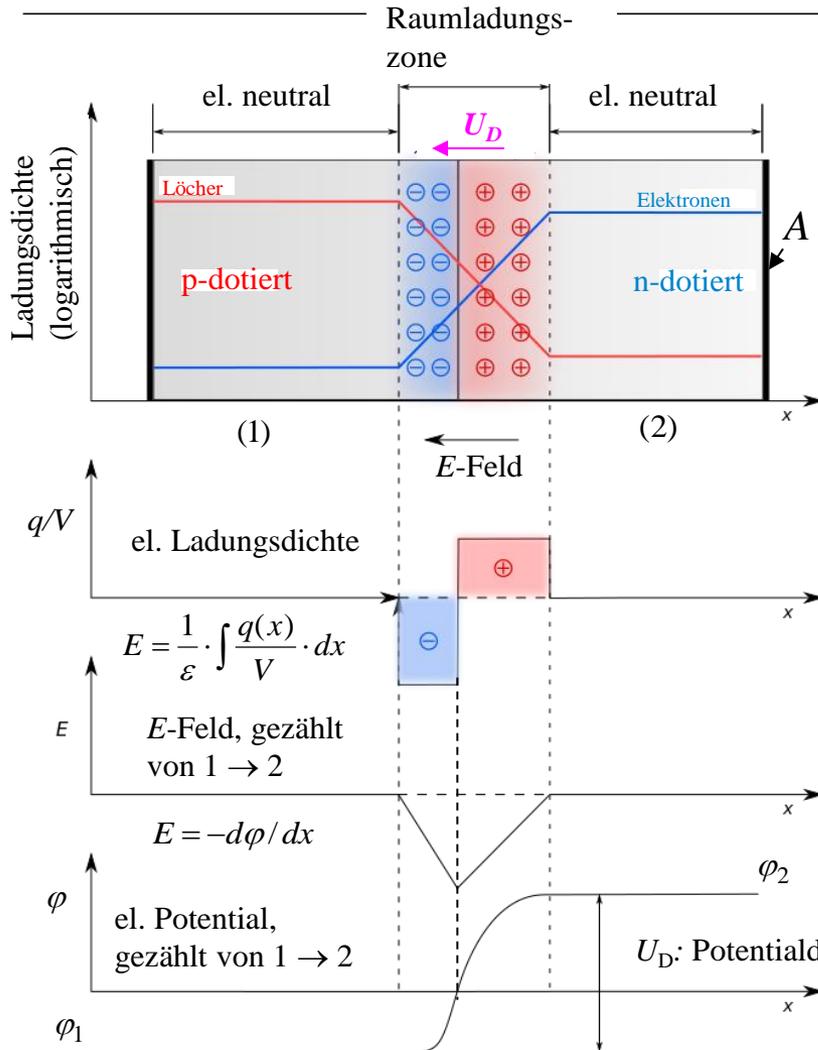
- **Elektrisches Raumladungsfeld E :**

Coulomb-Kraft $F = q \cdot E$ auf die verbleibenden freien Ladungsträger \Rightarrow wirkt „zurückziehend“ auf die freien Elektronen und Löcher und verursacht so eine **Driftbewegung** einiger freier Ladungsträger, die der Diffusions-Bewegungsrichtung entgegengerichtet ist.

- Es stellt sich ein **Gleichgewicht zwischen Diffusionsbewegung und el. Driftbewegung ein!**

Bsp.: Es verbleiben im Gleichgewicht je 2 pos. bzw. neg. raumfeste unkompenzierte Ionen.

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter p-n-Übergang



- E -Feld (positiv von 2 nach 1!) holt die verbleibenden freien Ladungsträger tw. zurück
- Es entsteht Zone ohne freie Ladungsträger, in der nur noch die ortsfesten Raumladungen der Dotierungsatome verbleiben (Raumladungszone).
- Diese raumfesten Ladungen erzeugen als Potentialdifferenz die Diffusionsspannung U_D (Positiv von 2 nach 1!)
- **Beispiel:**
p-n-Übergang in Silizium: $U_D = 0.6 \dots 0.7 \text{ V}$

$$E(x) = \frac{1}{\epsilon} \cdot \int \frac{q(x)}{V} \cdot dx$$

$$U_D = \int_1^2 E \cdot dx = - \int_1^2 \frac{d\varphi}{dx} \cdot dx = - \int_1^2 d\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 < 0$$

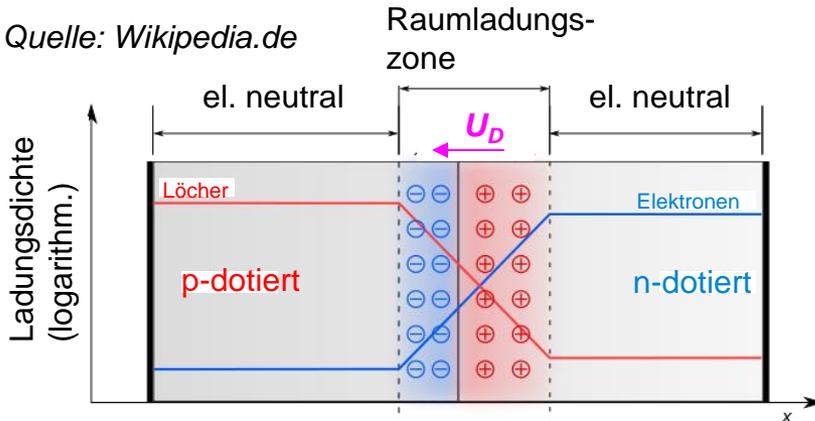
(Negativ von 1 nach 2)

Quelle: Wikipedia.de



T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter p-n-Übergang als Diode (1)

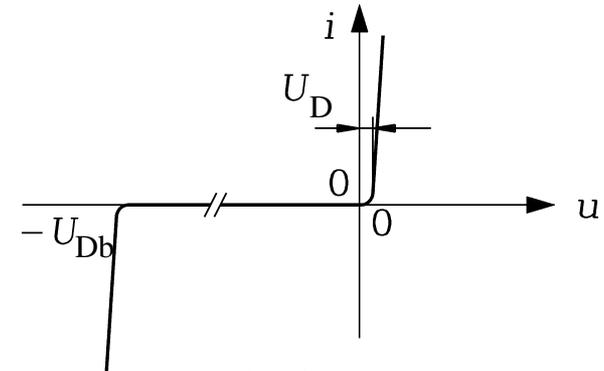
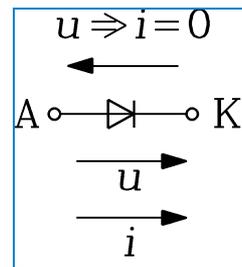
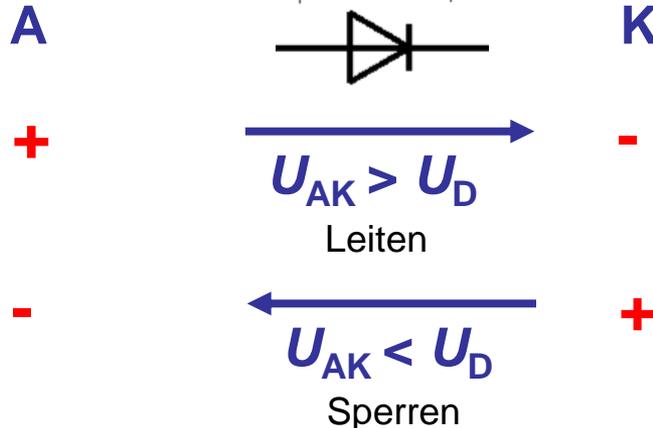
Quelle: Wikipedia.de



• Von außen angelegte el. Spannung U_{AK} an den p-n-Übergang:

a) $U_{AK} > U_D$: Freie el. Ladungsträger können fließen = Diode **leitet**.

b) $U_{AK} < U_D$: Freie el. Ladungsträger können nicht fließen = Diode **sperrt bis zum Erreichen der Durchbruchspannung U_{Db}**



$$i = I_s(T) \cdot \left(e^{\frac{e \cdot u}{m \cdot k \cdot T}} - 1 \right)$$

$I_s(T)$: Sättigungssperrestrom
 k : Boltzmann-Konstante
 T : Absolute Temperatur
 e : Elementarladung
 m : Korrekturfaktor (Emissionskoeffizient)

U_T : Temperaturspannung

$$U_T = \frac{k \cdot T}{e} \Big|_{25^\circ\text{C}} = 25.7 \text{ mV}$$

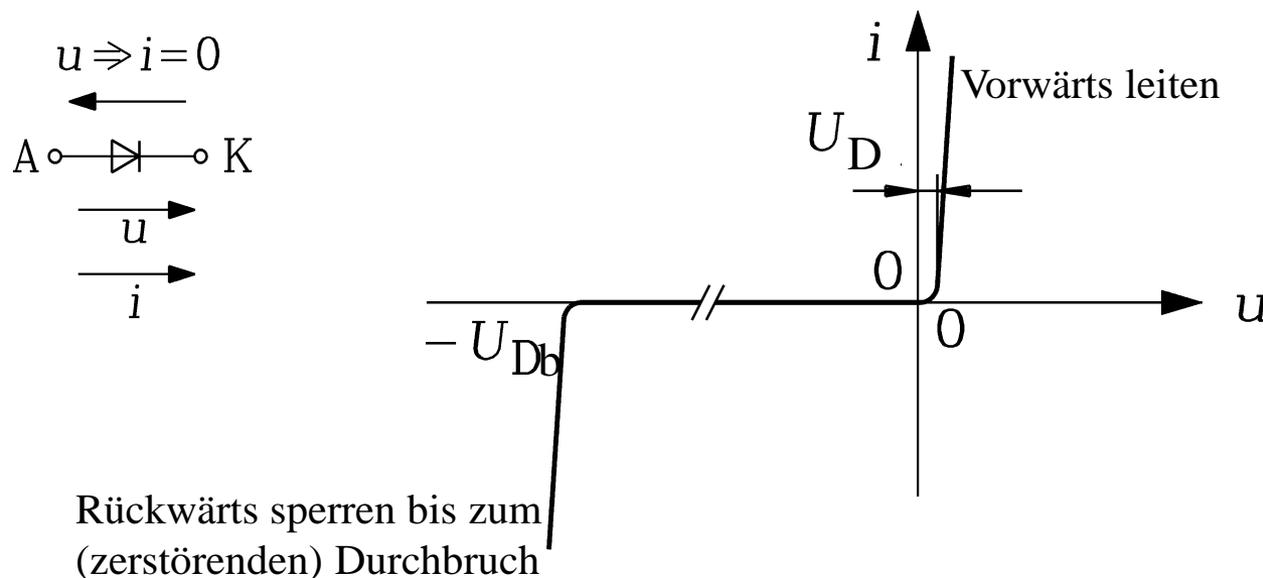
Ideale Diode: $m = 1$



T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter p-n-Übergang als Diode (2)

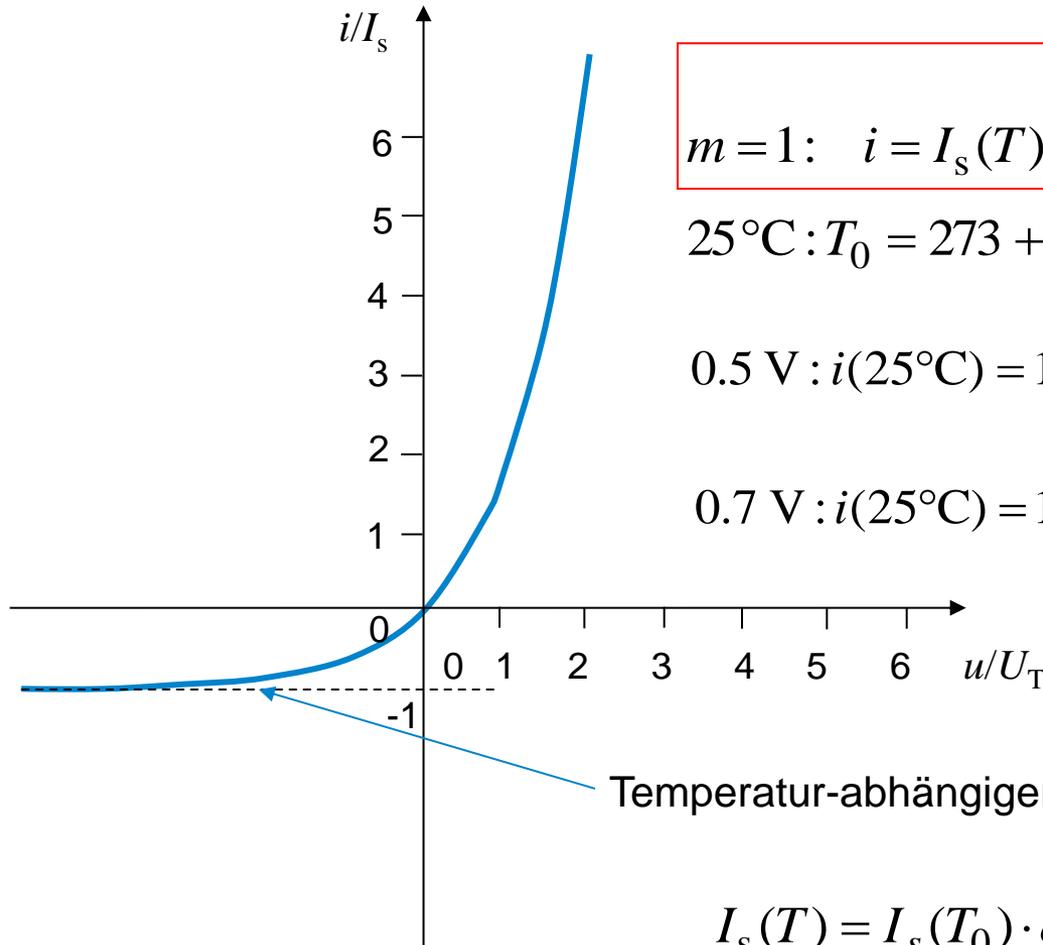
- Diode **leitet**, wenn $U_{AK} > U_D$ **positiv!**
- Diode lässt sich **nicht ausschalten**.
- **Sperrt**, wenn Strom (durch äußeren Eingriff) erlischt, aber nur, wenn danach $U_{AK} < 0!$
- **Sperrt**, wenn $U_{AK} < 0$, bis zur Durchbruchspannung U_{Db} !

Diodenkennlinie:



T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Mathem. Beschreibung der Diodenkennlinie



$$m = 1: i = I_s(T) \cdot \left(e^{\frac{e \cdot u}{k \cdot T}} - 1 \right) = I_s(T) \cdot \left(e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right)$$

$$25^\circ\text{C}: T_0 = 273 + 25 = 298 \text{ K} : I_s(T_0) = 10^{-10} \text{ A}$$

$$0.5 \text{ V} : i(25^\circ\text{C}) = 10^{-10} \text{ A} \cdot \left(e^{\frac{0.5\text{V}}{0.0257\text{V}}} - 1 \right) = 0.03\text{A}$$

$$0.7 \text{ V} : i(25^\circ\text{C}) = 10^{-10} \text{ A} \cdot \left(e^{\frac{0.7\text{V}}{0.0257\text{V}}} - 1 \right) = 67.5\text{A}$$

Temperatur-abhängiger **Sättigungssperrstrom** (steigt mit T):

$$I_s(T) = I_s(T_0) \cdot e^{\left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) \cdot W_g(T) / (m \cdot k \cdot T)} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/m}$$

T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Fermi-Energie und Energiebänder bei Dotierung

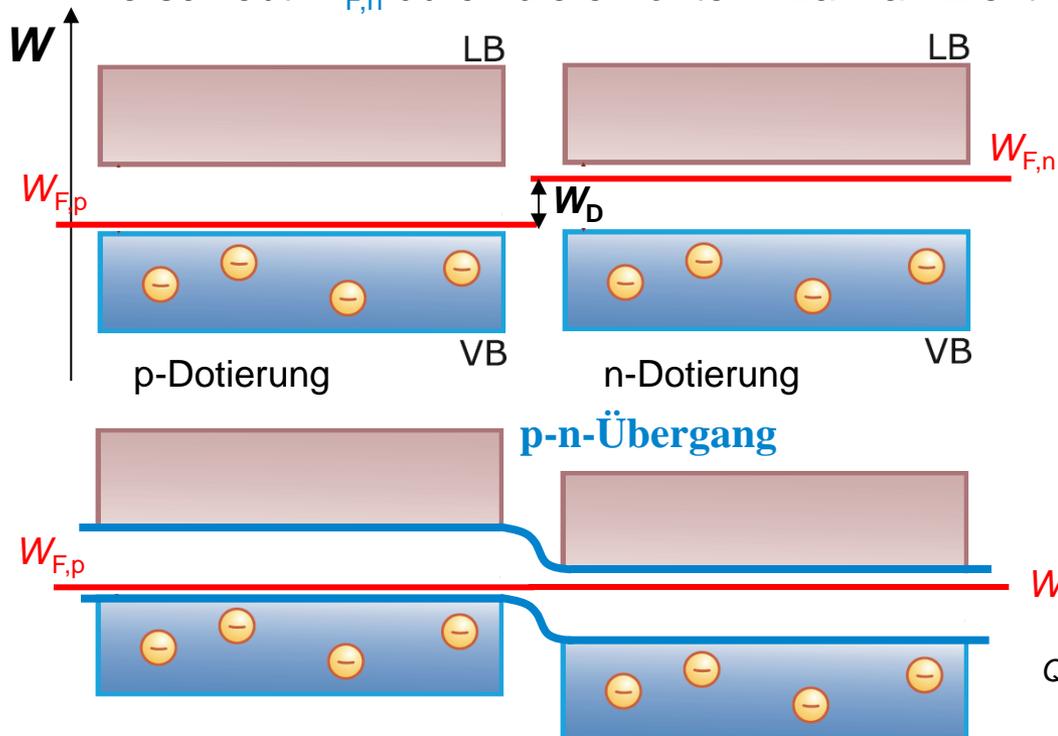
- Die Fermi-Energie W_F im Halbleiter und Isolator liegt etwa in der Mitte der Bandlücke
- Durch Dotierung im Halbleiter wird W_F verschoben:

a) p-Dotierung:

Verschiebt $W_{F,p}$ durch die erhöhte Anzahl an „Löchern“ in Richtung Valenzband (VB).

b) n-Dotierung:

Verschiebt $W_{F,n}$ durch die erhöhte Anzahl an Elektronen in Richtung Leitungsband (LB).



Die Austrittsarbeit W_D der „freien“ Ladungsträger aus dem n- bzw. p-Kristall in den jeweils anderen Kristallbereich ist der Energieunterschied zwischen den beiden Fermi-Energien: $W_D = W_{F,n} - W_{F,p}$

Quelle: Quaschnig, Regenerative Energien

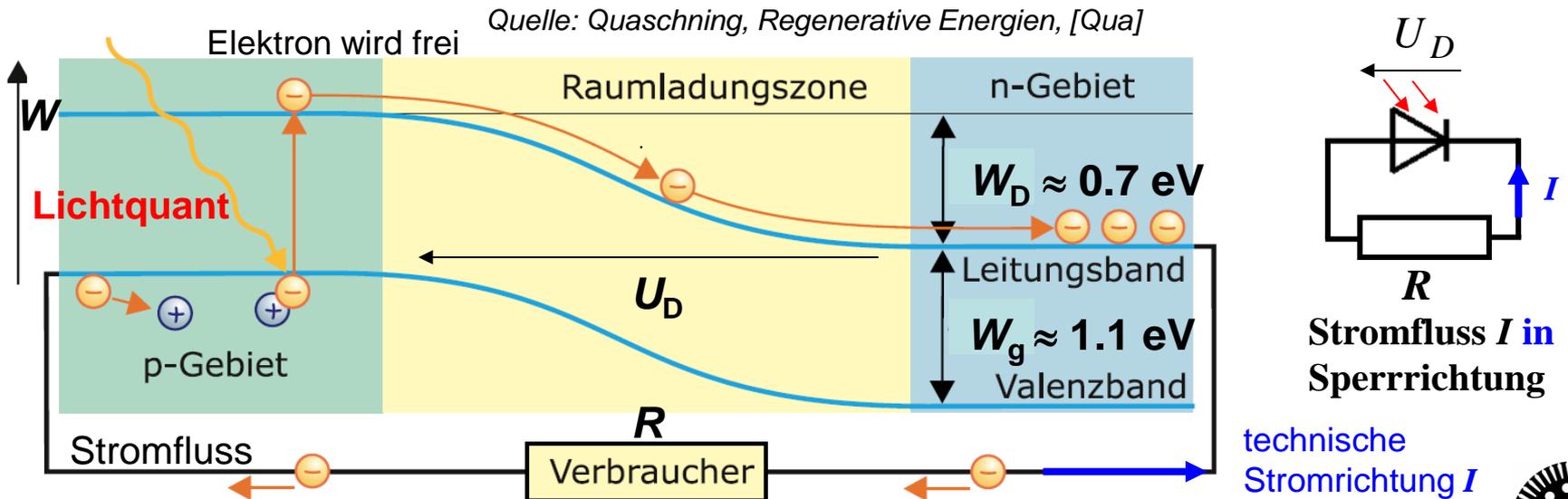
T4.2 Der innere Photo-Effekt, Halbleiter

Energiebänder im p-n-Übergang: Photovoltaischer Effekt

- **Energiebändermodell des p-n-Übergangs:**

Der Diffusionsprozess gleicht lokal die Differenz $W_{F,n} > W_{F,p}$ aus \Rightarrow lokale Änderung der Energieniveaus = Krümmung des Valenzbands und des Leitungsbands im Bereich des p-n-Übergangs.

- Für die Ladungsträger stellt die Krümmung der Energiebänder einen „Potentialwall“ der Energiehöhe $W_D = U_D \cdot e = 0.7 \text{ V} \cdot 1e = 0.7 \text{ eV}$ dar = energetische Erklärung für U_D .
- Werden durch Lichteinfall freie Elektronen im p-n-Übergang erzeugt, werden diese durch U_D vom p- ins n-Gebiet befördert. Außen angeschlossener Widerstand R ist niederohmiger als Raumladungszone \Rightarrow **EI. Stromfluss außen über R zurück zum p-Gebiet!**



T4 Solarzellen

Übersicht

1. Solarzellen: Energiebänder
2. Der innere Photo-Effekt, Halbleiter
3. Funktionsweise einer Solarzelle
4. Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild
5. Photovoltaik-Anlagen

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Wirkungskette

- **Solarzelle: Physikalische Wirkungskette:**
 1. Elektronen werden im p-Gebiet durch **elektromagnetische Strahlung (Photonen)** in der Raumladungszone vom Valenz- ins Leitungsband angehoben, wenn Photonenenergie $h \cdot f > W_g$.
 2. Diese Elektronen sind frei beweglich, ebenso die dabei verursachten Löcher.
 3. Elektronen werden durch das **elektrische Raumladungsfeld E** ins n-Gebiet gezogen.
 4. Über einen elektrischen Widerstand R wird der Stromkreis geschlossen:
Die Elektronen fließen über R vom n-Gebiet ins p-Gebiet zurück = **Gleichstrom!**

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Anregungsbedingung

- Anregungsbedingung für Si-Kristall: Photonenenergie $h \cdot f > W_g = 1.1 \text{ eV}$:

$$h \cdot f > 1.1 \text{ eV} \Rightarrow f > \frac{1.1 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 265.7 \text{ THz} \Rightarrow \lambda < \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{265.7 \cdot 10^{12} / \text{s}} = 1129 \text{ nm}$$

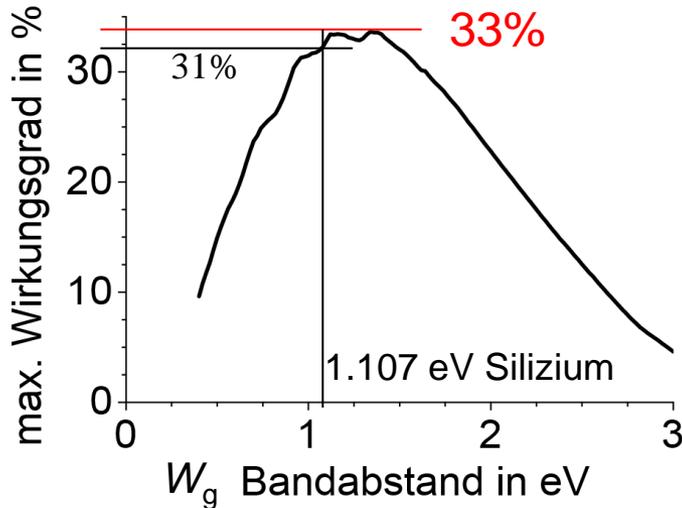
- Bei Licht-Wellenlängen $< \text{ca. } 1000 \text{ nm}$ (materialabhängig) Elektronen“freisetzung“:
→ Solarzelle kann nur einen Teil der Photonenenergie W_S des Sonnenlichts nutzen!

- Wirkungsgrad η : Mit Sonnenstrahlungsleistung $P_S = W_S/t$ folgt:

$$\eta = \frac{P_e}{P_S} = \frac{R \cdot I^2}{W_S / t} < 1$$

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Maximal möglicher Wirkungsgrad bei einem p-n-Übergang (*Shockley-Queisser*)



Quelle: Wikipedia.de

• Einfluss des Materials (Energilücke W_g):

Unabhängig davon, wie weit das Elektron über den unteren Energiewert des Leitungsbands angeregt wird, erhält man pro Elektron maximal die Energie der Bandlücke W_g als el. Energie.

a) W_g klein:

Bei festem W_s (Lichtenergie) mehr Elektronen angeregt, aber mit geringer Energie W_g .

b) W_g groß:

Bei festem W_s weniger Elektronen angeregt, aber mit höherer Energie W_g .

⇒ Max. Energieausbeute 44% bei mittlerem $W_g = 1.1$ eV

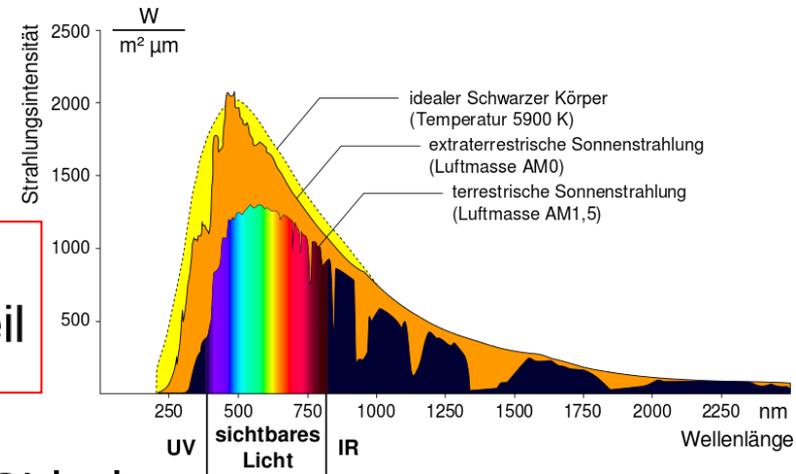
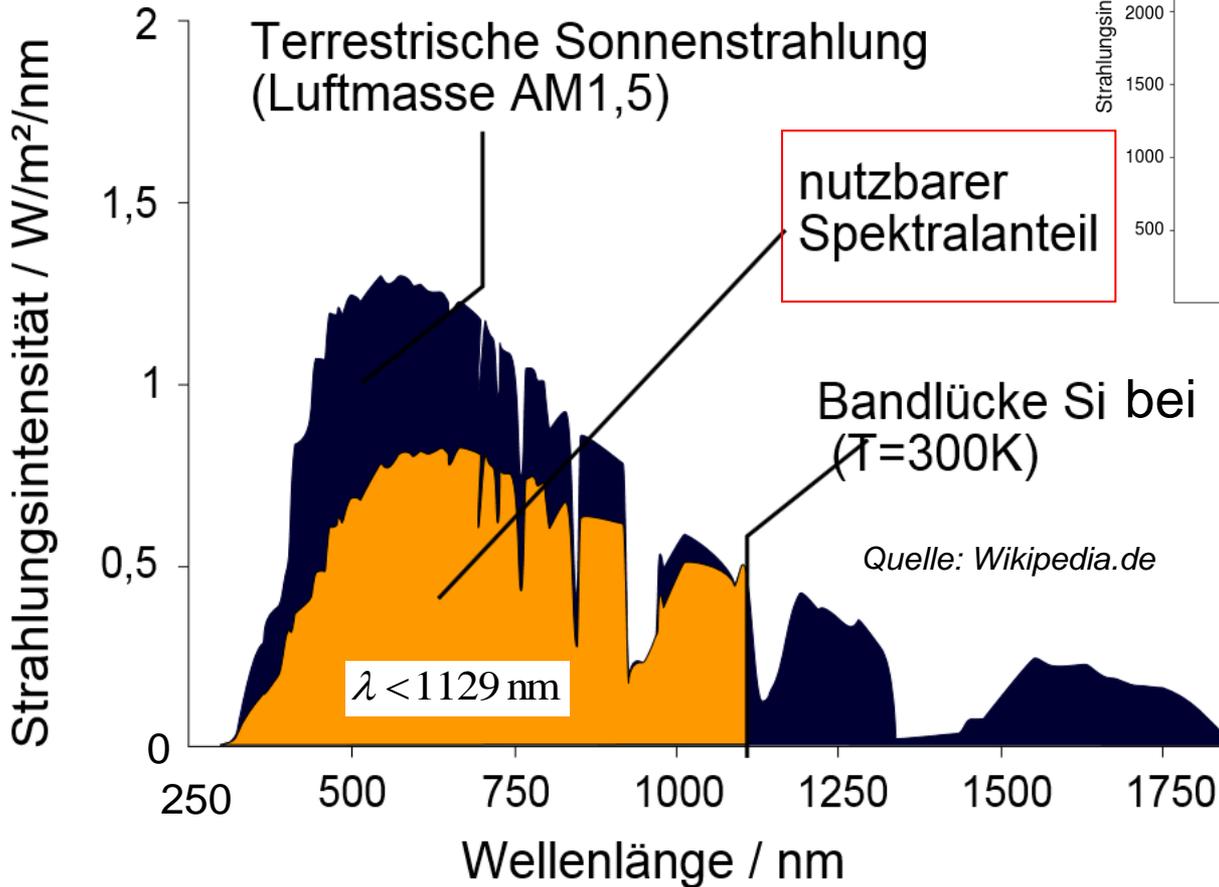
• Wärmeabstrahlung der Solarzelle verringert η : $\eta_{\max} = 33\%$ (*Shockley-Queisser-Grenze*)

• Beispiel: Si-Solarzelle: $W_g = 1.107$ eV: $\eta_{\max, \text{theoret}} = 0.31$ typisch: $\eta_{\max} = 29\%$

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Ausnutzung der Sonnenstrahlung durch Silizium-Solarzelle (mono- und polykristallin)

AM1.5: Einfallswinkel 48°



$$\eta_{\max} \approx 0.29 < 1$$

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

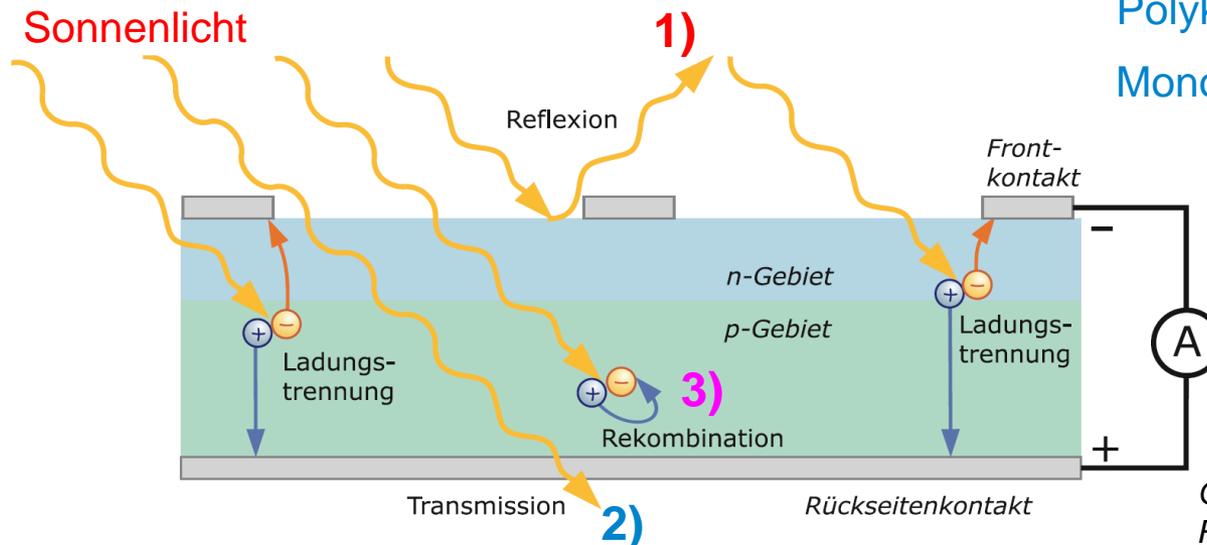
Verluste in einer Solarzelle

- Theoretisch maximal erreichbarer Wirkungsgrad bei Solarzellen mit kristallinem Silizium: $\eta = 29\%$.
- Darüber hinaus weitere Verluste:
 - 1) Reflexion der Strahlung,
 - 2) Ungenutzter Durchgang der Strahlung („Transmission“),
 - 3) Rekombination von Elektronen mit Löchern im Halbleiter,
 - 4) Rückfall der Elektronen durch Strahlung mit zu hohem Energiegehalt.

$$\eta < \eta_{\max}$$

Polykristalline Si-Zelle: $\eta \approx 0.16$

Monokristalline Si-Zelle: $\eta \approx 0.2$



Quelle: Quaschnig,
Regenerative Energien

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Solarzellen-Typen (1)

- **Monokristallines Si:** Einkristalline Siliziumscheiben ca. 250 μm dick; teures Kristallziehverfahren, Modul-Wirkungsgrad ca. 18%.
- **Polykristallines Si:** Kristallorientierungen in den Scheiben (250 μm dick) unterschiedlich; preiswertere Gießverfahren, aber kleinerer Wirkungsgrad ca. 16.8%.
- **Dünnschichtzellen** ca. 1 ... 5 ... 20 μm Dicke
 - a) **aus amorphem Silizium:**
Dünne, nichtkristalline („glasartige“) Siliziumschicht durch Aufdampfen!
Wirkungsgrad ca. 10% (in Taschenrechnern, Uhren, ...)
 - b) **aus mikrokristallinem Silizium:**
Höherer Wirkungsgrad als amorphe Si-Dünnschicht-Zellen.
 - c) **aus Cadmiumtellurid (CdTe):**
CdS: n-dotiert, CdTe: „Licht-Absorber“, p-dotiert, Wirkungsgrad ca. 17%.
 - d) **aus Kupfer-Indium-(Gallium)-Schwefel-Selen Cu(In,Ga)Se_2 (CIGS):**
Al-ZnO: n-dotiert; CIGS: „Licht-Absorber“ 1 ... 2 μm dick: p-dotiert;
Wirkungsgrad ca. 14.6%.

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Si-Solarzellen-Typen (2)

- **Tandem-Solarzelle (Multi-junction cell):**

Übereinander geschichtete Solarzellen aus unterschiedlichem Material, das auf jeweils **anderen Licht-Wellenlängenbereich** abgestimmt.

Die zuoberst angeordnete Zelle absorbiert nur einen Teil des Lichtspektrums, der Rest kann durchtreten und von der darunter angeordneten Schicht verwertet werden:

⇒ Breiteres Ausnützen des Sonnenlichtspektrums ⇒ höherer Wirkungsgrad,
ABER: Relativ teuer.

- **Heterostruktur:**

p-n-Übergang mit zwei unterschiedlicher Halbleitermaterialien

z. B.:

amorphes Silizium als Material (mit großem W_g) und kristallines Silizium ⇒

⇒ Wirkungsgrunderhöhung.

- **Konzentratorzelle:**

Lichtbündelung z. B. mit Linsen, Halbleiterfläche eingespart!

T4.3 Funktionsweise einer Solarzelle

Wirkungsgrade für unterschiedliche Solarzellentypen

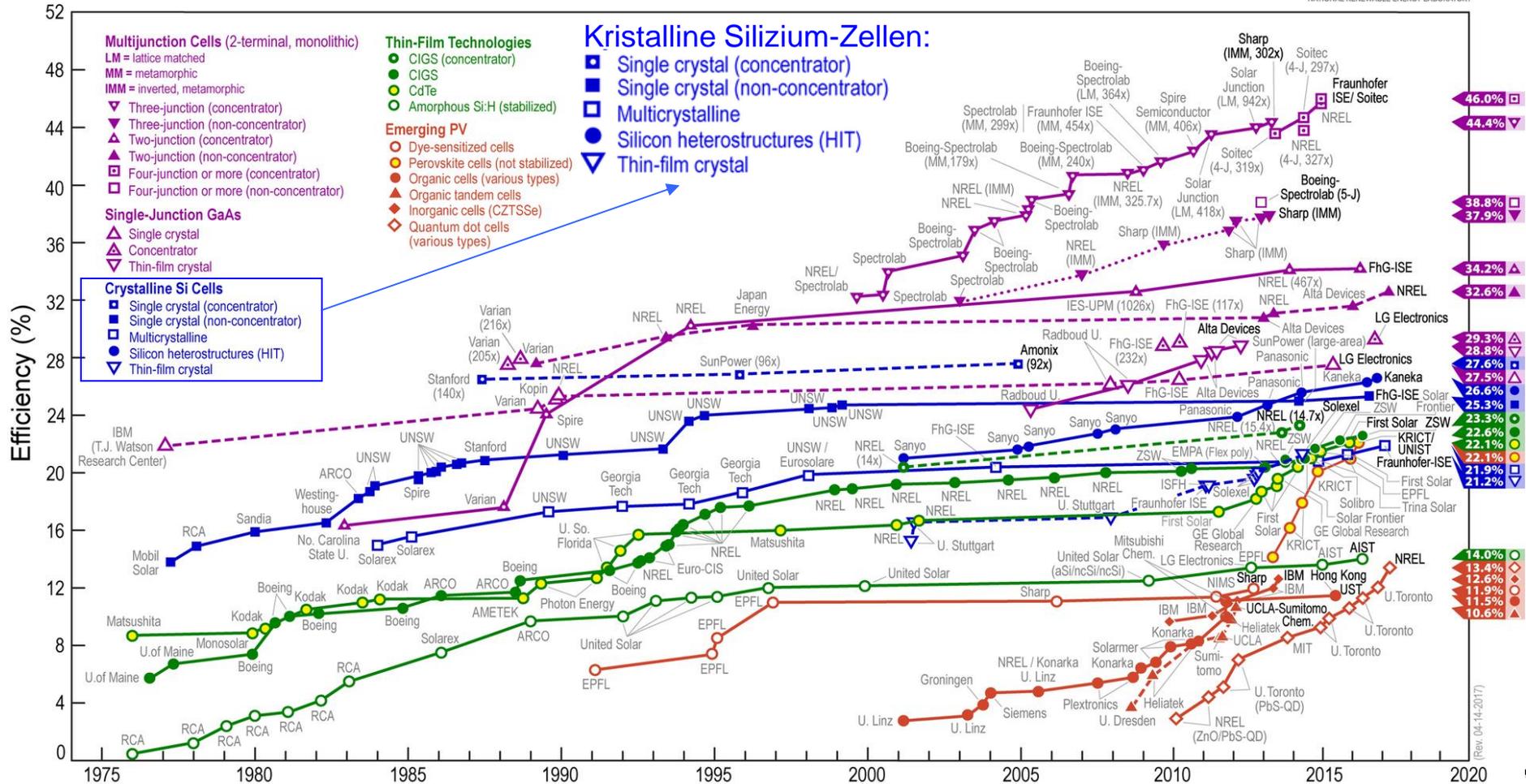
Ergänzung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Best Research-Cell Efficiencies

Quelle: Wikipedia.de

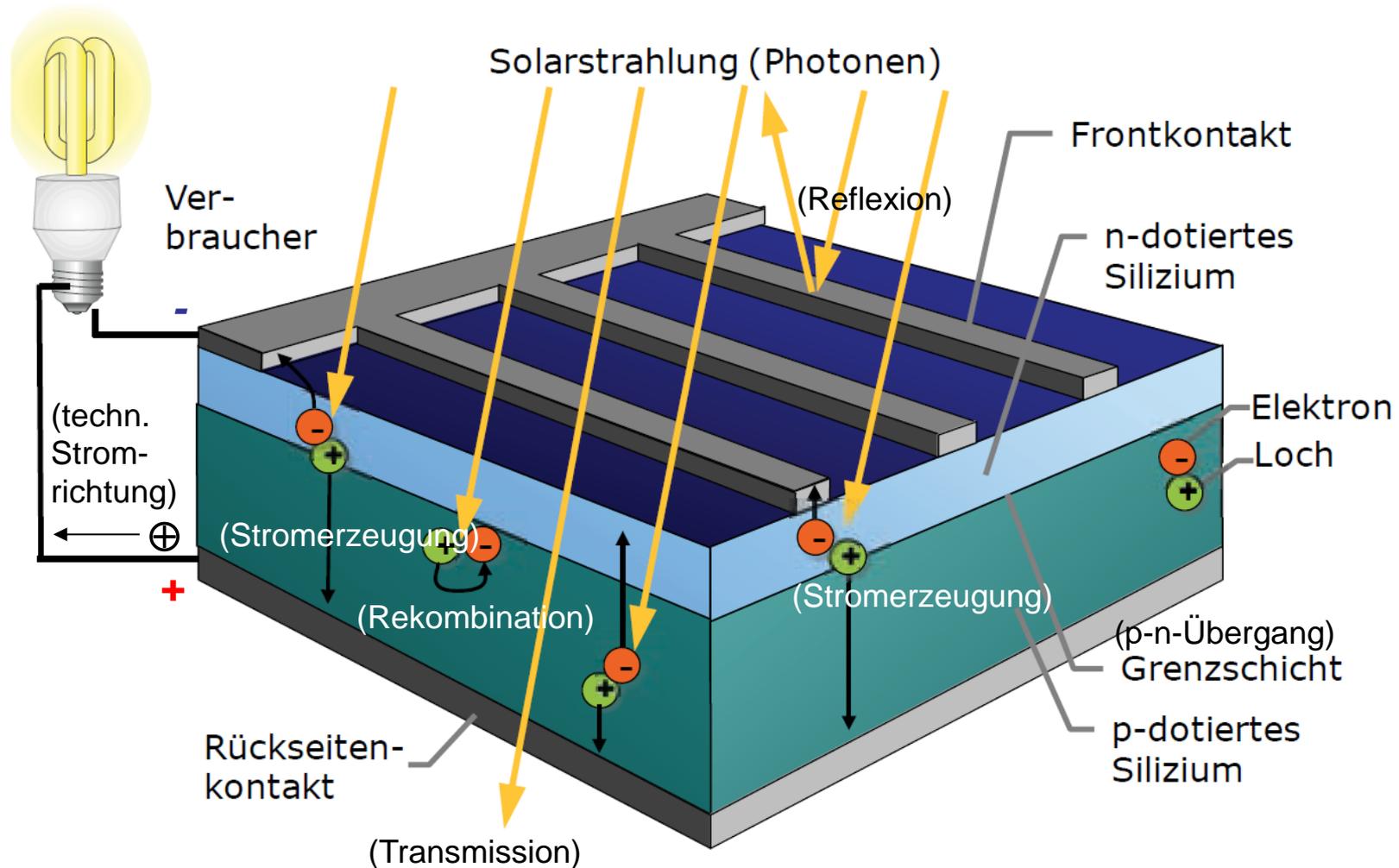


T4 Solarzellen

Übersicht

1. Solarzellen: Energiebänder
2. Der innere Photo-Effekt, Halbleiter
3. Funktionsweise einer Solarzelle
4. **Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild**
5. Photovoltaik-Anlagen

T4.4 Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild Prinzip-Aufbau einer kristallinen Si-Solarzelle



Quelle: Quaschnig,
Regenerative Energien, [Qua]

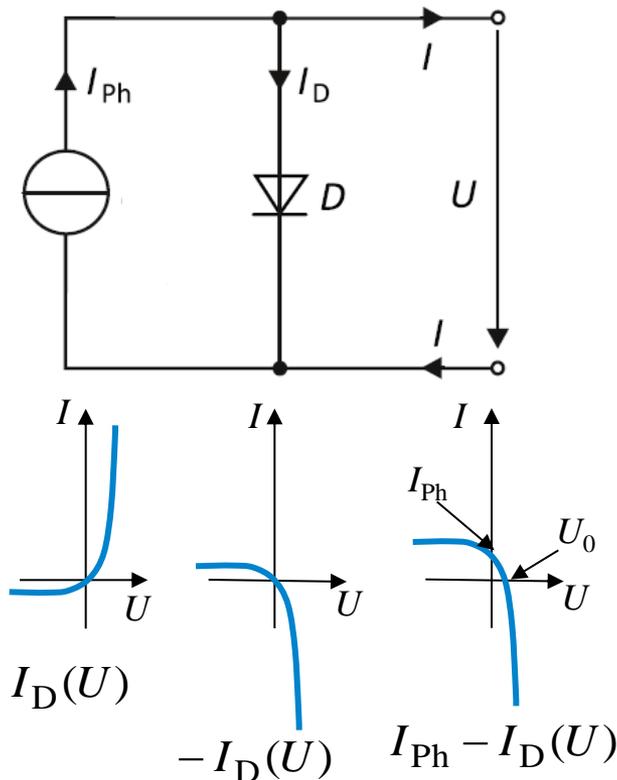
T4.4 Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild

Elektrisches Ersatzschaltbild einer Solarzelle

▪ Ersatzschaltung mit

a) Stromquelle I_{Ph} (Innenwiderstand $R_i \rightarrow \infty$) und

b) antiparalleler idealer Diode $I_D(U)$ (im Folgenden Vernachlässigung von inneren Verlusten)



1) „Zellstrom“: Fließt in Diodensperrichtung
(technische Stromrichtung $I > 0$)

$$I(U) = I_{Ph} - I_D = I_{Ph} - I_s(T) \cdot \left(e^{\frac{m \cdot U}{U_T}} - 1 \right) \quad m \approx 1 \dots 5$$

2) „Photostrom“: Durch $W = h \cdot f$ erzeugt!

$$I_{Ph} = k_0 \cdot P_S / A \quad k_0: \text{Materialspezifische Konstante} \\ A: \text{Bestrahlte Fläche}$$

3) „Strom-Spannungs-Kennlinie“: $I(U)$, „ Parameter:

1. Strahlungsleistung/Fläche P_S/A

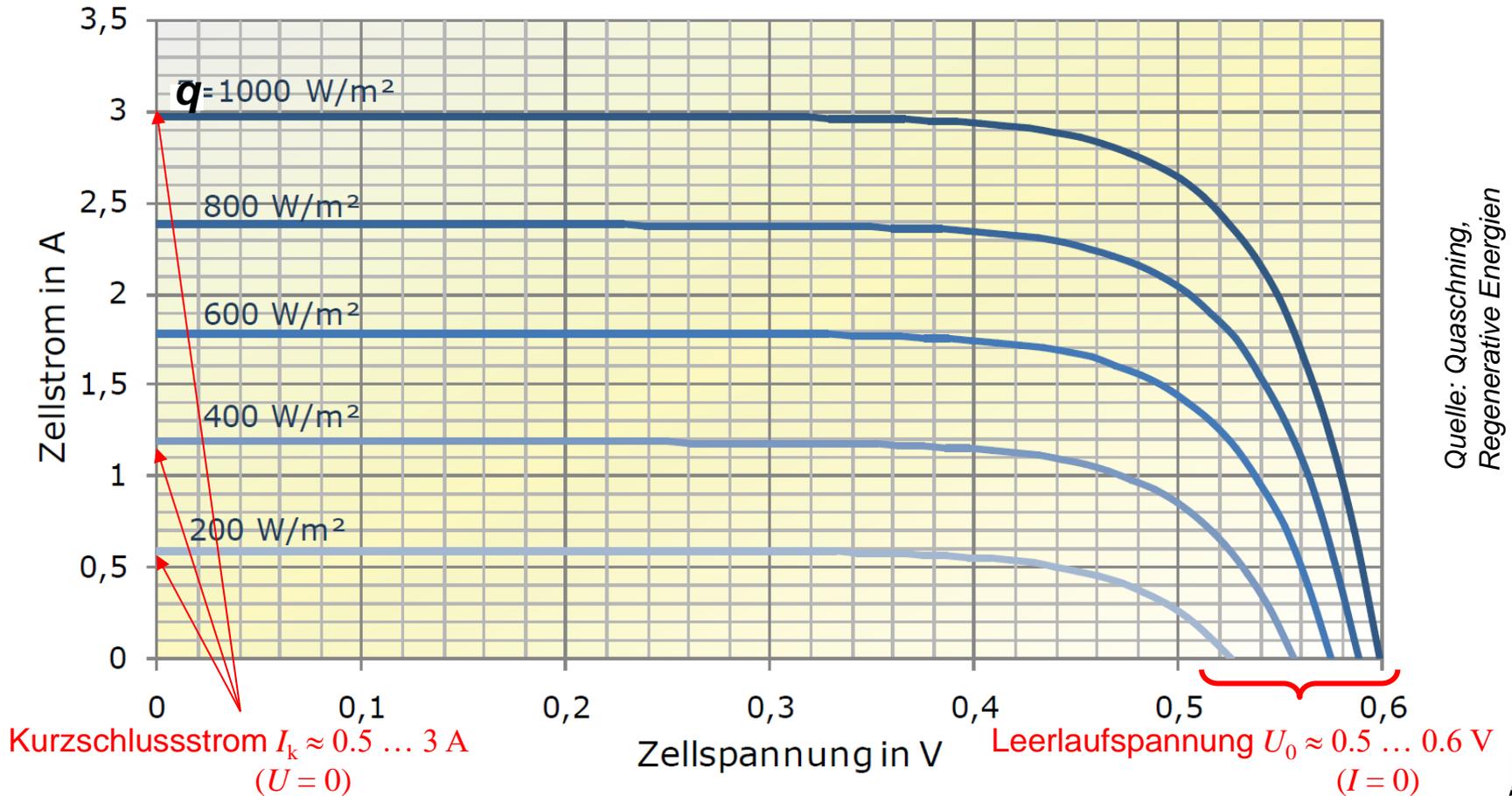
2. Temperatur T : Leerlaufspannung U_0 sinkt mit $T \uparrow$

Quelle: Quaschnig, Regenerative Energien

T4.4 Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild

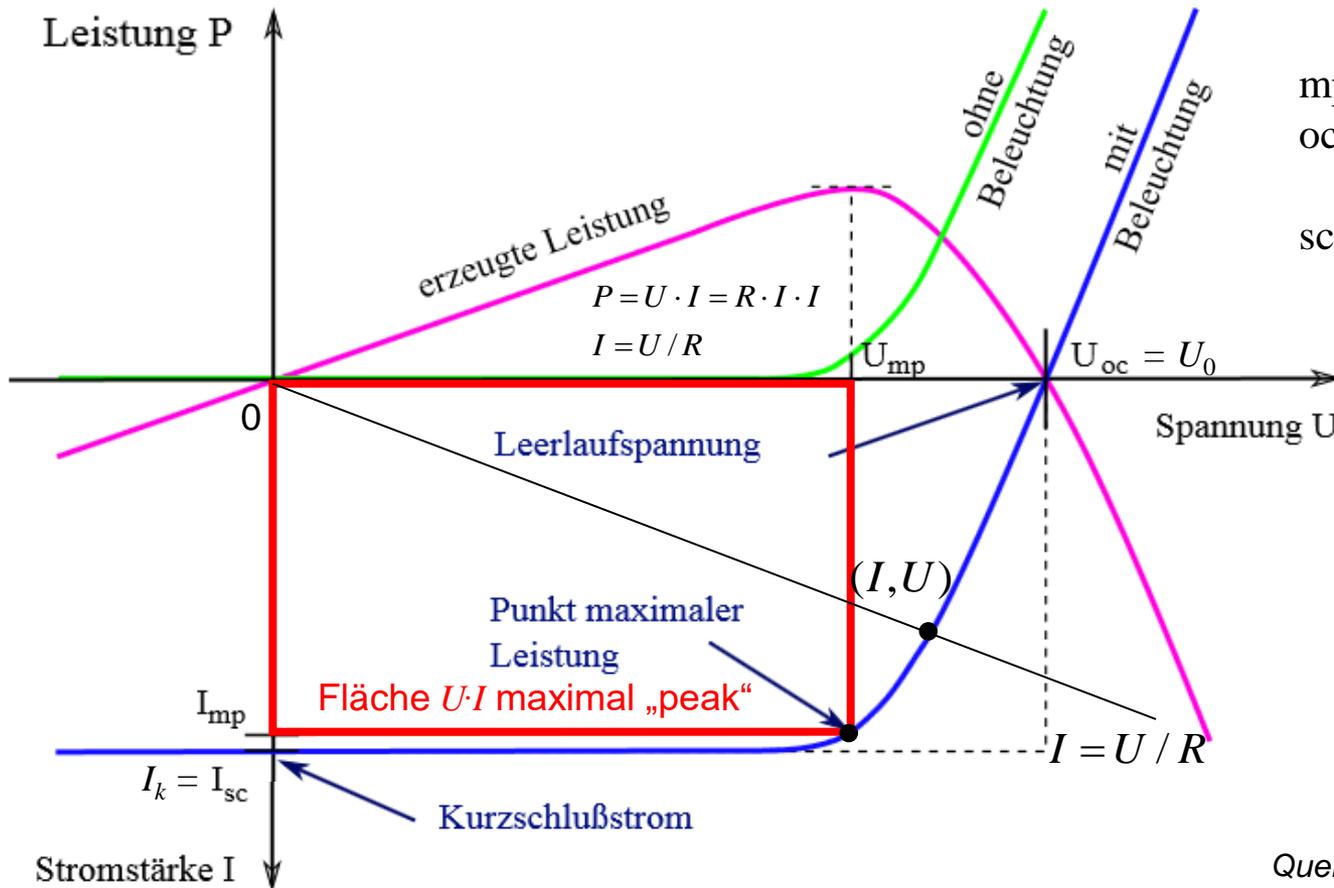
I(U)-Kennlinie von Solarzellen

- Einfluss der Sonnenlicht-Bestrahlungsstärke $q = P_s/A$ auf den Verlauf der I-U-Kennlinie einer polykristallinen Si-Solarzelle, 20°C

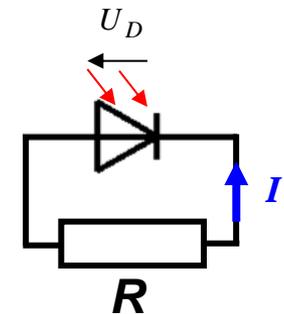


T4.4 Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild

Solarzelle: Strom-Spannungs-Kennlinie $I(U)$



mp: Maximum power
oc: Open circuit
(Leerlauf: $I = 0$)
sc: Short circuit
(Kurzschluss: $U = 0$)



Quelle: Wikipedia.de

- Erzeuger-Zählpfeilsystem: Abgegebene (= erzeugte) Leistung P positiv gezählt.

T4.4 Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild

Kurzschlussstrom I_k und Leerlaufspannung U_0

$$I(U) = I_{Ph} - I_D = I_{Ph} - I_s(T) \cdot \left(e^{\frac{m \cdot U}{U_T}} - 1 \right) \quad m \approx 1 \dots 5$$

Ergänzung

1) „Kurzschlussstrom“: $I(U = 0) = I_{Ph} - I_s(T) \cdot \left(e^{\frac{m \cdot U_T}{U_0}} - 1 \right) = I_{Ph}$

2) „Leerlaufspannung“: $I = 0 = I_{Ph} - I_s(T) \cdot \left(e^{\frac{m \cdot U_T}{U_0}} - 1 \right) \Rightarrow U_0 = m \cdot U_T \cdot \ln \left(\frac{I_{Ph}}{I_s(T)} + 1 \right)$

• **Beispiel:** $q = 1000 \frac{W}{m^2} \Rightarrow I_{Ph} = 3A = I_k$ Leerlaufspannung **sinkt** mit steigendem T !

$25^\circ C$: $I_s(25^\circ C) = 10^{-10} A$, $W_g = 1.1605 eV$, $U_T = 25.4 mV$

$m = 1$: $U_0(25^\circ C) = 25.4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{3}{10^{-10}} + 1 \right) = 0.61 V$

$60^\circ C$: $W_g = 1.1586 eV$, $U_T = 25.4 \cdot (273 + 60) / (273 + 25) = 28.4 mV$

$I_s(60^\circ C) = I_s(25^\circ C) \cdot e^{\left(\frac{273+60}{273+25} - 1 \right)} \cdot \frac{1.1586}{28.4 \cdot 10^{-3}} \cdot \left(\frac{273+60}{273+25} \right)^3 = 168.1 \cdot I_s(25^\circ C)$

$U_0(60^\circ C) = 28.4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{3}{168.1 \cdot 10^{-10}} + 1 \right) = 0.54 V$

T4.4 Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild

Solarzelle: Maximum Power Tracking

1) Maximum Power Point Tracking (MPP-Tracking)

= „Maximal-Leistungspunkt-Suche“:

- Elektrische Belastung des Solarmoduls wird so angepasst, dass dem Solarmodul die größte mögliche Leistung P_{\max} entnommen werden kann
- Betriebspunkt P_{\max} hängt ab von
 - a) Bestrahlungsstärke P_S , b) Temperatur T , c) Modultyp

2) Einfachste MMP-Tracking-Methode = **Methode der Spannungserhöhung:**

- „MPP-Tracker“ erhöht über Wechselrichter kontinuierlich die Lastspannung U an der Solarzelle von Null weg, wodurch die abgegebene Leistung P steigt.
- Wenn P_{\max} erreicht, so sinkt P wieder = **Abbruchkriterium der Suche!**
- **Iteratives Verfahren**, das vom Mikroprozessor im MPP-Tracker, der den Wechselrichter steuert, ständig durchgeführt wird, sodass auch bei wechselnden Bestrahlungsverhältnissen P_S **immer ein Betrieb im maximalen Leistungspunkt P_{\max} vorliegt.**

T4 Solarzellen

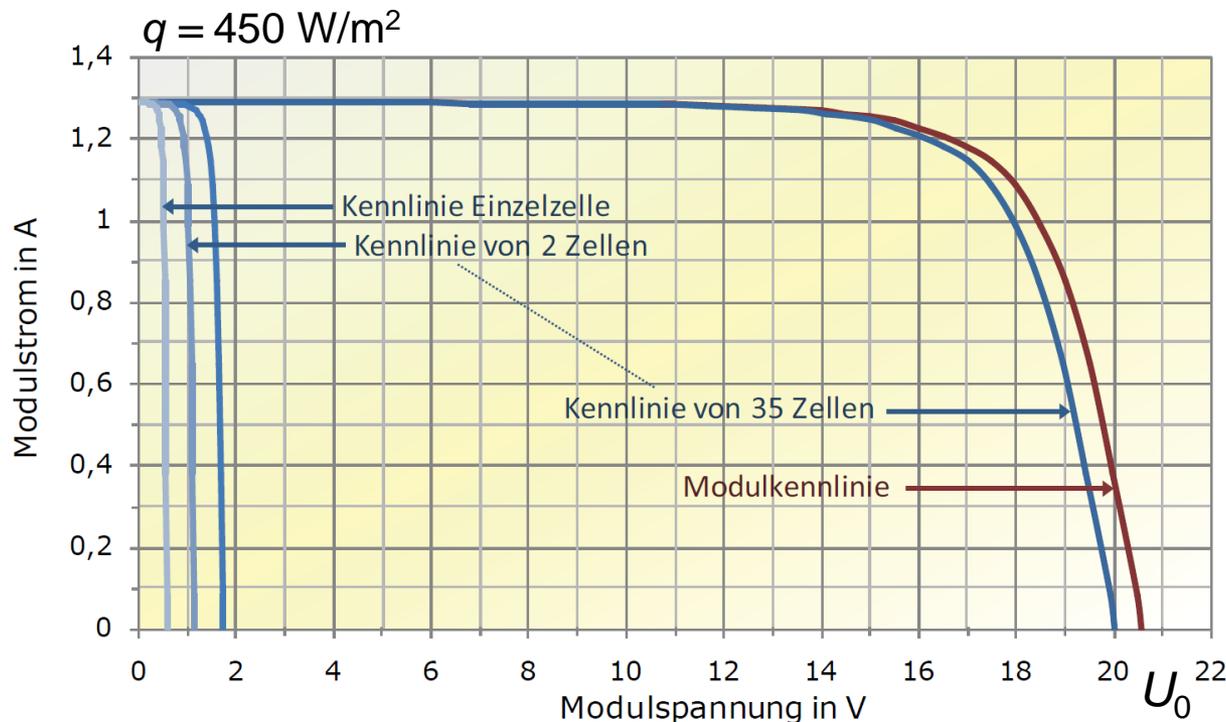
Übersicht

- 1. Solarzellen: Energiebänder**
- 2. Der innere Photo-Effekt, Halbleiter**
- 3. Funktionsweise einer Solarzelle**
- 4. Prinzipieller Aufbau einer Solarzelle, Ersatzschaltbild**
- 5. Photovoltaik-Anlagen**

T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Serienschaltung zum Solarmodul

- Leerlaufspannung U_0 einzelner Si-Solarzellen: $< 0.5 \dots 0.65 \text{ V } (I = 0)$
→ Serienschaltung (z.B. für 30-V-Modul, Leerlauf: $U_0 = 38.4 \text{ V}$, 60 Solarzellen in Reihe).
- Bei gleicher Bestrahlung q und bei gleichem Verlustverhalten:
Aufsummierung der Teilspannungen jeder Solarzelle zur Modulspannung.

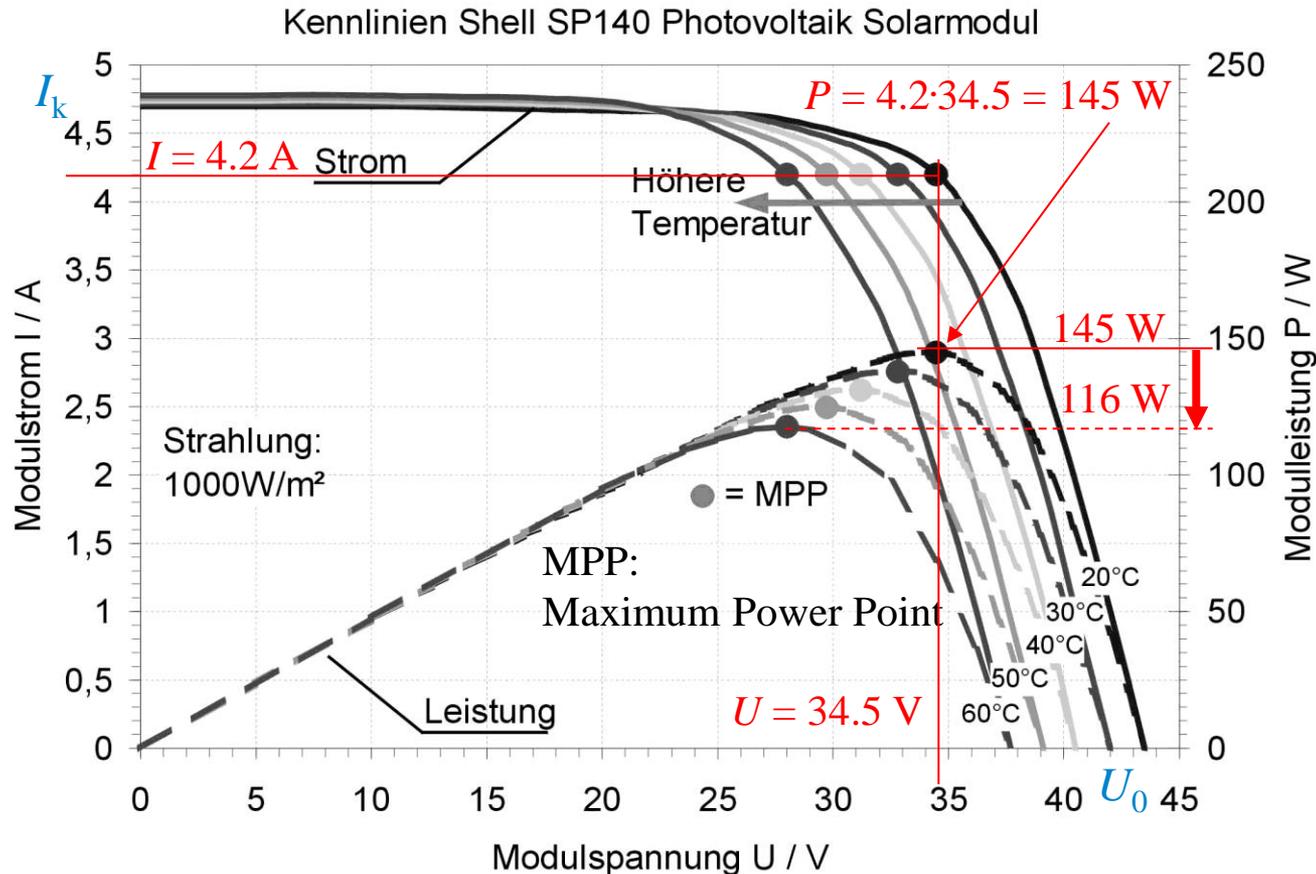


Temperatur 20°C

Quelle: Quaschnig,
Regenerative Energien

T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Beispiel: 30V-Solarmodul 140 W peak (20°C)



Leistungsverlust bei Temperaturzunahme, da U_0 sinkt!

$\vartheta: 20^\circ C \rightarrow 60^\circ C,$
 $145 W \rightarrow 116 W$
 - 20%

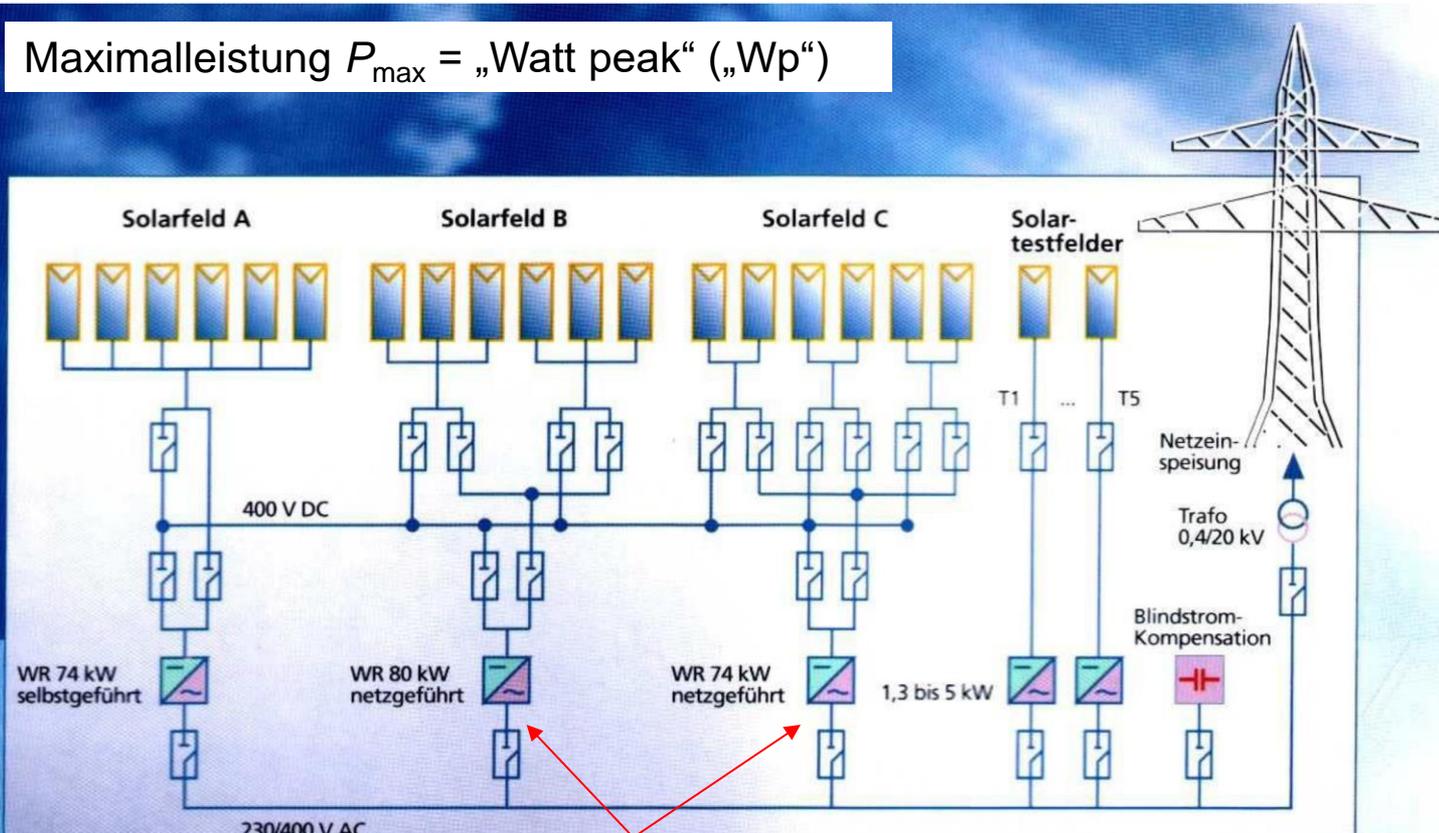
Quelle: "Shell SP140 Photovoltaik Solarmodul", Shell Solar, Produktinformation, 2006

T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Photovoltaikfeld

- Einspeisung eines Photovoltaikfeldes in das elektrische Versorgungsnetz:

Maximalleistung P_{\max} = „Watt peak“ („Wp“)



WR: Wechselrichter:

Formt Gleichspannung U_{DC} in 3-Phasen-Wechselspannung um $3 \times U_{AC}$

Quelle: Hanson J.; Skript zur Vorlesung „Kraftwerke und Erneuerbare Energien“, 2016;

T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Solarparks & Heimanlagen

Quelle: *Wikipedia.de*



Solarpark Serpa, Portugal :

11 MWp, 60 ha (2007),
58 Mio. Euro Invest,
18.3 Wp/m²



Solarpark, Flugplatz Neuhardenberg, östlich Berlin

145 MWp, 240 ha (2013),
200 Mio. EUR Invest,
60 Wp/m²

D: Erneuerbare-Energien- Gesetz, EEG 2017:

Bevorzugte Einspeisung von
Strom aus erneuerbaren Quellen
ins Stromnetz, garantierte
Einspeisevergütungen



T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Solarpark mit PV-Solartrackern

- **PV-Solartracker** sind dem Sonnenstand nachgeführte PV-Solaranlagen, Ziel: Möglichst senkrechte Sonneneinstrahlung über großen Tagesverlauf
⇒ Energieertrag **wird gesteigert**.

Quelle: Josef Binder, 2019



PV-Solartracker-Park im Südosten der griechischen Insel *Kreta*, *Griechenland*

T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Photovoltaik in *Deutschland*

- *Deutschland*: ca. 600 W/m² **mittlere** solare Einstrahlung, ca. 1000 W/m² **peak** (75% von AM0-Wert), Solarmodul-Wirkungsgrad ca. 15%.
- Mittlere / peak Leistung/Modulfläche: $600 \cdot 0.15 = 90 \text{ W/m}^2$ / 150 Wp/m^2
- **Typischer Solarpark**:
Peak-Leistung/Grundfläche: $\approx 60 \text{ Wp/m}^2$
(z. B.: 145 MWp, 240 ha, *Neu-Hardenberg*)
- Jahresertrag/Grundfläche (1000 Voll-Laststunden bezogen auf Peakleistung):
 $(1000 \text{ h/a}) \cdot (60 \text{ Wp/m}^2) = 60 \text{ kWh/(m}^2 \cdot \text{a)}$
- **Installierte PV-Anlagen in *Deutschland* (2020)**: ca. 54 GWp!
2016: 41.3 GWp, erzeugte el. Energie über PV: 38.2 TWh: entspricht **925 Volllaststunden/a**:

$$t_{\text{Nutz}} = 38.2 \cdot 10^{12} \text{ Wh} / 41.3 \cdot 10^9 \text{ W} = 925 \text{ h}$$

T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Photovoltaik-Hochrechnung für *Deutschland*

- *Deutschland*: 2019, Primärenergiebedarf 12.8 EJ, Bruttostromverbrauch 564 TWh = 2.0 EJ
- Angenommen, man könnte die PV-Energie jederzeit speichern:

PV-Potential für *Deutschland* (Bundesfläche: 357 375 km², 925 Volllaststunden)

- **Ertrag** je m² bei derzeitigen Solarparks: 60 Wp/m²:

$$W = 60 \cdot 357375 \cdot 10^6 \cdot 925 \cdot 3600 = 71.4 \text{ EJ}$$

$$\frac{71.4}{12.8} = 5.6$$

$$\frac{71.4}{2.0} = 35.7$$

Annahme: PV-Energie deckt

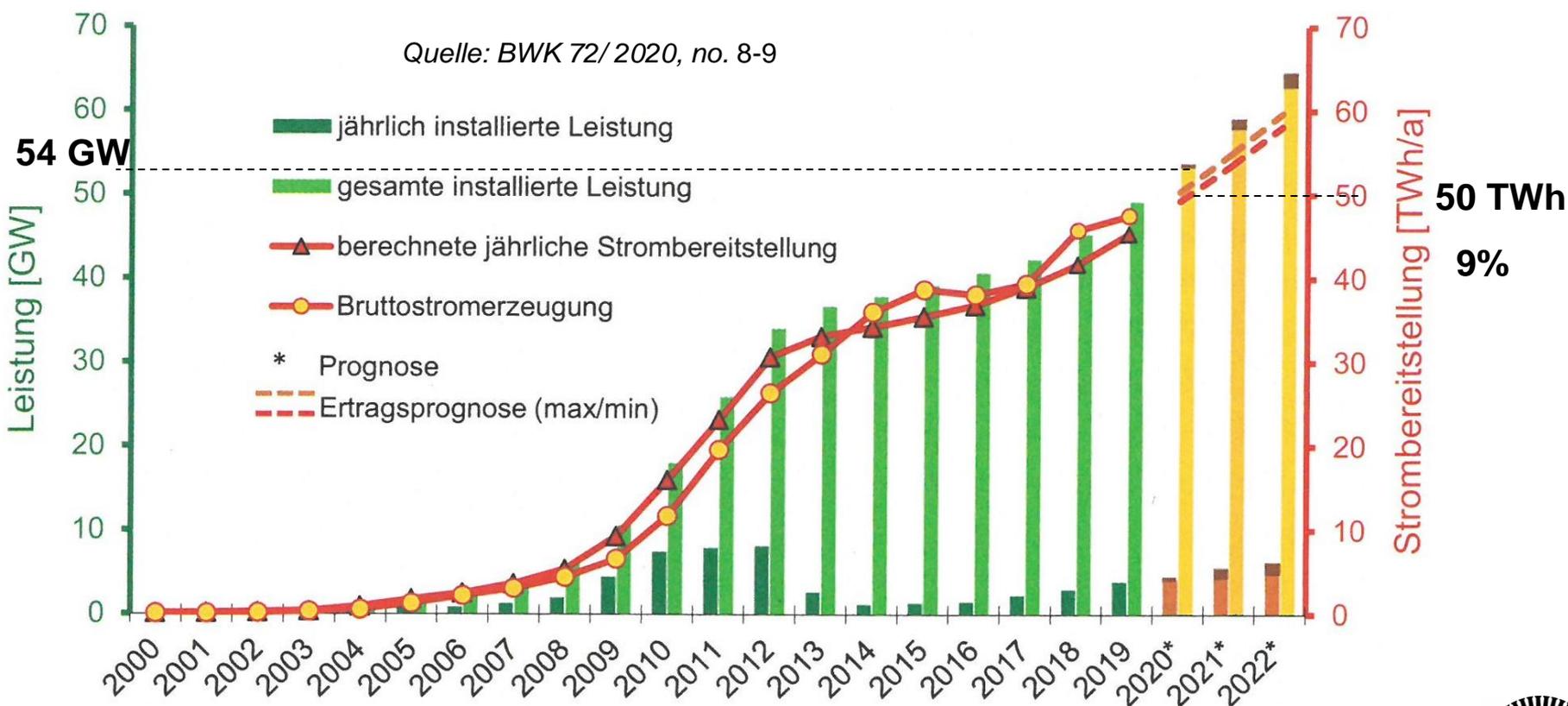
- a) Primärenergiebedarf \Rightarrow Flächenbedarf $1/5.6 = 18\%$
- b) Bruttostromverbrauch: Flächenbedarf $1/35.7 = 2.8\%$

- Natürlich ist Flächenbedarf 18% und selbst 2.8% der Bundesfläche **unrealistisch HOCH**.
- Daher: PV-Nutzung auf Dächern, Randflächen zu Autobahnen etc. **wird umgesetzt**.
- **Speicherung IN GROSSEM MASSSTAB** ist zur Zeit noch **völlig ungenügend realisiert**.

T4.5 Photovoltaik-Anlagen

Photovoltaik in Deutschland

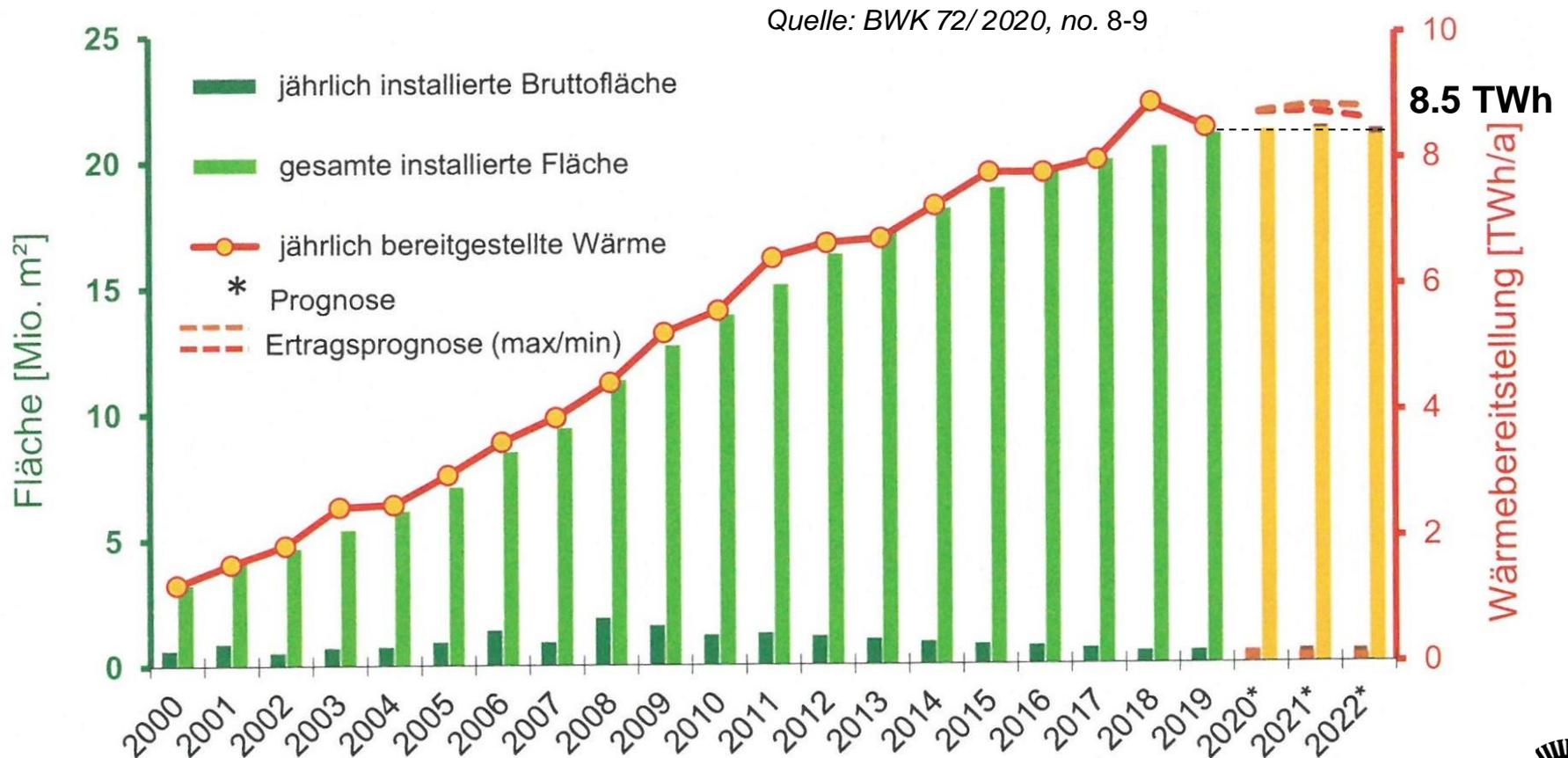
- Direkte Umwandlung von Sonnenlicht in el. Energie in Photodioden („Solarzellen“).
- Großer Ausbau an PV-Anlagen in den letzten Jahren als Beitrag zur „Energiewende“.



T4.5 Photovoltaik-Anlagen zum Vergleich: Solarthermische Wärmebereitstellung aus Kollektoren, *Deutschland*



- Flach- und Röhren-Kollektoren: Warmwasserbereitung: Nur 17% der PV-Energie!



T4 Solarzellen

Zusammenfassung

- Direktumwandlung der **Strahlungsenergie der Sonne** in elektrische Energie
- Rasche Entwicklung ab ca. 1955 (USA), zunächst vor allem für die Raumfahrt (Sonnensegel)
- Begrenzter Wirkungsgrad (Si-Zellen: ca. 15 ... 20%) \Rightarrow großer Flächenbedarf, Erhöhung durch Mehrschicht-Anordnung (**Tandem**) mit unterschiedlichen Halbleitern auf ca. 40% möglich
- **Degradierung** der Solarzellen durch die solare Einstrahlung = Wirkungsgradverlust (ca. 0.5% Leistungsverlust/Jahr) über die **Lebensdauer von ca. 20 Jahren**
- Gleichspannungsquelle mit kleiner Quellenspannung ca. 0.6 V: Serienschaltung zur Spannungserhöhung, Parallelschaltung zur Stromerhöhung = **Module!**
- **Leistungselektronische Schaltungen** (Wechselrichter) nötig, um aus DC ein Dreiphasen-AC-System zu erzeugen und um MPP-Tracking durchzuführen
- **Solarthermie** (Wirkungsgrad 50% statt 15%) und **Wärmedämmung** haben im Endnutzerbereich (bezogen auf die gleiche Personenzahl) deutlich höheres Potential zur Verringerung von CO₂-Erzeugung („**Wärmewende**“)!
Hier müsste mehr installiert/investiert werden!