

## V Elektrische Energieversorgung

### V1 Grundsätzliches zum Drehstromnetz

Das symmetrische Sinus-Drehstromnetz (Namensgeber: *M. v. Dolivo-Dobrowolsky*) hat eine symmetrische Spannungseinspeisung mit drei Phasenspannungen  $\underline{U}_{L1-N}$ ,  $\underline{U}_{L2-N}$ ,  $\underline{U}_{L3-N}$  (Bild V1-1) mit gleichen Phasenspannungsamplituden mit derselben Frequenz, aber jeweils  $120^\circ$  Phasenverschiebung zueinander (Drehspannungssystem), aus symmetrisch aufgebauten Synchrongeneratoren (Bild V1-1: Generator G mit Sternschaltung seiner Statorwicklung) oder Stromrichtern. Auch die Drehstrombetriebsmittel wie z. B. Transformatoren, Freileitungen, usw. sind (in der Realität nur nahezu) symmetrisch aufgebaut. Die Belastung wie z. B. Drehstrommotoren, el. Öfen, Stromrichter, usw. sind weitgehend symmetrisch aufgebaute Drehstromverbraucher. Einphasige Wechselspannungsverbraucher werden in möglichst symmetrierter Verteilung auf die drei Phasen mit ihren Außenleitern L1, L2, L3 und dem Sternpunkt N aufgeteilt, so z. B. symmetrierte Beleuchtungsanlagen mit Leuchtstoffröhren, aber auch die Niederspannungsnetze für die Haushaltsanschlüsse. Näherungsweise sind also die Belastungsimpedanzen  $\underline{Z}_Y$  bei Sternschaltung bzw.  $\underline{Z}_\Delta$  bei Dreieckschaltung in allen drei Strängen identisch.

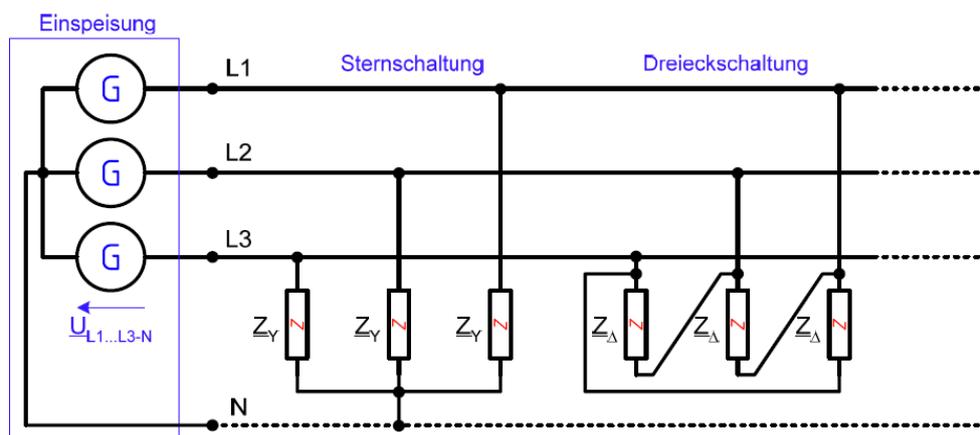


Bild V1-1: Das symmetrische Drehstromnetz mit Einspeisung und Verbrauchern (Quelle: *J. Hanson*).

Wegen der symmetrischen Dreileiteranordnung ist eine einphasige Berechnung möglich durch Netzumwandeln. Es wird der bei symmetrischer Anordnung stets stromlose Neutralleiter als fiktiver Rückleiter eingeführt, auch wenn bei Y-Schaltung der Verbraucher-Sternpunkt nicht angeschlossen ist. Bei Dreieckschaltung wird diese in eine Sternschaltung umgerechnet. Die Rechnung erfolgt z. B. mit der Phasenspannung  $\underline{U}_{L1-N}$  und ergibt den Phasenstrom  $\underline{I}_{L1}$ . Die anderen beiden Phasen haben identische um  $120^\circ$  und  $240^\circ$  phasenversetzte Ergebnisse.

**Beispiel VI.-1:** *Ohm'scher Verbraucher mit verlustloser Leitung zum Generator. Die Generatorwicklungsinduktivität und die Leitungsinduktivität sind zusammengefasst. Zusätzlich tritt eine Leitungskapazität auf (Bild V1-2a).*

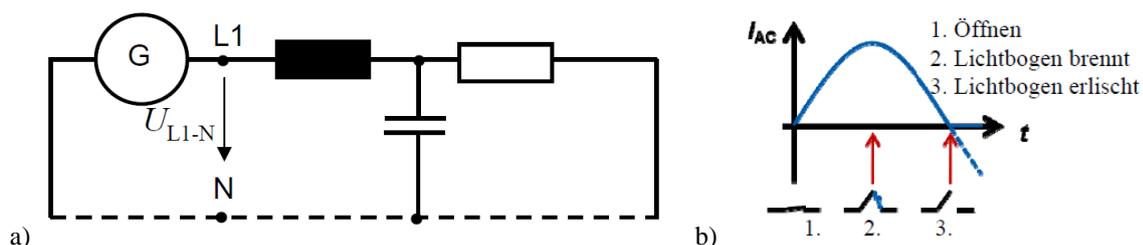


Bild V1-2: a) Einphasiges Ersatzschaltbild zu einem symmetrischen Drehstromnetz mit *ohm'schem* Verbraucher, b) Wechselstromschalter und Lichtbogenlöschung.

- Die Wahl der Frequenz  $f = 50$  Hz bzw. 60 Hz erfolgte als „mittlere Frequenz“ für die
- Obergrenze: Nicht zu schnell drehende E-Maschinen (= nicht zu hohe Fliehkraft!), wobei sich bei 2-poligen Maschinen die max. Drehzahl am Netz zu  $n_{\max} = 3000/\text{min}$  bzw. 3600/min ergibt.
  - Untergrenze, damit die Transformatoren nicht zu groß sind. Die induzierte Spannung je Windung ist  $\hat{U}_i = -j \cdot 2\pi \cdot f \cdot B_k \cdot A_k$ . Da die Transformatorkernflussdichte wegen der Eisensättigung auf  $B_{\text{Fe}} = B_k = 1.7 \dots 1.8$  T begrenzt ist, wäre bei zu kleiner Frequenz  $f$  das Eisenvolumen (proportional zu  $A_k$ : Eisenkern-Querschnittsfläche) zu groß.

Vorteile der symmetrischen Drehstromtechnik sind durch das Arbeiten mit Wechselgrößen

- die Spannungs-Hoch-Transformation (Strom klein!) über mehrschlenkige Transformatoren zur Verringerung der Übertragungsverluste auf ca. 5 % der übertragenen Leistung,
- die einfachere Schaltertechnik, denn die Lichtbogenlöschung gelingt leichter dank der natürlichen Stromnulldurchgänge des Wechselstroms (Bild V1-2b),
- die Verwendung des Drehfeldprinzips, das robuste Drehstrom-Asynchronmotoren und Synchronmotoren erlaubt.
- auf Grund der *Kirchhoff'schen* Knotenregel im Sternpunkt  $I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = 0$  die Leitermaterialersparnis, da kein Neutralleiter notwendig ist,
- die zeitlich konstante Drehstrom-Wirkleistung  $P$ .

Weitere Vorteile:

- Bei Unterbrechung eines der drei Leiter z. B. L1, können die beiden verbleibenden Leiter weiterhin betrieben werden als „einphasiger“ Betrieb zwischen z. B. L2 und L3, was eine Verbesserung der Netzstabilität ergibt.
- Die galvanische Netztrennung durch die potentialtrennenden Transformatoren führt zu einer Begrenzung von unerwünschten Störströmen.

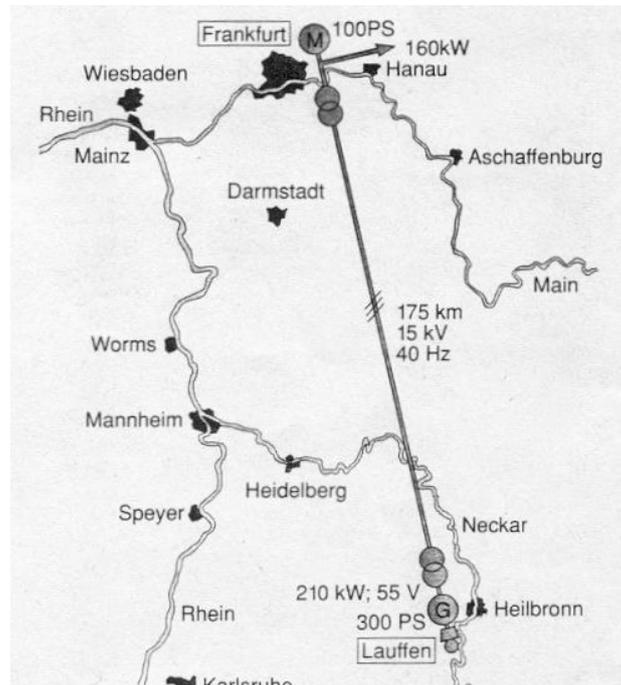
Das Drehstromnetz hat sich ab etwa 1900 rasant entwickelt, wobei von Anfang an eine verbrauchsnahe Drehstromerzeugung mit Kraftwerken in Großverbrauchernähe stattfand, um kurze Übertragungsleitungen zu haben. Der Primärenergietransport für weite Strecken mit z. B. Steinkohle oder Erdgas ist nämlich wirtschaftlicher als der Stromtransport mit der Freileitung oder dem Kabel. Durch die relativ kurzen Übertragungsleitungen entstehen keine Probleme durch die stehenden elektromagnetischen Wellen. So ergaben sich regionale Netz-Teilsysteme. Daher wird bisher die Lastführung des elektrischen DS-Versorgungssystems so realisiert, dass der Lastausgleich (Einspeiseleistung = Verbraucherleistung) fast ausschließlich auf der Erzeugungsseite erfolgt. Die Erzeugung folgt der Verbraucherlast durch Nachführen der Kraftwerksleistung. Eine nötige Energiespeicherung erfolgt bevorzugt auf der Primärenergie-seite, so z. B. Erdgasspeicher, Kohlebunker und Erdöltanks.

## V2 Struktur der öffentlichen Elektrizitätsversorgung

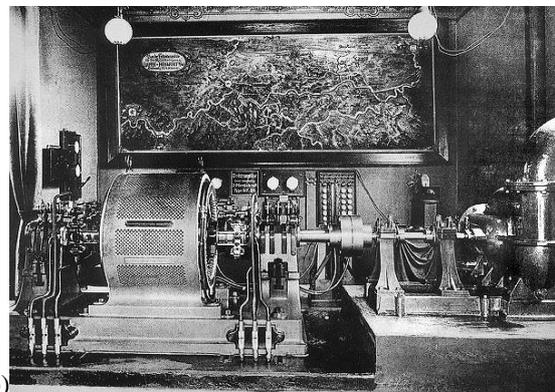
### V2.1 Drehstromnetz

Weltweit erfolgte 1891 die erste Drehstromübertragung im damaligen deutschen Kaiserreich von *Lauffen am Neckar* nach *Frankfurt/Main* (Bild V2.1-1). Anlass für ihre Errichtung war die damalige „Internationale Elektrotechnische Ausstellung“ in *Frankfurt/M.* in der Nähe des heutigen Hauptbahnhofs. Ein neues Wasserkraftwerk  $P_N = 210$  kW in *Lauffen/Neckar* wurde betrieben mit  $f_N = 40$  Hz,  $U_N = 15$  kV (effektiv). Eine Drehstromfreileitung mit einer Übertragungslänge 175 km und (relativ hohen) Übertragungsverlusten von ca. 25 % (wegen der damals zu niedrig gewählten Spannung 15 kV) wurde auf Anregung von *Oskar v. Miller*

durch *Ch. Brown* und *M. v. Dolivo-Dobrowolsky* als leitende Ingenieure von den Firmen *Oerlikon/Zürich* und *AEG/Berlin* gebaut (Bild V2.1-2).



**Bild V2.1-1:** Erste Drehstromübertragung der Welt von *Lauffen* nach *Frankfurt/M.* Einspeisung: 210 kW, Nutzung in *Frankfurt* nur 160 kW, da die Leitungsverluste mit 25 % noch zu hoch waren (Quelle: *Wikipedia.de*).



a)

b)

**Bild V2.1-2:** a) 1891: Kraftwerk *Lauffen*: Klauenpol-Synchrongenerator der *Fa. Oerlikon, Ch. Brown*, b) Schleifringläufer-Asynchronmotor der *Fa. AEG, M. v. Dolivo-Dobrowolsky*, der in *Frankfurt/M.* mit dem Strom aus *Lauffen* angetrieben wurde, um über eine Pumpe einen künstlichen Wasserfall zu betreiben (*Wikipedia.de*).

Im Drehstromnetz ist die konstant geregelte Netzfrequenz  $f$  die systemweite Führungsgröße. Sie wird erreicht durch ein **Wirkleistungsgleichgewicht** zwischen Leistungsangebot und Leistungsnachfrage über die Kraftwerksturbinenregelung der Turbinenleistung  $P$ . Dies zeigt die „Stromwaage“ in Bild V2.1-3b schematisch: Ist der el. Verbrauch (Netzlast  $P$ ) zu groß, werden die  $2p$ -poligen Generatoren durch zu hohen Statorstrom mit einem zu hohen el.-magn. Drehmoment belastet; dadurch sinkt die Drehzahl  $n$  des Turbinen-Generator-Satzes und damit die vom Generator erzeugte Netzfrequenz  $f = n \cdot p$ . Umgekehrt steigt die Netzfrequenz  $f$  ohne Wirkleistungsregelung, wenn die Netzlast  $P$  zu klein ist. Die konstante Phasenspannung  $U_s$  wird durch die **Blindleistungsregelung**  $Q$  über den Erregerstrom  $I_f$  in der Erregerwicklung der Synchrongeneratoren erreicht. Sinkt z. B. bei konstantem Strangstrom-Effektivwert  $I_s$  der Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen  $\underline{I}_s$  und  $\underline{U}_s$  (Übergang von 1 nach 2), so bleibt  $U_s$  nur konstant, wenn

die Polradspannung  $U_p$  entsprechend erhöht wird. Diese Erhöhung erfolgt durch Erhöhung von  $I_f$ , wie Bild V2.1-3a für einen verlustlosen Vollpol-Synchrongenerator ( $R_s = 0$ ) mit der Synchronreaktanz  $X_d$  zeigt.



Bild V2.1-3: a) Blindleistungsänderung von Zustand 1 nach 2 bei  $U_s = \text{konst.}$  über Verstellung (hier: Erhöhung) des Generator-Erregerstroms  $I_f$ , b) „Stromwaage“ zur Abhängigkeit der Netzfrequenz von der Wirklastdifferenz zwischen Angebot (el. Energieerzeugung) und Nachfrage (el. Energienutzung) (Quelle: J. Hanson).

Diese **Netzregelung** wird in *Deutschland* als Netzregelverbund durchgeführt mit vier Regelzonen, in denen jeweils ein Übertragungsnetzbetreiber (2022: *Amprion, Tennet, 50hertz, Transnet BW*, Bild V2.1-4) die Verantwortung für das Gleichgewicht von Wirkleistungs-Ein- und Ausspeisungen  $P$  im Übertragungsnetz der Höchstspannungsebene 220 kV ...380 kV hat. So entscheidet z. B. *Amprion* in seiner Leitstelle in *Brauweiler* bei *Köln* über den Einsatz von bis zu 65 GW, davon ca. 22 GW regenerativ erzeugt. Für die Regelung der „Stromwaage“ existiert in *Deutschland* eine gesamte Regelleistung mit Vorhaltung einer Reserve von 7 GW positiver **Regelleistung** als zusätzliche Leistung für den Engpassfall. Es können kurzfristig aber auch 5.5 GW negativer Regelleistung verwirklicht werden durch

- Senkung der el. Energieerzeugung in den Kraftwerken,
- künstliche Erhöhung des Verbrauchs z. B. durch die Inbetriebnahme von Pumpspeicherkraftwerken im Pumpbetrieb.

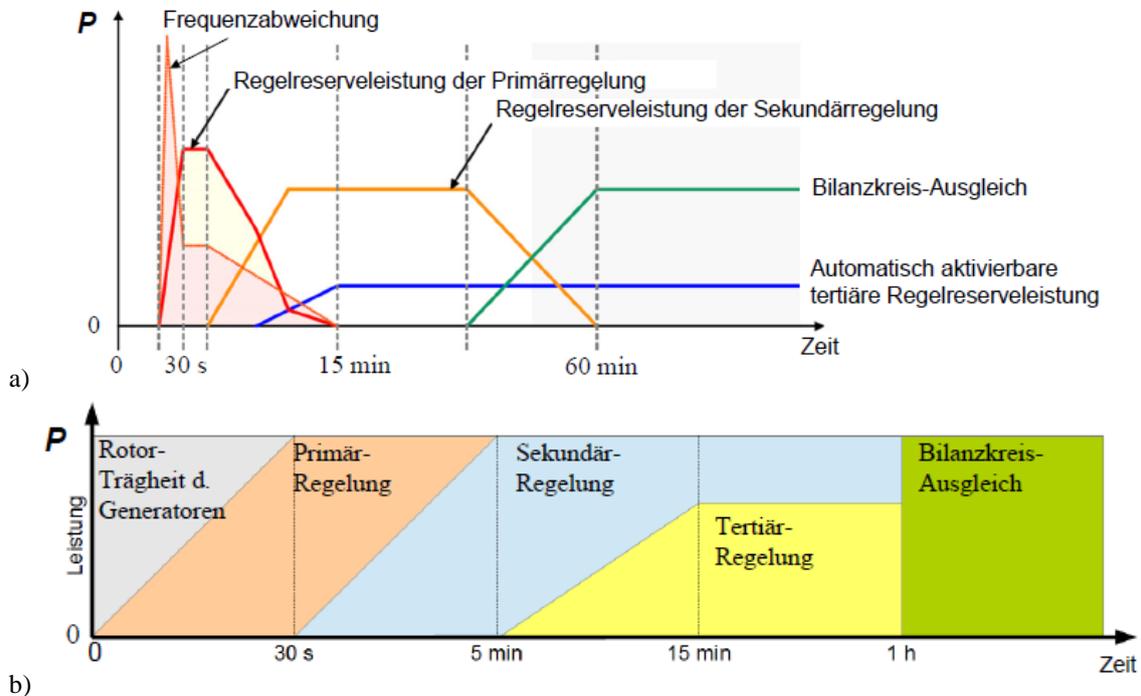


Bild V2.1-4: Die vier *deutschen* Übertragungsnetzbetreiber mit ihren Regelzonen (Quelle: J. Hanson).

Die **Kosten** für die Bereitstellung dieser Regelleistung durch die dafür verantwortlichen Betreiber betragen ca. 40 % des gesamten Übertragungsnetzentgelts. In *Deutschland* existiert ein 50 Hz-Netz. Ein Betrieb bis 49.8 Hz ist stabil möglich, bei weiterer Frequenzabsenkung erfolgt zeitlich verzögerte Abschaltung von Verbrauchern, wenn keine positive Regelleistung

mehr zur Verfügung steht. Unter 49 Hz erfolgt unverzügerte Abschaltung, unter 48 Hz werden alle Verbraucher in der betreffenden **Regelzone** abgeschaltet, unter 47.5 Hz erfolgt auch eine Kraftwerksabschaltung. Dies ist deshalb der Fall, weil bei dieser niedrigen Drehzahl der Synchrongeneratoren die Nähe einer Biegeeigenfrequenz der axial langen, zweipoligen Turbogeneratoren erreicht wird (Gefahr der Schwingungsresonanz!).

Das Prinzip der Netzregelung der UCTE (Union for the Co-ordination of Transmission of Electricity) erfolgt in **drei Stufen** (Bild V2.1-5).



**Bild V2.1-5:** Das Prinzip der Netzregelung gemäß *UCTE Operation Handbook – Policy 1: Load-Frequency Control - Final Version*: a) Wirkleistungs-Zeit-Profil, b) Abfolge der Regeleinriffe (Quelle: *Wikipedia.de*).

Wenn die Frequenzabweichung klein ist ( $\Delta f < 10$  mHz), erfolgt i. A. keine Aktivierung der Regelung. Man verbleibt im **Frequenz-„Totband“**  $50 \text{ Hz} \pm 10 \text{ mHz}$ . Eine Glättung der Drehzahl- und damit der  $f$ -Schwankung erfolgt durch die Rotationsträgheit  $J$  der Generatoren und Turbinen (= *Momentanreserve*). Bei Überschreiten des Totbands erfolgt in der ersten Stufe (**Primärregelung**) über einen Proportionalregler die Wirkleistungsveränderung z. B. über mehr Dampfzufuhr in der Dampfturbine (*Curtis-Regelstufe* in der Dampfturbine über Dampfvorhaltung, Kap. P). Dies erlaubt eine schnelle Drehzahlregelung im Zeitbereich  $< 30$  s der Turbinen und gekuppelten elektrischen Generatoren der beteiligten Regelkraftwerke. Reicht dies nicht, so erfolgt mit der **Sekundärregelung** über einen Proportional-Integral-Regler innerhalb von 5 min. ein Abrufen der u. U. vollen Regelleistung. Die Erhaltung der Frequenzstabilität innerhalb einer Regelzone wird so durch z. B. Pumpspeicherkraftwerke oder GuD- und Steinkohlekraftwerke durch thermische Leistungsveränderung erreicht. Reicht dies nicht, so erfolgt als dritte Stufe die **Tertiärregelung** (Minutenreserve) mit einem Proportional-Integral-Regler, so dass innerhalb von 15 min. u. U. die volle Reserveleistung abgerufen werden kann. Dies erfolgt mit einer wirtschaftlichen Betriebsoptimierung durch automatisches Abrufen zusätzlicher Kraftwerksleistung (z. B. Gasturbinen-KW) ( $P \uparrow$ ) oder durch „Herunterfahren“ von thermischen Kraftwerksblöcken und Pumpspeicher-KW ( $P \downarrow$ ).

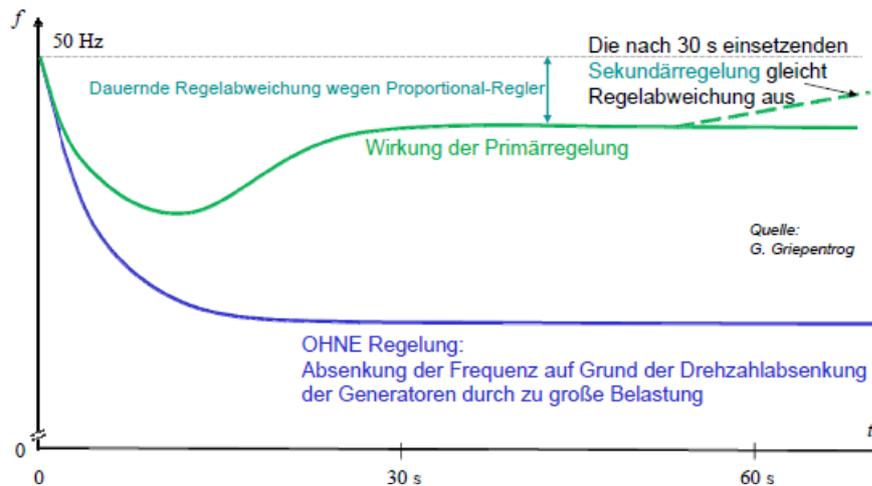


Bild V2.1-6: Beispiel: Netzfrequenzänderung nach einer Netzlasterhöhung a) OHNE Regelung, b) MIT Wirkung der Primär- und Sekundärregelung.

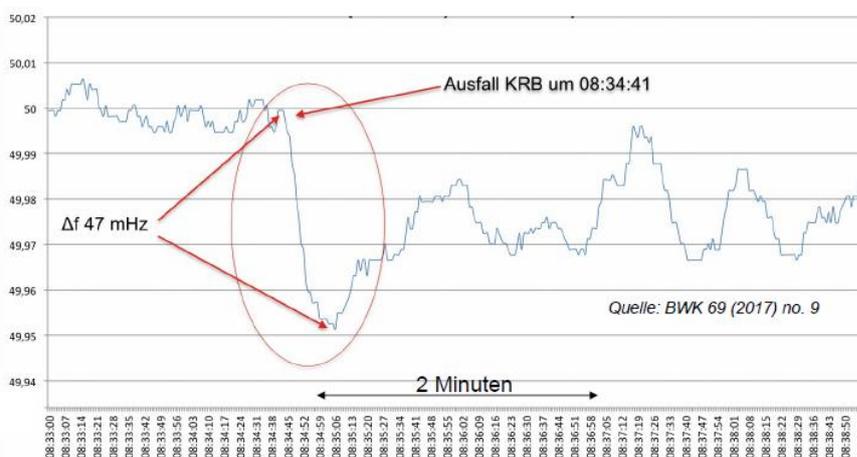


Bild V2.1-7: Beispiel: Netzfrequenzänderung nach Schnellabschaltung infolge einer Störung in der Druckluftversorgung eines Kernkraftwerksblocks C (KRB) des KKW's *Gundremmingen* (25.3.2015). Dies führte zu einer Reaktorschnellabschaltung und damit zu einem ungeplanten Ausfall des KKW-Blocks (KRB). Es fehlten damit 1.29 GW, was zu einer ungewollten Frequenzabsenkung im Netz um 47 mHz mit -4.5 mHz/s führte, so dass ein Eingriff der Netzregelung nötig war (Quelle: *Wikipedia.de*).

Als **Netzlast** wird die Summe aller bekannten Kraftwerkseinspeisungen in einer Regelzone (zuzüglich der Importe, abzüglich der Exporte) bezeichnet. Die Netzlast gibt entweder die momentane Netzauslastung oder eine durchschnittliche Auslastung über einen festgelegten Zeitraum (z. B. Stunden, Tage, Wochen) in einem elektrischen Netz an.

Die Netz-„**Spitzenlast**“ tritt in *Deutschland* typisch im Winter zwischen 11 ... 14 Uhr auf und betrug 2020 bis zu 82 GW. Die **Residuallast** ist die verbleibende Netzlast nach Abzug der el. Einspeisung der regenerativen volatilen Energiequellen aus Windkraft und Photovoltaik. Die Differenz zwischen Maximalwert und Minimalwert der Einspeisung aus volatilen Quellen betrug z. B. 2018 in *Deutschland* maximal 70 GW. Die installierte Kraftwerksleistung (2020) betrug 214 GW, davon 127.7 GW (60 %) regenerativ, die Bruttostromerzeugung (2020) 564 TWh, davon 256 TWh regenerativ (45 %), die Voll-

laststundenzahl somit  $t_{\text{Nutz}} = \frac{564 \text{ TWh}}{214 \text{ GW}} = 2636 \text{ h}$ . Eine Übersicht über die „konventionellen Kraftwerke“ (nicht-regenerativ) mit Bemessungsleistungen > 10 MW in *Deutschland* 2018 zeigt Bild V2.1-8.

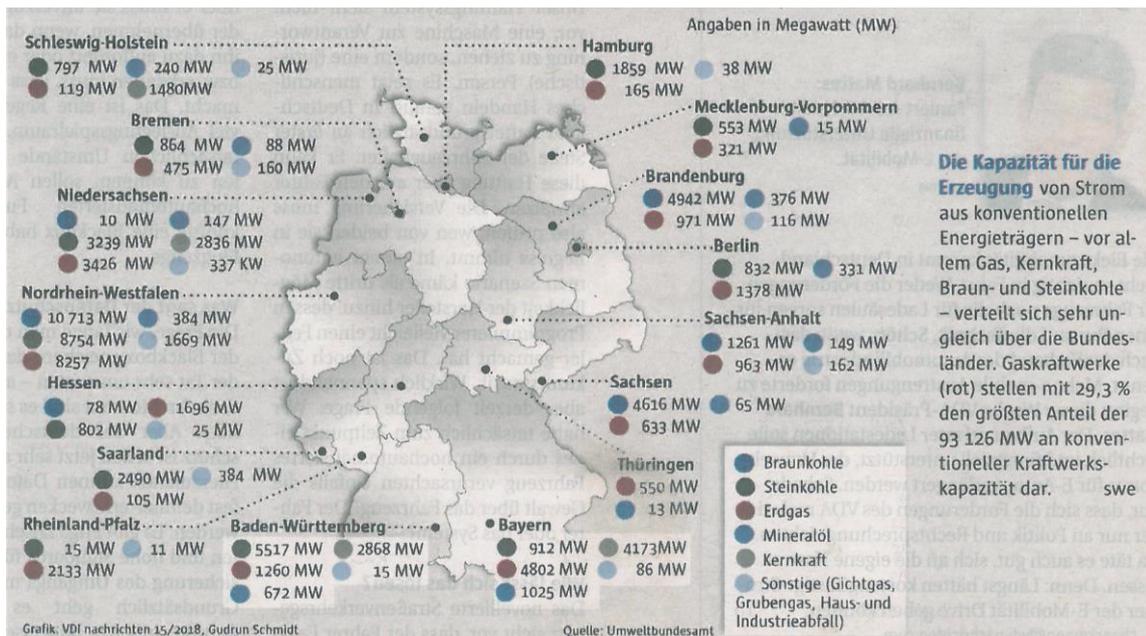


Bild V2.1-8: Die Verteilung der konventionellen Kraftwerke über Deutschland ist wegen der unterschiedlichen Ballungszentren ungleichmäßig (Quelle: Deutsches Umweltbundesamt).

Die **mittlere Pro-Kopf-Verbrauchsichte p. a.** ist die genutzte elektrische Energie pro Person und Jahr und ist für Deutschland mit einer Fläche  $A = 357\,000\text{ km}^2$  und einer Einwohnerzahl 2020 von  $E = 83.2\text{ Mio.}$  bei einem Nettostromverbrauch von  $W = 488\text{ TWh}$ :

$W / E = 5865\text{ kWh}/(\text{Person}\cdot\text{Jahr})$ . Die **Lastspitze pro Kopf** betrug in Deutschland 2020 bei einer Spitzenlast von  $P = 82\text{ GW}$  ca.  $P/E = 0.99\text{ kW}/\text{Person}$ . Die **mittlere Lastdichte** für ganz Deutschland ist die elektrische Spitzenleistung pro Gesamtfläche  $P/A = 0.23\text{ MW}/\text{km}^2$ . Sie ist in Ballungszentren deutlich höher (ca. 100-fach), wie Tab. V2.1-1 für typische Werte in Westeuropa zeigt.

Gesamtfläche	Ballungsgebiete	Kerngebiete der Ballungsräume
0.25 MW / km <sup>2</sup>	≈ 2.5 MW / km <sup>2</sup>	≈ 25 MW / km <sup>2</sup>
1 %	10 %	100 %

Tabelle V2.1-1: Typische Lastdichten in Westeuropa (Quelle: Oeding, D.; Stenzel, J. et al.: Energieversorgung).

### V2.2 Spannungsebenen

Folgende Spannungsbegriffe werden unterschieden:

Die **Nennspannung  $U_N$  (oder  $U_n$ )** ist die maßgebliche Spannung für die Benennung des Betriebsmittels (z. B. einer Freileitung im 380 kV-Netz oder eines Kabels als 10 kV-Kabel) und wird als Bezugswert für die p.-u.-Rechnung verwendet.

Die **Bemessungsspannung  $U_r$**  ist die Auslegungsspannung für ein Betriebsmittel. So ist z. B. ein Kabel bei  $U_N = 10\text{ kV}$  mit  $U_r = 10.5\text{ kV}$  bemessen. Anmerkung: Bei E-Maschinen ist  $U_r$  identisch mit  $U_N$ !

Die **maximal dauernd zulässige Spannung  $U_m$**  ist jene (Über-)Spannung, mit der das Betriebsmittel dauernd betrieben werden darf; z. B. eine Freileitung mit  $U_m = 246\text{ kV}$  bei einer Nennspannung  $U_N = 220\text{ kV}$ .

Mit der **Betriebsspannung  $U_b$**  darf das Betriebsmittel betrieben werden; z. B. eine 220 kV-Freileitung mit  $0.9 \dots 1.118\text{ p. u.}$ , das sind  $198\text{ kV} \leq U_b \leq 246\text{ kV}$ .

$U_n / \text{kV}$	10	20	30	60	110	154	220	380
$U_m / \text{kV}$	12	24	36	72.5	123	170	246	399

$U_m = 1.2 \cdot U_N$ 
 $U_m = 1.118 \cdot U_N$ 
 $U_m = 1.05 \cdot U_N$

Tabelle V2.2-1: Nenn- und Maximal-Netzspannungen für Normalbetrieb (Effektivwert, verkettet) (Quelle: Hanson, J.).

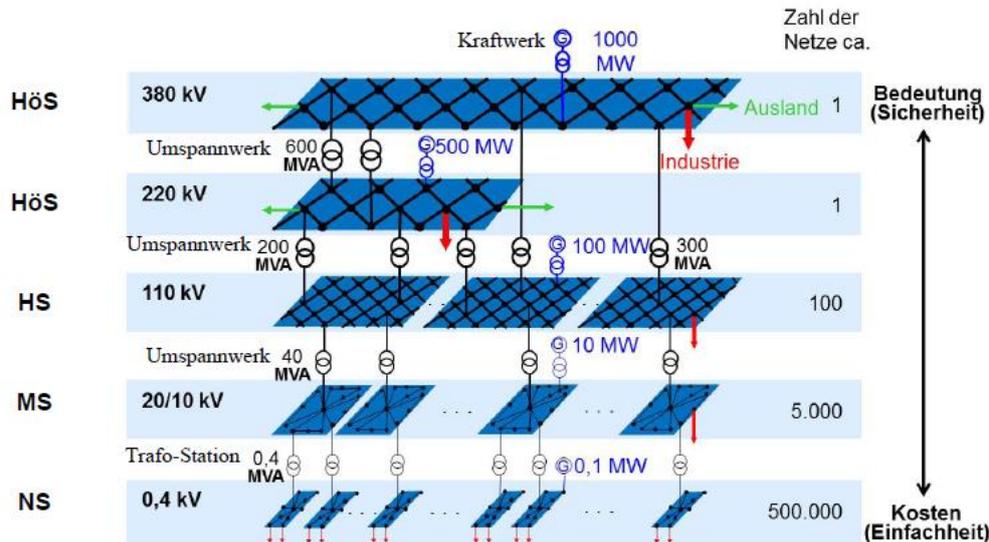


Bild V2.2-1: Dreiphasige Netzebenen und Spannungsebenen in Deutschland (Quelle: Wikipedia.de): NS: Niederspannungsnetz, MS: Mittelspannungsnetz, HS: Hochspannungsnetz, HöS: Höchstspannungsnetz.

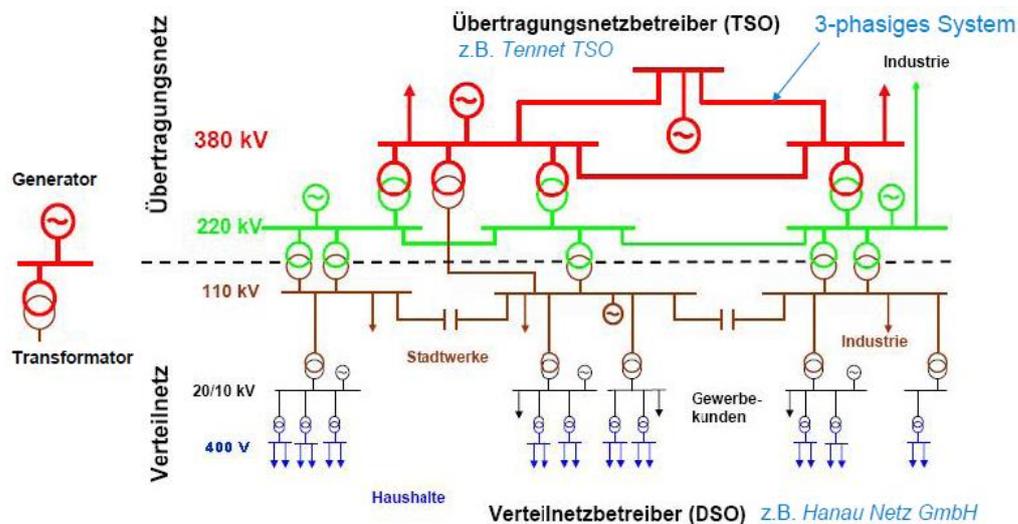


Bild V2.2-2: Beispielhafte dreiphasige Netzstruktur und zugehörige Spannungsebenen in Deutschland (TSO: Transmission System Operator, DSO: Distribution System Operator) (Quelle: RWE).

Laut Norm DIN VDE 0105-100 werden Nieder- und Hochspannung unterschieden. Bei Wechselspannung wird jeder Spannungseffektivwert  $> 1 \text{ kV}$ , AC, als Hochspannung bezeichnet. Für den Netzbetrieb werden die Netze aber wie folgt bezeichnet (Bild V2.2-1):

Das **Höchstspannungsnetz (HöS)** umfasst in *Westeuropa* wegen der großen zu übertragenden Leistungen meist die Spannungsebenen 220 kV oder 380 kV, während es in *Kanada* und *USA* wegen der größeren zu verbindenden Distanzen und damit Leitungslängen 735 kV und 765 kV sind. In *Russland* besteht ein 750-kV-Netz. In der Vergangenheit war sogar als Ausnahme eine 1150-kV-Leitung in *Kasachstan* in Betrieb, die derzeit aber nur mit 400 kV betrieben wird.

**Hochspannungsnetze (HS)** sind im Sinn der Netzbetreiber Spannungsebenen von 60 kV ... 150 kV, wobei in *Deutschland* und *Österreich* meist 110 kV gemeint sind.

**Mittelspannungsnetze (MS)** umfassen in *Deutschland* und *Österreich* den MS-Bereich von 1 kV ... 35 kV. Dabei haben Netze mit hohem Freileitungsanteil typisch 20 kV ... 25 kV und Kabelnetze in städtischen Regionen häufig 10 kV.

**Niederspannungsnetze (NS)** sind in *Deutschland* und *Österreich* die Spannungsebenen 230 V einphasig und 400 V verkettet dreiphasig für Haushalte, bei Industrienetzen wegen der höheren Leistungen u. A. auch dreiphasig 500 V oder 690 V. In den *USA* sind die verkettete Dreiphasen-Niederspannung 460 V bei 60 Hz und die Einphasenspannung 240 V und 120 V. In *Deutschland* betrieben vier Übertragungsnetzbetreiber (TSO: Transmission System Operator) die HS-Ebene. Die HS-, MS- und NS-Netze werden von zahlreichen tw. lokalen Verteilnetzbetreibern (DSO: Distribution System Operator) geführt (Bild V2.2-2).

### V2.3 Netztopologien

Es werden die Netzformen „Strahlennetz“, „Ringnetz“ und „Maschennetz“ unterschieden.

**a) Strahlennetz** (Bild V2.3-1): Eine zentrale Speisestelle versorgt einzelne Stichleitungen mit strahlenförmigem Verlauf zu den einzelnen Verbrauchsstellen.

*Vorteil:* Leichte Fehlersuche, *Anwendung:* Niederspannungsnetze 400 V, typische Einheitsleistungen der Verteiltransformatoren z. B. für 10 kV/0.4 kV : 400 ... 630 kVA.

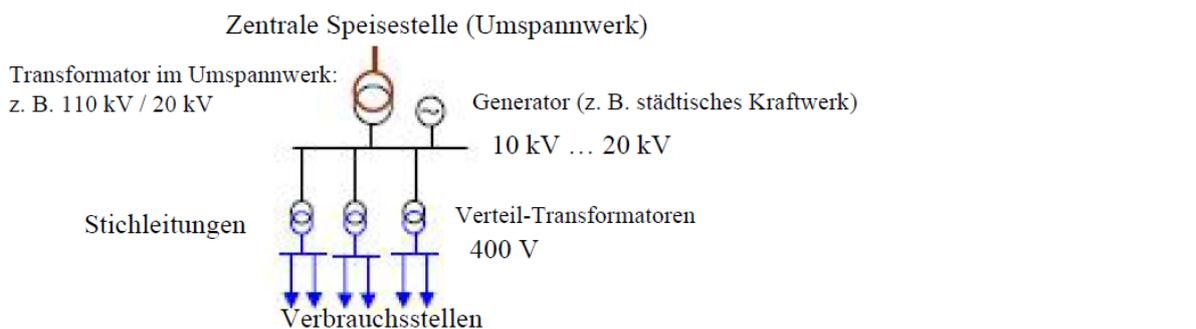


Bild V2.3-1: Beispielhafte Strahlennetzstruktur (Quelle: RWE).

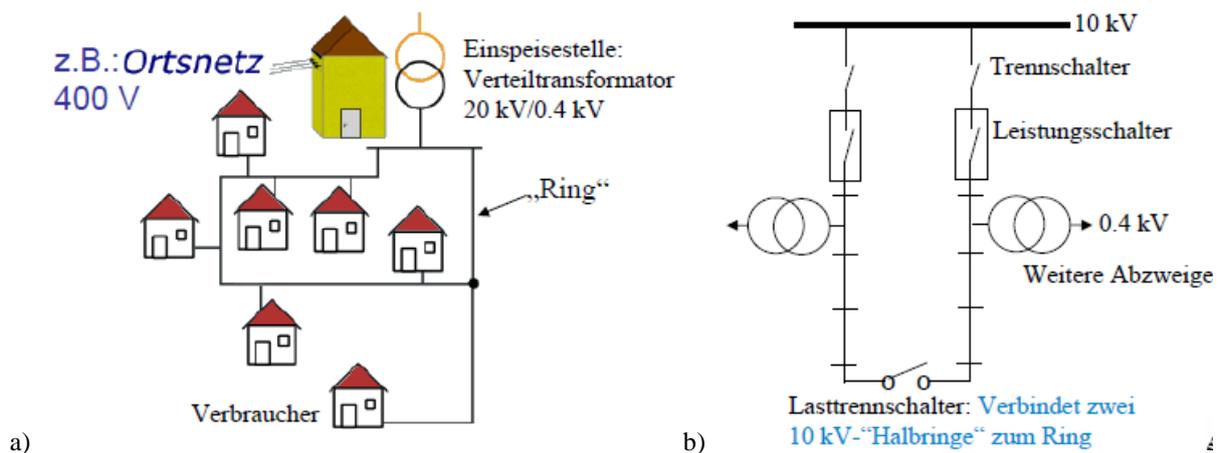


Bild V2.3-2: a) Beispielhafte Ringnetzstruktur (Quelle: Riepel, S.; Wikimedia), b) Halbring-Struktur zum Auftrennen eines Rings z. B. bei Fehlersuche.

**b) Ringnetz** (Bild V2.3-2): Die Einspeisung erfolgt aus einer oder mehreren Stellen, wobei die Versorgung der einzelnen Verbraucher mit ringförmiger Leitung durchgeführt wird.

*Vorteil:* Verbraucher kann von zwei Seiten über den Ring versorgt werden,

*Anwendung:* Größere Niederspannungsnetze 400 V, Mittelspannungsnetze 10 kV ... 30 kV, 110-kV-Verteilnetzebene mit mehreren untergeordneten Umspannwerken.

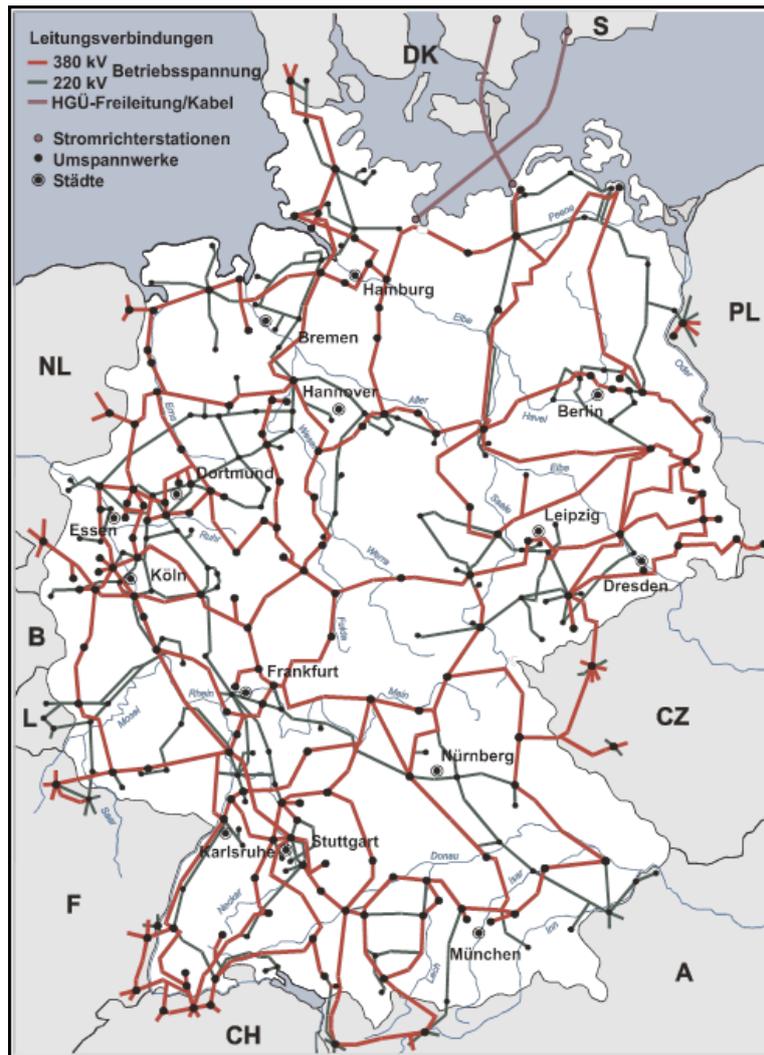


Bild V2.3-3: Deutsches vermaschtes Höchstspannungsnetz 380-kV- und 220-kV-Netz (Quelle: Wikipedia.de).

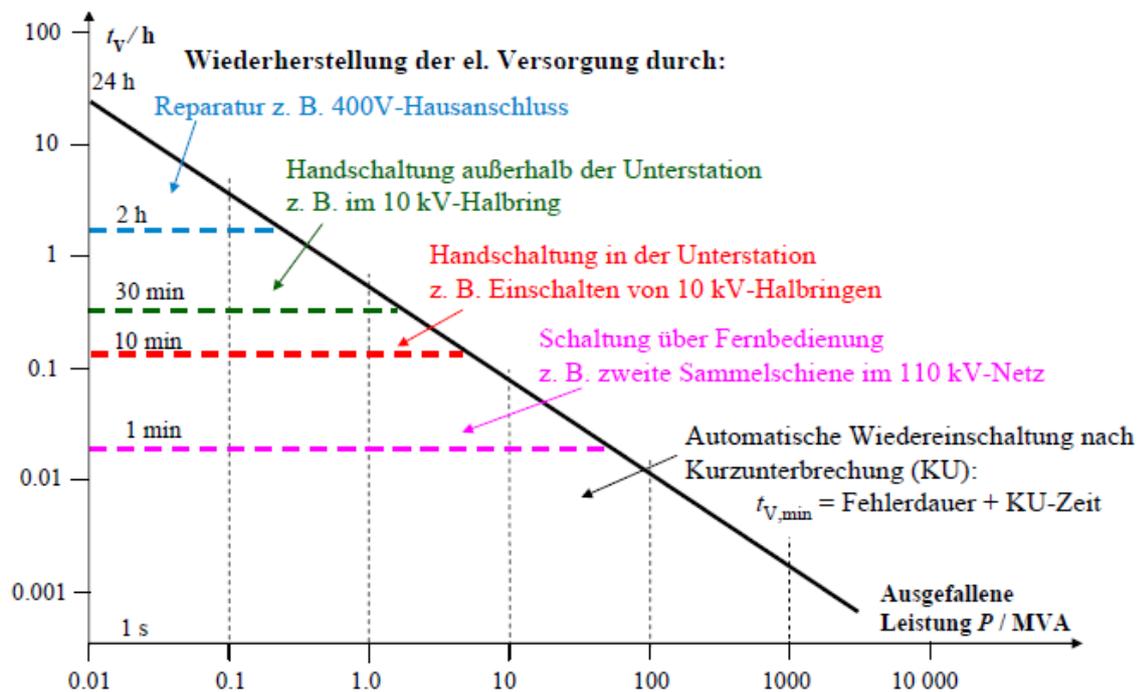


Bild V2.3-4: Zumutbare Wiederversorgungszeit  $t_v$  nach Netzfehler (Quelle: Oeding, D., Stenzel, J.: Energieversorgung, Fa. BBC, heute: ABB).

c) **Maschennetz** (Bild V2.3-3) ist ein verallgemeinertes Ringnetz, das an mehreren Punkten gespeist wird. Die Verbraucher verteilen sich im Netz, das über mehrere Knoten und Zweige verfügt. Die Speisung einzelner Verbraucher erfolgt über zwei oder mehr Leitungen.

*Vorteil:* Hohe Versorgungssicherheit,

*Nachteil:* Komplexer Netzschutz,

*Anwendung:* Hoch- und Höchstspannung z. B. 220-kV- und 380-kV-Ebene in *Deutschland*.

Je höher die Spannungsebene ist, desto größer ist die maximal mögliche übertragene Leistung und daher umso größer die Bedeutung für eine große Versorgungssicherheit. Deshalb steigt die **zumutbare Wiederversorgungszeit**  $t_V$  nach einem Netzfehler mit sinkender Spannungsebene (Bild V2.3-4).

## V2.4 Verbundnetz

Generell wird zwischen Verbundnetz und Inselnetz unterschieden.

Das **Verbundnetz** umfasst große, räumlich benachbarte und elektrisch verbundene Stromnetze, die eine Vielzahl von Kraftwerken und Verbrauchern aufweisen. Im Verbundnetz erfolgt die Übertragung der elektrischen Energie über größere Entfernungen, so dass hohe Betriebsspannungen (z. B. 380 kV) zur Minimierung der Übertragungsverluste nötig sind.

**Inselnetze** sind räumlich getrennte, i. A. kleine autarke Netzstrukturen wie z. B. die Netze auf den Inseln *Island*, *Zypern* usw.

In *Deutschland* betreiben die vier Übertragungsnetzbetreiber ihre vier Regelzonen gemeinsam im Verbund als **deutsches Verbundnetz** mit vielen **Vorteilen**. So ist ein Erzeugungsausgleich zwischen Kraftwerken unterschiedlicher Primärenergiebasis, Kostenstruktur und technischer Leistungsfähigkeit besser möglich. Aber auch der Ausgleich der Unterschiede im Lastkurvenverlauf zwischen den elektrischen Netzen der einzelnen Verbundunternehmen ist vorteilhaft. Der lokale Unterschied zwischen Angebot und Nachfrage von Momentanleistung kann innerhalb des Verbundnetzes besser ausgeglichen werden. Durch Leistungsaustausch zwischen Teilnetzen werden Lastschwankungen kurzfristig besser geregelt als nur durch Regelung einzelner Kraftwerke. So ergibt sich die Möglichkeit der gegenseitigen Unterstützung bei einem Störfall. Daher muss, bezogen auf die gesamte installierte Leistung, weniger Regelleistung vorgehalten werden. Das Energiesystem wird stabiler, da so Über-/Unterkapazitäten abgefangen werden. Die Zuverlässigkeit des gesamten Verbundnetzes wird gesteigert. Vorteilhaft sind auch die verminderten Investitionen in neue Erzeugungsleistungen aufgrund der Austauschmöglichkeiten.

**Nachteilig** ist aber der gesteigerte Aufwand für die Koordination und Regelung des gesamten Verbundes, um ihn stabil zu halten („Stromwaage“). Damit ist ein zentraler **Lastverteiler** nötig. In *Deutschland* existiert je Regelzone zumindest ein Lastverteiler, z. B. für *Amprion* in *Brauweiler* bei *Köln* und für *TenneT* in *Lehrte*. Die Stabilisierung des Verbundnetzes ist somit Aufgabe der Übertragungsnetzbetreiber (TSO). Die TSO kaufen el. Energie bei den „Erzeugerfirmen“ (das sind die Kraftwerksbetreiber) und verkaufen sie an die Verteilnetzbetreiber (DSO) zuzüglich der „**Netzentgelttarife**“ und einer Gewinnspanne. Diese Netzentgelttarife umfassen alle für die TSO anfallenden Kosten für Systemdienstleistungen, die letztlich die Endkunden mit der Stromrechnung bezahlen. Das sind im Einzelnen Kosten für Regelleistungsvorhaltung, Leitungsverlustenergie und Entschädigungszahlungen an die Betreiber von Wind-/PV-Kraftwerken, wenn diese wegen Leistungsüberschuss abgeregelt werden müssen, da diese auf Grund des Energie-Einspeise-Gesetzes (EEG) in jedem Fall ein Anrecht auf Vergütung haben. Weiter umfassen sie **Redispatch-Kosten**, also „Strafzahlungen“ bei einer Änderung der vereinbarten Liefermengen sowie Vorhalte- und Einsatzkosten für Reservekraftwerke.

Beispiel V2.4-1: Deutschland 2018: Netzentgelttarife als Kosten für:

Regelleistungs-Vorhaltung:	123 Mio. Euro
Leitungs-Verlustenergie:	273 Mio. Euro
Entschädigungszahlungen für Abregeln von Wind-/PV:	635 Mio. Euro
Redispatch-Kosten:	352 Mio. Euro
Reservekraftwerke - Vorhaltekosten:	330 Mio. Euro
Reservekraftwerke - Einsatzkosten:	85 Mio. Euro
Gesamtkosten der Systemdienstleistungen	1798 Mio. Euro

Entschädigungszahlungen für das Abregeln von Wind- und Photovoltaik (PV), Redispatch-Kosten und Kosten für Reservekraftwerke entstehen vor allem durch den vermehrten Einsatz der volatilen regenerativen Energiequellen Wind/PV in *Deutschland* auf Grund der „Energiewende“. Sie betragen 2018 (Bsp. V2.4-1) 1402 Mio. Euro als Mehrkosten zum Erhalt der Netzstabilität. Dies drückt sich im Strompreis für die Endkunden (Bild V2.4-1) aus. Mehr als 50 % umfassen Umsatz- und Stromsteuer, Abgaben und Umlagen (EEG-Umlage, §19 der Strom-NEV = Netzentgeltverordnung, KWKG = Kraft-Wärme-Kopplungs-Gesetz, Bodennutzungs-Konzessionen, Offshore-Umlage). Zur Förderung der regenerativen Energiequellen (Wind, PV, Biomasse, Kleinwasserkraft ...) dienen EEG- u. KWKG-Umlage.

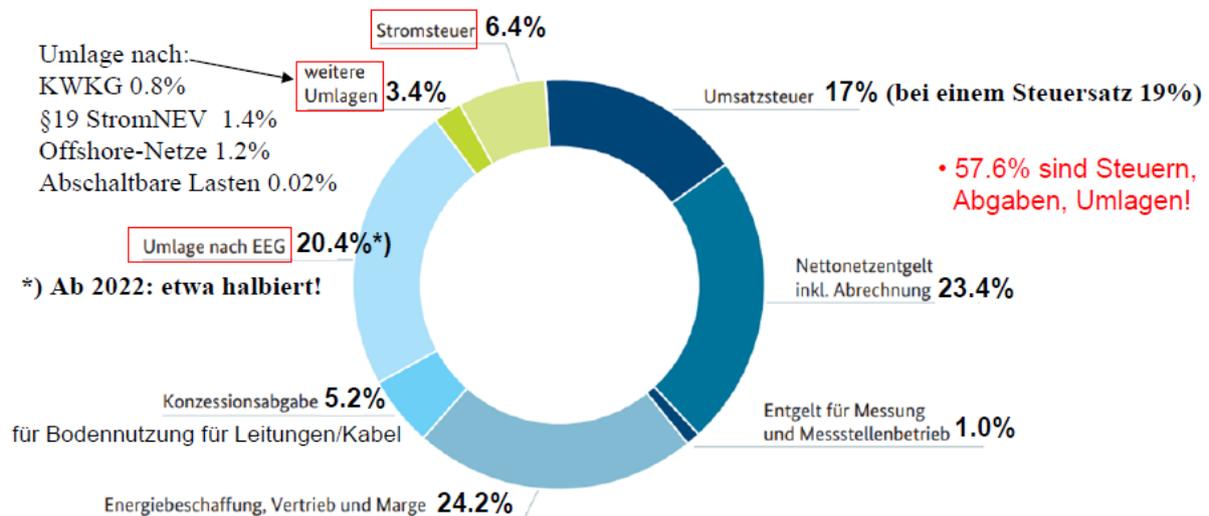


Bild V2.4-1: Zusammensetzung des durchschnittlichen Strompreises 31.97 Cent (2021) für Haushaltskunden in *Deutschland* mit einem Jahresverbrauch 2500 ... 5000 kWh je Haushalt (Quelle: Bundesnetzagentur & BDEW, in: vdi-nachrichten 43, 29.10.2021).

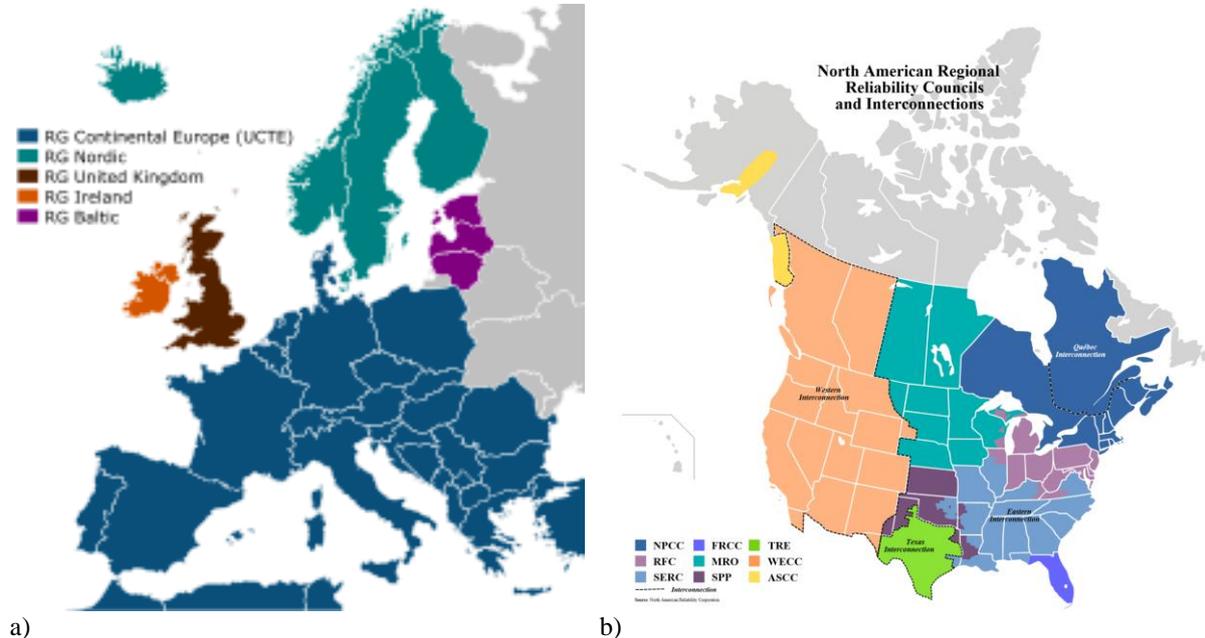
Auf europäischer Ebene existieren parallel fünf Verbundnetze mit 50 Hz (Bild V2.4-2a):

- 1) *Irland* (ATSOI, EirGrid),
- 2) *United Kingdom*: UKTSOA,  
1) + 2): 85 GW,
- 3) UCTE: Europäisches Verbundsystem (EV): 690 GW,
- 4) Baltic: IPS/UPS: *Russland, Weißrussland, Ukraine, Moldawien*, baltische Staaten: 337 GW
- 5) Nordic: NORDEL (Skandinavien, Ost-Dänemark): 93 GW.

Diese fünf Netze haben ihren eigenen Frequenzsollwert 50 Hz, der mit geringen Frequenzunterschieden auftritt, da sie nicht miteinander synchronisiert sind. Selbst bei kleinsten Frequenz-Sollwert- und Istwert-Differenzen ergibt sich nach genügend langer Zeit Phasenopposition der Spannungen. Daher dürfen diese Netze elektrisch wechselspannungsseitig nicht verbunden werden. Es sind Gleichrichterstationen und DC-Verbindungen zwischen diesen Netzen nötig. Diese hochgespannte Gleichstromübertragung (HGÜ) erfolgt mit sehr hohen Gleichspannungen, um bei den hohen Austauschleistungen den

Gleichstrom und damit Leitungsquerschnitte und Stromwärmeverluste zu begrenzen (Bild V2.3-3). Beispiele dafür sind

- zwischen NORDEL und IPS/UPS die HGÜ-Kurzkupplung *Wyborg*,
- zwischen UCTE und NORDEL mehrere -Seekabel, z. B. *NorNed*, *NordLink* ...
- zwischen UCTE und UKTSOA die beiden HGÜ *Cross-Channel* und *BritNed*,
- zwischen UKTSOA und ATSOI der *East–West Interconnector*.



a) Bild V2.4-2: a) Fünf parallel betriebene *europäische* Verbundnetze, b) *Nordamerika:* Vier parallel betriebene Verbundnetze *Quebec*, *Eastern*, *Western*, *Texas* und ein Inselnetz *Alaska* (Quelle: [Wikipedia.de](http://Wikipedia.de)).

Die **UCTE** (Union for the Co-ordination of Transmission of Electricity = Union für die Koordinierung des Transports von Elektrizität) war bis 2009 für die Koordinierung des Betriebs und die Erweiterung des gesamten europäischen Netzverbundes zuständig, mit dem insgesamt über 400 Millionen Verbraucher versorgt werden. Mitglieder waren bisher 34 Übertragungsnetzbetreiber aus 22 Ländern. Seit dem 1. Juli 2009 werden die europaweiten organisatorischen Aufgaben der UCTE vom übergeordneten Verband Europäischer Übertragungsnetzbetreiber (**ENTSO-E**, European Network of Transmission System Operators for Electricity) übernommen. Die ENTSO-E ist der Zusammenschluss von derzeit 42 Übertragungsnetzbetreibern (ÜNB, TSO) aus 35 Ländern, welche die Übertragung großer Mengen elektrischer Energie in Form von Dreiphasenwechselstrom innerhalb eines Verbundnetzes auf verschiedenen Hochspannungsleitungen der höchsten Spannungsebene betreiben. Es ist kein direkter technischer Zusammenschluss in Form eines einzigen großen Verbundnetzes, so dass die o. g. fünf Verbundnetze nebeneinander bestehen. Diese einzelnen Verbundnetze laufen zueinander frequenzmäßig nicht synchron, so dass elektrische Energie zwischen den verschiedenen Verbundnetzen nur mit

- Gleichstrom in HGÜ-Kurzkupplungen (GKK) oder
- Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungen (HGÜ)

in vergleichsweise geringem Umfang ausgetauscht werden. Der zentrale Lastverteiler für ENTSO-E war bis 2019 in *Laufenburg/Rhein, Schweiz*, und ist nun ins benachbarte *Aarau, Schweiz* übersiedelt. Die *Türkei* ist kein Mitglied, aber seit September 2010 im Testbetrieb synchron mit dem Verbundnetz ENTSO-E gekoppelt. In den *USA* und *Kanada* existieren vier Verbundnetze (Bild V2.4-2b) mit der Netzfrequenz 60 Hz parallel, nämlich *Eastern Interconnection*, *Western Interconnection*, *Québec Interconnection*, *Texas Interconnection*. Sie sind nicht miteinander synchronisiert, so dass geringe Frequenzunterschiede auftreten.

Deshalb sind sie durch DC-Leitungen (HGÜ) miteinander verbunden. Zwischen *Eastern Interconnection* und *Québec Interconnection* werden fallweise auch große, mit der sehr kleinen Drehzahl aus der Differenzfrequenz der beiden Netze rotierende Schleifringläufer-Asynchronmaschinen als Umformer verwendet.

#### Zusammenfassung:

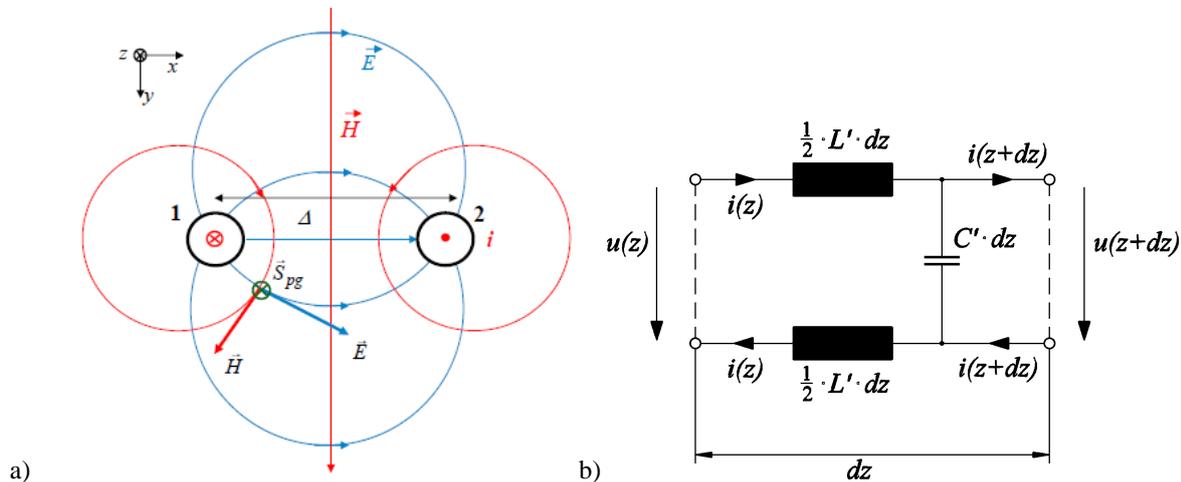
Weiträumige el. Netze nutzen überwiegend die Drehstromtechnik wegen der verlustarmen Hochspannungs-Energieübertragung. Verbundnetze haben zahlreichen Vorteilen, aber bei direkter Kopplung notwendig einen „netzsynchrone“ Verbundbetrieb. Die aufwendige Netzregelung umfasst die Frequenzregelung über die Kraftwerks-Wirkleistungsregelung und die Spannungs(amplituden)regelung über die Blindleistungsregelung durch die Generatorspannungsregelung über den Erregerstrom  $I_f$ , aber auch über Transformator-Regelwicklungen. Diese sind mit Anzapfungen versehen, die auch bei Stromfluss (Last) über spezielle lastschaltfähige Stufenschalter (*Jansen-Schalter-Prinzip*) die Spannung schrittweise verstellen können. Die Kopplung von Netzen mit unterschiedlichen Frequenzen erfolgt meist durch die Hochspannungs-Gleichstromübertragung (HGÜ) und HG-Kurzkupplungen (KK), wo Gleichrichter und Wechselrichter am selben Ort stehen (selten auch durch sehr langsam rotierende Umformer). Hochleistungs-Hochvolt-Stromrichter richten für die HGÜ Und HG-KK die über spezielle Transformatoren hochgespannte Wechselspannung gleich (AC→DC, DC→AC). In diesen Stromrichtern werden Thyristoren und Hochvolt-IGBTs („Insulated Gate Bipolar Transistoren“) als Schaltelemente eingesetzt.

### V3 Die Leitungsgleichungen

#### V3.1 Wellengleichung

Die Ausbreitung elektromagnetischer Signale erfolgt im freien Raum und entlang von el. Leitungen als elektromagnetische Wellen mit der lokal gültigen Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Das Signal steht am Leitungsende erst mit der Laufzeit verzögert an. Wellenausbreitung bedeutet, dass die zugehörigen Felder  $E$ ,  $H$  von Ort und Zeit abhängen und auf Grund des Beitrags  $\partial E/\partial t$  zur Erregung des Magnetfelds  $H$  die Wellengleichung (V3.1-7) erfüllen. Während bei Eindrahtleitungen (z. B. Hohlleiter in der Nachrichtentechnik) diese Wellenausbreitung erst ab einer gewissen Mindestfrequenz möglich ist, ist sie bei den in der Energietechnik verwendeten Zwei- und Mehrdrahtleitungen bei jeder Frequenz möglich. Bei diesen in  $z$ -Richtung linear verlegten Mehrdrahtleitungen als Kabel oder Freileitungen werden die leitungsgebundenen Wellen in  $z$ -Richtung fortschreitend mit der Zeit  $t$  geführt. Quer (transversal) dazu in der  $x$ - $y$ -Ebene bilden sich die miteinander über das **Faraday-Induktionsgesetz** und den **Ampere-Maxwell-Satz** gekoppelten Felder  $H(i)$  und  $E(Q)$  (Leiterstrom  $i = dQ/dt$ ,  $Q$ : Leiterladung) als ebene Transversalfelder aus. Sie bilden gemeinsam die „Transversalwelle“, in Bild V3.1-1a für eine Zweidrahtleitung, bestehend aus Hin- und Rückleiter. Die Änderung  $\partial E(Q)/\partial t$  erregt ein  $H$ -Feld senkrecht zum stromerregten  $H(i)$ -Feld des Bilds V3.1-1a, die Änderung des stromerregten  $H$ -Felds  $\partial H(i)/\partial t$  induziert ein  $E$ -Feld senkrecht zum ladungserregten  $E(Q)$ -Feld des Bilds, so dass  $E(Q)$  und  $H(i)$  unabhängig voneinander wie bei elektro- und magnetostatischen Feldanordnungen für die  $C$ - und  $L$ -Berechnung einer linearen Leiteranordnung betrachtet werden können. Sie hängen aber vom Ort  $z$  und der Zeit  $t$  ab. Es werden zunächst **verlustlose** Zweidrahtleitungen betrachtet. Der Leitungswiderstand ist  $R = 0$ , ebenso der Ableit-Leitwert durch el. Entladungen zwischen den Leitern  $G = 0$ . Weiter seien die Zweidrahtleitungen **homogen**: In Leiterrichtung (hier:  $z$ -Richtung) ändern sich ihre Eigenschaften (Drahtdurchmesser, Drahtabstand, Drahtmaterial, Material zwischen den Leitern) nicht. Bei einer Leitung mit der Länge  $l$  und einer resultierenden Induktivität  $L$  und Kapazität  $C$  treten je Länge  $l$  der **Kapazitätsbelag**  $C' = C/l$

und **Induktivitätsbelag**  $L' = L/l$  auf. Je infinitesimal kleinem Leiterabschnitt  $dz$  werden aus den statischen  $E(z)$ - und  $H(z)$ -Feldern die infinitesimal kleine Induktivität  $dL = L' \cdot dz$  und Kapazität  $dC = C' \cdot dz$  berechnet und im Ersatzschaltbild (Bild V3.1-1b) als „Elementarzelle“ der Leitung dargestellt. Auf Grund der zeitlichen Änderungen  $d./dt$  treten in dieser Zelle **kapazitiver Querstrom** und **induktiver Längsspannungsfall** auf. Deshalb ändern sich Leiterstrom  $i(z, t)$  und die Spannung zwischen den Leitern  $u(z, t)$  mit der Zeit  $t$  und mit dem Ort  $z$ .



**Bild V3.1-1:** a) Zweidrahtleitung in  $z$ -Richtung mit Hin- und Rückleiter 1 und 2 mit Leiterabstand  $\Delta$ , kreisförmigem Leiterquerschnitt und Leiterstrom  $i(z)$ . In der Querschnittsebene  $x$ - $y$  bilden sich kreisförmige Feldlinienbilder  $E$  und  $H$  aus. Der Leistungsfluss erfolgt als *Poynting*-Vektor  $S_{pg}$  (siehe Kap. G); b) Eine „Elementarzelle“ einer verlustlosen, homogenen elektrischen Zweidraht-Leitung enthält Induktivitäts- und Kapazitätsabschnitte  $L' \cdot dz$  und  $C' \cdot dz$ . Die zeitliche Änderung ist hier nicht vermerkt, also  $i(z, t)$ ,  $u(z, t)$ .

Wir betrachten zwei benachbarte Punkte der Leitung im Abstand  $z$  und  $z + dz$  und nennen den Spannungsunterschied zwischen den beiden Leitern  $u(z)$  und den Strom im Hinleiter  $i(z)$ , im Rückleiter  $-i(z)$ , Bild V3.1-1b. Ändern sich der Strom und die Spannung in der Leitung mit der Zeit  $t$ , so hängen Strom und Spannung sowohl vom Ort  $z$  als auch von der Zeit  $t$  ab:  $u = u(z, t)$ ,  $i = i(z, t)$ . Die *Kirchhoff*'sche Knoten- und Maschengleichung, angewendet auf die "Elementarzelle" der Leitung längs der Länge  $dz$ , führt auf (V3.1-1).

$$u(z, t) = L' \cdot dz \cdot \frac{di(z, t)}{dt} - \frac{1}{C' \cdot dz} \int_0^t [i(z + dz, t) - i(z, t)] \cdot dt, \quad (\text{V3.1-1})$$

$$u(z + dz, t) - u(z, t) = -L' \cdot dz \cdot \frac{di(z, t)}{dt} \Rightarrow \frac{u(z + dz, t) - u(z, t)}{dz} = -L' \cdot \frac{di(z, t)}{dt} \quad (\text{V3.1-2})$$

Nach der Zeit  $t$  differenziert, wird dies (V3.1-3), wo beim **Grenzübergang**  $dz \rightarrow 0$  der erste Term der rechten Seite verschwindet, während der zweite die Ableitung  $di/dz$  darstellt.

$$\frac{du(z, t)}{dt} = L' \cdot dz \cdot \frac{d^2 i(z, t)}{dt^2} - \frac{1}{C'} \cdot \frac{i(z + dz, t) - i(z, t)}{dz} \Rightarrow \frac{du(z, t)}{dt} = -\frac{1}{C'} \cdot \frac{di(z, t)}{dz} \quad (\text{V3.1-3})$$

Auch in (V3.1-2) ergibt der **Grenzübergang**  $dz \rightarrow 0$  die Ableitung nach  $z$  (V3.1-4).

$$\frac{du(z, t)}{dz} = -L' \cdot \frac{di(z, t)}{dt} \quad (\text{V3.1-4})$$

Die rechte Gleichung (V3.1-3) und (V3.1-4) sind die „**Telegraphen-Gleichungen**“ einer verlustlosen Übertragungsleitung. Um anzudeuten, dass  $u$  und  $i$  von ZWEI Variablen ( $z, t$ ) abhängen, aber nur jeweils nach EINER Variablen differenziert werden, werden diese „**partiellen Ableitungen**“ statt mit  $d./dt$  mit  $\partial./\partial t$  geschrieben und ergeben damit zwei **partielle Differentialgleichungen** (V3.1-5).

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial t} = -\frac{1}{C'} \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial z}, \quad \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -L' \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad (\text{V3.1-5})$$

Differenziert man in (V3.1-5) die linke Gleichung nach der Zeit  $t$  und die rechte nach dem Ort  $z$ , so kann man  $i(z, t)$  eliminieren und erhält nur noch eine Differentialgleichung für  $u(z, t)$ .

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} = -\frac{1}{C'} \cdot \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z \cdot \partial t}, \quad \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = -L' \cdot \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t \cdot \partial z} : \quad \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = L'C' \cdot \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} \quad (\text{V3.1-6})$$

Differenziert man umgekehrt in (V3.1-5) die linke Gleichung nach der Zeit  $t$  und die rechte nach dem Ort  $z$ , so kann man  $u(z, t)$  eliminieren und erhält **DIESELBE Differentialgleichung** (V3.1-6) für  $i(z, t)$ .

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t \cdot \partial z} = -\frac{1}{C'} \cdot \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z \cdot \partial t} = -L' \cdot \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2} : \quad \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2} = L'C' \cdot \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2} \quad (\text{V3.1-7})$$

Die lineare, **partielle** Differentialgleichung rechts in (V3.1-6) bzw. (V3.1-7) heißt **eindimensionale Wellengleichung**, da räumlich nur eine Dimension, die Wegkoordinate  $z$  längs der Leitung, vorkommt. Die Lösung dieser „partiellen“ (= Ableitung partiell nach  $z$  und  $t$ ) Differentialgleichung ist eine **Welle**, also eine Funktion, die sich räumlich UND zeitlich ändert. Für die gleichförmige (= homogene) Übertragungsleitung breiten sich das Spannungssignal  $u$  und das Stromsignal  $i$  entlang der Leitung als Welle aus. Die allgemeine *Lösungsfunktion* der Spannung bzw. des Stroms entlang der Leitung hat die Form einer Überlagerung von zwei **Wanderwellen**  $f$  und  $g$ , die mit den Konstanten  $A, B, v$  formuliert werden. Für die Spannung  $u$  folgt mit  $f_u = f$  und  $g_u = g$ :

$$u(z,t) = A \cdot f_u(z - v \cdot t) + B \cdot g_u(z + v \cdot t) = A \cdot f(z - v \cdot t) + B \cdot g(z + v \cdot t) \quad (\text{V3.1-8})$$

Mit

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = f''(z - v \cdot t), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 f''(z - v \cdot t), \quad \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = g''(z + v \cdot t), \quad \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = v^2 g''(z + v \cdot t) \quad (\text{V3.1-9})$$

folgt, eingesetzt in (V3.1-8),

$$A \cdot f'' + B \cdot g'' = L'C'v^2 \cdot (A \cdot f'' + B \cdot g'') \quad (\text{V3.1-10})$$

Diese Gleichung (V3.1-10) ist nur erfüllt, wenn  $L' \cdot C' \cdot v^2 = 1$  ist.

$$v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \quad (\text{V3.1-11})$$

Wir zeigen nun, dass die Konstante  $v$  die Phasengeschwindigkeit  $v$  der Wanderwellen ist. Wenn  $f(\alpha)$  eine beliebige Funktion ist, wobei  $\alpha = z - v \cdot t$  ist, so bleibt der Funktionswert (= Ordinatenwert)  $f(\alpha)$  UNVERÄNDERT, wenn  $\alpha = z - v \cdot t = \text{konst.}$  ist. Nehmen wir z. B. als Funktion  $f(z - vt)$  die Cosinus-Funktion  $\cos(z - vt)$  und stellen sie für die beiden Zeitpunkte  $t = 0$  und  $t = t_1$  als Funktion des Ortes  $z$  dar (Bild V3.1-2).

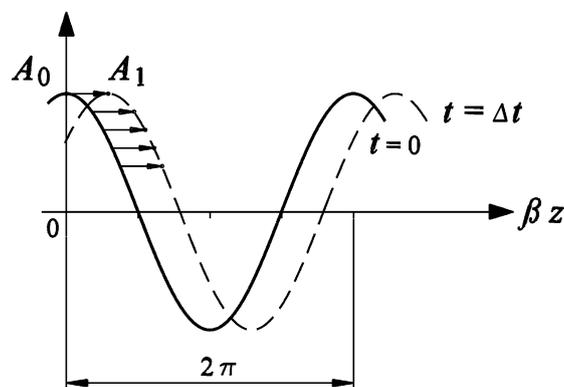


Bild V3.1-2: Eine Cosinus-Welle wandert mit der Geschwindigkeit  $v$  von der Lage  $A_0$  in die Lage  $A_1$  (Anmerkung:  $\beta = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$ : Wellenlänge).

Irgendein Punkt auf der Kurve  $t = 0$  (Ausgangslage  $A_0$ ) bewegt sich unter Beibehaltung seines Ordinatenwerts innerhalb der Zeit  $t_1$  um das Weegelement  $\Delta z$  nach rechts (Lage  $A_1$ ). Das Gleichbleiben des Ordinatenwerts bedeutet, dass auch das Argument  $\alpha$  der Cosinusfunktion sich nicht ändert:  $\alpha = \text{konst.} = K$ . Differenziert man  $\alpha = z - v \cdot t$  nach der Zeit  $t$ , so erkennt man, dass  $v$  die **Geschwindigkeit** darstellt, mit der sich die Funktion  $f$  in  $z$ -Richtung von der Lage  $A_0$  in die Lage  $A_1$  bewegt.

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{dz}{dt} - v \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{dz}{dt} - v \cdot 1 = \frac{dK}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dz}{dt} = v_z = v \quad (\text{V3.1-12})$$

Somit bewegen sich alle Punkte auf der Cosinuskurve unter Beibehaltung ihrer Phase mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  (V3.1-11) von links nach rechts. Der gesamte Kurvenzug bewegt sich, OHNE seine Form zu verändern, mit dieser Geschwindigkeit als **Ausbreitungs-** oder **Phasengeschwindigkeit** der Welle. Setzt man in  $f(z - v \cdot t)$  statt  $v \cdot t$  das Argument  $-v \cdot t$ , so erhält man analog zu (V3.1.1-12)

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{dz}{dt} + v \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{dz}{dt} + v \cdot 1 = \frac{dK}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dz}{dt} = v_z = -v, \quad (\text{V3.1-13})$$

also eine Welle, die von rechts nach links wandert (**gegenläufige Welle**). Beide Wellenarten sind gemäß (V3.1-9) Lösungen der Wellengleichung. Während man eine Welle mit beliebiger Form (Funktion)  $f(z - v \cdot t)$  eine "**Wanderwelle**" nennt, entspricht eine Welle mit einer **periodischen** Funktion  $f(z - v \cdot t)$ , wie z. B. der Cosinusfunktion in Bild V3.1-2 mehr unseren Vorstellungen einer Welle. Den räumlichen Abstand z.B. zwischen den Maxima der Cosinusfunktion ist die **Wellenlänge**  $\lambda$ . An einem festen Ort  $z_0$  ändert sich die Funktion zeitlich periodisch mit  $\cos(z_0 - v \cdot t)$ . Die Welle wandert in der Zeit  $T = \lambda / v$  um eine Wellenlänge weiter. Während dieser Periode hat am Ort  $z_0$  die Funktion  $\cos(z_0 - v \cdot t)$  eine volle Schwingung durchgeführt. Die zeitliche Schwingfrequenz  $f$  der Welle an festen Orten  $z_0$  ist

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow v = f \cdot \lambda. \quad (\text{V3.1-14})$$

Da Licht eine Form elektromagnetischer Wellen ist, stellt die Geschwindigkeit (V3.1-11) die **Lichtgeschwindigkeit der Welle auf der verlustlosen homogenen Leitung** dar. In Bild V3.1-2 ist die Wanderwelle mit Cosinuswellenform in Abhängigkeit von  $\beta \cdot z$

$$\cos(\beta \cdot (z - v \cdot t)) = \cos(2\pi \cdot z / \lambda - 2\pi \cdot v / \lambda \cdot t) = \cos(2\pi \cdot z / \lambda - 2\pi \cdot f \cdot t) \quad (\text{V3.1-15})$$

mit der **Wellenzahl**

$$\beta = 2\pi / \lambda \quad (\text{V3.1-16})$$

dargestellt. Einer Wellenlänge  $\lambda$  entspricht dadurch der Wert  $2\pi$ .

### Beispiel V3.1-1:

Verlustlose homogene Zweidrahtleitung (Bild V3.1-1) aus parallelen zylindrischen Leitern im Vakuum (Leiterraßenradius  $R$ ), Mittenabstand der parallelen Leiterachsen  $\Delta = 2a$ . Die Leiter seien dünn:  $R \ll 2a$ , so dass die „innere Induktivität“ des  $H$ -Felds innerhalb der Leiter (Bild V3.1-3b) vernachlässigt wird und der Mittelpunkt der  $E$ -Feld-Kreislinien näherungsweise auf den Leiterachsen liegt. Exakt sind es *Apollonische Kreise*. Beide Leiter bilden einen Zylinderkondensator mit dem Kapazitätsbelag  $C'$  und eine Leiterschleife mit dem Induktivitätsbelag  $L'$  mit ihren Formeln aus der Grundlagenvorlesung zur Elektrotechnik.

$$C' \Big|_{R \ll 2a} \cong \frac{\pi \cdot \epsilon_0}{\ln(2a/R)}, \quad L' \Big|_{R \ll 2a} \cong \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln(2a/R) \quad (\text{V3.1-17})$$

Daraus ergibt sich für die Wellengeschwindigkeit die **Lichtgeschwindigkeit im Vakuum**  $c_0$  ( $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$ ).

$$v = 1/\sqrt{L'C'} = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2.99793 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c_0 \quad (\text{V3.1-18})$$

Für Leitungen mit PVC-Isolation ist wegen  $\epsilon_r \approx 4$  die Geschwindigkeit kleiner:  $v \approx c_0 / 2$ .

Der Energietransport findet mit der Welle statt, wie *Poynting* feldtheoretisch gezeigt hat. Die Leistung fließt durch einen Flächenquerschnitt ( $\text{W/m}^2$ ) mit dem *Poynting*-Vektor  $\vec{S}_{\text{pg}} = \vec{E} \times \vec{H}$  (Kap. G und Bild V3.1-1a). Für die Zweidrahtleitung schätzen wir die räumlichen Mittelwerte der Felder  $E_x(x, y, z, t)$ ,  $E_y(x, y, z, t)$ ,  $H_x(x, y, z, t)$ ,  $H_y(x, y, z, t)$  mit (av: average):  $E_{x,\text{av}} \approx u/\Delta$ ,  $E_{y,\text{av}} \approx 0$ ,  $H_{x,\text{av}} \approx 0$ ,  $H_{y,\text{av}} \approx i/\Delta$  ab. Die von Feldern erfüllte Querschnittsfläche in der  $x$ - $y$ -Ebene ist theoretisch unendlich groß, aber die Felder konzentrieren sich hauptsächlich in der Querschnittsfläche  $A \approx \Delta^2$ . Wird die Zweidrahtleitung an ihrem Ende *ohm*'sch belastet (Widerstand  $R_L$ , Bild V3.1-3a), so ist die dort auftretende Leistung  $p = u \cdot i$ . Diese Leistung wird durch die Welle im Raum antransportiert.

$$S_{\text{pg,av}} = p/A \approx u \cdot i / \Delta^2, \quad (\text{V3.1-19})$$

denn es gilt

$$\vec{S}_{\text{pg,av}} = \vec{E}_{\text{av}} \times \vec{H}_{\text{av}} = E_{x,\text{av}} \cdot H_{y,\text{av}} \cdot \vec{e}_x \times \vec{e}_y = (u/\Delta) \cdot (i/\Delta) \cdot \vec{e}_z = S_{\text{pg,av}} \cdot \vec{e}_z. \quad (\text{V3.1-20})$$

Da diese mittleren Felder  $E_{\text{av}}$ ,  $H_{\text{av}}$  außerhalb der Leiter gelten, findet der Energietransport zwischen den Leitern statt, während in den Leitern die bis jetzt vernachlässigten Stromwärmeverluste entstehen (Bsp. V3.1-2). Der Leistungstransport im Feldraum erfolgt mit Lichtgeschwindigkeit, während der Stromfluss in den Leitern, also die Bewegung der Leitungselektronen, nur mit sehr geringer Geschwindigkeit von ca. 1 ... 100 mm/s, entsprechend Stromstärken von 10 A ... 1000 A, vor sich geht.

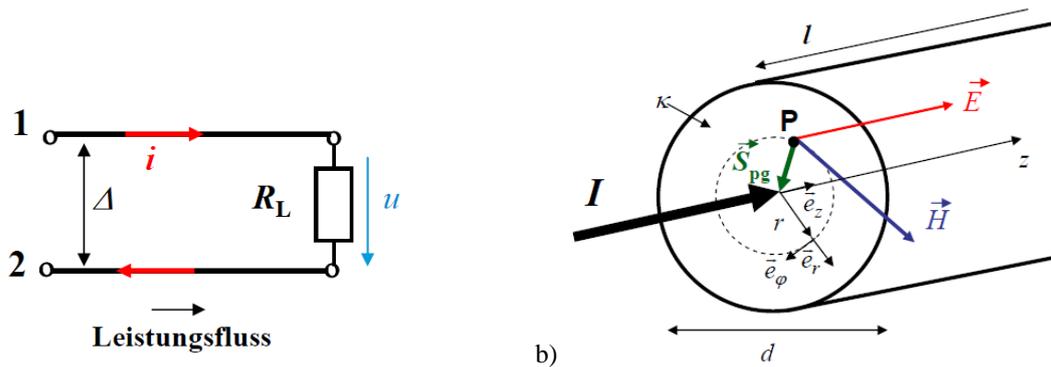


Bild V3.1-3: a) Zweidrahtleitung mit *ohm*'scher Belastung  $R_L$ , b) Gleichmäßig vom Strom  $I$  durchflossener Runddrahtleiter (Durchmesser  $d$ ) mit innerem  $H$ -Feld, Leitfähigkeit  $\kappa$  und dem el. Feld  $E$  des *ohm*'schen Spannungsfalls im Aufpunkt  $P$ . Dort wird der radial nach innen gerichtete *Poynting*-Vektor  $S_{\text{pg}}$  ermittelt.

### Beispiel V3.1-2:

Stromwärmeverluste im zylindrischen Kupferleiter mit dem Durchmesser  $d$ , dem Stromfluss  $I$  und der el. Leitfähigkeit  $\kappa$  (Bild V3.1-3b). Es werden Zylinderkoordinaten verwendet.

$$\text{Stromdichte- und el. Feldstärke-Vektor: } \vec{J} = \frac{I}{(d/2)^2 \pi} \cdot \vec{e}_z \quad \vec{E} = \vec{J} / \kappa,$$

$$\text{Im Leiter auftretendes („inneres“) } H\text{-Feld: } r \leq \frac{d}{2}: \quad \vec{H}(r) = \frac{J \cdot r^2 \pi}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{e}_\phi = \frac{J \cdot r}{2} \cdot \vec{e}_\phi,$$

$$\text{Poynting-Vektor im Aufpunkt } P: \quad \vec{S}_{\text{pg}} = \vec{E} \times \vec{H}(r) = \frac{I/\kappa}{(d/2)^2 \pi} \cdot \vec{e}_z \times \frac{I \cdot r}{2 \cdot (d/2)^2 \pi} \cdot \vec{e}_\phi.$$

$$\text{Der Poynting-Vektor } \vec{S}_{\text{pg}}(r) = -\frac{I^2 \cdot r / \kappa}{((d/2)^2 \cdot \pi)^2 \cdot 2} \cdot \vec{e}_r \text{ zeigt in jedem Punkt } P \text{ des Leiters nach}$$

innen zur Leiterachse. Somit erfolgt der Fluss der Verlustleistung  $R \cdot I^2$  durch die Fläche  $A(r) = 2\pi \cdot r \cdot l$  ins Leiterinnere, wo sie in Wärme umgesetzt wird. Die gesamte

Verlustleistung tritt am Radius  $d/2$  in den Leiter ein und wird aus der Leistung, die in der Welle transportiert wird, gespeist.

$$\text{Leistung am Radius } r: P(r) = \bar{S}_{\text{pg}}(r) \cdot A(r) \cdot \vec{e}_r = -\frac{I^2 \cdot r^2 \pi \cdot l / \kappa}{((d/2)^2 \cdot \pi)^2} \quad (\text{V3.1-21})$$

$$P(r = d/2) = -\frac{I^2 \cdot l / \kappa}{(d/2)^2 \cdot \pi} = -I^2 \cdot R, \quad R = \frac{l / \kappa}{(d/2)^2 \cdot \pi} \quad (\text{V3.1-22})$$

Diese Verlustleistung wird bei der **verlustbehafteten Leitung** im Folgenden näherungsweise durch Serienschaltung eines Leitungswiderstands  $R$  berücksichtigt.

### V3.2 Wellenwiderstand, Brechung, Reflexion

Das elektromagnetischen Feld in einer Leitung wandert als eine Spannungs- und Stromwellenverteilung in Drahrichtung  $z$  mit deren Frequenz  $f$  und Wellenlänge  $\lambda$ . Der Spannungsverteilung  $u(z)$  zwischen den Drähten entspricht eine Ladungsverteilung  $Q(z)$  längs der Drähte, deren Verschiebung einer sich wellenförmig ausbreitenden Stromverteilung  $i(z)$  durch die Drähte entspricht. Setzt man die Spannungswelle  $u(z,t) = \hat{U} \cdot \cos(z - v \cdot t)$  in (V3.1-4) ein, erhält man für die Stromwellenverteilung

$$\frac{du(z,t)}{dz} = -L' \cdot \frac{di(z,t)}{dt} \Rightarrow -\hat{U} \cdot \sin(z - v \cdot t) = -L' \cdot \frac{di(z,t)}{dt},$$

$$i(z,t) = \frac{\hat{U}}{L' \cdot v} \int \sin(z - v \cdot t) dt = \frac{\hat{U}}{L' \cdot v} \cdot \cos(z - v \cdot t) = \hat{I} \cdot \cos(z - v \cdot t). \quad (\text{V3.2-1})$$

Zwischen den Amplituden von hinlaufender Strom- und Spannungswelle (und damit allgemein zwischen  $u$  und  $i$ ) steht als Proportionalitätsfaktor der reelle **Wellenwiderstand**  $Z_0$  UNABHÄNGIG vom Ort  $z$  längs der verlustlosen homogenen Leitung:

$$Z_0 = \hat{U} / \hat{I} = L' \cdot v = \sqrt{L' / C'}. \quad (\text{V3.2-2})$$

Für eine **zurücklaufende** Spannungswelle erhalten wir für die zugehörige Stromwelle

$$i(z,t) = -\frac{\hat{U}}{L' \cdot v} \cdot \cos(z + v \cdot t) = \hat{I} \cdot \cos(z + v \cdot t). \quad (\text{V3.2-3})$$

Es **ändert sich das Vorzeichen** des Stroms. Wird für die hinlaufende Welle  $u_h = Z_0 \cdot i_h$  geschrieben, so gilt für die zurücklaufende Welle sinngemäß  $u_r = -Z_0 \cdot i_r$ . Im Vergleich dazu findet die leitungsungebundene Ausbreitung einer ebenen el.-magn. Welle durch den Raum (Kap. G) mit dem Wellenwiderstand des „leeren Raums“ statt:  $Z_{0,0} = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 377 \Omega$ .

#### Beispiel V3.2-1:

Es wird die Zweidrahtleitung von Bsp. V3.1-2 mit parallelen zylindrischen Leitern verwendet: Leiteraußenradius  $R = 3.5$  mm, Mittenabstand  $2a = 26$  mm der parallelen Leiterachsen. Die Leiter sind „dünn“ wegen  $R \ll 2a$  bzw.  $3.5$  mm  $\ll$   $26$  mm!

$$C'_{R \ll 2a} \cong \frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln(2a/R)} = \frac{\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}}{\ln(26/3.5)} = 13.86 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (\text{V3.2-4})$$

$$L'_{R \ll 2a} \cong \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln(2a/R) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi} \cdot \ln(26/3.5) = 0.802 \cdot 10^{-6} \text{ H/m} \quad (\text{V3.2-5})$$

$$Z_0 = \sqrt{L' / C'} = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} \cdot \ln(2a/R) / \pi = \sqrt{0.802 / 13.86 \cdot 10^6} = 240.55 \Omega \quad (\text{V3.2-6})$$

Es tritt nun an der Stelle  $z = l$  (Bild V3.2-1) eine **Änderung** des Wellenwiderstands von  $Z_{0,1}$  auf  $Z_{0,2}$  auf. Dies erfolgt durch eine Änderung des Induktivitäts- und/oder Kapazitätsbelags als

**Leitungsinhomogenität**, so dass sich eine **Reflexion und Brechung** der mit  $v_1$  hinlaufenden Welle ergibt.

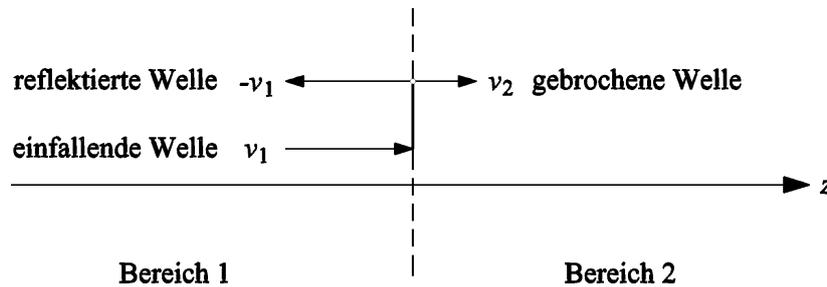


Bild V3.2-1: Brechung und Reflexion einer Wanderwelle an der Stelle  $z = l$ .

Der reflektierte Wellenanteil  $u_r$  läuft von der Stelle  $z = l$  mit derselben Geschwindigkeit  $v_1$  in den Bereich 1 ( $z < l$ ) zurück, stellt also eine Welle mit negativer Wellengeschwindigkeit dar, deren Größe an der Stelle  $z = l$  durch den **Reflexionsfaktor**  $r$  bestimmt ist:  $u_r = -Z_{0,1} \cdot i_r$ . Der gebrochene Wellenanteil  $u_b$  läuft nach der Inhomogenitätsstelle  $z = l$  weiter in die Richtung der ursprünglichen Wellenausbreitung (Bereich 2:  $z > l$ ), aber mit geänderter Geschwindigkeit  $v_2$ , da ja Induktivitäts- und/oder Kapazitätsbelags sich geändert haben:  $u_b = Z_{0,2} \cdot i_b$ . Die Größe der gebrochenen Welle an der Stelle  $z = l$  wird durch den **Brechungsfaktor**  $b$  bestimmt. Hinlaufende und reflektierte Stromwelle  $i$  und  $i_r$  haben wegen  $u_H = Z_0 \cdot i_H$ ,  $u_R = -Z_0 \cdot i_R$  **entgegen gesetztes** Vorzeichen. Im **Bereich 1** ( $z < l$ ) setzt sich die Welle aus der ursprünglichen, vorlaufenden Welle und der reflektierten (zurücklaufenden) Welle zusammen, im **Bereich 2** ( $z > l$ ) ist nur die gebrochene Welle vorhanden.

Bereich 1:

$$u_1(z, t) = u(z - v_1 \cdot t) + u_r(z + v_1 \cdot t)$$

$$i_1(z, t) = [u(z - v_1 \cdot t) - u_r(z + v_1 \cdot t)] / Z_{0,1}$$

Bereich 2:

$$u_2(z, t) = u_b(z - v_2 \cdot t) \quad (\text{V3.2-7})$$

$$i_2(z, t) = u_b(z - v_2 \cdot t) / Z_{0,2} \quad (\text{V3.2-8})$$

An der Stelle  $z = l$  müssen Strom und Spannung **stetig** sein:  $u_1(l, t) = u_2(l, t)$ ,  $i_1(l, t) = i_2(l, t)$ , da die Energie in Kapazitäts- und Induktivitätsbelag ( $W'_C = C' \cdot u^2 / 2$ ,  $W'_L = L' \cdot i^2 / 2$ ) sich nicht "sprungartig" ändern kann. Es gilt daher bei  $z = l$ :

$$u(l - v_1 \cdot t) + u_r(l + v_1 \cdot t) = u_b(l - v_2 \cdot t), \quad (\text{V3.2-9})$$

$$[u(l - v_1 \cdot t) - u_r(l + v_1 \cdot t)] / Z_{0,1} = u_b(l - v_2 \cdot t) / Z_{0,2}. \quad (\text{V3.2-10})$$

Wird  $u_r(l + v_1 \cdot t)$  aus (V3.2-9) in (V3.2-10) eingesetzt, erhalten wir  $u_b$  in Abhängigkeit von  $u$ .

$$u_b(l - v_2 \cdot t) = \frac{2 \cdot Z_{0,2}}{Z_{0,2} + Z_{0,1}} \cdot u(l - v_1 \cdot t) = b \cdot u(l - v_1 \cdot t) \quad (\text{V3.2-11})$$

Den Faktor  $b$  nennt man **Brechungsfaktor**.

$$b = \frac{2 \cdot Z_{0,2}}{Z_{0,2} + Z_{0,1}} \quad (\text{V3.2-12})$$

Wird  $u_b(l - v_2 \cdot t)$  aus (V3.2-9) in (V3.2-10) eingesetzt, erhalten wir  $u_r$  in Abhängigkeit von  $u$ .

$$u_r(l + v_1 \cdot t) = \frac{Z_{0,2} - Z_{0,1}}{Z_{0,2} + Z_{0,1}} \cdot u(l - v_1 \cdot t) = r \cdot u(l - v_1 \cdot t) \quad (\text{V3.2-13})$$

Den Faktor  $r$  nennt man **Reflexionsfaktor**:  $r = b - 1$ .

$$r = \frac{Z_{0,2} - Z_{0,1}}{Z_{0,2} + Z_{0,1}} = b - 1 \quad (\text{V3.2-14})$$

Der Reflexionsfaktor variiert abhängig vom Verhältnis  $Z_{0,2}/Z_{0,1}$  zwischen  $-1 \leq r \leq 1$ . Die Stromsumme bei  $z = l$  ergibt sich in physikalisch richtiger Weise zu Null:

$$i(z, t) = u(z, t)/Z_{0,1}, \quad i_r(z, t) = -u_r(z, t)/Z_{0,1} \quad \rightarrow \quad i(l, t) + i_r(l, t) = (1-r)/Z_{0,1} = 0 \quad (\text{V3.2-15})$$

### Beispiel V3.2-2: Bild V3.2-2

a) Das **Ende der Leitung** als "offenes Leitungsende" bei  $z = l$  ist eine Inhomogenität, da der Wellenwiderstand von  $Z_{0,1}$  auf  $Z_{0,2} = Z_A \rightarrow \infty$  "springt". Vorlaufende und reflektierte Spannungswelle  $u$  und  $u_r$  haben gleiches Vorzeichen und sind bei  $z = l$  gleich groß:

$u_r(z = l, t) = r \cdot u(z = l, t) \quad \rightarrow \quad r = 1$ . Der Reflexionsfaktor ist Eins. Mit  $v = c$  folgt:

$u_r(l + c \cdot t) = u(l - c \cdot t) \rightarrow u_1(l, t) = u_2(l, t) = 2 \cdot u(l - c \cdot t)$ : Spannungsverdopplung!

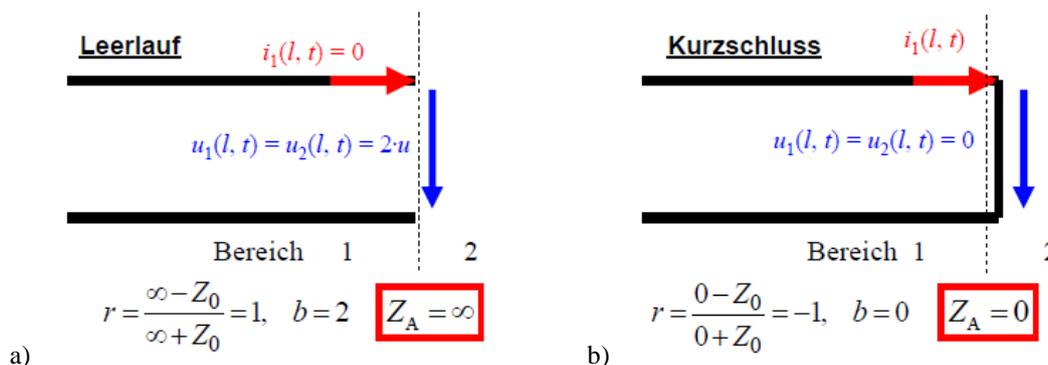
Der Strom ist am offenen Ende Null:

$$i_1(l, t) = [u(l - c \cdot t) - u_r(l + c \cdot t)]/Z_0 = 0 \quad \text{bzw.} \quad i_2(l, t) = u_b(l - c_A \cdot t)/Z_A = 0.$$

b) Wenn die beiden Drahtenden einer Zweidrahtleitung an der Stelle  $z = l$  **kurzgeschlossen** sind, sinkt der Wellenwiderstand  $Z_{0,2}$  auf Null, daher ist  $r = -1$  und  $b = 0$ . Es tritt **keine** gebrochene Spannungswelle auf. Wegen  $u_r(l + c \cdot t) = -u(l - c \cdot t)$  ist die Spannung bei  $z = l$  Null:

$u_1(l, t) = u_2(l, t) = 0$ . Der Kurzschlussstrom ist  $i_1(l, t) = 2 \cdot u(l - c \cdot t)/Z_0$  bzw.

$$i_2(l, t) = u_b(l - c_A t)/Z_A = "0/0" = i_1(l, t).$$



**Bild V3.2-2:** Spannungsreflexion a) am offenen Leitungsende auf den doppelten Spannungswert. b) Bei Kurzschluss am Leitungsende hat die reflektierte Spannungswelle umgekehrtes Vorzeichen, so dass  $u(l, t) = 0$ .

### V3.3 Einschaltvorgang

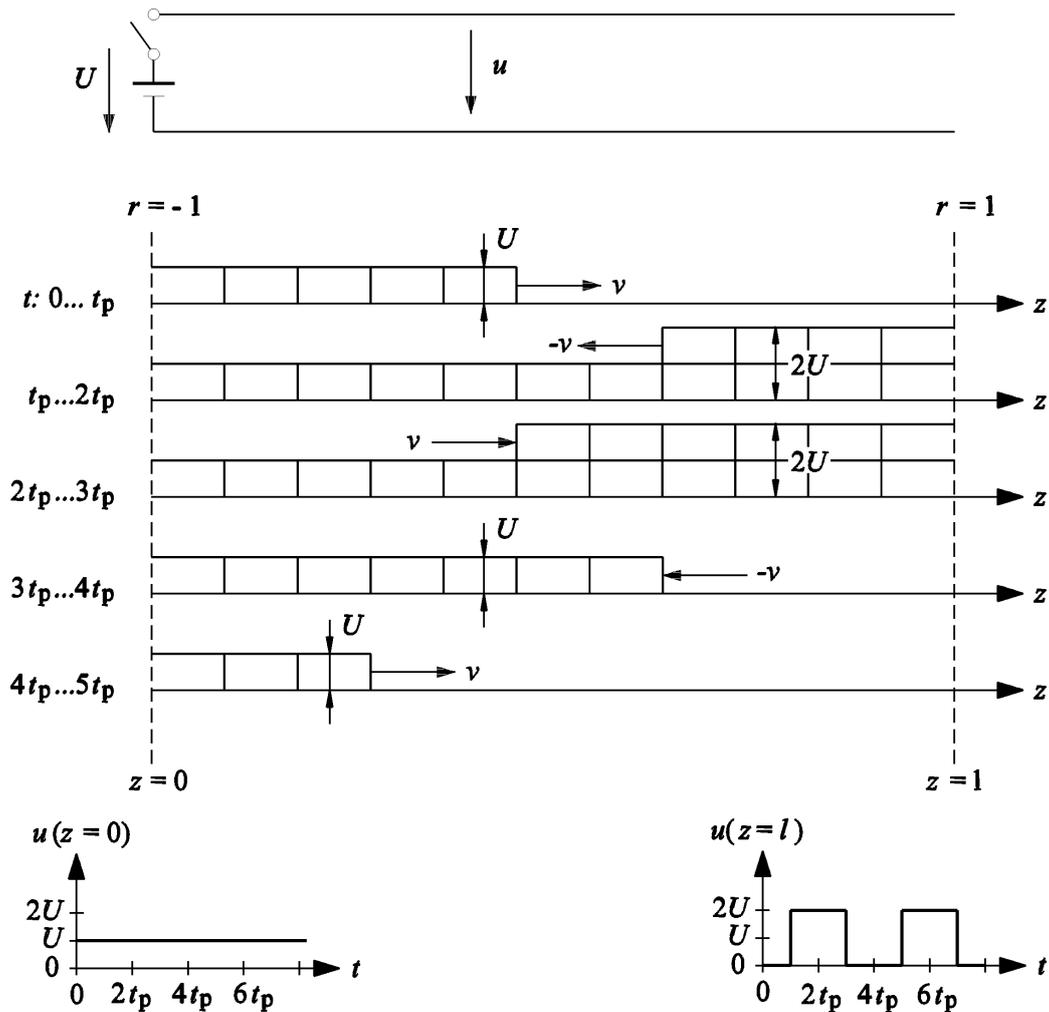
Die (verlustlose) Leitung ist gemäß Abschnitt V3.1 als Kettenleiter von  $L$ - und  $C$ -Abschnitten darstellbar und daher eine Serienschaltung verlustloser  $L$ - $C$ -Schwingkreise. Wie beim Schwingkreis tritt auch bei der Leitung folglich ein **Einschwingverhalten** nach dem Einschalten auf (Bild V3.3-1).

(1): Wird z. B. die Gleichspannung  $U$  aus einer idealen Spannungsquelle (Innenwiderstand  $R_i$  ist Null!) an die Klemmen einer an den Enden offenen Zweidrahtleitung geschaltet, so läuft die Spannungswelle mit der Amplitude  $U$  von den Klemmen ( $z = 0$ ) zum Leitungsende ( $z = l$ ) in der Zeit  $t_p = l/c$ . Dort tritt Spannungsreflexion mit  $r = 1$  auf. Gemäß Bsp. V3.2-2 verdoppelt sich die resultierende Spannung am Leitungsende auf den Wert  $2U$ :

$$u_{\text{res}}(z = l) = u + u_r = u + r \cdot u = U + r \cdot U = U + U = 2U. \quad (\text{V3.3-1})$$

(2): Die reflektierte Welle läuft in der Zeit  $t_p$  zum Leitungsanfang zurück. Am Leitungsende bleibt der resultierende Spannungswert  $2U$  dadurch aufrecht. Wegen der am Leitungsanfang angeschlossenen Spannungsquelle mit  $R_i = 0$  ist die Leitung für die Welle dort kurzgeschlossen; es tritt (siehe Bsp. V3.2-2) Reflexion mit  $r = -1$  auf. Die Wellenfront kehrt sich von  $U$  auf  $-U$  um; die Spannung am Eingang sinkt auf  $U - U = 0$ .

$$u_{\text{res}}(z = 0) = u + u_r = u + r \cdot u = U + r \cdot U = U - U = 0 \quad (\text{V3.3-2})$$



**Bild V3.3-1:** Einschwingvorgang auf einer verlustlosen, homogenen Leitung mit offenem Leitungsende  
 Oben: Leitung, darunter: Wellenausbreitung, unten: Spannungszeitverlauf am Anfang und Ende der Leitung. Die Geschwindigkeit  $v$  ist die Lichtgeschwindigkeit  $c$  der Zweidrahtleitung:  $v = c$ .

(3): Die Welle läuft nun mit der Amplitude  $-U$  zum Leitungsende in der Zeit  $t_p$  und wird dort wieder mit  $r = 1$  reflektiert und läuft mit  $-U$  zurück. Am Leitungsausgang entsteht durch diese Reflexion aus  $-U$  der Wert  $-2U$ , da sich einfallende und reflektierte Welle überlagern. Diese Spannung ergibt mit der vorher noch vorhandenen Spannung  $2U$  den resultierenden Wert Null:  $-2U + 2U = 0$ .

$$u_{\text{res}}(z = 0) = u + u_r = u + r \cdot u = 2U + r \cdot 2U = -2U + 2U = 0 \tag{V3.3-3}$$

(4): Die mit  $-U$  in der Zeit  $t_p$  zurücklaufende Welle wird am Eingang wegen  $r = -1$  auf  $U$  reflektiert, so dass am Leitungsanfang die Spannung unverändert  $U$  ist. Die Spannungswelle läuft wie im Zeitabschnitt (1) mit der Amplitude  $U$  zum Leitungsende. Damit ist in der Zeit

$$T = 4t_p = 4 \cdot l / c = 4 \cdot l \cdot \sqrt{L'C'} = 4 \cdot \sqrt{L' \cdot l \cdot C' \cdot l} = 4 \cdot \sqrt{L \cdot C} \tag{V3.3-4}$$

ein vollständiger Zyklus durchlaufen. Am Ausgang und Eingang der Leitung tritt eine "Rechteck"-Schwingung mit der Frequenz als **Eigenfrequenz der Leitung**  $f_d$  auf.

$$f_d = \frac{1}{4\sqrt{LC}} \tag{V3.3-5}$$

Die Amplitude dieser Schwingung ist  $U$ , wobei am offenen Leitungsende eine Spannungsüberhöhung durch Reflexion als Verdopplung  $2U$  auftritt. Im Vergleich zum verlustlosen  $L$ - $C$ -Serienschwingkreis ist die Eigenschwingung der Leitung ( $L$ - $C$ -Kettenleiter)

nicht mehr sinusförmig, sondern rechteckförmig. Die Eigenfrequenz ist nicht  $f_d = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ , sondern  $f_d = 1/(4\sqrt{LC})$ .

Bei der verlustbehafteten Leitung mit Abschlussimpedanz  $Z_A$  klingt die Eigenschwingung aus zwei Gründen ab:

- (1) Der Betrag des Reflexionsfaktors ist kleiner als Eins, so dass durch fortgesetzte Reflexion die Amplitude der reflektierten Wellen abnimmt.
- (2) Die Leitung ist nicht verlustfrei, so dass während des Ausbreitungsvorgangs auf der Leitung deren Amplitude sinkt.

Beispiel V3.3-1: Luftisolierte Hochspannungs-Gleichspannungsübertragung (HGÜ): Gleichspannung/-strom  $U_d = 400 \text{ kV} / I_d = 2 \text{ kA}$ , Leiter: Mittenabstand  $\Delta = 10 \text{ m}$ , Durchmesser  $d = 2R = 50 \text{ mm}$ , Stromdichte  $J = 1 \text{ A/mm}^2$ ; Leitungslänge  $l = 300 \text{ km}$ . Die Welle breitet sich mit Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  aus.

Übertragene (Wirk-)Leistung:  $P_d = U_d \cdot I_d = 400 \text{ kV} \cdot 2 \text{ kA} = 800 \text{ MW}$ ,

Wellenwiderstand der Leitung:  $Z_0 = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8.854 \cdot 10^{-12}}} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{10}{0.025}\right) = 718 \Omega$ ,

Signallaufzeit:  $t_p = \frac{l}{c_0} = \frac{300 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 10^{-3} \text{ s} = 1 \text{ ms}$ ,

Einschwingfrequenz:  $f_d = \frac{1}{4 \cdot t_p} = \frac{1}{4 \cdot 0.001} = 250 \text{ Hz}$ .

Wir kontrollieren, ob das an der Leiteroberfläche maximal auftretende  $E$ -Feld die Luft-Durchschlagfeldstärke  $E_D$  (für Schlagweiten  $> 1 \text{ cm}$ ) nicht übersteigt:

$$E_{\max} \approx \frac{U_d}{2R \cdot \ln(\Delta/R)} = \frac{400 \cdot 10^3}{2 \cdot 2.5 \cdot \ln(10/0.025)} = 13.3 \text{ kV/cm} < 30 \text{ kV/cm} = E_D.$$

Tatsächlich werden bei hohen Spannungen 400 kV die Leiter als „Bündelleiter“ ausgeführt. Damit sinkt  $E_{\max}$  und verringert die verlustbehafteten Koronaentladungen (Kap. V4.2).

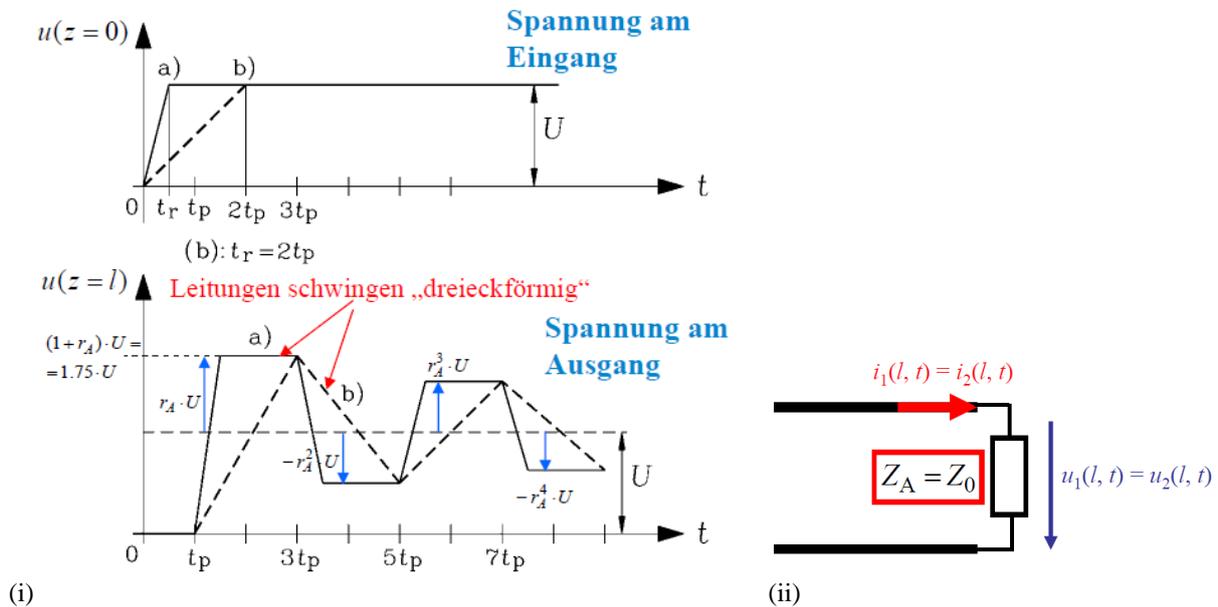
In der Realität ist beim Einschalten einer Gleichspannung die Spannungsflanke nicht unendlich steil wie in Bild V3.3-1, so dass der Einschaltvorgang der verlustfreien Leitung mit **endlicher Spannungsanstiegszeit**  $t_r$  zu betrachten ist. Bei z. B. einem *ohm'schen* Abschlusswiderstand  $Z_A = R_A = 7 \cdot Z_0$  ergibt sich dort ein Reflexionsfaktor  $r_A = 0.75$ , am Eingang der Leitung weiterhin Reflexionsfaktor  $r_E = -1$ . Führt man damit die Konstruktion des Spannungsverlaufs am Leitungsende gemäß Bild V3.3-1 durch, wird für kurze und lange Anstiegszeit a)  $t_r = t_p/2$ , b)  $t_r = 2t_p$  der Spannungsverlauf in Bild V3.3-2 (i) erhalten. Das Einschwingen einer Leitung erfolgt somit dreieckförmig bis trapez- oder rechteckförmig.

*Ergebnisse:*

- 1) Durch Reflexion am Leitungsende  $0.75 < 1$  werden 25% der eintreffenden Spannungswelle „gebrochen“, also in den Abschlusswiderstand  $Z_A$  eingespeist und dort in Wärme umgesetzt. Dieser Anteil geht dem Wellenvorgang verloren. Dadurch nehmen die reflexionsbedingten Amplituden ab („Reflexionsdämpfung“), und die Energie wird in den Abschlusswiderstand hinein übertragen.
- 2) Die maximale Spannungsüberhöhung am Ausgang ist  $b_A = 1 + r_A = 1.75 = 175 \% < 200 \%$  und damit geringer als bei 100 % Reflexion wie z. B. in Bild V3.3-1.
- 3) Solange die Anstiegszeit kürzer als die doppelte Laufzeit ist, tritt der Spannungswert von 2) am Ausgang auf, bis zum Grenzfall b) in Bild V3.3-2 (i). Bei größeren Anstiegszeiten reduziert die mit umgekehrter Amplitude ankommende reflektierte Spannungswelle den

weiteren Spannungsanstieg am Leitungsende, so dass der Maximalwert von 2) nicht mehr erreicht wird. Bei konstanter Spannungsanstiegszeit  $t_r$  sind also lange Leitungen  $l > l_{krit}$  ungünstiger, da sie die maximal mögliche Spannungsüberhöhung  $1 + r_A$  am Ausgang aufweisen. Die „kritische“ Leitungslänge ist bei der Wellengeschwindigkeit  $c$ :

$$t_r \leq 2t_p = 2 \cdot l / c \Rightarrow l \geq c \cdot t_r / 2 \Rightarrow l_{krit} = c \cdot t_r / 2 . \tag{V3.3-6}$$



**Bild V3.3-2:** (i) Einschwingvorgang auf einer verlustlosen, homogenen Leitung bei einem Reflexionsfaktor am Leitungsende  $r_A = 0.75$  und einer Spannungsanstiegszeit a)  $t_r = t_p/2$ , b)  $t_r = 2t_p$ . (ii) Abschluss der Zweidrahtleitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_0$ .

Bei Abschluss der Leitung mit dem Wellenwiderstand ist der Reflexionsfaktor Null:  $r = 0$ . Der Brechungsfaktor ist Eins:  $b = 1$ .

$$r = \frac{Z_0 - Z_0}{Z_0 + Z_0} = 0, \quad b = 1 - r = 1 \tag{V3.3-7}$$

Es tritt keine reflektierte Welle auf:  $u_r = 0$ . Die Eingangswelle  $u$  läuft vom Eingang 1 als gebrochene Welle  $u_b$  direkt in den Abschlusswiderstand ein, so dass eine vollständige Leistungsübertragung in den Abschlusswiderstand  $Z_A = Z_0$  nach der Signallaufzeit  $t_p$  stattfindet. Es tritt keine Spannungsüberhöhung durch Reflexion am Ausgang 2 auf:  $u_1 = u_2 = u$ . Es tritt kein laufzeitfrequenter Einschwingvorgang am Ausgang 2 der Leitung auf.

**Im allgemeinen Fall  $Z_A \neq Z_0$**  tritt bei jedem Einschalten einer Leitung ein höherfrequenter Einschwingvorgang auf!

### V3.4 Wechselspannungsbetrieb

Wird am Leitungsanfang eine Wechselspannung mit konstanter Amplitude  $\hat{U}$  und Frequenz  $f$  eingepreßt, so bildet sich nach dem Abklingen des Einschwingvorgangs von Kap. V3.3 auf der Leitung der "eingeschwungene" Zustand in der Form i. A. **stehender Strom- und Spannungswellen** aus Sie pulsieren mit der Frequenz  $f$ . Ihre Wellenlänge  $\lambda = v/f$  ist gemäß (V3.1-14) bestimmt, wobei  $v$  die Phasengeschwindigkeit auf der Leitung ist. Diese stehenden Wellen ändern die räumliche Lage der **Amplitudenmaxima** und **Minima** NICHT. Die **stehenden Wellen** entstehen durch die Überlagerung der einlaufenden ( $+z$ ) und an den Leitungsenden reflektierten ( $-z$ ) Strom- und Spannungswellen, treten also immer dann auf, wenn die Leitung **nicht** mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen ist. Die Wellengleichung

$v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  wird für zeitlich sinusförmige Anregung mit der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  mit

**komplexer Rechnung** wie folgt gelöst.

$$u(z,t) = \hat{U} \cos(z - vt) = \hat{U} \cos(2\pi \cdot z / \lambda - \omega t) = \hat{U} \cos(\beta \cdot z - \omega t) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U} e^{j(-\beta z + \omega t)} \right\} \quad (\text{V3.4-1})$$

$$\operatorname{Re} \left\{ \hat{U} \cdot e^{j(-\beta z + \omega t)} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}(z) \cdot e^{j\omega t} \right\} \quad (\text{V3.4-2})$$

Einsetzen von  $\hat{U}(z) \cdot \exp(j\omega t)$  in die Wellengleichung und Kürzen von  $\exp(j\omega t)$  ergibt

$$v^2 \cdot \frac{d^2 \hat{U}(z)}{dz^2} = (j\omega)^2 \cdot \hat{U}(z) \Rightarrow v^2 \cdot \frac{d^2 \hat{U}(z)}{dz^2} + \omega^2 \cdot \hat{U}(z) = 0 \quad (\text{V3.4-3})$$

eine gewöhnliche lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten für  $\hat{U}(z)$ , die mit dem Exponentialansatz mit komplexen Konstanten  $\underline{k}_1, \underline{k}_2, \underline{C}_1, \underline{C}_2$  gelöst wird.

$$\hat{U}(z) = \underline{C}_1 \cdot e^{\underline{k}_1 z} + \underline{C}_2 \cdot e^{\underline{k}_2 z} \quad (\text{V3.4-4})$$

Wir setzen  $\underline{C} \cdot e^{\underline{k}z}$  in (V3.4-3) ein und erhalten für  $\underline{C} \neq 0$  mit  $v^2 \cdot \underline{k}^2 \cdot e^{\underline{k}z} + \omega^2 \cdot e^{\underline{k}z} = 0$

$$\underline{k}^2 = -\frac{\omega^2}{v^2} = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \Rightarrow \underline{k}_{1,2} = \pm j \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (\text{V3.4-5})$$

und eingesetzt in (V3.4-4) mit (V3.4-1) die Lösung für die Spannungswellen, wobei  $\underline{C}_1, \underline{C}_2$  im Folgenden mit  $\hat{U}_r, \hat{U}_h$  bezeichnet werden.

$$\hat{U}(z) = \underline{C}_1 \cdot e^{j2\pi \cdot z / \lambda} + \underline{C}_2 \cdot e^{-j2\pi \cdot z / \lambda} = \hat{U}_r \cdot e^{j2\pi \cdot z / \lambda} + \hat{U}_h \cdot e^{-j2\pi \cdot z / \lambda}, \quad \beta = 2\pi / \lambda \quad (\text{V3.4-6})$$

$$u(z,t) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_h \cdot e^{j \cdot ((-2\pi \cdot z / \lambda) + \omega t)} + \hat{U}_r \cdot e^{j \cdot ((2\pi \cdot z / \lambda) + \omega t)} \right\}. \quad (\text{V3.4-7})$$

Die Lösung besteht aus einer **Überlagerung** einer vor- und einer zurücklaufenden Spannungswelle mit der Wellenlänge  $\lambda = v / f$ .

$$\text{Vorlaufende Welle:} \quad \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_h \cdot e^{j \cdot ((-2\pi \cdot z / \lambda) + \omega t)} \right\} \sim \cos((2\pi \cdot z / \lambda) - \omega t) \quad (\text{V3.4-8})$$

$$\text{Zurücklaufende Welle:} \quad \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_r \cdot e^{j \cdot ((2\pi \cdot z / \lambda) + \omega t)} \right\} \sim \cos((2\pi \cdot z / \lambda) + \omega t) \quad (\text{V3.4-9})$$

Mit der Telegraphengleichung (V3.1-4) wird die zugehörige Lösung für die Stromwelle  $i(z,t) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{I}(z) \cdot e^{j\omega t} \right\}$  berechnet.

$$\frac{du(z,t)}{dz} = -L' \cdot \frac{di(z,t)}{dt} \Rightarrow \frac{d\hat{U}(z)}{dz} = -j\omega \cdot L' \cdot \hat{I}(z) \quad (\text{V3.4-10})$$

$$\hat{I}(z) = \frac{2\pi / \lambda}{\omega L'} \cdot \left( \hat{U}_h \cdot e^{-j2\pi z / \lambda} - \hat{U}_r \cdot e^{j2\pi z / \lambda} \right) = \hat{I}_h \cdot e^{-j2\pi z / \lambda} - \hat{I}_r \cdot e^{j2\pi z / \lambda} \quad (\text{V3.4-11})$$

Die allgemeine Spannungs- und Stromverteilung längs der Leitung ergibt sich aus der Überlagerung zweier gegenläufiger Sinuswellen zu einer i. A. stehenden Welle! Der

Ausdruck  $\frac{2\pi / \lambda}{\omega L'} = \frac{1}{\lambda \cdot f \cdot L'} = \frac{1}{v \cdot L'} = \frac{\sqrt{L' \cdot C'}}{L'} = \sqrt{\frac{C'}{L'}} = \frac{1}{Z_0}$  zeigt, dass zwischen Strom- und

Spannungsamplitude wieder der Wellenwiderstand  $Z_0$  als Proportionalitätsfaktor auftritt. Der Vergleich von (V3.4-6) und (V3.4-11) zeigt für **Hinwelle (h)** und **Rückwelle (r)**

$$\hat{U}_h = Z_0 \cdot \hat{I}_h, \quad \hat{U}_r = -Z_0 \cdot \hat{I}_r. \quad (\text{V3.4-12})$$

Der **allgemeine Sinusbetrieb einer verlustlosen homogenen Zweidrahtleitung** mit der Lastimpedanz  $Z_A$  am Leitungsende und der vorgegebenen Spannung  $u(0, t)$  am Eingang

$$u(0, t) = \hat{U} \cdot \cos \omega t = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U} \cdot e^{j\omega t} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}(0) \cdot e^{j\omega t} \right\} \quad (\text{V3.4-13})$$

ergibt mit (V3.4-6), (V3.4-11) und  $\hat{U}_h = Z_A \cdot \hat{I}_h, \hat{U}_r = Z_A \cdot \hat{I}_r$  und  $\beta = 2\pi / \lambda$ :

$$\hat{U}(0) = \hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot 0} + \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot 0} = \hat{U}_h + \hat{U}_r. \quad (\text{V3.4-14})$$

$$\hat{U}(l) = \hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} + \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot l} = \underline{Z}_A \cdot \hat{I}(l) = \underline{Z}_A \cdot \hat{I}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} + \underline{Z}_A \cdot \hat{I}_r \cdot e^{j\beta \cdot l} \quad (\text{V3.4-15})$$

Mit (V3.4-12) gilt aber auch anstelle von (V3.4-15):

$$\hat{U}(l) = \hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} + \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot l} = (\underline{Z}_A / Z_0) \cdot (\hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot l} - \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot l}) \quad (\text{V3.4-16})$$

Aus (V3.4-14) und (V3.4-16) ergibt sich das Gleichungssystem zur Berechnung von  $\hat{U}_h, \hat{U}_r$  bei vorgegebenen Werten  $\hat{U}(0), \underline{Z}_A$  einer Leitung mit den Parametern  $Z_0, \beta$ .

$$\hat{U}_h + \hat{U}_r = \hat{U}(0) \quad (\text{V3.4-17})$$

$$(1 - \underline{Z}_A / Z_0) \cdot e^{-j\beta \cdot l} \cdot \hat{U}_h + (1 + \underline{Z}_A / Z_0) \cdot e^{j\beta \cdot l} \cdot \hat{U}_r = 0$$

Mit der *Cramer'schen* Regel ergibt (V3.4-17) die Amplituden der hinlaufenden und reflektierten Spannungswellen  $\hat{U}_h, \hat{U}_r$  (V3.4-18), (V3.4-19), wobei die *Euler-Beziehungen*

$\cos \alpha = (e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) / 2$ ,  $j \cdot \sin \alpha = (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) / 2$  verwendet wurden.

$$\hat{U}_h = \frac{\hat{U}(0)}{2} \cdot \frac{(\underline{Z}_A + Z_0) \cdot e^{j\beta \cdot l}}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)} = Z_0 \cdot \hat{I}_h \quad (\text{V3.4-18})$$

$$\hat{U}_r = \frac{\hat{U}(0)}{2} \cdot \frac{(\underline{Z}_A - Z_0) \cdot e^{-j\beta \cdot l}}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)} = -Z_0 \cdot \hat{I}_r \quad (\text{V3.4-19})$$

Mit (V3.4-6) ergibt sich damit der Verlauf der resultierenden Spannungsamplitudenverteilung längs der Leitung aus Überlagerung von hin- und rücklaufender Spannungswelle (V3.4-20)

$$\hat{U}(z) = \frac{\hat{U}(0)}{2} \cdot \frac{(\underline{Z}_A + Z_0) \cdot e^{-j\beta \cdot (z-l)} + (\underline{Z}_A - Z_0) \cdot e^{j\beta \cdot (z-l)}}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)} \quad (\text{V3.4-20})$$

und nach Umformung mit den *Euler-Beziehungen*

$$\hat{U}(z) = \hat{U}(0) \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot (l-z)] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot (l-z)]}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)} \quad (\text{V3.4-21})$$

Das Amplitudenverhältnis von zurück- zu hinlaufender Welle wird durch Division von (V3.4-19) durch (V3.4-18) erhalten und hängt von  $Z_0, \lambda, l$  und  $\underline{Z}_A$  ab!

$$\frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} = \frac{\underline{Z}_A - Z_0}{\underline{Z}_A + Z_0} \cdot e^{-j2\beta \cdot l} \quad (\text{V3.4-22})$$

$$\text{a) } \underline{Z}_A \rightarrow \infty: \left| \frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} \right| = 1, \quad \text{b) } \underline{Z}_A \rightarrow 0: \left| \frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} \right| = 1, \quad \text{c) } \underline{Z}_A = Z_0: \left| \frac{\hat{U}_r}{\hat{U}_h} \right| = 0 \quad (\text{V3.4-23})$$

Bei a) Leerlauf und b) Kurzschluss am Ende der Leitung sind die Amplituden der hin- u. zurücklaufenden Wellen gleich groß. Folglich ergeben sich stehende Wellen mit Schwingungsknoten (siehe Abschnitt V3.5)! Bei c) Abschluss mit dem Wellenwiderstand tritt keine reflektierte Welle auf!

Aus (V3.4-11), (V3.4-12) wird die Stromverteilung längs der Leitung  $z$  berechnet (V3.4-24).

$$\hat{I}(z) = \frac{\hat{U}(0)}{Z_0} \cdot \frac{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot (l-z)] + j \cdot \underline{Z}_A \cdot \sin[\beta \cdot (l-z)]}{\underline{Z}_A \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l)} \quad (\text{V3.4-24})$$

$$\hat{U}(z) = \sqrt{2} \cdot U(z), \quad \hat{U}(0) = \sqrt{2} \cdot U(0), \quad \hat{I}(z) = \sqrt{2} \cdot I(z) \quad (\text{V3.4-25})$$

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi(z)$  zwischen der Spannung und dem Strom entlang der Leitung, positiv gezählt vom Strom zur Spannung im mathematisch positiven Zählsinn (= Gegenuhrzeigersinn), kann induktiv, *ohm'sch* oder kapazitiv sein und hängt vom Ort  $z$  ab (Bild V3.4-1a)! Ab nun werden wie in der Energietechnik üblich anstatt der Amplituden die Effektivwerte (V3.4-25) verwendet.

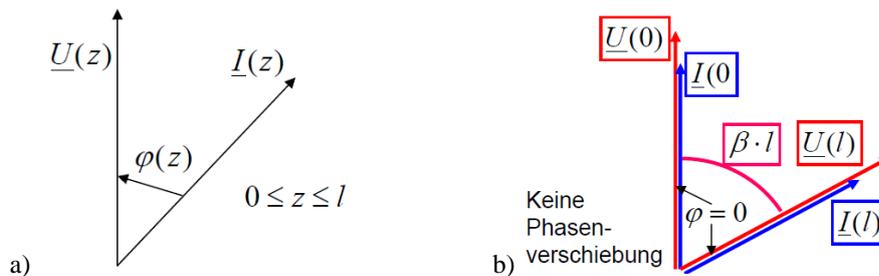


Bild V3.4-1: Verlustlose homogene Leitung: a) Phasenverschiebung (z.B. induktiv) zwischen Strom und Spannung am Ort  $z$  der Leitung, b) Sonderfall  $\underline{Z}_A = Z_0$ : Übertragung der „natürlichen Leistung“  $P_{\text{Nat}}$ , Strom und Spannung in Phase. Sie drehen gemeinsam ihre Phasenlage auf Grund des Induktivitäts- und Kapazitätsbelags.

### Beispiel V3.4-1:

Wie lang muss eine Zweidrahtleitung sein, damit sich bei Leitungspeisung mit der Netzfrequenz  $f = 50$  Hz eine Spannungswelle mit der Wellenlänge  $\lambda = l$  ausbilden kann?

$$v = c_0, l = \lambda \Rightarrow l = c_0 / f = \frac{2.9979 \cdot 10^8}{50} = 5996 \cdot 10^3 \text{ m} \cong 6000 \text{ km (!)}$$

Die Wellenphänomene werden erst bei langen Leitungen ab etwa  $1/8$  Wellenlänge, also ab etwa  $l = 750$  km deutlich merkbar, z. B. in den USA, Kanada, VR China, Russland, wo große Distanzen zu überwinden sind.

Die **Wirkleistung**  $P$  an der Stelle  $z$  der Leitung ergibt sich aus

$$P(z) = U(z) \cdot I(z) \cdot \cos \varphi(z) = \operatorname{Re}\{\underline{U}(z) \cdot \underline{I}^*(z)\} = \operatorname{Re}\{\underline{S}(z)\} \quad (\text{V3.4-26})$$

Um die konjugiert Komplexe  $\underline{I}^*(z)$  aus (V3.4-24) zu berechnen, wird die Abschlussimpedanz in Re- und Im-Teil zerlegt:  $\underline{Z}_A = \operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\} + j \cdot \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\}$ . Mit der Re-Bildung der komplexen Scheinleistung  $\underline{S}(z)$  ergibt sich  $P(z) = P$  (bitte selbst nachrechnen!), die wegen der **Verlustfreiheit der Leitung unabhängig von  $z$**  ist.

$$P(z) = \frac{U^2(0) \cdot \operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\}}{[\operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\} \cdot \cos(\beta \cdot l)]^2 + [(Z_0 + \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\}) \cdot \sin(\beta \cdot l)]^2} = P \quad (\text{V3.4-27})$$

In gleicher Weise wird als Im-Teil der komplexen Scheinleistung  $\underline{S}(z)$  die vom Ort  $z$  abhängige Blindleistung  $Q(z)$  berechnet.

$$Q(z) = U(z) \cdot I(z) \cdot \sin \varphi(z) = \operatorname{Im}\{\underline{U}(z) \cdot \underline{I}^*(z)\} = \operatorname{Im}\{\underline{S}(z)\} \quad (\text{V3.4-28})$$

$$Q(z) = \frac{U^2(0) \cdot (Z_0^2 - Z_A^2) \cdot \sin(2\beta \cdot l) + 2 \cdot Z_0 \cdot \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\} \cdot \cos(2\beta \cdot (l - z))}{2Z_0 \cdot [\operatorname{Re}\{\underline{Z}_A\} \cdot \cos(\beta \cdot l)]^2 + [(Z_0 + \operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\}) \cdot \sin(\beta \cdot l)]^2} \quad (\text{V3.4-29})$$

Die **Blindleistung**  $Q(z)$  hängt wegen der längs  $z$  verteilten Leitungsinduktivität  $L$  und Leitungskapazität  $C$  von  $z$  ab, außer im Fall des reellen Abschlusswiderstands. Wegen  $\operatorname{Im}\{\underline{Z}_A\} = 0$  ist dann auch  $Q$  UNabhängig von  $z$ . Der Phasenverschiebungswinkel zwischen Spannung und Strom ist konstant  $\varphi(z) = \varphi$ . Er hängt von den Leitungsparametern und  $Z_A$  ab.

Wird an einer Stelle  $z$  die **Leitungsimpedanz**  $\underline{Z}(z)$  als Division von (V3.4-21) durch (V3.4-24) bestimmt, erhalten wir abhängig von den Leitungsparametern, dem Ort  $z$  und  $\underline{Z}_A$

$$\underline{Z}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]}{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot (l - z)] + j \cdot \underline{Z}_A \cdot \sin[\beta \cdot (l - z)]} \quad (\text{V3.4-30})$$

Die **Eingangsimpedanz der Leitung**  $\underline{Z}_E$ , gemessen am Ort  $z = 0$ , ist von den Leitungsparametern und  $\underline{Z}_A$  abhängig.

$$\underline{Z}_E = \underline{Z}(0) = Z_0 \cdot \frac{\underline{Z}_A \cdot \cos[\beta \cdot l] + j \cdot Z_0 \cdot \sin[\beta \cdot l]}{Z_0 \cdot \cos[\beta \cdot l] + j \cdot \underline{Z}_A \cdot \sin[\beta \cdot l]} \quad (\text{V3.4-31})$$

Bei **Abschluss der Leitung mit dem Wellenwiderstand**  $\underline{Z}_A = Z_A = Z_0$  ist die Leitungsimpedanz gemäß (V3.4-30) an jedem Ort  $z$  identisch mit dem Wellenwiderstand  $\underline{Z}(z) = Z_0$ , denn es tritt keine reflektierte Welle auf! Auch am Eingang ist  $\underline{Z}(0) = \underline{Z}_E = Z_0$  messbar. Daher sind Strom und Spannung an jedem Ort  $z$  über  $Z_0$  direkt *ohm'sch* proportional und in Phase (Bild V3.4-1b). Folglich sind Spannungs- und Strombetrag entlang der Leitung konstant:  $|\underline{U}(0)| = |\underline{U}(z)| = |\underline{U}(l)|$ ,  $|\underline{I}(0)| = |\underline{I}(z)| = |\underline{I}(l)|$ . Es gibt keine Wellenmaxima und Minima, also keine stehenden Wellen, da die reflektierte Welle fehlt! Die Blindleistung ist Null! Es wird nur Wirkleistung übertragen. Die gemeinsame Phasendrehung von Strom und Spannung  $\Delta\gamma = \beta \cdot l$  (Bild V3.4-1b) entspricht der Laufzeit  $t_p$ !

$$l \cdot \beta = l \cdot 2\pi / \lambda = l \cdot 2\pi / (v / f) = (l / v) \cdot 2\pi \cdot f = t_p \cdot \omega \quad (\text{V3.4-32})$$

Die übertragene Wirkleistung heißt „**natürliche Leistung**“  $P_{\text{Nat}}$ , für die aus (V3.4-27) folgt:

$$\text{Re}\{\underline{Z}_A\} = Z_0, \text{Im}\{\underline{Z}_A\} = 0: P = \frac{U_0^2(0)}{Z_0} = P_{\text{Nat}} \quad (\text{V3.4-33})$$

(V3.4-29) bestätigt: Die Blindleistung ist Null  $Q = 0$ , weil sich induktive und kapazitive Blindleistung an JEDEM Ort  $z$  aufheben, wie folgende einfache Rechnung für die Blindleistung je Leitungsabschnitt  $Q' = Q/l$  zeigt!

$$I(z) = I = \frac{U(z)}{Z_0} = \frac{U}{Z_0} = U \cdot \sqrt{\frac{C'}{L'}} \Rightarrow Q'_L = \omega L' \cdot I^2 = \omega L' \cdot U^2 \cdot \frac{C'}{L'} = U^2 \cdot \omega C' = -Q'_C,$$

$$Q'_L = X'_L \cdot I^2, \quad X'_L = \omega \cdot L' = |j \cdot \omega \cdot L'|,$$

$$Q'_C = -\frac{U^2}{|X'_C|}, \quad X'_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C'} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C'}, \quad X'_C = -\frac{1}{\omega \cdot C'} \quad |X'_C| = \frac{1}{\omega \cdot C'},$$

$$Q = Q' \cdot l = (Q'_L + Q'_C) \cdot l = 0$$

Wir fragen nun nach der übertragbaren Wirk- und Blindleistung der verlustfreien homogenen Zweidraht-Leitung bei *ohm'schem* (= reellem) Abschlusswiderstand  $\underline{Z}_A = Z_A$ . Aus (V3.4-27) und (V3.4-29) folgt

$$P = \frac{U^2(0) \cdot Z_A}{[Z_A \cdot \cos(\beta \cdot l)]^2 + Z_0^2}, \quad Q(z) = \frac{U^2(0)}{2Z_0} \cdot \frac{(Z_0^2 - Z_A^2) \cdot \sin(2\beta \cdot l)}{[Z_A \cdot \cos(\beta \cdot l)]^2 + Z_0^2} \quad (\text{V3.4-34})$$

Sowohl  $P$  als auch  $Q$  sind unabhängig von  $z$  und ergeben, bezogen auf  $P_{\text{Nat}}$  (V3.4-33):

$$\frac{P}{P_{\text{Nat}}} = \frac{Z_0 / Z_A}{[\cos(\beta \cdot l)]^2 + (Z_0 / Z_A)^2 \cdot [\sin(\beta \cdot l)]^2} \quad (\text{V3.4-35})$$

$$\frac{Q}{P_{\text{Nat}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{[(Z_0 / Z_A)^2 - 1] \cdot \sin(2\beta \cdot l)}{[\cos(\beta \cdot l)]^2 + (Z_0 / Z_A)^2 \cdot [\sin(\beta \cdot l)]^2} \quad (\text{V3.4-36})$$

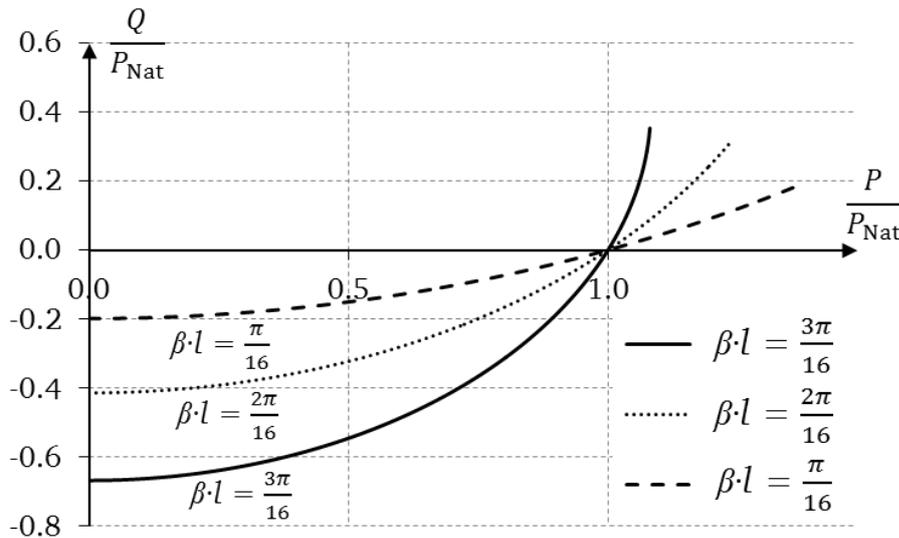
Indem  $Z_0/Z_A$  in (V3.4-35) in Abhängigkeit von  $P/P_{\text{Nat}}$  ermittelt und in (V3.4-36) eingesetzt wird (siehe Abschnitt V3.5), wird die Blindleistung in Abhängigkeit der Wirkleistung  $Q(P)$  (Bild V3.4-2) erhalten: Minus-Vorzeichen:  $\infty > Z_A \geq Z_A^*$ , Plus-Vorzeichen:  $Z_A^* \geq Z_A > 0$ .

$$\frac{Q}{P_{\text{Nat}}} = \cot(2\beta \cdot l) \pm \sqrt{(\cot(2\beta \cdot l))^2 + 1 - \left(\frac{P}{P_{\text{Nat}}}\right)^2}, \quad P(Z_A^*) = P_{\text{max}} = \frac{P_{\text{Nat}}}{\sin(2\beta \cdot l)} \quad (\text{V3.4-37})$$

Gemäß Bsp. V3.4-1 ist  $Q(P)$  in Bild V3.4-2 für „kurze“ Leitungen dargestellt mit  $\beta \cdot l < 1$ ,  $l < 955 \text{ km}$  bei 50 Hz.

$$\beta \cdot l = \frac{\omega}{v} \cdot l = \omega \cdot \sqrt{L'C'} \cdot l = \sqrt{\omega L \cdot \omega C} = \sqrt{X_L / X_C} < 1, \quad l < \lambda / 6.3 \quad (\text{V3.4-38})$$

Wird weniger als die natürliche Leistung übertragen, so verhält sich die Leitung kapazitiv; die Blindleistung ist im Verbraucherzählpfeilsystem negativ. Wird mehr als die natürliche Leistung übertragen, so verhält sich die Leitung induktiv mit positiver Blindleistung. Bei **Übertragung der natürlichen Leistung** ist die Blindleistung Null.



**Bild V3.4-2:** Verlustlose homogene Zweidrahtleitung: Blindleistung in Abhängigkeit der übertragenen Wirkleistung für „kurze“ Leitungen  $\beta \cdot l = \pi/16, 2\pi/16, 3\pi/16$  (bei 50 Hz:  $l = 188 \text{ km}, 375 \text{ km}, 563 \text{ km}$ ) und  $\infty > Z_A > Z_A^*$ . Bei  $Z_A = Z_0$  ist die Blindleistung Null. Es wird die „natürliche Leistung“  $P_{\text{Nat}}$  übertragen.

Der Sonderfall „**Leerlaufende Leitung**“ ( $Z_A \rightarrow \infty$  bzw.  $P = 0$ ) ergibt stets eine negative Blindleistung. Die „kurze“ leerlaufende Leitung  $\beta \cdot l < 1$  verhält sich wie ein Kondensator.

$$\frac{Q}{P_{\text{Nat}}}(Z_A \rightarrow \infty) = \frac{Q_0}{P_{\text{Nat}}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(2\beta \cdot l)}{[\cos(\beta \cdot l)]^2} = -\tan(\beta \cdot l) . \quad (\text{V3.4-39})$$

Bei sehr kurzer Leitung  $\beta \cdot l \ll 1$  ist diese Blindleistung Null, da der Kondensator wegen der sehr kurzen Leitungslänge „verschwindet“. Allerdings wird sie bei  $\beta \cdot l = \pi/2$  bzw.  $l = \lambda/4$ , (bei 50 Hz:  $l = 1500 \text{ km}$ ) unendlich groß und „springt“ für  $\pi/2 < \beta \cdot l < \pi$  auf positive Werte und wird induktiv. Dieses merkwürdige Phänomen erklärt sich mit den stehenden Wellen, deren Wirkung bei „elektrisch kurzer“ Leitung, wie zumeist in der el. Energietechnik üblich, wenig bemerkbar ist.

### V3.5 Stehende Wellen

Der Sonderfälle „Leerlaufende Leitung“ ( $Z_A \rightarrow \infty, P = 0$ ) und „Kurzgeschlossene Leitung“ ( $Z_A = 0, P = 0$ ) ergeben gemäß (V3.4-23)  $|\hat{U}_{\text{h}}| = |\hat{U}_{\text{r}}|, |\hat{I}_{\text{h}}| = |\hat{I}_{\text{r}}|$ . Vorlaufende und reflektierte Spannungs- und Stromwelle haben denselben Amplitudenwert. (V3.4-21) und (V3.4-24) ergeben im Fall der leerlaufenden Leitung

$$\hat{U}(z) = \hat{U}(0) \cdot \frac{\cos[\beta \cdot (l-z)]}{\cos(\beta \cdot l)}, \quad \hat{I}(z) = j \cdot \frac{\hat{U}(0)}{Z_0} \cdot \frac{\sin[\beta \cdot (l-z)]}{\cos(\beta \cdot l)} . \quad (\text{V3.5-1})$$

Mit  $u(z,t) = \text{Re}\{\hat{U}(z) \cdot e^{j\omega t}\}$ ,  $i(z,t) = \text{Re}\{\hat{I}(z) \cdot e^{j\omega t}\}$ ,  $\hat{U}(0) = \hat{U}_1$  folgt aus (V3.5-1) die Wellendarstellung.

$$u(z,t) = \hat{U}_1 \cdot \frac{\cos(\beta \cdot (z-l))}{\cos(\beta \cdot l)} \cdot \cos \omega t, \quad i(z,t) = -\frac{\hat{U}_1}{Z_0} \cdot \frac{\sin(\beta \cdot (z-l))}{\cos(\beta \cdot l)} \cdot \sin \omega t \quad (\text{V3.5-2})$$

Es treten gemäß (V3.5-2) keine Wanderwellen vom Typ  $F(2\pi/\lambda - \omega t)$  auf, sondern durch Überlagerung zweier gleich großer, gegenläufiger Wanderwellen eine **stehende Welle**. Dieser Entstehungsmechanismus ist in Bild V3.5-1 dargestellt. Eine am Ende offene Leitung wird aus einer idealen Stromquelle am Eingang gespeist. Der Innenwiderstand der Stromquelle ist unendlich groß. So erhält man die "beidseitig offene" Leitung. Die Entstehung der stehenden Wellen aus der einlaufenden und reflektierten Welle ist in Bild V1.4-1 für unterschiedliche Zeitpunkte graphisch dargestellt. Die Speisefrequenz  $f$  der Quelle ist so gewählt, dass die Wellenlänge der stehenden Wellen genau die halbe Leitungslänge  $l/2$  beträgt. Diese resultierende **stehende Welle** (fette Linie) verändert die Lage ihrer Schwingungsbäuche (B) und Knoten (K) nicht; sie pulsiert mit der Frequenz  $f = 1/T$ , wandert aber nicht.

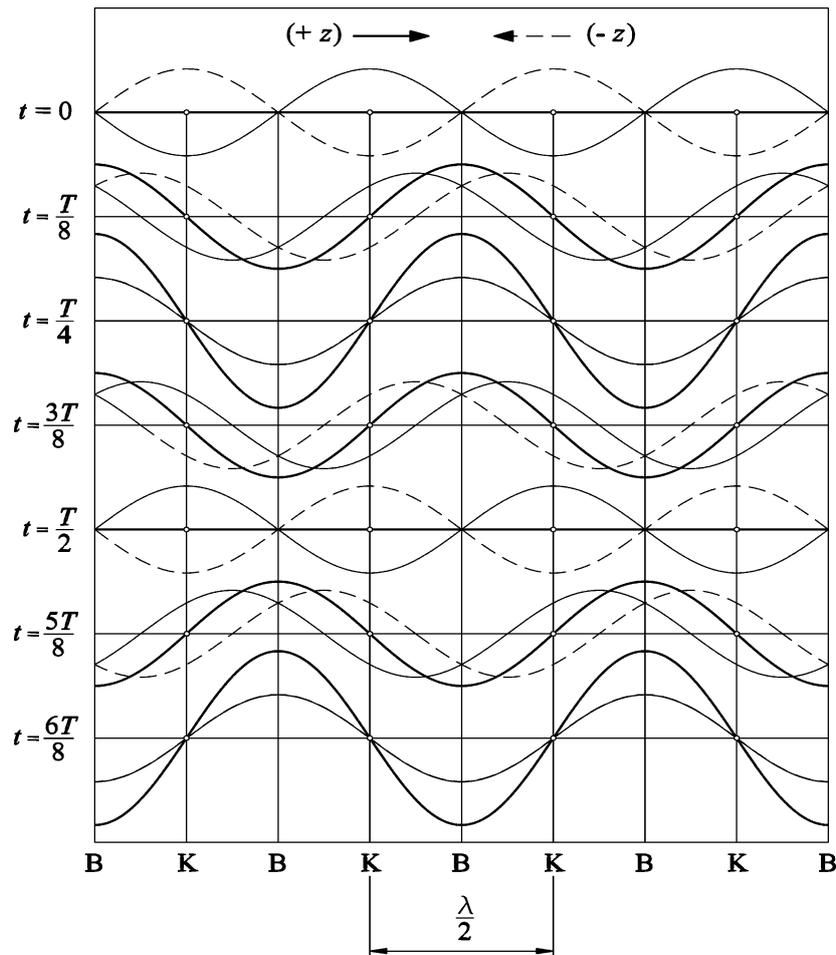
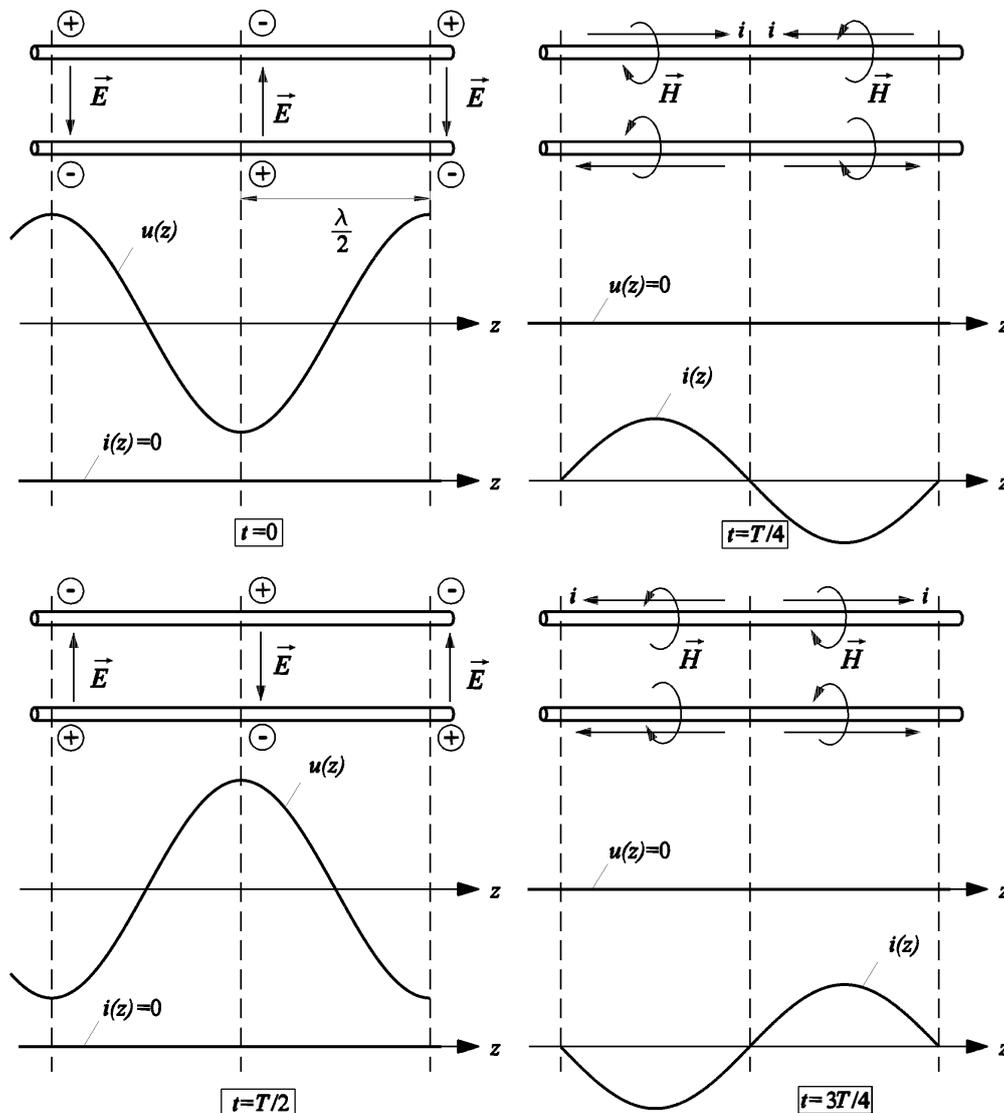


Bild V3.5-1: Entstehung einer stehenden Welle durch Überlagerung einer hin- und rücklaufenden Welle bei beidseitig offenen Leitungsenden.

Bei den **Wellenknoten** ist die Größe (Elongation) von Strom bzw. Spannung ist Null:  $i = 0$  bzw.  $u = 0$ , bei den **Wellenbäuchen** hingegen maximal. Strom und Spannung **pulsieren zeitlich** an jedem Ort  $z$  mit der Frequenz  $f = \omega/(2\pi)$ , aber sie schwingen **zeitlich um  $90^\circ$  phasenversetzt** (= eine Viertel-Schwingungsperiode  $T/4$ ,  $T = 1/f$ ). Wenn die Spannungswelle sich mit maximalen Ausschlägen ausbildet, ist die Stromwelle in diesem Moment Null. Weiters sind Stromwelle und Spannungswelle räumlich um eine Viertel-Wellenlänge **verschoben**, d. h. am Ort der Spannungsknoten sind Strombäuche, am Ort der Stromknoten treten Spannungsbäuche auf. In Bild V3.5-2 ist dies mit den  $E$ - und  $H$ -Feldern graphisch für den Fall dargestellt, dass die speisende Frequenz so bemessen ist, dass die Wellenlänge  $\lambda$  der stehenden Welle  $4/5$  der Leitungslänge  $l$  beträgt. Es sind die vier Zeitpunkte  $t = 0$ ,  $T/4$ ,  $T/2$  und  $3T/4$  dargestellt. Bei maximaler Spannungsamplitude (Zeitpunkte  $t = 0$ ,  $T/2$ ) ist das  $E$ -

Feld zwischen den beiden Leitern voll ausgebildet und dort maximal, wo die Spannungswelle Bäuche hat (Sitz der positiven und negativen Ladungen), und dort Null, wo die stehende Spannungswelle Knoten hat. Der Strom ist in den beiden Leitern zu diesen Zeitpunkten Null. Zu den Zeiten  $t = T/4$  und  $3T/4$  ist die Spannung und damit des  $E$ -Feld Null. Von den Punkten maximalen Potentials (positiver Spannungsbauch) fließen die Ladungen als elektrischer Strom zu den Punkten minimalen Potentials (negativer Spannungsbauch) und erzeugen ein magnetisches  $H$ -Feld, das sich um die Leiter schließt.



**Bild V3.5-2:** Stehende Strom-/Spannungswelle und zugehöriges elektrisches und magnetisches Feld  $E$  und  $H$  auf einer am Ende offenen Zweidrahtleitung mit der Länge  $l = (5/4) \cdot \lambda$  für die vier Zeitpunkte  $t = 0, T/4, T/2$  und  $3T/4$ .

Auch beim Sonderfall „Kurzgeschlossene Leitung“ treten wegen  $|\hat{U}_h| = |\hat{U}_r|, |\hat{I}_h| = |\hat{I}_r|$  nur stehende Welle auf. Die Eingangsimpedanz (V3.4-31) ist für Leerlauf (LL) und Kurzschluss (KS) speziell

$$\underline{Z}_{E,LL} = Z_0 \cdot \frac{\cos[\beta \cdot l]}{j \cdot \sin[\beta \cdot l]} = -j \cdot Z_0 \cdot \operatorname{ctg}(\beta \cdot l), \quad \underline{Z}_{E,KS} = j \cdot Z_0 \cdot \frac{\sin[\beta \cdot l]}{\cos[\beta \cdot l]} = j \cdot Z_0 \cdot \tan(\beta \cdot l). \quad (\text{V3.5-3})$$

Mit steigendem  $\omega$  bei konstanter Leitungslänge  $l$  (wie in der Nachrichtentechnik) oder mit zunehmendem steigendem  $l$  bei  $\omega = \text{konst.}$  (wie in der Energietechnik) wird die Eingangsimpedanz Null, wie bei einem verlustlosen Serienschwingkreis im Resonanzfall („Serienresonanz“), bei folgender Bedingung für  $k = 0, 1, 2 \dots$ :

$$\text{LL: } \beta \cdot l = (2k+1) \cdot \pi/2, \quad l = (2k+1) \cdot \lambda/4, \quad \text{KS: } \beta \cdot l = k \cdot \pi, \quad l = k \cdot \lambda/2. \quad (\text{V3.5-4})$$

So wird z. B. bei Leerlauf am Leitungsende gemäß (V3.5-1)  $\hat{U}(l) = \frac{\hat{U}(0)}{\cos(\beta \cdot l)}$ ,  $\hat{I}(l) = 0$

(Spannungsbauch und Stromknoten). Bei  $k = 0$ ,  $l = \lambda/4$  ist dann gemäß (V3.5-1) am Eingang  $z = 0$  bei gegebener Spannung  $\hat{U}(0)$  der Strom  $\hat{I}(0) \rightarrow \infty$  unendlich groß, was  $\underline{Z}_E = \hat{U}(0)/\hat{I}(0) = 0$  entspricht. Andererseits wird die Eingangsimpedanz wie bei Resonanz eines verlustlosen Parallelschwingkreises unendlich groß („**Parallelresonanz**“) bei

$$\text{LL: } \beta \cdot l = k \cdot \pi, \quad l = k \cdot \lambda/2, \quad \text{KS: } \beta \cdot l = (2k+1) \cdot \pi/2, \quad l = (2k+1) \cdot \lambda/4. \quad (\text{V3.5-5})$$

So wird z. B. bei  $k = 1$ ,  $l = \lambda/2$  gemäß (V3.5-1) am Eingang  $z = 0$  bei gegebener Spannung  $\hat{U}(0)$  der Strom  $\hat{I}(0) = 0$  Null, was  $\underline{Z}_E = \hat{U}(0)/\hat{I}(0) \rightarrow \infty$  entspricht. (V3.5-3) erklärt die Variation der Blindleistung mit  $\beta \cdot l$  gemäß (V3.4-39), da die komplexe Scheinleistung am Eingang gemäß  $\underline{U}^2(0)/\underline{Z}_{E,LL} = j \cdot \underline{U}^2(0) \cdot \tan(\beta \cdot l)/Z_0$  von  $\beta \cdot l$  abhängt. Für „elektrisch kurze“ Leitungen  $\beta \cdot l \rightarrow 0$  gilt  $\text{ctg}(\beta \cdot l) \approx 1/(\beta \cdot l)$ ,  $\tan(\beta \cdot l) \approx \beta \cdot l$ :

$$\text{LL: } \underline{Z}_E \approx -j \cdot Z_0 / (\beta \cdot l) \xrightarrow{\beta \cdot l \rightarrow 0} \infty, \quad \text{KS: } \underline{Z}_E \approx j \cdot Z_0 \cdot \beta \cdot l \xrightarrow{\beta \cdot l \rightarrow 0} 0. \quad (\text{V3.5-6})$$

Im Leerlauf wirkt die kurze Leitung, wie erwähnt, am Eingang als Kondensator, der mit sinkender Leitungslänge  $\beta \cdot l \rightarrow 0$  verschwindet, so dass  $\underline{Z}_E$  unendlich groß wird.

$$\text{LL: } \underline{Z}_E \approx 1/(j \cdot \omega \cdot C' \cdot l) \xrightarrow{l \rightarrow 0} \infty \quad (\text{V3.5-7})$$

$$\text{mit } \frac{Z_0}{\beta \cdot l} = \frac{\sqrt{L'/C'}}{\frac{2\pi}{\lambda} \cdot l} = \frac{\sqrt{L'/C'}}{\frac{2\pi \cdot f}{v} \cdot l} = \frac{\sqrt{L'/C'}}{\sqrt{L'C'} \cdot \omega \cdot l} = \frac{1}{\omega \cdot C'}. \quad (\text{V3.5-8})$$

Im Kurzschluss wirkt bei verschwindender Leitungslänge der Kurzschluss am Leitungsende direkt am Leitungseingang, so dass  $\underline{Z}_E = 0$  ist. Bei allgemeinem Abschluss  $0 < \underline{Z}_A < \infty$

variiert der Reflexionsfaktor gemäß  $\underline{r} = \frac{\underline{Z}_A - Z_0}{\underline{Z}_A + Z_0}$  zwischen -1 und 1. Die reflektierte Welle

ist nur der Bruchteil  $\hat{U}_r = \underline{r} \cdot \hat{U}_h$ . Trennt man  $\hat{U}_h$  in die Anteile  $\underline{r} \cdot \hat{U}_h$  und  $(1-\underline{r}) \cdot \hat{U}_h$ , so bildet  $\underline{r} \cdot \hat{U}_h$  mit  $\hat{U}_r$  eine stehende Spannungswelle aus, während  $(1-\underline{r}) \cdot \hat{U}_h$  als Wanderwelle die Energie vom Anfang zum Ende der Leitung transportiert. Die Spannungsverteilung längs der Leitung hat nun wegen  $(1-\underline{r}) \cdot \hat{U}_h$  keine Nullstellen (Knoten) mehr, wohl aber  $(1-\underline{r}) \cdot \hat{U}_h$  überlagerte Minima und Maxima wegen der stehenden Welle. Der auf die Spannung am Eingang bezogene Betrag der Spannungsamplitude (V3.4-21)

$$\left| \frac{\underline{U}(z)}{\underline{U}(0)} \right| = \left| \frac{\cos[\beta \cdot (l-z)] + j \cdot \sin[\beta \cdot (l-z)] \cdot (Z_0/Z_A)}{\cos(\beta \cdot l) + j \cdot \sin(\beta \cdot l) \cdot (Z_0/Z_A)} \right| \quad (\text{V3.5-9})$$

ist in Bild V3.5-3 für eine Leitungslänge  $l = 9 \cdot \lambda/8$  in Abhängigkeit des Orts  $z$  für unterschiedliche reelle Werte  $Z_A$  mit den Sonderfällen „Leerlauf“ und „Kurzschluss“ der Leitung dargestellt. Ein ähnliches um  $\pi/4$  phasenversetztes Bild ergibt sich für den Leitungsstrom-Effektivwert  $|\underline{I}(z)/\underline{I}(0)|$ . Offenbar sind für die Energieübertragung über große Distanzen  $l$  in der Größenordnung der Wellenlänge  $\lambda$  Wechselstromleitungen wenig brauchbar, da sich außer im Fall der „**angepassten Leitung**“  $Z_A = Z_0$  große Spannungs- und Stromschwankungen zufolge der Maxima und Minima durch die stehenden Wellen ergeben. Für die Energieübertragung kommen daher „elektrisch kurze“ Leitungen  $l < 800$  km zum

Einsatz. Die Zweidrahtleitung ist dabei das „Vorbild“ für die realen Mehrdraht-Freileitungen mit Luftisolierung.

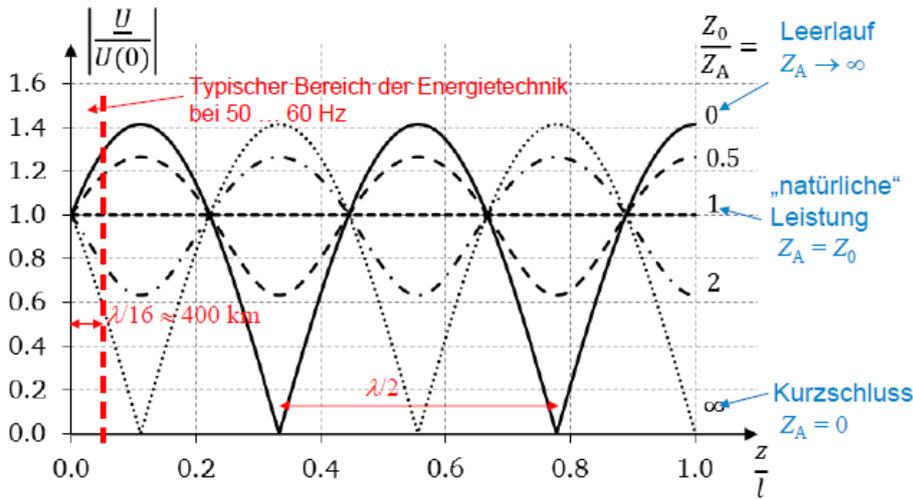


Bild V3.5-3: Verlustlose homogene Zweidrahtleitung  $l = 9 \cdot \lambda/8$ : Auf den Effektivwert der Spannung am Eingang  $U(0)$  bezogener Betrag des Spannungseffektivwerts  $\underline{U}(z)$  für unterschiedliche *ohm*'sche Abschlusswiderstände  $Z_A = 0, Z_0/2, Z_0, 2Z_0, \infty$ .

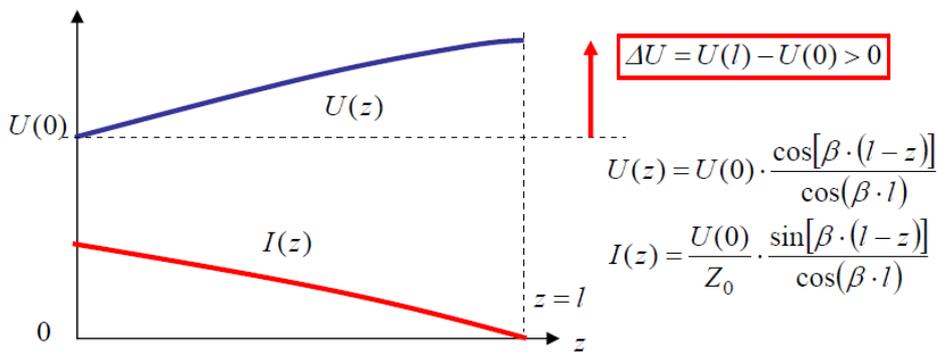


Bild V3.5-4: Leerlaufende ( $Z_A \rightarrow \infty$ ) verlustlose homogene „kurze“ Zweidrahtleitung  $l = 300$  km (bei 50 Hz ist  $\beta \cdot l = \pi/10$ ): Auf den Effektivwert der Spannung am Eingang  $U(0)$  bezogener Betrag des Spannungseffektivwerts  $\underline{U}(z)$  für unterschiedliche *ohm*'sche Abschlusswiderstände  $Z_A = 0, Z_0/2, Z_0, 2Z_0, \infty$ .

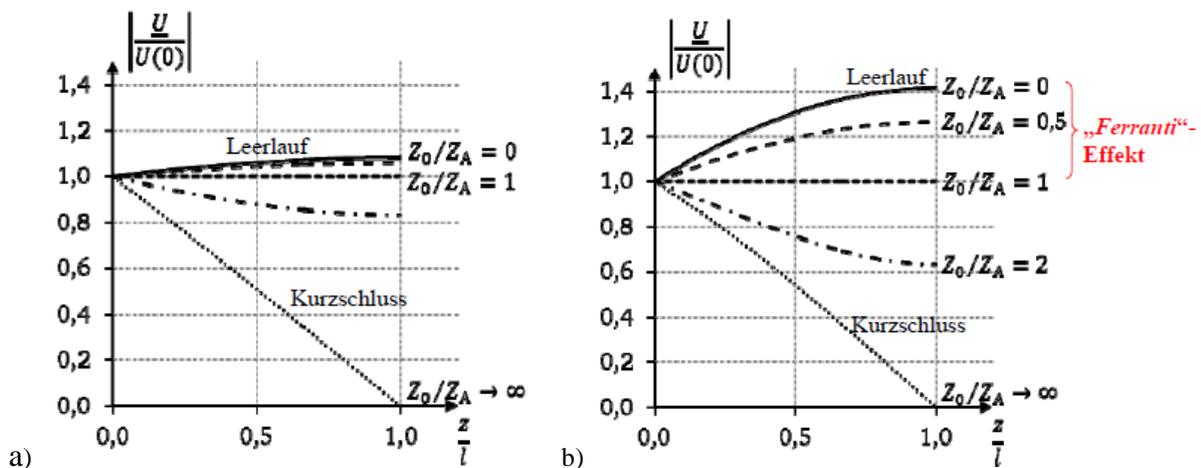


Bild V3.5-5: Verlustlose „kurze“ homogene Zweidrahtleitung: Auf den Effektivwert der Spannung am Eingang  $U(0)$  bezogener Betrag des Spannungseffektivwerts  $\underline{U}(z)$  für unterschiedliche *ohm*'sche Abschlusswiderstände  $Z_A = 0, Z_0/2, Z_0, 2Z_0, \infty$ . a)  $\beta \cdot l = \pi/8$  bzw.  $l = 375$  km, b)  $\beta \cdot l = \pi/4$  bzw.  $l = 750$  km (50 Hz).

Beispiel 3.5-1:

„Elektrisch kurze“ verlustlose homogene offene Leitung:  $Z_0/Z_A = 0, l = 300 \text{ km}, f = 50 \text{ Hz}$ :

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi \cdot 50}{3 \cdot 10^8} = 1.047 \cdot 10^{-6} / \text{m}, \quad \beta \cdot l = 1.047 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5 = 0.314,$$

$$(V3.5-1): \underline{U}(z) = \underline{U}(0) \cdot \frac{\cos[1.047 \cdot 10^{-6} \cdot (3 \cdot 10^5 - z)]}{\cos(0.314)} \Rightarrow \underline{U}(l) = 1.05 \cdot \underline{U}(0).$$

Es ergibt sich eine unerwünschte 5% Spannungsüberhöhung am offenen Leitungsende. Dieser „**Ferranti**“-Effekt tritt gemäß Bild V3.5-5 für alle Werte  $Z_A/Z_0 > 1$  für „elektrisch kurze“ Leitungen  $\beta \cdot l < 1$  auf.

Wir untersuchen mit (V3.4-34), welche Leistung  $P$  über eine „el. kurze“ Leitung  $\beta \cdot l < 1$  bei ohm'schem Abschlusswiderstand  $0 < Z_A < \infty$  und vorgegebener effektiver Spannung  $\underline{U}(0)$  am Leitungseingang mit der Frequenz  $f$  übertragen werden kann. Die bezogene Wirk- und Blindleistung  $p = P/P_{\text{Nat}} = P/(U^2(0)/Z_0), q = Q/P_{\text{Nat}}$  ist in Abhängigkeit von  $Z_0/Z_A$  in Bild V3.5-6 für  $\beta \cdot l = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3 \leq 1$  und  $\beta \cdot l = \pi/2 > 1$  berechnet. Mit  $x = Z_0/Z_A$ :

$$p = \frac{x}{[\cos(\beta \cdot l)]^2 + x^2 \cdot [\sin(\beta \cdot l)]^2}, \quad q = \frac{\sin(\beta \cdot l) \cdot \cos(\beta \cdot l) \cdot (x^2 - 1)}{[\cos(\beta \cdot l)]^2 + x^2 \cdot [\sin(\beta \cdot l)]^2}. \quad (V3.5-10)$$

Mit  $dp(x)/dx = 0$  für  $x^*$  wird  $x^* = Z_0/Z_A^* = \cot(\beta \cdot l)$  erhalten und damit der Abschlusswiderstand  $Z_A^* = Z_0 \cdot \tan(\beta \cdot l)$  bestimmt, bei dem die maximale Leistung  $p_{\text{max}}$  (V3.5-11) übertragen wird (Bild V3.5-6).

$$p(x^*) = p_{\text{max}} = 1/(\sin(2\beta \cdot l)), \quad q(x^*) = q(p_{\text{max}}) = \cot(2\beta \cdot l) \quad (V3.5-11)$$

Aus  $q(x)$  (V3.5-10) folgt  $x = \sqrt{(1 + q \cdot \cot(\beta \cdot l))/(1 - q \cdot \tan(\beta \cdot l))}$ . Eingesetzt in  $p(x)$  (V3.5-10) erhalten wir  $p(q)$  (V3.5-12) und daraus die Umkehrung  $q(p)$  (V3.4-37) (Bild V3.5-6).

$$p(q) = \sqrt{(1 + q \cdot \cot(\beta \cdot l)) \cdot (1 - q \cdot \tan(\beta \cdot l))} \quad (V3.5-12)$$

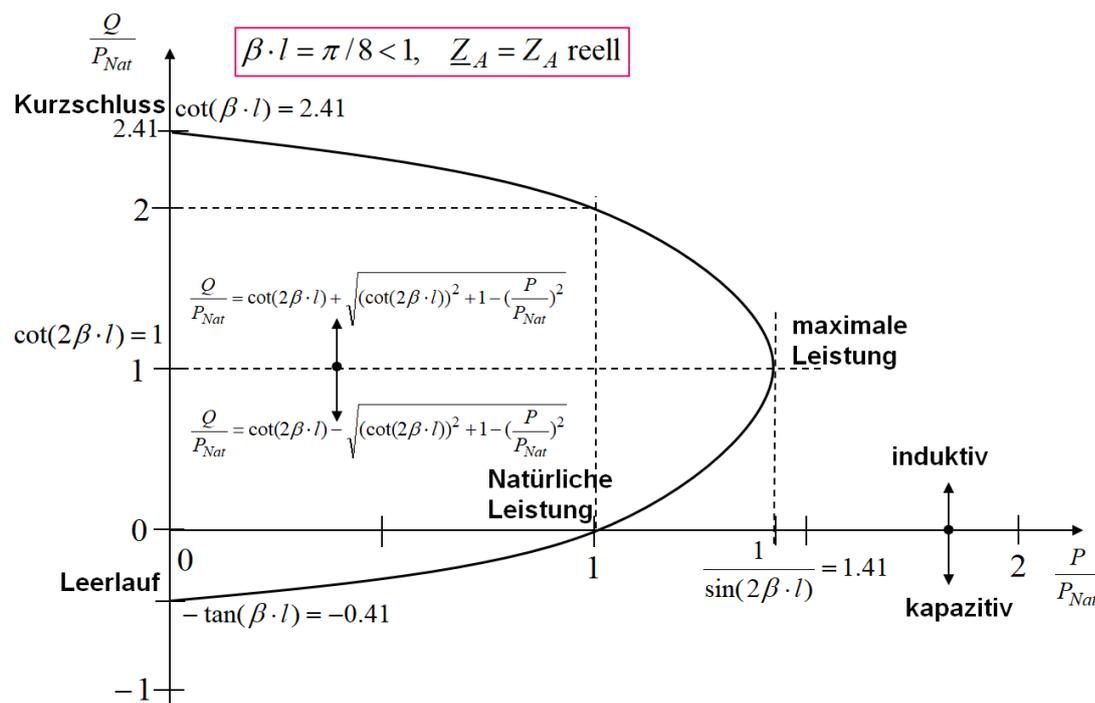


Bild V3.5-6: Verlustlose homogene Zweidraht-Leitung bei variabler ohm'scher Belastung: Übertragene Wirk- und Blindleistung für  $0 < Z_A < \infty$  für das Beispiel  $l = \lambda/16$ .

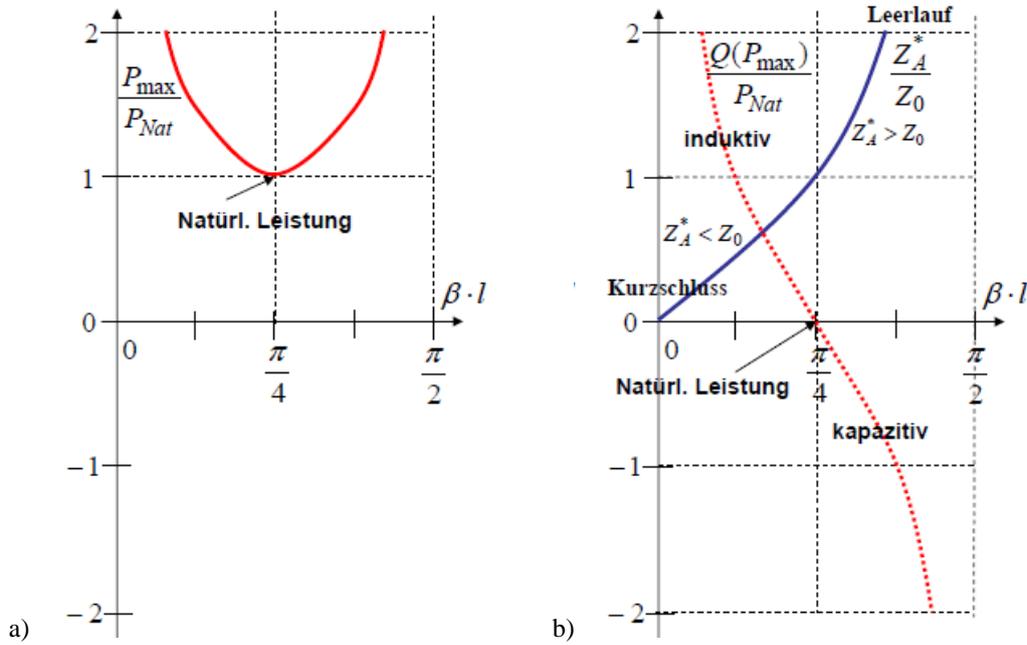


Bild V3.5-7: Verlustlose homogene Zweidrahtleitung: a) Maximal mögliche übertragene bezogene Wirkleistung  $P_{max}$ , b) Zugehöriger  $ohm$ 'scher Abschlusswiderstand  $Z_A$  und bezogene Blindleistung  $Q(P_{max})$ .

Bei  $\beta \cdot l = \pi/4$  ist die maximal mögliche übertragene Leistung die natürliche Leistung und  $Z_A^* = Z_0$ ,  $q(x^* = 1) = 0$  (Bild V3.5-7). Bei  $0 < \beta \cdot l < \pi/4$  ist  $p_{max} > p_{Nat}$ ,  $Z_A^* < Z_0$ ,  $q > 0$ . Die Leitung verhält sich induktiv. Bei  $\pi/4 < \beta \cdot l < \pi/2$  ist auch  $p_{max} > p_{Nat}$ , aber  $Z_A^* > Z_0$ ,  $q < 0$ . Die Leitung verhält sich kapazitiv.

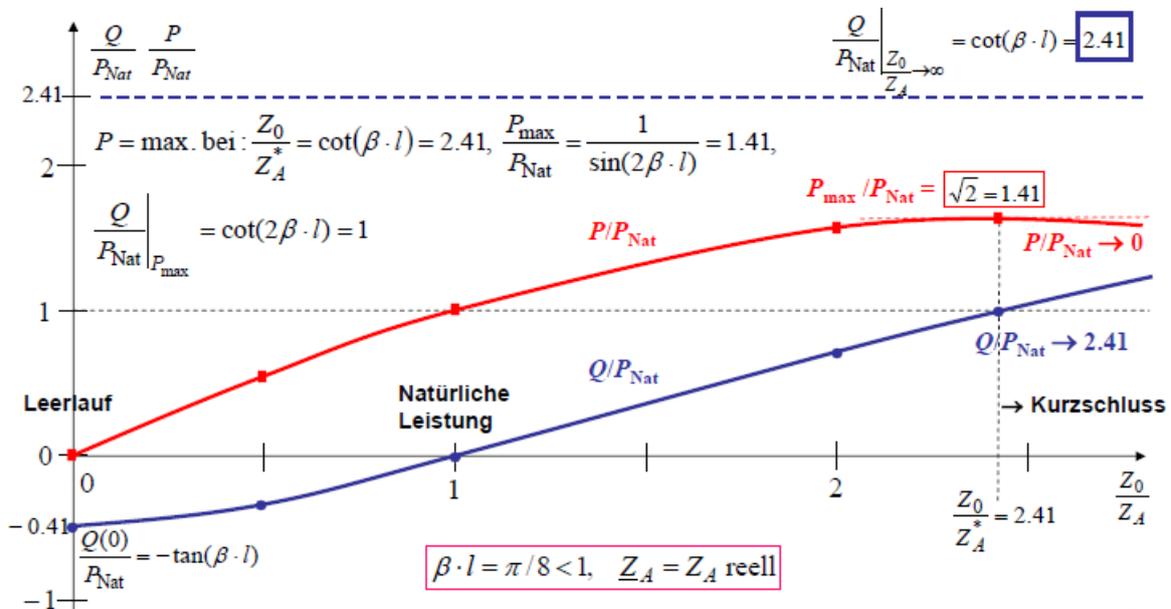


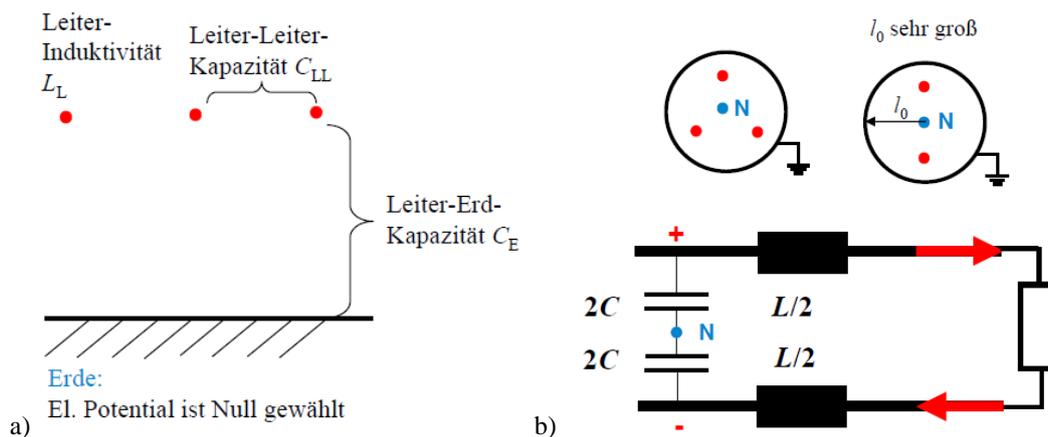
Bild V3.5-8: Beispiel: Verlustlose „kurze“ homogene Zweidrahtleitung  $l = \lambda/16$ : Übertragene bezogene Wirk- und Blindleistung  $p = P/P_{Nat}$  und  $q = Q/P_{Nat}$  in Abhängigkeit des Belastungswiderstands  $Z_A$ . Bei  $Z_A = Z_0/2.41$  ist die Wirkleistung maximal und um 41% größer als die natürliche Leistung. Die zugehörige Blindleistung ist induktiv und hat die Größe der natürlichen Leistung.

Bei  $\beta \cdot l = 0$  ist  $Z_A^* = 0$ ; es gibt keine Leitung als strombegrenzende Impedanz, und die Spannung  $U(0)$  ist wegen  $Z_A^* = 0$  kurz geschlossen. Der Strom und damit sowohl  $p_{\max}$  als auch  $q(\beta \cdot l = 0, p_{\max}) > 0$  sind unendlich groß. Bei  $\beta \cdot l = \pi/2$  erreicht die Leitungslänge eine Viertel-Wellenlänge. Wegen  $Z_A^* \rightarrow \infty$  ist das eine verlustlose leerlaufende Leitung, bei der am Eingang wegen der Serienresonanz ein unendlicher hoher Strom auftritt. Damit sind wieder der Strom und damit sowohl  $p_{\max}$  als auch  $q(\beta \cdot l = 0, p_{\max}) < 0$  unendlich groß,  $q$  aber kapazitiv.

Bild V3.5-8 zeigt das Beispiel der „elektrisch kurzen“ Leitung  $l = \lambda/16$ , wo die maximal mögliche Wirkleistung zwar 41% größer als die natürliche Leistung ist, aber gleichzeitig eine hohe induktive Blindleistung  $Q(P_{\max}) = P_{\text{Nat}}$  auftritt. Die zugehörige Scheinleistung  $S(P_{\max}) = \sqrt{P_{\max}^2 + Q(P_{\max})^2} = \sqrt{(1.41 \cdot P_{\text{Nat}})^2 + P_{\text{Nat}}^2} = 1.73 \cdot P_{\text{Nat}}$  und damit der zugehörige Strom sind 173% höher als bei Betrieb mit natürlicher Leistung. Die hier nicht berücksichtigten Stromwärmeverluste wären somit  $1.73^2 = 3$ -fach so hoch wie bei Betrieb mit natürlicher Leistung. Es wird aber nur 41% mehr Wirkleistung übertragen. Deshalb ist es unabhängig von stehenden Wellen-Phänomenen sinnvoll, natürliche Leistungsübertragung anzustreben.

### V3.6 Vierpol-Darstellung

Das Zweidraht-Leitungsmodell wird nun verwendet, um eine Drehstrom-Freileitung (Bild V3.6-1a) näherungsweise zu beschreiben. In Bild (V3.6-1b) ist zunächst oben rechts eine Zweidrahtleitung mit dem el. Plus- und Minuspotential  $+U/2, -U/2$  in einem geerdeten leitfähigen Rohr mit einem zusätzlichen (gedachten) Neutralleiter dargestellt, der aus Symmetriegründen dasselbe el. Nullpotential haben möge wie das Rohr. Wenn der Abstand  $l_0$  von N zum Rohr sehr groß wird, haben wir die Zweidrahtleitung der vorigen Abschnitte vor uns, wobei das Nullpotential zwischen beiden Leitern liegt (Bild V3.6-1b, unten). Hin- und Rückleiter haben jeweils die halbe Selbstinduktivität  $L/2$  dieser Leitermasche, die wir jedem der beiden Leiter im Ersatzschaltbild zuordnen als **Betriebsinduktivität je Leiter**.



**Bild V3.6-1:** a) Drehstrom-Freileitung mit den drei Linienleitern  $L_1, L_2, L_3$ , der Selbst-Induktivität je Leiter  $L_L$ , der Kapazität  $C_{LL}$  zwischen zwei benachbarten Leitern und der Leiter-Erd-Kapazität  $C_E$ . Die (schlecht) elektrisch leitfähige Erde wird wegen ihrer großräumigen Ausdehnung als unendlicher, ideal leitfähiger Halbraum angenommen, wo das elektrische Potential Null festgelegt wird.

b) Oben links: Symmetrische Kabel-Anordnung der drei Leiter  $L_1, L_2, L_3$  in einem geerdeten leitfähigen Rohr (elektrisches Bezugspotential ist Null) und zentrische Lage des (angenommenen) Neutralleiters N. Oben rechts: Symmetrische Kabelanordnung einer Zweidrahtleitung und zentrische Lage des (angenommenen) Neutralleiters N; unten: Ersatzschaltbild der Zweidrahtleitung mit Neutralleiter N und Abschlussimpedanz.

Die Kapazität  $C$  zwischen beiden Leitern wird wegen der Serienschaltung vom „+Leiter“ über  $N$  zum „-Leiter“ auf zwei Serienkapazitäten  $2C$  aufgeteilt. Daher ist die Kapazität je Leiter zum Nullpotential (Erddpotential in Bild V3.6-1a)  $2C$  als **Betriebskapazität je Leiter**. Für die Zweidrahtleitung sind diese Werte bereits in Bsp. V3.1-1 beschrieben worden.

$$L_B \approx \frac{L}{2} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right) \cdot l, \quad L'_B = \frac{L_B}{l}, \quad C_B \approx 2C \approx \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln(\Delta/R)} \cdot l, \quad C'_B = \frac{C_B}{l} \quad (\text{V3.6-1})$$

Eine ausführliche Induktivitäts- und Kapazitätsberechnung zu einer symmetrischen Dreileiteranordnung mit großem  $l_0$  in Bild V3.6-1b, oben links, berücksichtigt Selbst- und Gegeninduktivitäten ebenso wie die Leiter-Leiter- und Leiter-Erd-Kapazitäten. Sie führt auf Ersatzgrößen  $L_L$ ,  $C_{LL}$ ,  $C_E$  je Leiter. Auch diese werden zusammengefasst zu je einer Selbstinduktivität  $L_B$  als **Betriebsinduktivität je Leiter** und Kapazität  $C_B$  als **Betriebskapazität je Leiter**, wobei die sich ergebenden Formeln näherungsweise durch (V3.6-1) beschrieben werden. Reale Dreileiteranordnungen sind aber i. A. unsymmetrisch aufgebaut. So haben in Bild V3.6-1a die beiden äußeren Leiter zueinander einen größeren Abstand als zum inneren Leiter, so dass  $L_B$  und  $C_B$  für die beiden äußeren Leiter identisch, aber nicht gleich den Werten des mittleren Leiters sind. Hier wird im Folgenden vereinfacht für jeden Leiter dieselbe Betriebsinduktivität und Betriebskapazität  $L_B$ ,  $C_B$  angenommen. Für die verlustfreie homogene Drehstromleitung folgt aus (V3.6-1) der Wellenwiderstand  $Z_0$ .

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} = \sqrt{\frac{L_B}{C_B}} \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right) \quad (\text{V3.6-2})$$

Für diese verlustlose Drehstromleitung wird mit den Leitungsgleichungen bei Sinusbetrieb im eingeschwungenen Zustand aus Abschnitt V3.4, wo Strom- und Spannungsverteilung längs der Leitung durch die hinlaufende und zurücklaufende Welle dargestellt wurden, eine Vierpoldarstellung hergeleitet.

$$\hat{U}(z) = \hat{U}_h \cdot e^{-j\beta \cdot z} + \hat{U}_r \cdot e^{j\beta \cdot z}, \quad \hat{I}(z) = \hat{I}_h \cdot e^{-j\beta \cdot z} + \hat{I}_r \cdot e^{j\beta \cdot z} \quad (\text{V3.6-3})$$

Mit (V3.4-12) folgt aus (V3.6-3) und  $\hat{U}(0) = \hat{U}_h + \hat{U}_r$  für  $z = 0$ :

$$\hat{I}(0) = \hat{I}_h + \hat{I}_r = (\hat{U}_h / Z_0) - (\hat{U}_r / Z_0) = (\hat{U}(0) - \hat{U}_r) / Z_0 - \hat{U}_r / Z_0, \quad (\text{V3.6-4})$$

$$\hat{I}(0) - \hat{U}(0) / Z_0 = -2\hat{U}_r / Z_0 \Rightarrow \hat{U}_r = -(\hat{I}(0) - \hat{U}(0) / Z_0) \cdot Z_0 / 2. \quad (\text{V3.6-5})$$

Damit werden die Amplituden der hinlaufenden und zurücklaufenden Spannungswelle durch die Werte am Leitungsbeginn ausgedrückt.

$$\hat{U}_h = (\hat{U}(0) + Z_0 \cdot \hat{I}(0)) / 2 = Z_0 \cdot \hat{I}_h, \quad \hat{U}_r = (\hat{U}(0) - Z_0 \cdot \hat{I}(0)) / 2 = -Z_0 \cdot \hat{I}_r \quad (\text{V3.6-6})$$

Nun drücken wir die Ausgangsgrößen  $U(l)$ ,  $I(l)$  durch die Eingangsgrößen  $U(0)$ ,  $I(0)$  aus, rechnen mit Effektivwerten weiter und verwenden zum Umformen die *Euler*-Beziehungen.

$$\underline{U}(l) = \frac{U(0)}{2} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} + e^{j\beta \cdot l}) + \frac{Z_0 \cdot I(0)}{2} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} - e^{j\beta \cdot l}) = \underline{U}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l) - j \cdot Z_0 \cdot \underline{I}(0) \cdot \sin(\beta \cdot l)$$

$$\underline{I}(l) = \frac{U(0)}{2Z_0} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} - e^{j\beta \cdot l}) + \frac{I(0)}{2} \cdot (e^{-j\beta \cdot l} + e^{j\beta \cdot l}) = -j \cdot \frac{U(0)}{2Z_0} \cdot \sin(\beta \cdot l) + \underline{I}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l)$$

Damit werden  $U(l)$ ,  $I(l)$  in Abhängigkeit von  $U(0)$ ,  $I(0)$  erhalten.

$$\underline{U}(l) = \underline{U}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l) - j \cdot Z_0 \cdot \underline{I}(0) \cdot \sin(\beta \cdot l) \quad (\text{V3.6-7})$$

$$\underline{I}(l) = -j \cdot \frac{U(0)}{Z_0} \cdot \sin(\beta \cdot l) + \underline{I}(0) \cdot \cos(\beta \cdot l) \quad (\text{V3.6-8})$$

Wir schreiben dies als (A)-**Kettenmatrix** (V3.6-9) und geben ihre Inverse in (V3.6-10) an, wo die Eingangsgrößen in Abhängigkeit der Ausgangsgrößen angegeben sind.

$$\begin{pmatrix} \underline{U}(l) \\ \underline{I}(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta \cdot l) & -j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l) \\ -j \cdot \sin(\beta \cdot l) / Z_0 & \cos(\beta \cdot l) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(0) \\ \underline{I}(0) \end{pmatrix} = (\underline{A}) \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(0) \\ \underline{I}(0) \end{pmatrix} \quad (\text{V3.6-9})$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}(0) \\ \underline{I}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta \cdot l) & j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l) \\ j \cdot \sin(\beta \cdot l) / Z_0 & \cos(\beta \cdot l) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(l) \\ \underline{I}(l) \end{pmatrix} = (\underline{A})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}(l) \\ \underline{I}(l) \end{pmatrix} \quad (\text{V3.6-10})$$

bzw.

$$\underline{U}(0) = \underline{U}(l) \cdot \cos(\beta \cdot l) + j \cdot Z_0 \cdot \underline{I}(l) \cdot \sin(\beta \cdot l) \quad (\text{V3.6-11})$$

$$\underline{I}(0) = j \cdot \frac{\underline{U}(l)}{Z_0} \cdot \sin(\beta \cdot l) + \underline{I}(l) \cdot \cos(\beta \cdot l) \quad (\text{V3.6-12})$$

Wir übertragen diese für die Zweidrahtleitung gültige Darstellung Bild V3.6-2a gemäß Bild V3.6-1b als Phasendarstellung auf das Dreiphasensystem Bild V3.6-2b, so dass (V3.6-9) für jede der drei Phasen L1, L2, L3 bzw. U, V, W gültig ist, mit einer Phasenverschiebung von  $120^\circ$  jeweils zueinander.

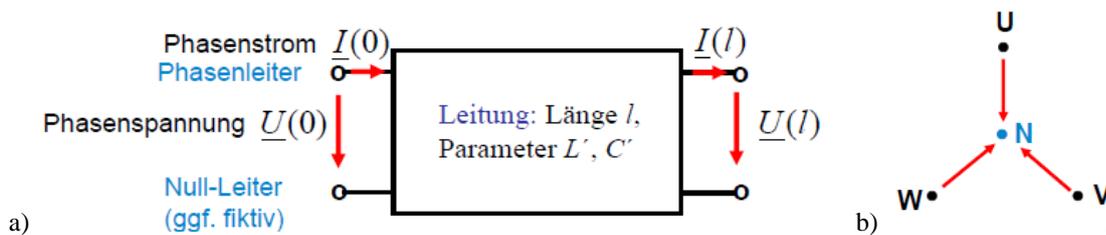


Bild V3.6-2: a) „Black-Box“-Ersatzschaltbild zur Vierpoldarstellung (V3.6-9) je Phase einer b) symmetrischen Drehstromleitung.

### V3.7 Ersatzschaltbilder

Man kann zur Vierpoldarstellung in Bild V3.6-2a die „Black-Box“ als T-,  $\Gamma$ - und als  $\Pi$ -Ersatzschaltbild für eine bestimmte Kreisfrequenz  $\omega$  angeben. Für die Herleitung des T-Ersatzschaltbilds fordern wir eine allgemeine T-Struktur gemäß Bild V3.7-1a mit den noch aus (V3.6-9) zu bestimmenden komplexen Längs- und Querimpedanzen  $\underline{Z}_l$ ,  $\underline{Z}_q$ . Die Kirchhoff'sche Knoten- und Maschenregel für Bild V3.7-1a liefern die Beziehung

$$\underline{I}_q = \underline{I}(0) - \underline{I}(l) = (0.5 \cdot \underline{Z}_l \cdot \underline{I}(l) + \underline{U}(l)) / \underline{Z}_q \quad (\text{V3.7-1})$$

und daraus (V3.7-2), die wir mit (V3.6-12) in ihren Koeffizienten vergleichen.

$$\underline{I}(0) = \left( \frac{\underline{Z}_l}{2\underline{Z}_q} + 1 \right) \cdot \underline{I}(l) + \frac{\underline{U}(l)}{\underline{Z}_q} \quad (\text{V3.7-2})$$

Demnach ist  $\underline{Z}_q = Z_0 / (j \cdot \sin(\beta \cdot l))$ , was als konzentriertes Bauelement wegen  $1/j$  eine Kapazität, hier  $C_L$  genannt, sein muss (gemeinsam mit  $\omega$ ), solange  $\sin(\beta \cdot l) > 0$  ist.

$$\underline{Z}_q = \frac{Z_0}{j \cdot \sin(\beta \cdot l)} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_L} \quad (\text{V3.7-8})$$

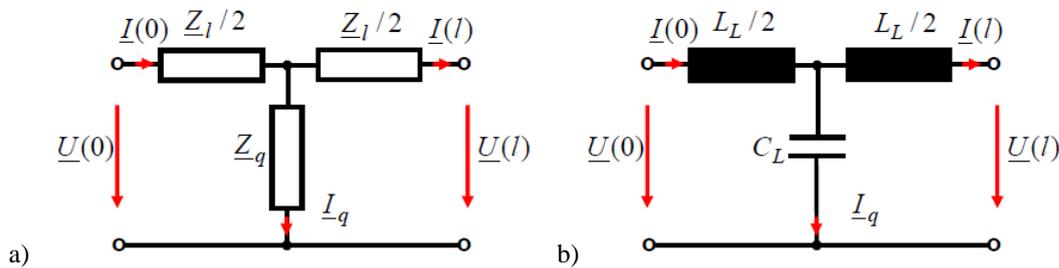
Weiter ist im Koeffizientenvergleich  $\frac{\underline{Z}_l}{2\underline{Z}_q} + 1 = \cos(\beta \cdot l)$  bzw.  $\underline{Z}_l = 2 \cdot (\cos(\beta \cdot l) - 1) \cdot \underline{Z}_q$ .

Mit (V3.7-8) folgt daraus die linke Gleichung in (V3.7-9). Solange  $0 \leq \cos(\beta \cdot l) \leq 1$  ist, also  $\pi/2 \geq \beta \cdot l \geq 0$  ist, was der Leitungsbetrachtung in Abschn. V3.5 entspricht, ist der Ausdruck positiv imaginär, so dass eine Ersatzinduktivität  $L_L$  verwendet werden kann (V3.7-9 rechts).

$$\underline{Z}_l = j \cdot 2Z_0 \cdot \underbrace{\frac{1 - \cos(\beta \cdot l)}{\sin(\beta \cdot l)}}_{>0}, \quad \underline{Z}_l = j \cdot \omega \cdot L_L \quad (\text{V3.7-9})$$

Damit sind die Ersatzschaltbild-Parameter (V3.7-10) der verlustlosen homogenen Leitung für  $\pi/2 \geq \beta \cdot l \geq 0$  bestimmt.

$$C_L = \frac{\sin(\beta \cdot l)}{\omega \cdot Z_0}, \quad L_L = 2Z_0 \cdot \frac{1 - \cos(\beta \cdot l)}{\omega \cdot \sin(\beta \cdot l)} \quad (V3.7-10)$$



**Bild V3.7-1:** a) Allgemeines T-Ersatzschaltbild, b) T-Ersatzschaltbild der verlustlosen homogenen Drehstromleitung je Phase bzw. der Zweidrahtleitung für  $\pi/2 \geq \beta \cdot l \geq 0$ .

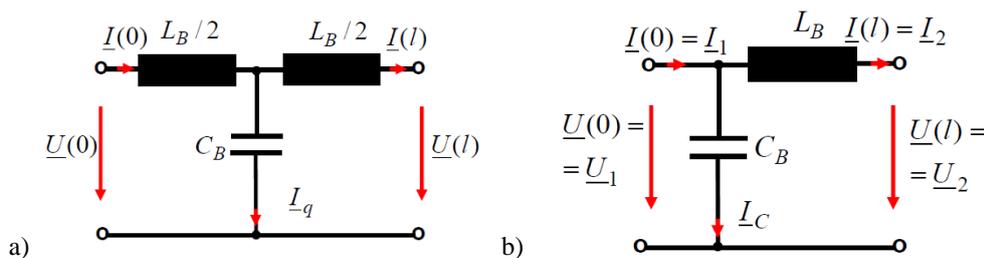
Für die „el. kurze“ Leitung  $\beta \cdot l \ll 1$  können die Ausdrücke in (V3.7-10) durch eine Taylor-Reihe bis zur 2. Ordnung angenähert werden. Mit  $\cos(\beta \cdot l) \approx 1 - (\beta \cdot l)^2 / 2$ ,  $\sin(\beta \cdot l) \approx \beta \cdot l$  folgt aus (V3.7-10) die Näherung (V3.7-11, -12).

$$C_L = \frac{\sin(\beta \cdot l)}{\omega \cdot Z_0} \approx \frac{\beta \cdot l}{\omega \cdot Z_0} = \frac{l}{v \cdot Z_0} = \frac{\sqrt{L'_B \cdot C'_B} \cdot l}{\sqrt{L'_B / C'_B}} = C'_B \cdot l = C_B \quad (V3.7-11)$$

$$L_L = 2Z_0 \cdot \frac{1 - \cos(\beta \cdot l)}{\omega \cdot \sin(\beta \cdot l)} \approx 2Z_0 \cdot \frac{1 - (1 - (\beta \cdot l)^2 / 2)}{\omega \cdot \beta \cdot l} = \frac{Z_0 \cdot (\beta \cdot l)^2}{\omega \cdot \beta \cdot l} = \frac{Z_0 \cdot \beta \cdot l}{\omega}$$

$$L_L = \frac{Z_0 \cdot l}{v} = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} \cdot \sqrt{L'_B \cdot C'_B} \cdot l = L'_B \cdot l = L_B \quad (V3.7-12)$$

Bei der „el. kurzen“ verlustlosen homogenen Leitung  $\beta \cdot l \ll 1$  sind die Betriebsinduktivität und die Betriebskapazität je Phase die Elemente des T-Ersatzschaltbilds.



**Bild V3.7-2:** a) T-Ersatzschaltbild der „el. kurzen“ ( $\beta \cdot l \ll 1$ ) verlustlosen homogenen Drehstromleitung je Phase, Parameter Betriebsinduktivität  $L_B$  und Betriebskapazität  $C_B$ , b) Vereinfachung von a):  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild.

Das T-Ersatzschaltbild für  $\beta \cdot l \ll 1$  (Bild V3.7-2a) wird oft näherungsweise durch das einfachere  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild ersetzt, solange die Parameter  $\omega L_B \ll 1 / (\omega C_B)$  typisch für „el. kurze“ Freileitungen und Kabel bei Netzfrequenz sind. Im Leerlauf wird dann der kapazitive Leerlaufstrom  $I_C \approx U_1 / (\omega C_B) \ll I_N$  annähernd richtig berechnet (Bsp. V3.7-1). Bei Belastung im Nennbetriebsbereich wird wegen  $I_2 \gg I_C$  der Längsspannungsfall  $I_2 \cdot \omega L_B$  ebenfalls etwa richtig bestimmt.

**Beispiel V3.7-1:**

110 kV-Drehstrom-Freileitung, 50 Hz, Länge  $l = 300$  km, Leiterradius  $R = 11$  mm, Leiterstromdichte  $J = 1.7$  A/mm<sup>2</sup>,  $U(0) = 110/\sqrt{3} = 63.5$  kV je Phase, Leiterabstand  $\Delta = 4$  m.

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi \cdot 50}{3 \cdot 10^8} = 1.047 \cdot 10^{-6} / \text{m}, \quad \beta \cdot l = 1.047 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5 = 0.314 < 1,$$

$$I(0) = J \cdot R^2 \pi = 646 \text{ A} = I_N, \quad S(0) = 3 \cdot U(0) \cdot I(0) = 123 \text{ MVA},$$

$$L'_B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\Delta}{R}\right) = 1.179 \mu\text{H/m}, \quad C'_B \approx \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln(\Delta/R)} = 9.44 \text{ pF/m},$$

$$L'_B = 1.179 \mu\text{H/m} \Rightarrow L_B = L'_B \cdot l = 1.179 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 10^3 = 0.354 \text{ H},$$

$$C'_B = 9.44 \text{ pF/m} \Rightarrow C_B = C'_B \cdot l = 9.44 \cdot 10^{-12} \cdot 300 \cdot 10^3 = 2.83 \mu\text{F}.$$

Für das T-Ersatzschaltbild ergeben sich die Parameter

$$Z_1 = X_1 = \omega \cdot L_B = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.354 = 111.2 \Omega,$$

$$Z_q = X_q = 1/(\omega \cdot C_B) = 1/(2\pi \cdot 50 \cdot 2.83 \cdot 10^{-6}) = 1124.8 \Omega \gg 111.2 \Omega.$$

Wegen  $X_1 \ll X_q$  kann auch das  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild näherungsweise verwendet werden, z. B. zur Berechnung des Ladestroms der leerlaufenden Leitung ( $Z_A \rightarrow \infty$ ).

$$\underline{I}(0) = \underline{I}_C = \frac{\underline{U}(0)}{j \cdot \left( \frac{\omega L_B}{2} - \frac{1}{\omega C_B} \right)} \approx j \cdot \underline{U}(0) \cdot \omega C_B \quad (\text{V3.7-13})$$

$$\underline{I}_C = \frac{63500}{j \cdot \left( \frac{111.2}{2} - 1124.8 \right)} = j \cdot 59.4 \text{ A} \approx \frac{63500}{-j \cdot 1124.8} = j \cdot 56.5 \text{ A}$$

Der Fehler mit dem  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild ist klein:  $(56.5-59.4)/59.4 = -4.9\%$ . Der Ladestrom der leerlaufenden 300 km langen 110 kV-Freileitung ist ebenfalls klein:  $59.4/646 = 0.092$ , das sind 9 % des Nennstroms.

Der Blindleistungsbedarf  $Q(P)$  für die „el. kurze“ Leitung  $\beta \cdot l \ll 1$  wird nun mit dem einfacheren  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild Bild V3.7-2b bestimmt. Mit

$$j \cdot X_L = j \cdot \omega \cdot L_B, \quad -j \cdot X_C = 1/(j \cdot \omega \cdot C_B) \quad (\text{V3.7-14})$$

und der Kirchhoff'schen Knoten- und Maschenregel folgt aus Bild V3.7-2b

$$\underline{U}_1 = j \cdot X_L \cdot \underline{I}_2 + \underline{U}_2, \quad \underline{I}_1 = j \cdot (\underline{U}_1 / X_C) + \underline{I}_2. \quad (\text{V3.7-15})$$

Die Blindleistung der Leitung  $Q$  wird bei Übertragung der sekundär genutzten Wirkleistung  $P_2 = P$ ,  $P_2 = 3 \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2 = 3 \cdot U_2 \cdot I_2$ , bei ohm'schem Verbraucher bestimmt. Deshalb ist  $\underline{U}_2$  in Phase mit  $\underline{I}_2$ . Weiter wird hier  $\underline{U}_2 = U_2$  reell angenommen. Es ist

$$Q = 3 \cdot \text{Im}\{\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*\} = 3 \cdot \text{Im}\{(j \cdot X_L \underline{I}_2 + U_2) \cdot (\underline{I}_2 - j \cdot \underline{U}_1^* / X_C)\}. \quad (\text{V3.7-16})$$

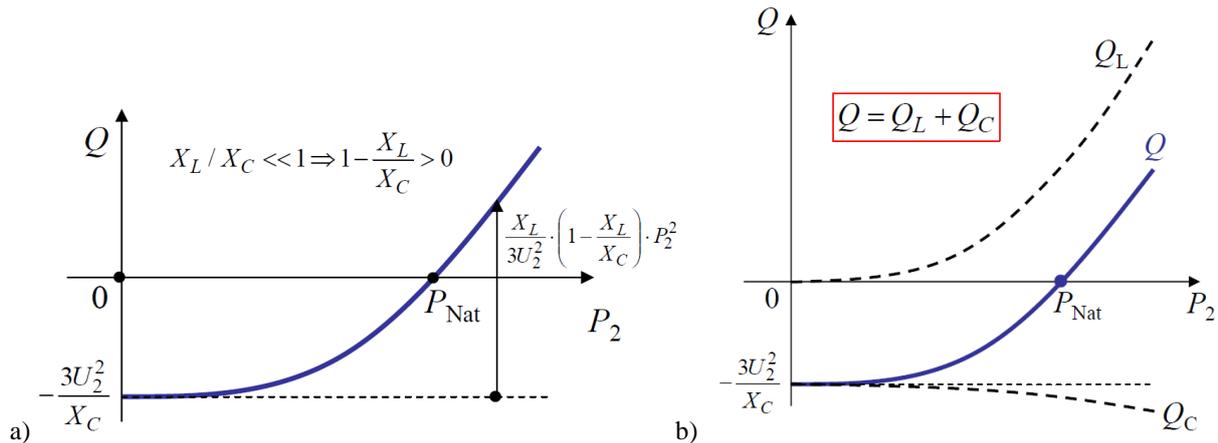
$$Q = 3 \cdot \text{Im}\{(j \cdot X_L \underline{I}_2 + U_2) \cdot [\underline{I}_2 - j \cdot (-j X_L \underline{I}_2 + U_2) / X_C]\} = 3 \cdot (X_L I_2^2 - \frac{X_L I_2^2}{X_C} - \frac{U_2^2}{X_C})$$

Wird  $I_2$  durch  $P_2$  ersetzt, erhalten wir  $Q(P_2)$ .

$$Q = 3 \cdot \left( \frac{X_L}{U_2^2} \cdot \frac{P_2^2}{9} - \frac{X_L^2 P_2^2}{9 X_C U_2^2} - \frac{U_2^2}{X_C} \right) = -\frac{3U_2^2}{X_C} + \frac{X_L}{3U_2^2} \cdot \left( 1 - \frac{X_L}{X_C} \right) \cdot P_2^2 \quad (\text{V3.7-17})$$

Da  $X_L / X_C \ll 1$  ist, ist der Ausdruck  $1 - \frac{X_L}{X_C} > 0$ , so dass sich eine positiv zunehmende

Parabel Bild V3.7-3 ergibt, die den Grenzfall zu den Kurven Bild V3.4-2 für  $\beta \cdot l \ll 1$  darstellt. Allerdings wurde hier nicht  $U_1$  vorgegeben, sondern  $U_2$ , so dass  $P$  unbeschränkt zunehmen kann. Bei Vorgabe von  $U_1$  tritt wie in Abschnitt V3.4 eine Maximalleistung  $P_{\max}$  auf. Im Leerlauf tritt wegen  $U_1 = U_2$  in beiden Fällen die kapazitive Blindleistung  $Q = -3U_2^2 / X_C$  bzw.  $Q = -3U_1^2 / X_C$  als Ladeleistung auf.



**Bild V3.7-3:** Blindleistung der Leitung  $Q$  bei Übertragung der sekundär genutzten Wirkleistung  $P_2$  gemäß dem  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild der „el. kurzen“ ( $\beta \cdot l \ll 1$ ) verlustlosen homogenen Drehstromleitung: a) Resultierende Kurve, b) Zusammensetzung aus induktiver und kapazitiver Blindleistung  $Q_L$  und  $Q_C$ .

Die bei Belastung  $P_2 > 0$  auftretende kapazitive, im VZS negative Blindleistung  $Q_C$  und induktive, positive Blindleistung  $Q_L$  ist in Bild V3.7-3b dargestellt.

$$Q_C = -\frac{3U_2^2}{X_C} - \frac{1}{X_C} \cdot \frac{X_L^2}{3U_2^2} \cdot P_2^2, \quad Q_L = \frac{X_L}{3U_2^2} \cdot P_2^2 \quad (\text{V3.7-18})$$

Bei  $Q_L = -Q_C$  tritt die natürliche Leistung  $P_2 = P_{\text{Nat}}$  auf.

$$-\frac{3U_2^2}{X_C} - \frac{1}{X_C} \cdot \frac{X_L^2}{3U_2^2} \cdot P_2^2 + \frac{X_L}{3U_2^2} \cdot P_2^2 = 0, \quad P_{\text{Nat}} = \frac{3 \cdot U_2^2}{\sqrt{X_L \cdot (X_C - X_L)}}, \quad X_C > X_L \quad (\text{V3.7-19})$$

Mit

$$\sqrt{X_L \cdot X_C} = \sqrt{\omega \cdot L'_B \cdot l \cdot \frac{1}{\omega \cdot C'_B \cdot l}} = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} = Z_0 \quad (\text{V3.7-20})$$

und der Näherung  $X_C \gg X_L$  wird

$$P_{\text{Nat}} \approx \frac{3 \cdot U_2^2}{\sqrt{X_L \cdot X_C}} = \frac{3 \cdot U_2^2}{Z_0} = P_{\text{Nat,exakt}} \quad (\text{V3.7-21})$$

trotz des vereinfachten Ersatzschaltbilds der exakte Ausdruck für die natürliche Leistung gemäß der Leitungstheorie erhalten.

## V4 Freileitungen und Kabel

### V4.1 Übertragungsarten

Die Übertragung großer Mengen elektrischer Energie kann über luftisolierte Freileitungen, Kabel und gasisolierte Rohrgasleitung (GIL) erfolgen. Die **Übertragung** erfolgt als Einphasen-Wechselstromsystem (Bahnstrom z. B. 110 kV, 16.7 Hz), als Drehstromsystem mit meist 50 Hz oder 60 Hz (Bild V4.1-4) bis max. ca. 1100 kV oder als Gleichstromsystem, welches aus der Gleichrichtung hochgespannter Drehstromsystem über spezielle Hochvolt-Gleichrichterstationen erzeugt wird.

#### a) Freileitung:

Freileitungen stehen bis zu höchsten Übertragungsleistungen und Spannungen technisch ausgereift zur Verfügung ( $U_N > 1000$  kV). Typisch sind Nennspannungen bis zu  $U_N = 765$  kV als verkettete Nennspannung mit natürlichen Leistungen bis zu  $P_{\text{Nat}} = 3$  GW. Technische

Grenzen liegen derzeit bei  $U_N = \text{ca. } 2\,000 \text{ kV}$ ,  $P_{\text{Nat}} = 20 \text{ GW}$ , da dann die Leiterabstände  $\Delta$  in Luft deutlich überproportional mit  $U_N$  wachsen müssen, um die maximalen elektrischen Feldstärken  $E_{\text{max}}$  unter der Durchschlagfeldstärke in Luft  $E_{\text{max}} < E_D$  zu halten.

### b) Erdkabel:

Kabel für höchste el. Leistungen sind Ölkabel mit direkter Leiter-Ölkühlung bis typisch ca.  $U_N = 750 \text{ kV}$ ,  $P_{\text{Nat}} = 10 \text{ GW}$ . Wegen der großen Betriebskapazität  $C_B$  tritt ein hoher kapazitiver Ladestrom auf, der mit der Kabellänge zunimmt. Bei der „Kabelgrenzlänge“  $l_{\text{Gr}}$  von  $l_{\text{Gr}} \approx 100 \text{ km}$  bei  $50 \text{ Hz}$  erreicht der Ladestrom  $I_C$  den Nennstrom  $I_N$ . Deshalb müssen Kabel zur Leistungsübertragung kürzer sein  $l_K < l_{\text{Gr}}$ . Es existieren auch Prototypen von supraleitenden Kabeln, die mit Hochtemperatur-Supraleitern aufgebaut sind und sehr verlustarm Wechselstrom führen (ca. 1/10 der Verluste konventioneller Kabel). Sie müssen auf ca.  $-196^\circ\text{C}$ , der Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff  $\text{N}_2$ , über Kryostaten gekühlt werden. Deshalb sind sie nur für kurze Strecken von  $< 1 \dots 5 \text{ km}$  gebaut worden und werden in Ballungszentren „down-town“ zur Leistungserhöhung fallweise eingesetzt (z. B. *Essen*).

### c) SF<sub>6</sub>-Gasisolierte Leitung (GIL):

GIL bestehen aus einer koaxialen Rohranordnung je Phase mit einer elektrisch isolierenden SF<sub>6</sub>-Gasfüllung (Schwefel-Hexafluorid-Gas) bei ca. 5 bar zur Spannungsisolierung. Gasdicht verschweißte Stahl- oder Aluminiumrohre als Hüllrohre auf el. Nullpotential mit einem zentralem Hochspannungsleiter je Phase für derzeit typisch ca.  $U_N = 400 \text{ kV}$ ,  $P_{\text{Nat}} = 6 \text{ GW}$  sind Stand der Technik. Sie sind bisher selten im Einsatz (z. B. Kraftwerk *Wehr*, *Schwarzwald*), so dass sie im Folgenden nicht weiter behandelt werden.

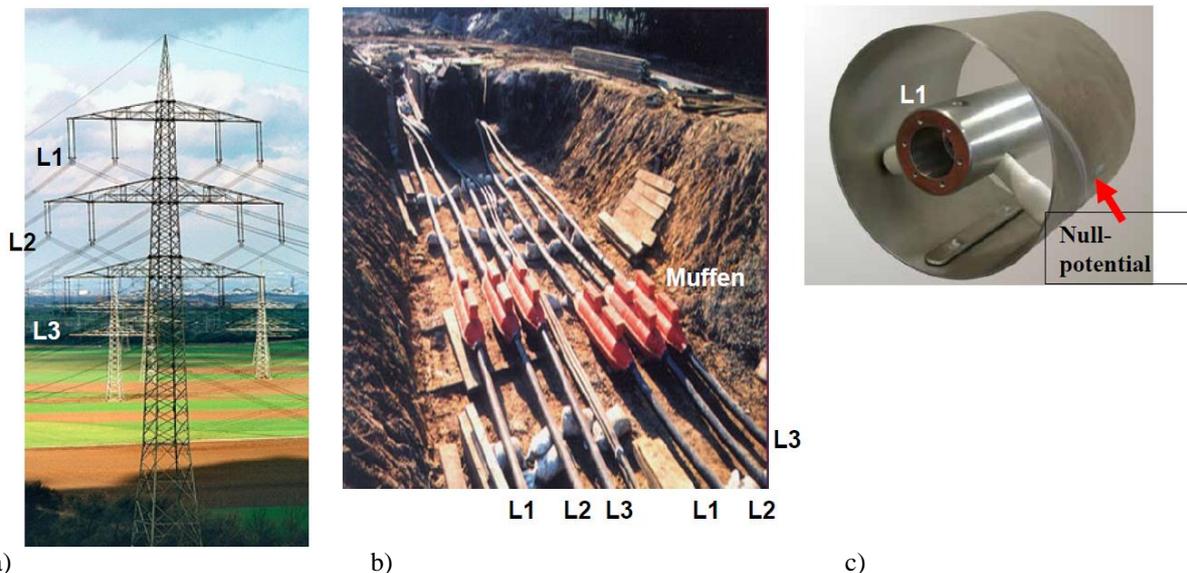


Bild V4.1-1: a) 220 kV-Freileitung mit Stahlgitter-Tragmast und vier Drehstromsystemen L1, L2, L3, b) Zwei kunststoffisolierte Drehstrom-Kabelsysteme mit Einzelkabel je Phase L1, L2, L3 und Kabelmuffen zum Verbinden der angelieferten Kabelstücke, sichtbar während der Erd-Verlegung c) Eine Phase einer gasisolierten Koaxialleitung. Das Stahlrohr ist auf Nullpotential. Der Leiter ist auf Hochspannung und mit Isolatoren im Rohr abgestützt (Quelle: *Wikipedia.de*).

Die in *Deutschland* verlegten gesamten Leitungslängen mit Freileitungen und Kabeln für die unterschiedlichen Spannungsebenen gemäß Tab. V4.1-1 sind im Hoch- und Höchstspannungsbereich überwiegend Freileitungen. Mittel- und Niederspannungsleitungen sind mittlerweile wegen der kürzeren Distanzen, aber auch aus optischen Gründen großteils verkabelt ausgeführt. In vielen Ländern der Erde sind aber aus Kostengründen auch heute noch Mittel- und Niederspannungsleitungen als Freileitungen ausgeführt (Bild V4.1-2), so wie das in *Deutschland* vor ca. 70 Jahren der Fall war!

	Stromkreislänge Freileitungen & Kabel (km)	Anteil Kabel (ca.-Werte) (%)
Höchstspannung 220 kV & 380 kV	36 393	0.3
Hochspannung 110 kV	96 749	8
Mittelspannung, meist 10 ... 30 kV	520 326	74
Niederspannung, meist 400 V	1 190 704	88
Summe	1 844 172	

Tabelle V4.1-1: Stromkreislängen von installierten Freileitungen & Kabel in Deutschland (Quelle: BWK, 70 (2018), No. 5, Daten aus: *Bundes-Netzagentur-Monitoring-Bericht*).



Bild V4.1-2: Spannungsversorgung in Südost-Kreta, Gemeinde Makri Gialos, Griechenland. Masttransformator-Station transformiert die  $3 \times 30$  kV auf die Ortsnetzspannung  $3 \times 400$  V (Quelle: J. Binder).

## V4.2 Elektrischer Durchschlag

Bei Freileitungen wird Luft als elektrischer Isolierstoff verwendet, so dass man die elektrische Festigkeit der Luft für den „Isolationsdurchschlag“ kennen muss. Durch äußere Einflüsse wie z. B. die Lufttemperatur, der eine bestimmte kinetische Energieverteilung (*Maxwell-Boltzmann-Verteilung*, Kap. G) der Luftmoleküle entspricht, sind durch Stöße zwischen einzelnen schnellen Molekülen einige  $O_2$ - oder  $N_2$ -Moleküle der Luft stets ionisiert. Es sind Elektronen aus der Elektronenhülle der Moleküle abgetrennt, so dass eine freie Elektronenzahl  $N(0)$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  vorhanden ist. Nun wird ein elektrisches Feld  $E$  angelegt. Allgemein erfolgt ein Gasdurchschlag als Lichtbogen zwischen zwei ungleichnamig geladenen Elektroden (negativ: Kathode, positiv: Anode) im Abstand  $s$ , wenn das dazwischen ausgebildete elektrische  $E$ -Feld an einer Stelle die Durchschlagfeldstärke  $E_D$  überschreitet. Die freien Elektronen haben eine um mindestens 10 000 geringere Masse als die positiv geladenen Molekülonen  $O_2^+$ ,  $N_2^+$  und werden im  $E$ -Feld auf viel höhere Geschwindigkeiten als die Ionen beschleunigt. Sie verursachen als schnelle Elektronen zusätzliche Stöße mit neutralen Luftmolekülen, was zu einer zusätzlichen Ionisation dieser Moleküle führt (Bild V4.2-1a). Die Anzahl  $N(t)$  der freien Elektronen nimmt daher lawinenartig zu, wenn  $E > E_D$  ist ( $E_D$ : Durchschlagfeldstärke, Bild V4.2-1b). Die Zahl der durch Stoßionisation erzeugten Elektronen je cm Wegstrecke ist proportional zur Erzeugungsrate  $\alpha > 0$ . Bei konstanter Rate nimmt die Zahl  $N$  exponentiell längs des Wegs  $x$  zu:  $N(x) = N(0) \cdot \exp(\alpha/x)$  (Herleitung nach *Townsend*). Die Rate  $\alpha$  bei konstantem Gasdruck  $p$  steigt mit  $E$ , denn eine höhere

Feldstärke  $E$  kann mehr Elektronen durch mehr Stöße erzeugen. Eine erhöhte Luftfeuchte und Luftverschmutzung durch Aerosole erhöht auch die Rate  $\alpha$ . Überbrückt die Elektronenlawine den Elektrodenabstand („Schlagweite“)  $s$ , so ist ein **vollständiger Durchschlag** erreicht. Es findet Stromfluss zwischen den vormals isolierten Elektroden statt.

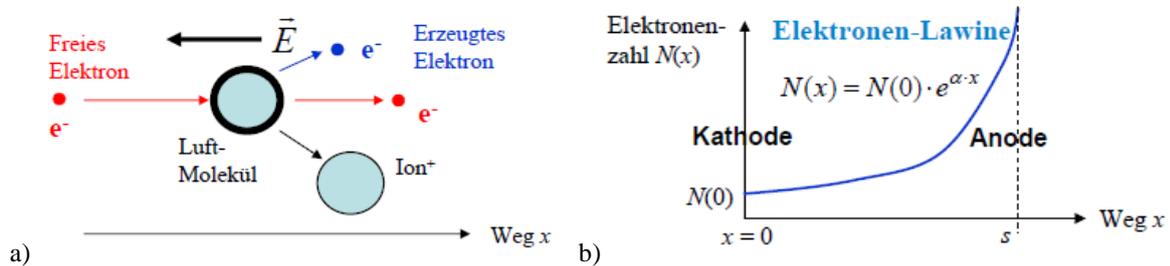


Bild V4.2-1: a) Stoßionisierung der Luftmoleküle durch freie Elektronen im elektrischen Feld  $E$ , b) Zunahme der Anzahl freier Elektronen durch Stoßionisation längs des Wegs  $x$  zwischen den Elektroden (Elektrodenabstand  $s$  = „Schlagweite“).

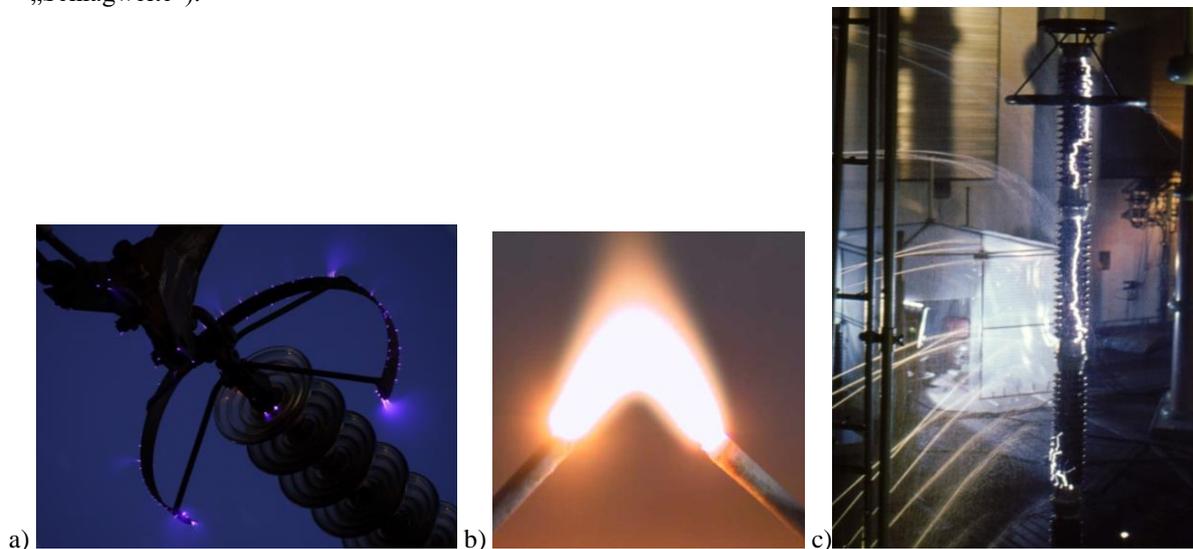


Bild V4.2-2: a) Korona-Entladung bei einer 500 kV-Freileitung an der hochspannungsseitigen ringförmigen feldvergleichmäßigen Steuerelektrode oberhalb des Isolators, b) Stationär brennender Lichtbogen zwischen zwei Stahlnägeln als Stromzuführung, c) Überschlag an einem Isolator im Hochspannungsprüffeld und nachfolgender Löscheinsatz (Quelle: [Wikipedia.de](http://Wikipedia.de)).

Bei dieser „selbständigen“ Entladung, genannt **Durchschlag**, bleibt der el. Stromfluss durch den leitfähigen Gaskanal aufrecht, weil die positiven Ionen, die an der Kathode aufschlagen, dort ausreichend viele Sekundärelektronen aus der Kathodenoberfläche ausschlagen. So werden die Nachlieferungs-Elektronen für den leitfähigen Kanal bei der Entladung selbst erzeugt: Es brennt ein **Lichtbogen** mit Leuchterscheinungen des ionisierten heißen Gases, Bild V4.2-2b). Es gibt schwächere Vorformen der selbständigen Entladung bei kleinerem  $E$ -Feld. So ist z. B. bei einem runden el. geladenen Metallseil das radiale  $E$ -Feld an der Metalloberfläche am höchsten, so dass dort Stoßionisation auftreten kann. Weiter entfernt sinkt das Feld stark ab, und die Entladung erlischt dort bei ausreichend kleinem  $E$ -Feld durch Rekombination (Wiedervereinigung) der Elektronen mit den Ionen zu neutralen Molekülen. Ein schwaches kreisförmiges Leuchten, das Rekombinationsleuchten als Glimmsaum um den Leiter wie eine Krone, führt zum Namen „**Korona-Entladung**“ als „**unvollständiger Durchschlag**“ gegen „ $\infty$ “ (Bild V4.2-2a). Wird das  $E$ -Feld erhöht und damit der Entladungsbereich um den Leiter vergrößert, so tritt als **Büschelentladung** ein verstärktes Glimmen mit sichtbaren Strahlenbüscheln auf. Erfolgt diese Entladung entlang der Oberfläche eines Isolators zwischen Anode und Kathode, so ist diese **Gleitentladung** bereits ein „vollständiger“ **Durchschlag** zwischen den Elektroden (Bild V4.2-2c).

Den plötzlichen Übergang vom Zustand „hohen Isoliervermögens“ zu „el. Leitung“ der Luft nennt man **Funkenbildung** und die Funkenbildung in Gasen den Überschlag. Der Lichtbogen ist die auf den Funken folgende stationäre Gasentladung bei gegenüber der **Zündspannung** durch den leitfähigen Kanal abgesenkten **„Brenn-“Spannung** des Bogens bei hoher Gastemperatur.

Die Messung der Durchschlagspannung (Zündspannung) erfolgt mit geeignet geformten Elektrodenpaaren im Abstand  $s$ . Deren gerundeter Elektrodenrands führt zu einer geringeren Randfeldstärke, so dass die maximale Feldstärke die Homogenfeldstärke  $E = U/s$  in der Elektrodenmitte ist. Dort findet der Durchschlag bei  $U_D$  statt, so dass  $E_D = U_D/s$  ist. Diese Elektrodenform wurde für eine Elektrodenseite (rote Kurve in Bild V4.2-3) von *Rogowski* mit konformer Abbildung für das elektrostatische Feld berechnet.

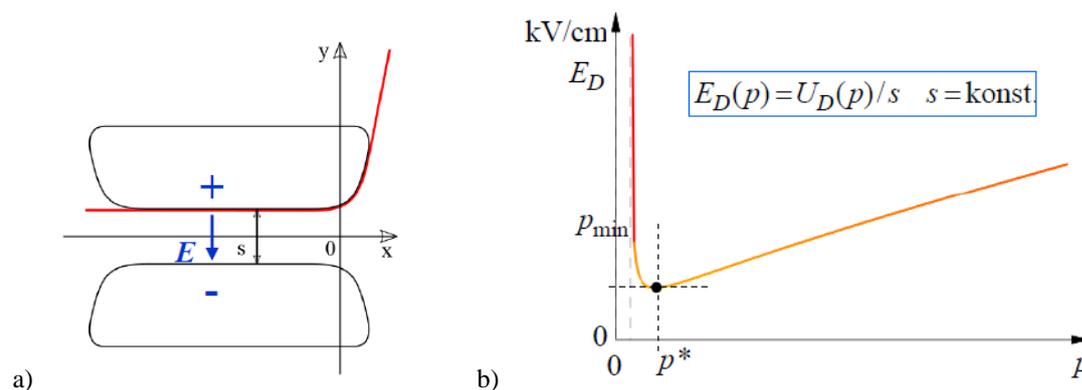


Bild V4.2-3: a) Elektrodenpaar mit *Rogowski*-Profil (rote Kurve analytisch berechnet),  
b) Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke vom Druck  $p$

Bei  $s > 10 \text{ cm}$  ist in trockener Luft bei 1 bar  $E_D = \text{ca. } 25 \text{ kV/cm}$  und etwa unabhängig von  $s$ !  
Bei  $s < 10 \text{ cm}$  muss eine ausreichend hohe Elektronenzahl  $N(s)$  für den Durchschlag vorhanden sein:  $N(s) = N(0) \cdot e^{\alpha \cdot s}$ . Es muss also bei  $\alpha \cdot s = \text{konst.}$  bei kleinem  $s$  die Erzeugungsrate  $\alpha \sim E/p$  höher sein. Bei  $p = \text{konst.}$  steigt somit  $E_D$  mit kleinem  $s$  an. Eine empirische Formel bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  und Normalluftdruck  $p = 1013 \text{ mbar}$  ergibt bei trockener Luft als Zahlenwertgleichung für  $10 \text{ cm} \geq s \geq 0.01 \text{ cm}$  (Bild V4.2-4):

$$E_D^{[\text{kV/cm}]} = 23.7 + \frac{6.76}{\sqrt{s^{[\text{cm}]}}} \quad \text{bzw.} \quad (\text{V4.2-1})$$

$$U_D^{[\text{kV}]} = E_D \cdot s = 23.7 \cdot s^{[\text{cm}]} + 6.76 \cdot \sqrt{s^{[\text{cm}]}} \quad (\text{V4.2-2})$$

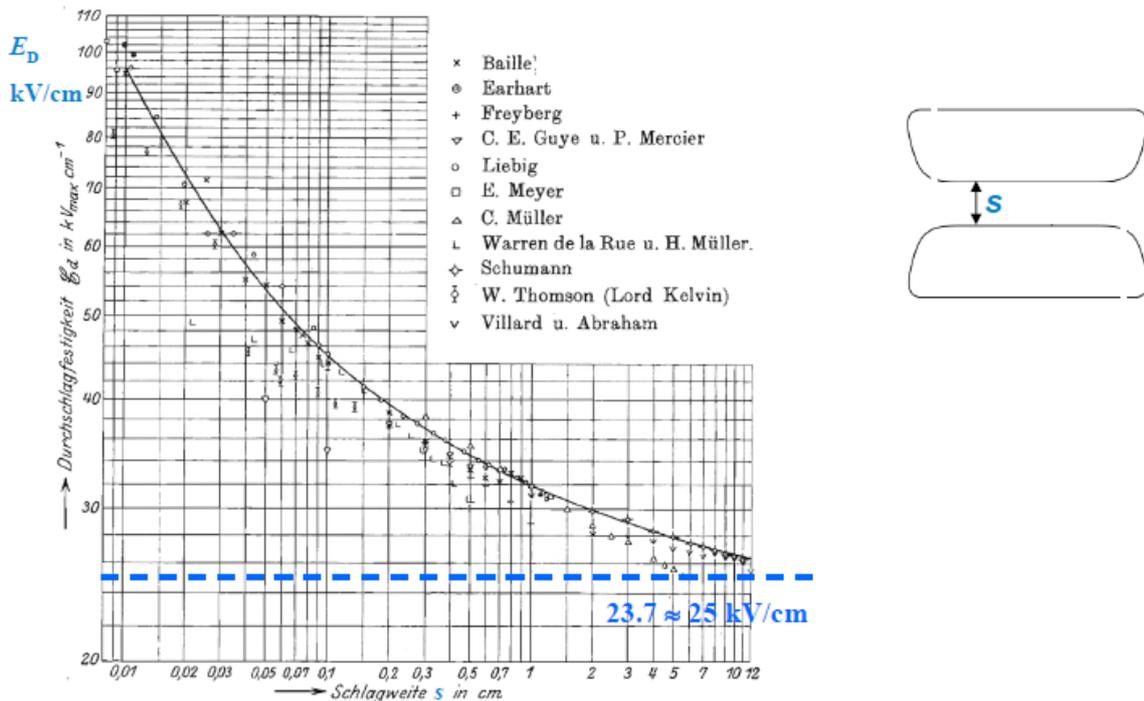
Für sehr kleine Abstände  $0.0003 \text{ cm} < s < 0.01 \text{ cm}$  ergibt die „Townsend-Theorie“

$$E_D^{[\text{kV/cm}]} = \frac{472}{\ln(3765 \cdot s^{[\text{cm}]})} \quad \text{bzw.} \quad (\text{V4.2-3})$$

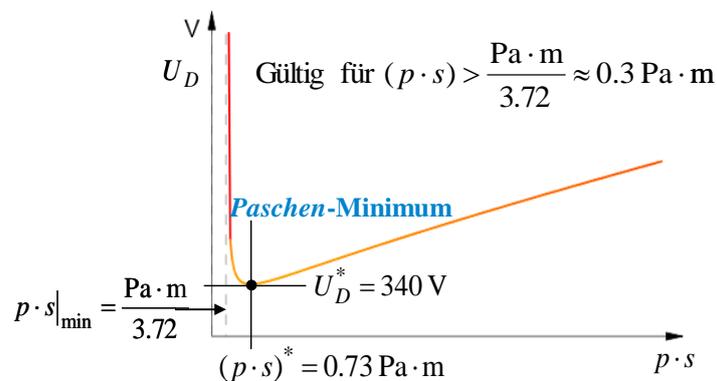
$$U_D^{[\text{kV}]} = E_D \cdot s = \frac{472 \cdot s^{[\text{cm}]}}{\ln(3765 \cdot s^{[\text{cm}]})} \quad (\text{V4.2-4})$$

Die Durchschlagfeldstärke  $E_D$  hängt auch vom Gasdruck  $p$  ab. Bei  $p = p^*$  ist  $E_D$  minimal. Bei kleinem Druck  $p_{min} < p < p^*$  sind zu wenige Moleküle für ausreichend viele Stöße vorhanden, so dass ein höheres  $E_D$  nötig ist. Ist der Druck zu klein ( $p < p_{min}$ ), erfolgt kein Durchschlag, da die Stoßpartner fehlen. Bei steigendem Druck (= steigender Molekülzahl), d. h.  $p > p^*$ , ist die freie Weglänge der Elektronen zwischen zwei Stößen zu kurz, so dass eine höhere Feldstärke für den Durchschlag nötig ist (Bild V4.2-3b)!

Da die Spannung  $U_D$  von der Schlagweite  $s$  und dem Luftdruck  $p$  abhängt, kann sie als „Paschen“-Kurve in Abhängigkeit vom Produkt  $p \cdot s$  angegeben werden. Sie wurde erstmals von *Friedrich Paschen* 1889 empirisch bestimmt und ist qualitativ in Bild V4.2-5 dargestellt.



**Bild V4.2-4:** Gemessene Durchschlagfeldstärke in Luft  $E_D$  bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$  und Normalluftdruck  $p = 1013 \text{ mbar}$  (Schwaiger: El. Festigkeitslehre, Springer, 1925, nach Schumann, W.O.: El. Durchbruchfeldstärke in Gasen, Springer, 1923)



**Bild V4.2-5:** Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke  $U_D$  vom Produkt aus Druck und Schlagweite  $p \cdot s$  (qualitative Darstellung)

Die minimale Durchschlagfeldstärke  $U_D(s^*)$  bei  $s^* = e/3765 \text{ cm} = 7.2 \mu$  wird als „Paschen“-Minimum bezeichnet und beträgt für trockene Luft im Homogenfeld  $U_D(s^*) = 340 \text{ V}$  bei  $(p \cdot s)^* = 0.73 \text{ Pa} \cdot \text{m}$ . Die „Paschen“-Kurve folgt aus (V4.2-3) gemäß  $U_D = E_D \cdot s$

$$U_D^{[V]} = \frac{466 \cdot (p \cdot s)^{[Pa \cdot m]}}{\ln(3.72 \cdot (p \cdot s)^{[Pa \cdot m]})} \quad \text{für } (p \cdot s) > 0.3 \text{ Pa} \cdot \text{m}. \quad (\text{V4.2-5})$$

Der Verlauf der  $U_D(p \cdot s)$ -Kurve kann man als die Durchschlagsspannung bei variabler Schlagweite  $s$  und konstantem Druck  $p$  (Bild V4.2-6a) betrachten oder bei variablem Druck  $p$  und konstanter Schlagweite  $s$  (Bild V4.2-6b).

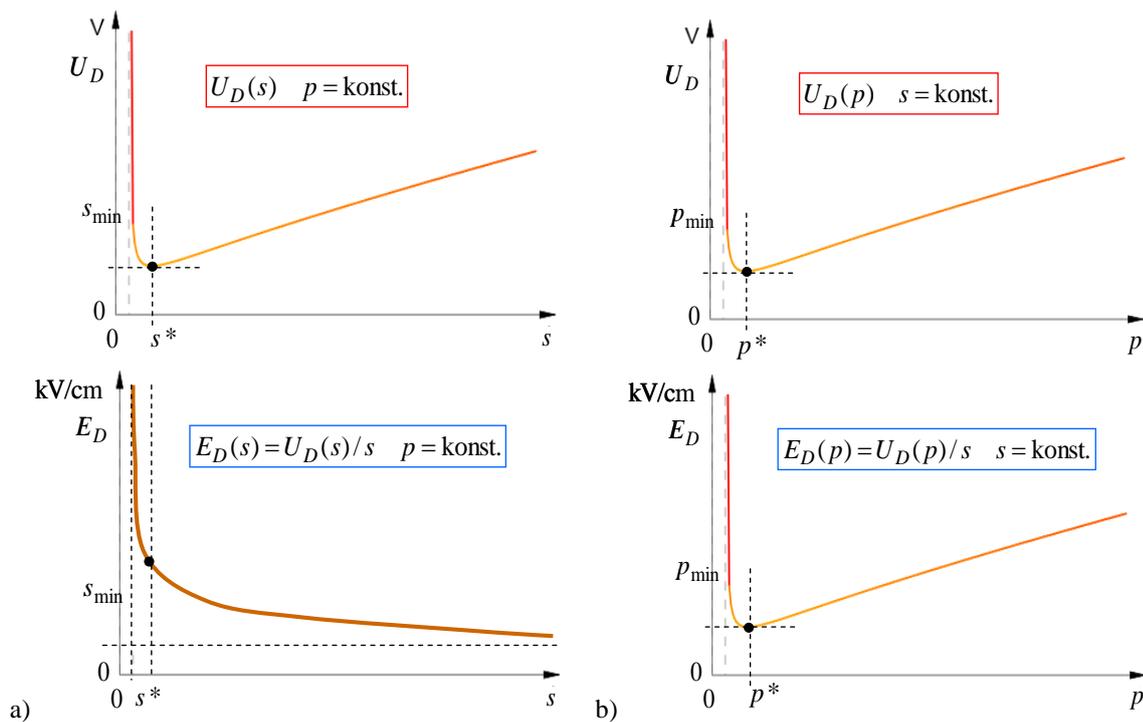


Bild V4.2-5: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke  $E_D$  und Durchschlagsspannung  $U_D$  von der Schlagweite  $s$  bei konstantem Druck  $p$  a) und Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke  $E_D$  und Durchschlagsspannung  $U_D$  vom Druck  $p$  bei konstanter Schlagweite  $s$  (qualitative Darstellung).

### V4.3 Freileitung

#### a) Elektrische Leiterwerkstoffe Aluminium und Kupfer:

Als el. Leiterwerkstoffe werden Werkstoffe mit einer hohen spezifischen elektrischen Leitfähigkeit verwendet, die gleichzeitig ausreichend gut verfügbar sind und eine hohe maximale mechanische Zugspannung besitzen. Aluminium und Kupfer erfüllen diese Bedingungen.

**Aluminium** ( $^{27}_{13}\text{Al}$ ) ist ein Leichtmetall, denn es besitzt nur eine Dichte von  $\gamma = 2.7 \text{ kg/dm}^3$ , sodass es sich gut als Konstruktionswerkstoff eignet. Mit einem Anteil von 7.6 % ist es das häufigste Metall der Erdkruste und somit gut verfügbar. Es besitzt eine spezifische elektrische Leitfähigkeit von  $\kappa = 37.7 \text{ MS/m}$  ( $20^\circ\text{C}$ ). Allerdings ist Aluminium ein schlechter Kontaktwerkstoff, da es beim Kontaktieren unter Druck zum „Kriechen“, d. h. zum plastischen Nachgeben neigt. Auch überzieht es sich an Luft mit einer isolierenden Oxidschicht, sodass ein Kupferüberzug zur Kontaktverbesserung empfohlen wird.

**Kupfer** ( $^{64}_{29}\text{Cu}$ ) ist ein Halbmetall, da es nur schwach chemisch reaktiv ist. Es besitzt mit  $\gamma = 8.9 \text{ kg/dm}^3$  eine höhere Dichte als Eisen und mit  $\kappa = 57 \text{ MS/m}$  ( $20^\circ\text{C}$ ) die nach Silber zweithöchste elektrische Leitfähigkeit. Als elektrischer Leiter findet Kupfer breite Anwendung für Schaltdrähte, Leiterbahnen auf Leiterplatten, Stromkabel, Drahtwicklungen in Transformatoren, Spulen, E-Maschinen, Oberleitungen bei elektrischen Bahnen dank der guten el. Kontakt- und mech. Gleiteigenschaft sowie als Legierung mit Magnesium für erhöhte mechanische Festigkeit.

#### b) Wahl des elektrischen Leitermaterials:

Ein Aluminiumleiter hat bei gegebenem elektrischen Widerstand  $R$  eine kleinere Masse  $m$  (-53%), aber ein größeres Volumen  $V$  (+54%) als ein Kupferleiter. Daher ist ein

Aluminiumleiter von Vorteil, wenn kleines Leitergewicht wichtig ist, etwa bei Freileitungen als Leiterseilkomponente. Die Abhängigkeit der Leitermasse  $m$  und des Leitervolumens  $V$  (V4.3-2) vom elektrischen Widerstand  $R$  (V4.3-1) wird wie folgt berechnet.

$$R = \frac{l}{\kappa \cdot A} \Rightarrow A = \frac{l}{\kappa \cdot R} , \quad (\text{V4.3-1})$$

$$m = \gamma \cdot A \cdot l = \gamma \cdot \frac{l^2}{\kappa \cdot R} \quad \text{bzw.} \quad V = \frac{l^2}{\kappa \cdot R} . \quad (\text{V4.3-2})$$

Demnach gilt für gleiche Leiterlänge  $l$  und gleichen elektrischen Widerstand  $R$  folgendes Verhältnis aus Massen  $m_{\text{Cu}}/m_{\text{Al}}$  und Volumina  $V_{\text{Cu}}/V_{\text{Al}}$  für Aluminium- und Kupferleiter:

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\text{Al}}} = \frac{\gamma_{\text{Cu}} \cdot \kappa_{\text{Al}}}{\kappa_{\text{Cu}} \cdot \gamma_{\text{Al}}} = \frac{8.9 \cdot 37.7}{58 \cdot 2.7} = 2.14 = \frac{1}{0.47} , \quad \frac{V_{\text{Cu}}}{V_{\text{Al}}} = \frac{\kappa_{\text{Al}}}{\kappa_{\text{Cu}}} = \frac{37.7}{58} = 0.65 = \frac{1}{1.54} . \quad (\text{V4.3-3})$$

### c) Ausführungsformen von Freileitungen:

Bei Niederspannungsfreileitungen ( $U_N < 1 \text{ kV}$ ) werden in der Regel Kupferdrähte verwendet (Bild V4.3-1c). Bei Mittel- und Hochspannungsfreileitungen bestehen die Leiterseile aus einem massiven Stahlkern, um die mechanische Festigkeit des Leiterseils zu erhöhen. Dieser Kern ist von verseilten Aluminiumdrähten umgeben (Bild V4.3-1a,b), da Aluminium leichter und kostengünstiger ist als Kupfer. Eine weitere Mittelspannungsfreileitung in Bild V4.3-2 zeigt die Anschlüsse an einem Freileitungsmast für einen Abzweig zu einer Mast-Transformatorstation (20 kV/400 V), um mit Niederspannung 400 V Haushalte zu versorgen.

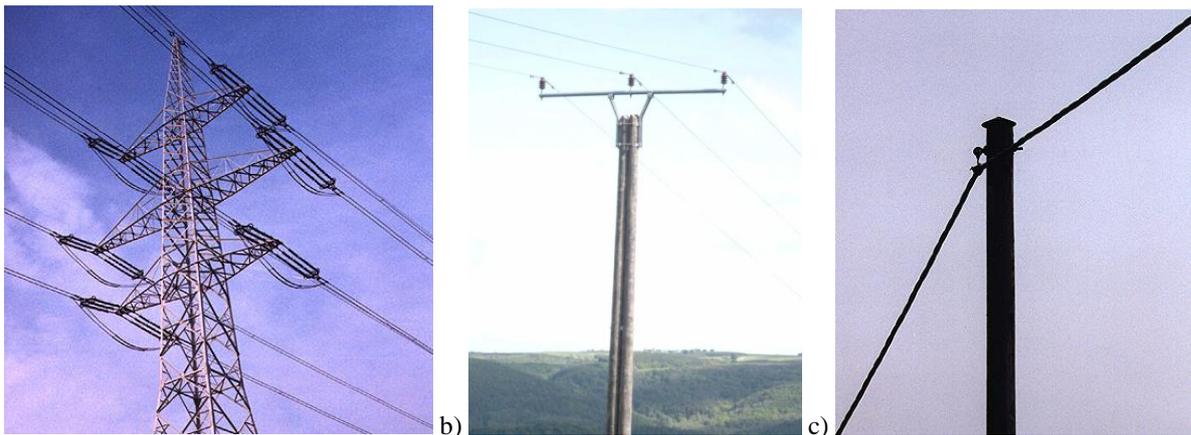


Bild V4.3-1: a) **Höchstspannung:** Dreiphasen-380-kV-Freileitung, 50 Hz, Zweier-Bündel, hängende Isolatoren, b) **Mittelspannung:** Dreiphasen-10-kV-Freileitung, stehende Isolatoren, c) **Niederspannungs-**Leitung: Kunststoffisolierte Dreiphasenleiter (Kupfer)  $3 \times 400 \text{ V}$ , 50 Hz. (Quelle: Wikipedia.de)

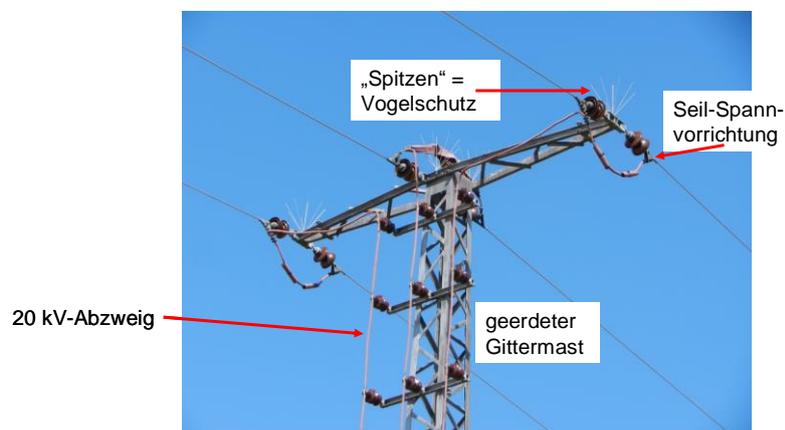


Bild V4.3-2: **20 kV-Freileitung** mit Abzweig zu einer Mast-Transformatorstation bei Bechtolsheim/Pfalz, (Quelle: A. Binder)

**d) Richtwerte für Leiterabstände bei Freileitungen:**

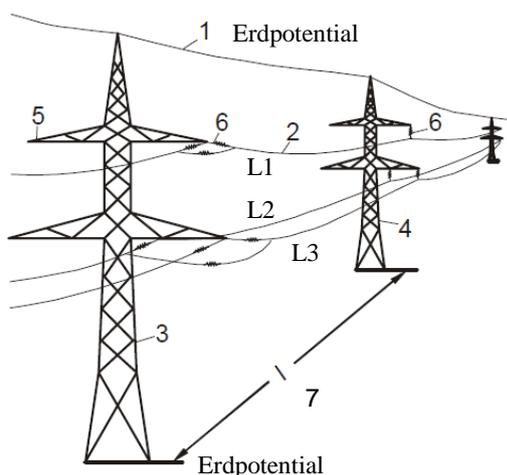
Bei Freileitungen gelten die in Tabelle V4.3-1 aufgelisteten Richtwerte für die Abstände  $d$  zwischen den Leitern und der Erdoberfläche, wobei dort unterschieden wird, ob die Freileitung im Freifeld („Normal“) oder über Verkehrsflächen („Straßenkreuzung“) geführt wird. Weiter ist der Richtwert  $\Delta$  für den Abstand zwischen den Leitern angegeben. Die örtlich gemittelte Feldstärkeamplitude  $E_{av}$  zwischen den Leitern und der Erdoberfläche wird mit  $E_{av,LE} = \hat{U}_{LE} / d = U_N \cdot \sqrt{2} / (\sqrt{3} \cdot d)$  berechnet und ist ebenfalls in Tabelle V4.3-1 neben der mittleren Feldstärke zwischen den Leitern ( $E_{av,LL} = \hat{U}_{LL} / d = U_N \cdot \sqrt{2} / \Delta$ ) angegeben.

$U_N$	30 kV	110 kV	220 kV	380 kV
Leiterabstand $d$ zur Erdoberfläche: „Normal“	5 m	6 m	7 m	8 m
Leiterabstand $d$ zur Erdoberfläche: „Straßenkreuzung“	6 m	7 m	8 m	9 m
Leiter-Leiter-Abstand $\Delta$	2.0 m	4.1 m	6.5 m	9.0 m
Mittlere Feldstärkeamplitude $E_{av,LE}$ : Leiter - Erdoberfläche: „Straßenkreuzung“	0.04 kV/cm	0.13 kV/cm	0.27 kV/cm	0.34 kV/cm
Mittlere Feldstärkeamplitude $E_{av,LL}$ : Leiter - Leiter	0.21 kV/cm	0.38 kV/cm	0.48 kV/cm	0.60 kV/cm

Tabelle V4.3-1: Leiterabstände bei Freileitungen (Richtwerte).

**e) Spannweite  $l$  und Seildurchhang  $f$ :**

Als Spannweite oder Spannfeldlänge  $l$  bezeichnet man den Abstand zwischen zwei Freileitungsmasten (Bild V4.3-3), Ziffer 7. Je nach Spannungsebene gelten unterschiedliche Spannweiten. Bei der Wahl der Spannweite wird nach dem Kostenminimum gesucht. Für eine **kleine Spannweite** spricht, dass nur kleinere Masten wegen der geringeren Spannkraft nötig sind und dass der unerwünschte Seildurchhang geringer ist. Für eine **große Spannweite** spricht die verringerte Anzahl an benötigten Masten, einhergehend mit der kleineren Menge an Isolatoren und einem verringerten Montageaufwand.



1 Erd- oder Blitzschutzseil, 2 Leiterseil,  
3 Abspannmast, 4 Tragmast, 5 Traverse,  
6 Isolator, 7 Spannfeldlänge

Bild V4.3-3: Spannweite und Leiterseilhöhe  
(Quelle: Wikipedia.de).

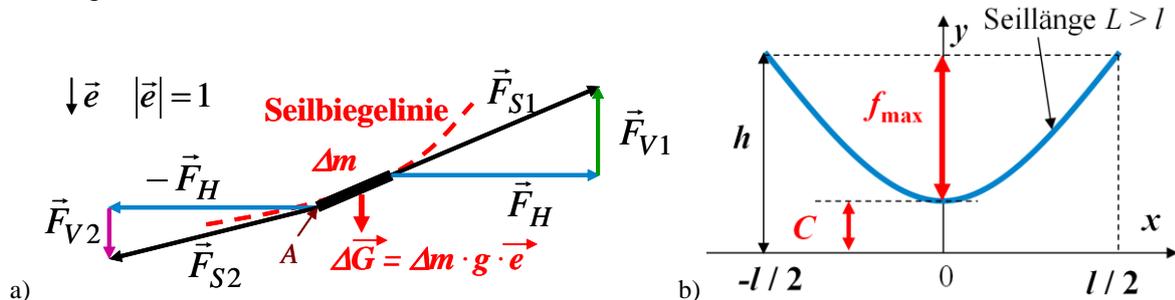
Nennspannung	Spannweite $l$	minimale Höhe
110 kV	220...350 m	6 m
220 kV	300...400 m	6,73 m
380 kV	350...450 m	7,8 m

Spannweiten und Leiterseilhöhen von Freileitungen

Tabelle V4.3-2: Spannweite bei steigender Nennspannung.

Um gemäß Tabelle V4.3-2 den nötigen Abstand zwischen Leiter und Erdoberfläche zu wahren, ist der **maximale Seildurchhang**  $f_{max}$  von zentraler Bedeutung. Zur Berechnung von  $f_{max}$  wird das Seil als vollkommen biegsam angenommen (biegeschlaffes Kettenmodell). Das

Seil habe einen Querschnitt  $A$  und eine Massendichte  $\gamma$ . Die Schwerkraft  $G$  aufgrund der Seilmassen-Gravitation muss über die Seilkraft  $F_S$  durch die Seilzugspannungen  $\sigma = F_S/A$  aufgenommen werden. Ein infinitesimal kleines Seilstück mit der Masse  $\Delta m$ , auf welches die Gewichtskraft  $\Delta G$  wirkt, ist in Bild V4.3-4a dargestellt. Die Bezeichnungen für die an den beiden Enden dieses Seilstücks wirkenden Kraftvektoren  $F_{S1}$ ,  $F_{S2}$  sind ebenfalls in Bild V4.3-4a eingeführt.



**Bild V4.3-4:** Modellbildung zur Berechnung des maximalen Seildurchhangs  $f_{\max}$ : a) Kraftvektoren für ein infinitesimal kurzes Seilstück, b) Seilbiegeline als „Kettenlinie“ eines Leiterseils der Länge  $L > l$  mit maximalem Seildurchhang  $f_{\max}$ , wobei die Mastspannweite als  $l$  bezeichnet wird.

Mit dem Kräftegleichgewicht  $\vec{F}_{V1} = -\vec{F}_{V2} - \Delta \vec{G}$ ,  $\vec{F}_{S1} = \vec{F}_{V1} + \vec{F}_H$ ,  $\vec{F}_{S2} = \vec{F}_{V2} - \vec{F}_H$  am Ort  $x$  folgen die mechanischen Zugspannungen  $\vec{\sigma}_1 = \vec{F}_{S1}/A$ ,  $\vec{\sigma}_2 = \vec{F}_{S2}/A$ . Damit wird bei Kenntnis der über die Aufhängung vorgegebenen Seilquerspannung  $\sigma_H = F_H/A$  die Seilbiegeline gemäß Bild V4.3-5b als „Kettenlinie“ in Abhängigkeit des Orts  $x$  (V4.3-4) berechnet.

$$y = y_0 + a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right), \quad a = \frac{\sigma_H}{\gamma \cdot g} \quad \text{für } -\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}, \quad L = 2a \cdot \sinh(l/(2a)) \quad (\text{V4.3-4})$$

Die Seillänge  $L$  ist etwas größer als die Spannweite  $l$  aufgrund des Durchhangs. Der Parameter  $a$  wird numerisch aus  $L = 2a \cdot \sinh(l/(2a))$  bestimmt. Die Mindesthöhe  $C$  über dem Boden (Bild V4.3-4b) ist gegeben durch  $C = y(x=0) = y_0 + a$ . Der maximale Seildurchhang berechnet sich als  $f_{\max} = h - C$ . Neben dem Parameter  $a$  wird auch die Kenntnis die Größe  $y_0$  benötigt, welche über die Kenntnis der Punkte  $x = \pm l/2$  gemäß (V4.3-5) gewonnen wird.

$$y\left(x = \pm \frac{l}{2}\right) = h = y_0 + a \cdot \cosh\left(\frac{l}{2a}\right) \Rightarrow y_0 = h - a \cdot \cosh\left(\frac{l}{2a}\right), \quad f_{\max} = a \cdot (\cosh\left(\frac{l}{2a}\right) - 1) \quad (\text{V4.3-5})$$

Zur Vereinfachung wird die cosh-Funktion (V3.4-4) über eine Taylor-Reihenentwicklung als Parabel in  $x$  angenähert.

$$y(x) = y_0 + a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) \approx y_0 + a + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^2 \quad \text{für } \frac{l}{2a} \ll 1 \quad (\text{V4.3-6})$$

Daraus wird der maximale Seildurchhang  $f_{\max}$  vereinfacht mit (V4.3-7) berechnet.

$$h = y(l/2) \approx C + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{l}{2a}\right)^2 \Rightarrow f_{\max} = h - C \approx \frac{l^2}{8a} = \frac{l^2 \cdot \gamma \cdot g}{8\sigma_H} \quad (\text{V4.3-7})$$

Folglich lässt sich der Seildurchhang mit einer ausreichend hohen Seilzugspannung  $\sigma_H$  verringern. Allerdings darf die materialbedingte maximale Seilzugspannung  $\sigma_{\max, \text{zul}}$  nicht überschritten werden. Aus dieser Bedingung ergibt sich die Forderung nach einem maximal zulässigen Abstand  $l$  zwischen zwei Masten. Mit steigender Spannweite  $l$  steigt die Seilmasse  $m$ , wobei aus der Parabelnäherung (Bild V4.3-5b) der Ausdruck (V4.3-8) folgt.

$$m = \left( l + \frac{l^3}{24 \cdot a^2} \right) \cdot A \cdot \gamma \quad (\text{V4.3-8})$$

**Beispiel V4.3-1:** 220 kV-Drehstromleitung, Masthöhe  $h = 20$  m, Spannweite  $l = 400$  m, Seillänge  $L = 400.7$  m. Vereinfachte Rechnung für ein Stahlseil ohne Aluminium: Stahl-Massendichte  $\gamma = 7800 \text{ kg/m}^3$ , maximal zulässige Seilzugspannung  $\sigma_{\text{max,zul}} = 313 \text{ N/mm}^2$ , geforderte Mindesthöhe gemäß Tabelle V4.3-1:  $C_{\text{min}} = 8$  m. Wie groß ist der maximale Seildurchhang  $f_{\text{max}}$ ? Wird die Mindesthöhe  $C_{\text{min}}$  eingehalten?

$$\frac{400.7}{400} = 1.0018 = \frac{L}{l} = \frac{2a}{l} \cdot \sinh\left(\frac{l}{2a}\right)$$

Mit numerischer Rechnung folgt

$$\frac{l}{2a} = 0.10244 \Rightarrow a = 1952.3 \text{ m} \Rightarrow \sigma_{\text{H}} = a \cdot \gamma \cdot g = 149 \text{ N/mm} < \sigma_{\text{max,zul}}$$

Berechnung von  $y_0$ :

$$y\left(x = \frac{\pm l}{2}\right) = h = y_0 + a \cdot \cosh\left(\frac{l}{2a}\right) \Rightarrow y_0 = h - a \cdot \cosh\left(\frac{l}{2a}\right)$$

$$y_0 = 20 - 1952.3 \cdot \cosh(0.10244) = -1942.6 \text{ m}$$

Damit ergibt sich  $C$  zu  $C = y_0 + a = -1942.6 + 1952.3 = 9.7 \text{ m} > C_{\text{min}}$ .

Der maximale Durchhang  $f_{\text{max}}$  ergibt sich zu  $f_{\text{max}} = h - C \approx \frac{l^2}{8a} = \frac{400^2}{8 \cdot 1952.3} = 10.24 \text{ m}$ .

Bei Kälte kann eine zusätzliche Eislast  $\Delta m_{\text{Eis}}$  auf das Freileitungsseil wirken, die typischerweise das 1 ... 5-fache der Seilmasse beträgt. Damit steigt die Seilzugspannung  $\sigma$ . Auch aufgrund der Werkstoffkontraktion  $\Delta l$  bei niedrigeren Temperaturen steigt die Seilzugspannung  $\sigma$ . Beim sogenannten „kritischen“ Mastabstand  $l = l_{\text{krit}}^*$  ruft die Situation a) bei  $-5$  °C mit Eislast dieselbe Seilzugspannung hervor wie eine Situation b) bei  $-20$  °C ohne Eislast. Die Situation a) ist kritischer für  $l > l_{\text{krit}}^*$ , weil die Seilzugspannung durch die Gesamtseilmasse dominiert wird. Die Situation b) ist kritischer für  $l < l_{\text{krit}}^*$ , weil die Seilzugspannung durch die Vorspannung des Seils dominiert wird. Weitere Zusatzlasten sind Abspannketten, weitere Einzellasten, die Windlast, Schrägfelder, o. ä. In Bild V4.3-5 sind Freileitungsschäden durch zu hohe Eis- bzw. Schneelast dargestellt.



Bild V4.3-5: Freileitungsschäden an Gittermasten durch hohe Eis- bzw. Schneelast:

a) Mastneigung, b) Umgeknickte Maste (Quelle: J. Hanson)

#### f) Beispiele für Mastanordnungen:

In Bild V4.3-6 sind in Deutschland verbreitete Mastbauformen mit ihren Namen und Besonderheiten abgebildet. Der **Donaumast** besitzt gleiche Gegenkapazitäten und Gegeninduktivitäten aufgrund der gleichen Leiterabstände. Der **Einebenenmast** besitzt gleiche Erdkapazitäten für alle Leiter, da alle den gleichen Erdabstand aufweisen. Beim

**Tannenbaummast** und **Tonnenmast** sind die Trassenbreiten für die Höchstspannungsebene kleiner, um den Mindestabstand zwischen den Leitern einzuhalten.

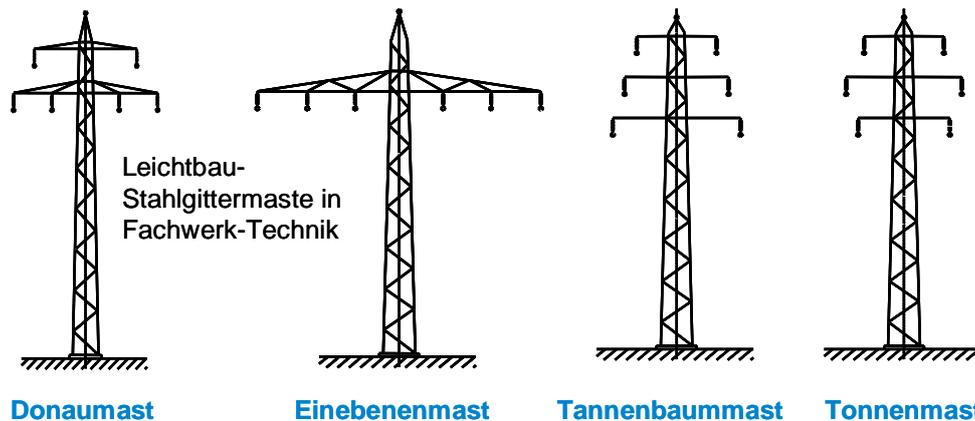
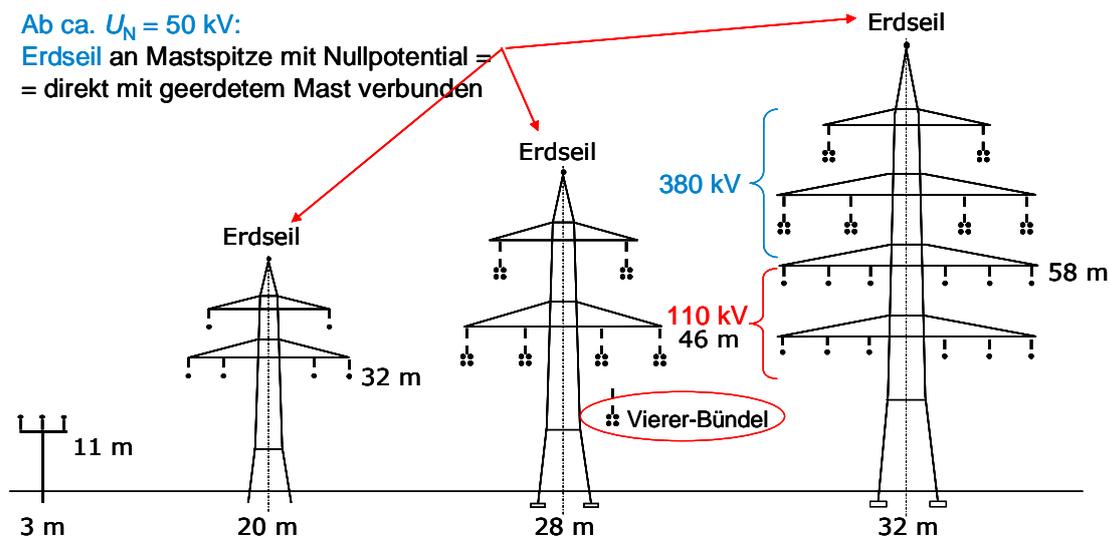


Bild V4.3-6: Beispiele für Mastanordnungen in *Deutschland, Österreich, Schweiz* (Quelle: J. Hanson).

Typische Abmessungen solcher Masten sind in Bild V4.3-7 gezeigt. Man erkennt die zunehmenden Abmessungen für höhere Spannungsebenen aufgrund der größeren Mindestabstände (Tabelle V4.3-1). Freileitungen mit höheren Spannungsebenen sind in der Regel für weitere Strecken mit höherer Übertragungsleistung im Einsatz.



10-kV-Leitung 110-kV-Doppelleitung 380-kV-Doppelleitung 380 / 110-kV-Sechsfachleitung  
 Bild V4.3-7: Typische Stahlgittermast-Abmessungen in *Deutschland, Österreich, Schweiz* (Quelle: J. Hanson).

### g) Funktion des Erdseils:

Das **Erdseil** ist ein verzinktes Stahl- oder Stahl-Aluminium-Seil, welches an den Spitzen der geerdeten Masten (Bild V4.3-10) über den Hochspannungsfreileitungen zum Schutz ihrer Leiterseile gegen direkten Blitzeinschlag angebracht ist. Dieses Erdseil befindet sich wie der Erdboden auf dem elektrischen Nullpotential. Daher schlägt ein Blitz eher in das Erdseil ein als in die darunter im Schutzraum befindlichen Leiter der Hochspannungsfreileitung (Bild V4.3-8). Außerdem verringert das Erdseil die Beeinflussung der Fernmeldeeinrichtungen bei unsymmetrischen Fehlern, bei denen ein Leiterseil den Erdboden berührt. In einem solchen unsymmetrischen Fehlerfall fließt ein Fehlerstrom  $I''_{k1}$  als Nullstrom über die Erde zur speisenden Dreiphasen-Quelle zurück. Bei vorhandenem Erdseil fließt ein Teil des Nullstroms  $I''_{k1,b}$  auch im Erdseil. Nur der Nullstromanteil  $I''_{k1,a}$  im Erdreich induziert über sein  $H$ -Feld

eine Störspannung in benachbarte im Erdreich verlegte Fernmeldeleitungen. Die Reduktion dieses  $H$ -Felds wird durch den **Erdseil-Reduktionsfaktor**  $r \sim I''_{k1,a} / I''_{k1}$  quantifiziert.

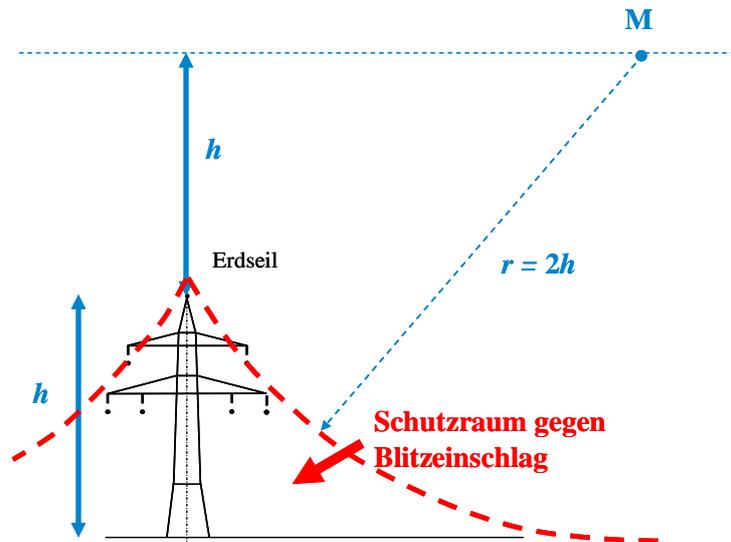


Bild V4.3-8: Abschätzung des durch das Erdseil geschaffenen Schutzraums gegen den Blitzeinschlag bei einer Hochspannungsfreileitung.

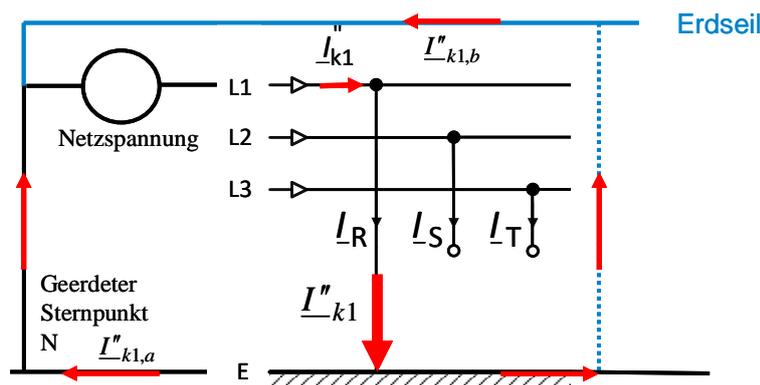


Bild V4.3-9: Schematische Darstellung der Reduktion des Kurzschluss-Wechselstroms  $I''_{k1,a}$  im Erdreich durch den Erdseilstrom  $I''_{k1,b}$  am Beispiel des einpoligen Erdschlusses in Phase L1 (bzw. R) bei geerdetem Sternpunkt N und Gesamtfehler-Wechselstrom  $I''_{k1}$ .

#### h) Tragmast und Abspannmast:

Ein Freileitungsmast mit der ausschließlichen Funktion des Tragens der Leiterseile ohne Aufnahme der Spannkraft gegen den Durchhang der Freileitung wird **Tragmast** genannt, kenntlich bei Spannungen  $> 30$  kV durch die durch die Schwerkraft nach unten hängenden Stabisolatoren. An seinen Gittermast-Traversen sind die Leiterseile über Hängeisolatoren oder bei erforderlicher erhöhter Tragkraft bzw. Tragsicherheit z. B. bei Straßenquerungen über Hängeisolatorpaare (Bild V4.3-10) oder Drei- oder Mehrfach-Isolatorketten (Bild V4.3-11b) befestigt. Da diese Isolatoren oberhalb von 30 kV hängend ausgeführt werden, werden sie als „**Hängekette**“ bezeichnet. Für Spannungen bis etwa 30 kV werden i. d. R. stehende Isolatoren verwendet. In regelmäßigen Abständen (etwa jeder sechste Mast) längs der Freileitungstrasse übernimmt ein **Abspannmast** zusätzlich zum Tragen die Spannkraft für die Seile nach beiden Seiten. Zwei parallele Isolatorketten haben an ihren Fußpunkten Spannvorrichtungen, so dass sie in die jeweilige Richtung schräg gestellt die Spannkraft auf die Gittermast-Traverse übertragen (Bild V4.3-11b). Solche Masten werden ebenfalls eingesetzt

- bei Richtungsänderungen der Freileitung (**Eckmast**, Bild V4.3-11a),

- als **letzter Mast** vor der Einführung einer Freileitung in eine Schaltanlage eines Umspannwerks,
- am Übergang von Freileitung zum Erdkabel,
- bei **Abzweigungen** von Freileitungen.

Da Abspannmaste die Zugkräfte in den Leiterseilen aufnehmen müssen, sind sie stabiler gebaut als Tragemaste.

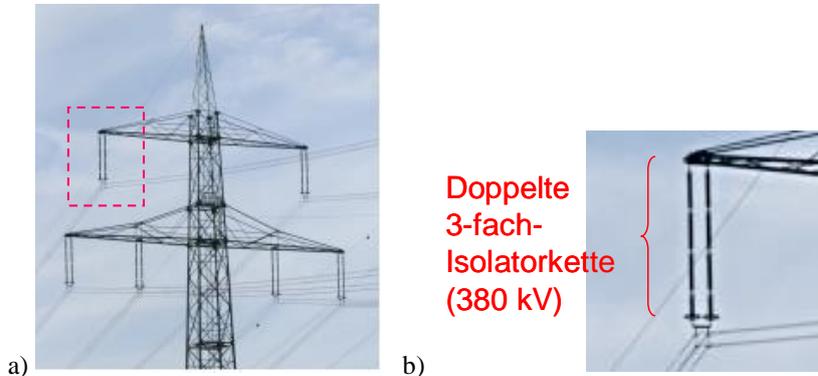


Bild V4.3-10: a) Tragemast mit Vierer-Bündelleiter 380 kV-Leitung und Isolatorpaar-Ausführung als 3-fach-Hängekette. An der Mastspitze ist das Erdseil sichtbar! b) ist die Vergrößerung von a) (Quelle: *Wikipedia.de*).

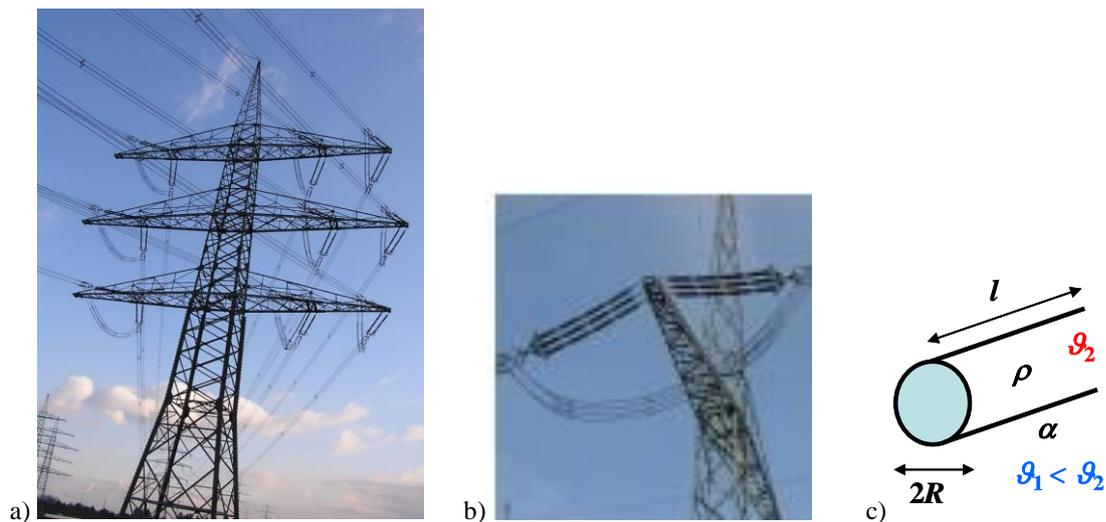


Bild V4.3-11: a) Abspann-Gitterrekmast für ein Schrägfeld bei Änderung der Freileitungsrichtung, b) Spannvorrichtungen an den Enden der beiden Isolator-Dreifachketten; dazwischen spannungsfreier Durchhang zufolge der Schwerkraft (Quelle: *Wikipedia.de*), c) Abmessungen und Temperaturen beim Runddrahtleiter.

### i) Strombelastungsgrenzen von Leiterseilen:

Über die thermisch wirksame Verlustleistung  $P_d$  (V4.3-9) eines Leiters (Bild V4.3-11c) wird die entsprechende Stromdichte  $J$  ermittelt. Die wirtschaftliche Stromdichte für die Übertragung von elektrischer Energie liegt im Bereich von  $J = 0.7 \dots 0.8 \text{ A/mm}^2$ . Limitierend für die maximale Stromdichte sind die *ohm'schen* Verluste, die sich quadratisch mit zunehmender Stromdichte erhöhen (V4.3-9).

$$P_d = R \cdot I^2 = \frac{\rho \cdot l}{R^2 \pi} \cdot I^2 = \rho \cdot l \cdot R^2 \pi \cdot \left( \frac{I}{R^2 \pi} \right)^2 = \rho \cdot l \cdot R^2 \pi \cdot J^2 \quad (\text{V4.3-9})$$

Durch die Stromkosten für diese Verluste erhöhen sich die Übertragungskosten. Die maximal zulässige Stromdichte liegt unterhalb von  $J_{\text{zul}} \leq 3.5 \text{ A/mm}^2$ , da das Leiterseil eine Maximaltemperatur von  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  nicht überschreiten soll. Diese Temperaturobergrenze ist festgelegt, weil höhere Dauertemperaturen ggf. zur Seilbeschädigung führen. Auch führt eine

zu große Wärmelängung zu einem unzulässig großen Durchhang  $f_{\max}$ , so dass eine Unterschreitung des Leiterminimalabstands zur Erde auftritt (Tabelle V4.3-1). Die konvektiv durch die vorbeiströmende Umgebungsluft abführbare Verlustleistung (Kap. P) beträgt  $P_d = \alpha \cdot 2\pi \cdot R \cdot l \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$ . Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  an der Leiteroberfläche nimmt mit steigender Luftgeschwindigkeit  $v$  zu. Es sind  $\vartheta_2$  die Leiteroberflächentemperatur und  $\vartheta_1$  die Umgebungstemperatur des Kühlmediums Luft (Bild V4.3-11c). Der maximal zulässige Unterschied zwischen Leiter- und Umgebungstemperatur  $\Delta\vartheta_{\text{zul}} = \vartheta_{2,\text{zul}} - \vartheta_{1,\text{zul}}$  ergibt die maximal zulässige Stromdichte  $J_{\text{zul}}$  mit (V4.3-9).

$$P_d = \rho \cdot l \cdot R^2 \pi \cdot J_{\text{zul}}^2 = \alpha \cdot 2\pi R \cdot l \cdot \Delta\vartheta_{\text{zul}} \Rightarrow J_{\text{zul}}^2 = \frac{2\alpha}{\rho} \cdot \frac{\Delta\vartheta_{\text{zul}}}{R} \Rightarrow J_{\text{zul}} \sim 1/\sqrt{R} \quad (\text{V4.3-10})$$

Die zulässige Stromdichte  $J_{\text{zul}}$  steigt mit sinkendem Leiterdurchmesser  $2 \cdot R$  mit  $J_{\text{zul}} \sim 1/\sqrt{R}$ , da die Verluste quadratisch mit kleinerem Leiterradius  $R$  sinken, die abführbare Wärmeleistung  $P_d$  jedoch nur linear mit  $R$ . Der Anstieg von  $J_{\text{zul}}$  für kleinere Leiterquerschnitte ist in Tabelle V4.3-3 zu sehen, in der die zulässigen Stromdichten für die verschiedenen Spannungsebenen aufgeführt sind. Dabei wird näherungsweise als stromführender Leiterquerschnitt nur jener des Alu-Leiters  $A_{\text{Al}}$  berücksichtigt (Bsp. V3.4-2).

Spannungsebene $U_N$ [ kV ]	max. Übertragungsleistung		$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_N}$ [ A ]	$J_{\text{zul}} = \frac{I_N}{A_{\text{Al}}}$ [ A/mm <sup>2</sup> ]
	$S_N$ [ MVA ]	bei Beseilung		
380	1700	4 x 265/35 mm <sup>2</sup> Al/St 4-Bündel	2583	2.4
110	120	1 x 265/35 mm <sup>2</sup> Al/St	630	2.4
20	10	1 x 70/12 mm <sup>2</sup> Al/St	288	4.1
10	5	1 x 70/12 mm <sup>2</sup> Al/St	288	4.1
0.4	0.1	1 x 25 mm <sup>2</sup> Al	144	5.8

Tabelle V4.3-3: Nenn-Übertragungsscheinleistung  $S_N$ , Nennstrom  $I_N$  und zulässige Stromdichte  $J_{\text{zul}}$  für verschiedene Spannungsebenen bzw. Beseilungstypen (Al: Aluminium, St: Stahl).

Beispiel V3.4.-2:  $v = 0.6$  m/s Windgeschwindigkeit, Luftumgebungstemperatur  $\vartheta_2 = 35^\circ\text{C}$ , Leiteroberflächentemperatur  $\vartheta_1 = 80^\circ\text{C}$ :  $\Delta\vartheta_{\text{zul}} = 80 - 35 = 45$  K, Wärmeübergang (Kap. P) durch Konvektion  $\alpha = 15 \cdot v^{2/3} = 15 \cdot 0.6^{2/3} = 10.7$  W/(m<sup>2</sup> · K) und durch Strahlung mit den absoluten Temperaturen  $T_1 = \vartheta_1 + 273$  K = 353 K,  $T_2 = \vartheta_2 + 273$  K = 308 K:

$$P_{d,\text{Str}} = c_s \cdot (T_1^4 - T_2^4) \cdot O = \alpha_{\text{eq}} \cdot O \cdot \Delta\vartheta \Rightarrow \alpha_{\text{eq}} = 5 \cdot 10^{-8} \cdot (353^4 - 308^4) / 45 = 7.3 \text{ W/(m}^2\text{K)},$$

$$\alpha' = \alpha + \alpha_{\text{eq}} = 10.7 + 7.3 = 18 \text{ W/(m}^2\text{K)}, \rho_{\text{Al},20} = 29.4 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}, \alpha_{\vartheta,\text{Al}} = 0.004 / \text{K},$$

$$\rho_{\text{Al},80} = \rho_{\text{Al},20} \cdot (1 + \alpha_{\vartheta,\text{Al}} \cdot (80 - 20)) = 1.24 \cdot \rho_{\text{Al},20} = 0.0365 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}.$$

a)  $U_N = 110$  kV,  $A_{\text{Al}} = 265$  mm<sup>2</sup>,  $A_{\text{Al+St}} = 265 + 35 = 300$  mm<sup>2</sup>, Seilfüllfaktor:  $k_F = 0.7$ ,

$$A_{\text{eq}} = A_{\text{Al+St}} / k_F = 300 / 0.7 = 429 \text{ mm}^2, R = \sqrt{A_{\text{eq}} / \pi} = \sqrt{429 / \pi} = 11.7 \text{ mm},$$

Leiterumfang = Oberfläche/Länge:  $U = O / l = 2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 11.7 = 73.5$  mm,

Vergrößerung der Oberfläche um ca. 20% durch die Einzeldrahtkrümmungen:

$$U' = 1.2 \cdot U = 1.2 \cdot 73.5 = 88.2 \text{ mm}.$$

Mit (V4.3-10) folgt  $P_d / l = \rho_{\text{Al},80} \cdot A_{\text{Al}} \cdot J_{\text{zul}}^2 = \alpha' \cdot U' \cdot \Delta\vartheta_{\text{zul}}$ , und daraus

$$J_{\text{zul}} = \sqrt{\alpha' \cdot U' \cdot \Delta\vartheta_{\text{zul}} / (\rho_{\text{Al},80} \cdot A_{\text{Al}})} = \sqrt{18 \cdot 0.0882 \cdot 45 / (0.0365 \cdot 265)} = 2.7 \text{ A/mm}^2.$$

Vergleich mit dem Tabellenwert aus Tab. V4.3-3:  $I_N = S_N / (\sqrt{3}U_N)$ ,

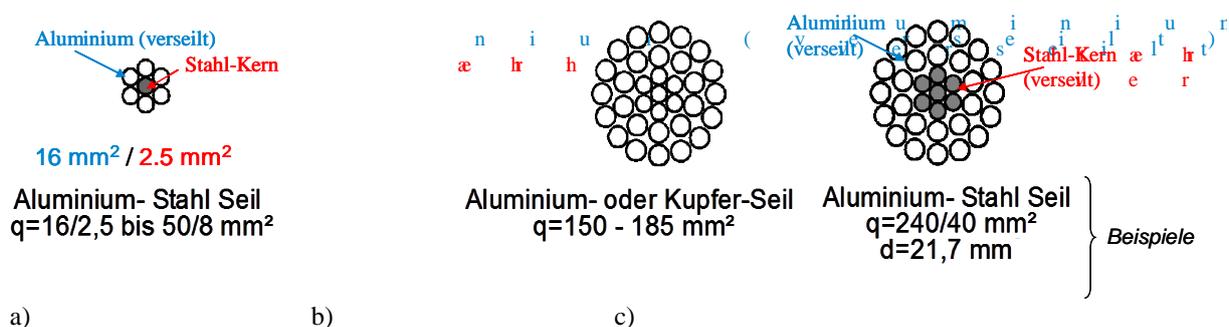
$$I_N = 120 \cdot 10^6 / (\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3) = 630 \text{ A}, J_{\text{zul}} = I_N / A_{\text{Al}} = 630 / 265 = 2.4 \text{ A/mm}^2.$$

$$b) U_N = 400 \text{ V}, A_{Al} = 25 \text{ mm}^2, I_N = S_N / (\sqrt{3} U_N) = 0.1 \cdot 10^6 / (\sqrt{3} \cdot 0.4 \cdot 10^3) = 144 \text{ A},$$

$$J_{zul} = I_N / A_{Al} = 144 / 25 = 5.8 \text{ A/mm}^2.$$

### j) Ausführungsformen von Freileitungsseilen:

Hochspannungsfreileitungsseile bestehen aus einem Stahlseilkern, umgeben von verseilten Aluminiumleitern (Bilder V4.3-12 und -13). Da Stahlkern dient zum Tragen des Seils dank seiner hohen mechanischen Festigkeit und bewirkt durch die Vergrößerung des Außendurchmessers  $2R$  eine Vergrößerung der kühlenden Leiteroberfläche. Dies erleichtert die konvektive Wärmeabfuhr und verringert dank der geringeren Krümmung die maximale elektrische Feldstärke an der Leiteroberfläche. Dadurch treten weniger *Korona*-Entladungen an der Leiteroberfläche auf; die Koronaverluste sinken. Weiter steigt der Kapazitätsbelag  $C'_{R \ll 2a} \cong \frac{\pi \cdot \epsilon_0}{\ln(2a/R)}$  und sinkt der Induktivitätsbelag  $L'_{R \ll 2a} \cong \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln(2a/R)$ . Dadurch sinkt der Wellenwiderstand  $Z_0$ , und die natürliche Leistung  $P_{Nat} \sim 1/Z_0$  steigt. Das Aluminiumgeflecht übernimmt die Stromführung, wobei das Querschnittsverhältnis Alu/St in *Deutschland* 6 ... 7.7 beträgt, z. B. bei Al/St 240/40: 240 mm<sup>2</sup> Alu, 40 mm<sup>2</sup> Stahl.



**Bild V4.3-12:** Beispielhafte Ausführungen für Freileitungsleiterseile ( $q$ : Anteilige Querschnittsfläche,  $d = 2R$ : Außendurchmesser): a) Aluminium-Stahl-Seil, b) Kupfer- oder Alu-Seil ohne Stahl-Seele, c) Alu-Seil mit verseilter Stahl-Seele (Quelle: *J. Hanson*).

#### Beispiel: Stahlkern 35 mm<sup>2</sup>

265 mm<sup>2</sup>/35 mm<sup>2</sup> = 7.7,  $\varnothing$  22.4 mm  
1002 kg/km, Bruchkraft 83 kN



**Bild V4.3-13:** Aluminium-Stahl-Leiterseil einer Freileitung (Quelle: *Wikipedia.de*).

Das Freileitungsseil in Bild V4.3-13 besteht aus einem verseilten Stahlkern ( $q = 35 \text{ mm}^2$ , 7 Einzeldrähte) und aus einem Aluminiummantel ( $q = 265 \text{ mm}^2$ , zwei verseilte Runddrahtlagen mit insgesamt 24 Leitern) mit gegensinnigem Verseilungsschlag. Das

Querschnittsverhältnis ist  $265 \text{ mm}^2/35 \text{ mm}^2 = 7.7$  bei einem Durchmesser  $\varnothing d = 22.4 \text{ mm}$ . Die längenspezifische Masse beträgt  $1002 \text{ kg/km}$  und die Bruchkraft  $F = 83 \text{ kN}$ .

Grobe Nachrechnung:  $\gamma_{\text{Al}} = 2.7 \text{ kg/dm}^3$ ,  $\gamma_{\text{St}} = 7.9 \text{ kg/dm}^3$ ,

$$m_{\text{Al}} = q_{\text{Al}} \cdot l \cdot \gamma_{\text{Al}} = 265 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 2700 = 715.5 \text{ kg/km},$$

$$m_{\text{St}} = q_{\text{St}} \cdot l \cdot \gamma_{\text{St}} = 35 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 7900 = 276.5 \text{ kg/km}, \quad m_{\text{Al+St}} = 992 \text{ kg/km}.$$

Maximal zulässige Zugspannung, bezogen auf Gesamtquerschnitt:

$$\sigma_{\text{max}} = F / (q_{\text{St}} + q_{\text{Al}}) = 83000 / 300 = 276 \text{ N/mm}^2.$$

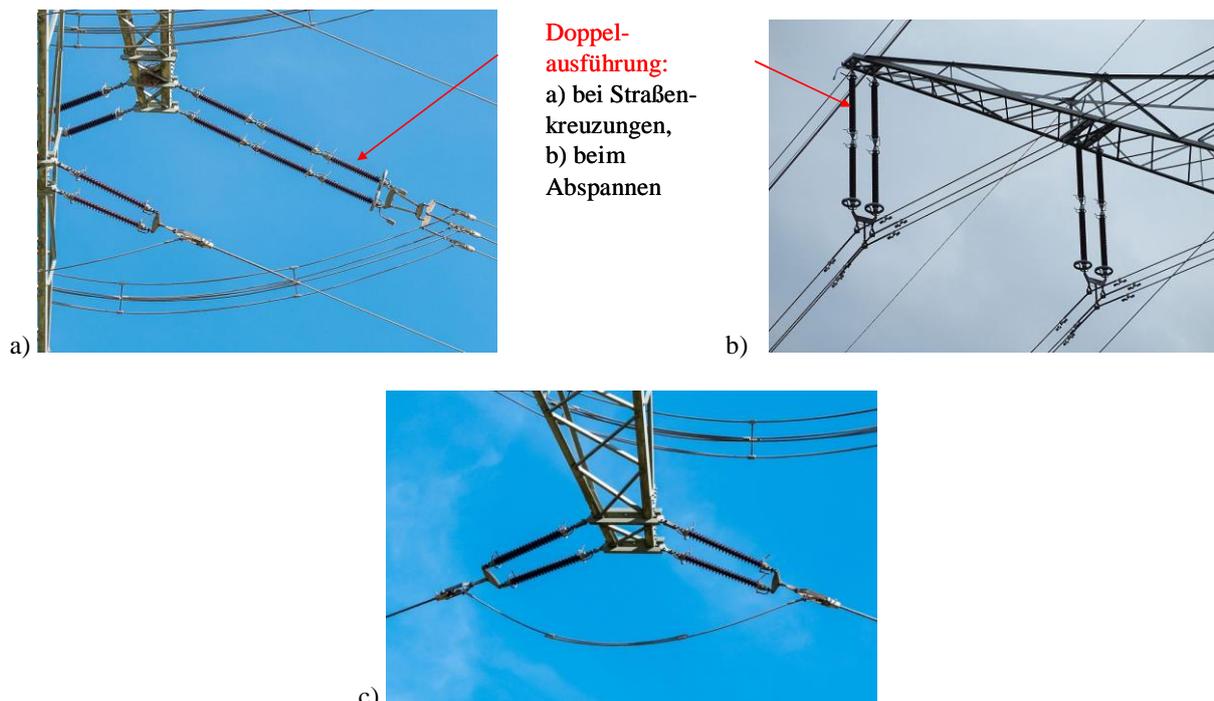
Ausgelegt ist das Seil für  $690 \text{ A}$  Dauerstrom effektiv. Bei einer für den Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  bestimmenden Windgeschwindigkeit von  $0.6 \text{ m/s}$ , einer Umgebungstemperatur von  $35 \text{ }^\circ\text{C}$  und einer Leitertemperatur von  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  beträgt die zulässige maximale Stromdichte  $J = 690 \text{ A}/265 \text{ mm}^2 = 2.6 \text{ A/mm}^2$ .

Aus den vorausgehenden Überlegungen lassen sich folgende **Belastungsgrenzen zur Wahl des Leiterseils** zusammenfassen:

- Thermisch: Wärmeabfuhr der Stromwärme an die Umgebungsluft,
- Mechanisch: Durchhang des Leiterseils durch Eigenmasse und Zusatzlast (Eis als Fremdmasse! Extremwerte im Hochgebirge bis zu  $15 \text{ kg/m} = 15\text{-fache Leitermasse}$ ).

#### k) Isolatoren für Freileitungen:

Die eingesetzten Isolatoren im Hochspannungsbereich ( $U_N > 1 \text{ kV}$ ) müssen eine hohe mechanische Belastbarkeit bei möglichst kleiner elektrischer Leitfähigkeit aufweisen. Als feste Isolierstoffe für die Isolatorkerne haben sich Aluminiumoxidkeramiken, Porzellan, Glas und glasfaserverstärkte Kunststoffe (mit Silikonmantel) bewährt. Heute sind Isolatoren vorwiegend aus keramischen Werkstoffen als komplettes Bauteil „Langstab-Isolator“ im Einsatz (Bild V4.3-14). Auch Silikon-Isolatoren werden verwendet, die aus einem zentralen Strunk aus hochfestem glasfaserverstärktem Kunststoff bestehen, auf dem die Schirme aus Silikon mit einer Klebeverbindung aufgebracht sind.



**Bild V4.3-14:** Langstab-Isolatoren: a) **380 kV:** Drei Isolatoren in Serie z. B. am Abspannmast, b) **220 kV:** Zwei Isolatoren in Serie z. B. am Tragmast, c) **110 kV:** Ein Isolator z. B. am Abspannmast (Quelle: Wiki Commons).

Die Länge der Isolatoren zwischen den Anschlusspunkten ist auf die anliegende Spannung abgestimmt, so dass kein Luft-Überschlag stattfinden kann (Bild V.3-15). An den Isolatoroberflächen können sich Kriechströme zwischen den beiden Isolatoranschlusspunkten ausbilden, wenn durch Umwelteinflüsse (Regen, Schnee oder Staub, in Meeresnähe auch Salz) Schmutzstoffe auf der Isolatoroberfläche mit der Zeit einen elektrisch (gering) leitfähigen Film bilden. Im ungünstigsten Fall führt dies zu Gleitentladung und damit zum Oberflächen-Überschlag. Als Gegen-Maßnahme werden in der Regel zahlreiche Schirme mit glockenförmigen Rippen zur Kriechwegverlängerung verwendet (Bild V4.3-15).



Bild V4.3-15: 30-kV-Porzellanisolator mit 4 glockenförmigen Rippen als Schirme zur Verringerung von Kriechströmen. Eingetragen sind die Wege des Luft- und Kriechweg-Überschlags.

**Beispiel V3.4-3:** Ein keramischer Stabisolator mit der Stablänge 1310 mm hat typisch 22 oder 27 glockenförmige Rippen und einen Strunk- $\varnothing$  85 mm bei einer Nenntiragekraft  $F = 210$  kN. Dies entspricht einer mechanischen Zugspannung  $\sigma = F / (d^2 \pi / 4) = 37$  N/mm<sup>2</sup> (Vgl. Stahl: z. B. St52  $\sigma = 520$  N/mm<sup>2</sup>). Bei einer Freileitungs-Spannweite  $l = 0.4$  km beträgt die Gewichtskraft des ca. 400 kg schweren Leiterseils (Bild V4.3-13) 4 kN. Es ergibt sich eine mechanische „Sicherheit“ von  $210/4 = 52.5$ , die zusätzliche Eislasten, statische und dynamische Windkräfte (z. B. winderregte Seilschwingungen und das „Seiltanzen“) abdecken muss.

### 1) Maximale elektrische Feldstärke an der Leiteroberfläche:

Da Luft ihre isolierende Wirkung verliert, wenn eine maximale elektrische Feldstärke  $\hat{E}_{\max}$  (Scheitelwert an der räumlichen Stelle maximaler Feldgröße) überschritten wird, ist die Berechnung dieser Maximal-Feldstärke wichtig. In Bild V4.3-16a sind die el. Potentialunterschiede der drei Phasenspannungen  $U_{\text{ph}}$  im Dreiphasensystem U, V, W, N und eine zylindrische Leiteranordnung je Phase mit dem idealisierten  $E$ -Feld dargestellt.

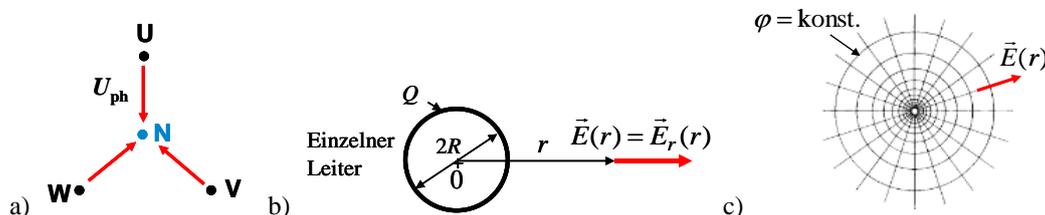


Bild V4.3-16: a) Phasenspannungen  $U_{\text{ph}}$ , b) Zylindrischer Phasenleiter-Querschnitt mit Oberflächenladung  $Q$  und radialer elektrischer Feldstärke  $E(r)$ , c) zylindersymmetrische Feldlinienbild der elektrische Feldstärke  $E$  und Äquipotentiallinien des elektrischen Potentials  $\varphi$ .

Die von der el. Oberflächenladung  $Q$  ausgehende elektrische Feldstärke  $E$  wirkt als *Coloumb*-Kraft  $F$  auf eine in der Nähe befindliche Punktladung  $q$  am Ort mit dem Radius  $r$  ( $E = F/q$ ). Der Phasenleiter wird als axial unendlich langer zylindrischer Leiter betrachtet (Bild V4.3-16b), sodass sich die Feldstärke radial als  $E_r(r)$  in jeder radialen Schnittebene gleichartig

ausbildet (Bild V4.3-16b, c). Mit dem Ladungsbelag  $Q' = Q/l$  als Ladungsmenge pro Längeneinheit als Effektivwert gemäß (V4.3-11)

$$Q' = \hat{Q}' / \sqrt{2}, \text{ wobei } Q' = Q/l \quad (\text{V4.3-11})$$

verwenden wir den aus Kapitel V3.1 bekannten Kapazitätsbelag  $C'_B$  gemäß (V4.3-13), um  $Q'$  auszudrücken (V4.3-12).

$$Q' = C'_B \cdot U_{ph} \quad (\text{V4.3-12})$$

$$C'_B \approx \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln(\Delta/R)} \quad (\text{V4.3-13})$$

Für die zylindrische Leiteranordnung ergibt sich damit die elektrische Feldstärke (V4.3-14) als reine Radialkomponente in Abhängigkeit vom Radius  $r$ .

$$\hat{E}_r(r) = \frac{\hat{Q}'}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r} = \frac{U_{ph} \cdot \sqrt{2}}{r \cdot \ln(\Delta/R)} \quad (\text{V4.3-14})$$

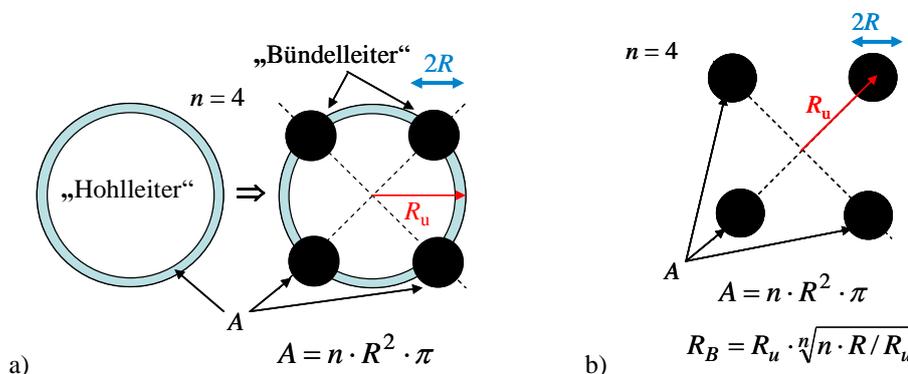
Die maximale Feldstärke  $\hat{E}_{\max}$  tritt daher bei minimalen Radius, also an der Leiteroberfläche  $r = R$  auf und hat die Amplitude (V4.3-15).

$$\hat{E}_{\max} = \frac{U_{ph} \cdot \sqrt{2}}{R \cdot \ln(\Delta/R)} \quad (\text{V4.3-15})$$

Trockene Luft hat bei 20°C, 1 bar gemäß V4.2 eine Durchschlagsfeldstärke bei Schlagweiten  $s = 2 \text{ cm}$  von  $E_D = 30 \text{ kV/cm}$  im Homogenfeld. Aufgrund der lokalen Radien der aus mehreren Einzeldrähten aufgebauten Leiterseiloberfläche wird ein maximal zulässiger Wert von  $0.85 \cdot E_D$  vorgeschrieben:

$$\hat{E}_{\max} < 0.85 \cdot 30 = 25 \text{ kV/cm} \quad (\text{V4.3-16})$$

Um die ungünstig hohe Randfeldstärke  $\hat{E}_{\max}$  abzusenken und damit eine höhere Spannung  $U_{ph}$  zuzulassen, wäre die Verwendung eines Hohlleiters günstig, der bei gleichem Leiterquerschnitt  $A$  einen größeren Außenradius  $R_u$  aufweist. Da ein Hohlleiterseil jedoch mechanisch ungünstig ist, wird der Hohlleiterquerschnitt durch ein konzentrisches Leiterbündel von z. B. vier Leiterseilen mit Abstandshalter bei gleichem Gesamtquerschnitt angenähert (Idee: *G. Markt & B. Mengele*, A), Bild V4.3-17a. Bei gleicher Spannung verringert sich die Randfeldstärke und führt zu geringeren „Korona“-Entladungen bei feuchter und/oder verschmutzter Luft und damit zu geringeren „Korona“-Verlusten und geringeren HF-Beeinflussungen. Das Folgende wird ohne Herleitung mitgeteilt.



**Bild V4.3-17:** a) Schematische Darstellung eines Bündelleiters aus  $n = 4$  Teilleitern (Radius  $R$ ) als Ersatz eines Hohlleiters mit gleichem Querschnitt  $A$  und Außenradius  $R_u$ , b) 4-Bündelleiter-Anordnung für Beispiel V3.4-4.

Der Bündelleiter-Ersatzradius  $R_B$  (V4.3-17), welcher zur Berechnung der Beläge  $L'_B$  (V4.3-18),  $C'_B$  (V4.3-19) benötigt wird, wird mit der Anzahl  $n$  der Teil-Leiter, dem Außenradius der

Gesamtanordnung  $R_u$  und dem Radius  $R$  der Einzelleiter berechnet. Dabei ist  $\Delta$  der Mittenabstand eines Leiterbündels je Phase zum Leiterbündel benachbarter Phasen.

$$R_B = R_u \cdot \sqrt[n]{n \cdot R / R_u} \quad (\text{V4.3-17})$$

$$L'_B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln(\Delta / R_B) \quad (\text{V4.3-18})$$

$$C'_B \approx \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln(\Delta / R_B)} \quad (\text{V4.3-19})$$

Die maximale Feldstärke am Bündelleiter-Außenradius  $R + R_u$  ist (V4.3-20)

$$\hat{E}_{\max} = \frac{\hat{U}_{\text{ph}}}{R} \cdot \frac{\beta^*}{\ln(\Delta / R_B)}, \quad \beta^* = \frac{R}{n} \cdot \left( \frac{1}{R} + \frac{n-1}{R_u} \right), \quad (\text{V4.3-20})$$

wobei die Grenzbetrachtung  $n = 1$  zurückführt zur Einzelleiterbetrachtung.

$$n = 1: R_B = R_u \cdot \sqrt[n]{n \cdot R / R_u} = R_u \cdot \left( \frac{n \cdot R}{R_u} \right)^{1/n} = R_u \cdot (R / R_u) = R \quad (\text{Einzelleiter}) \quad (\text{V4.3-21})$$

$$n = 1: \beta^* = \frac{R}{n} \cdot \left( \frac{1}{R} + \frac{n-1}{R_u} \right) = 1 \quad (\text{Einzelleiter}) \quad (\text{V4.3-22})$$

Andererseits führt die Grenzbetrachtung  $n \rightarrow \infty$  auf die Hohlleitergeometrie!

$$n \rightarrow \infty: R_B = R_u \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n \cdot R}{R_u} \right)^{1/n} = R_u \cdot 1 = R_u \quad (\text{„Hohlleiter“}) \quad (\text{V4.3-23})$$

$$n \rightarrow \infty: \beta^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} + \frac{R}{R_u} - \frac{R}{n \cdot R_u} \right) = \frac{R}{R_u} \quad (\text{„Hohlleiter“}) \quad (\text{V4.3-24})$$

Entsprechend verringert sich  $\hat{E}_{\max}$  bei großem Bündeldurchmesser  $2R_u$  und kleinen Teilleiterdurchmesser  $2R$ . Zusammenfassend ergibt sich Amplitude der maximalen Feldstärke (V4.3-25) für die beiden Grenzbetrachtungen.

$$\hat{E}_{\max} = \frac{\hat{U}_{\text{ph}}}{R} \cdot \frac{\beta^*}{\ln(\Delta / R_B)} = \begin{cases} \frac{\hat{U}_{\text{ph}}}{R} \cdot \frac{1}{\ln(\Delta / R)} & (\text{Einzelleiter}) \\ \frac{\hat{U}_{\text{ph}}}{R_u} \cdot \frac{1}{\ln(\Delta / R_u)} & (\text{„Hohlleiter“}) \end{cases} \quad (\text{V4.3-25})$$

**Beispiel V3.4.-4:** 380 kV-Leitung: Vergleich zwischen a) Einseilleitung, b) 4-Bündelleitung (Bild 4.3-17b): Daten: a) Einseilleitung:  $R = 20 \text{ mm}$ ,  $A = 946 \text{ mm}^2$ , Leiterabstand  $\Delta = 10 \text{ m}$ , b) 4-Bündelleitung:  $R = 10 \text{ mm}$ ,  $A = 4 \times 236 = 944 \text{ mm}^2$ , Leiterabstand  $\Delta = 10 \text{ m}$ ,  $R_u = 283 \text{ mm}$

Rechnung:

a) Amplitude der maximalen Feldstärke am Leiterrand:

$$\hat{E}_{\max} = \frac{U_{\text{ph}} \cdot \sqrt{2}}{R \cdot \ln(\Delta / R)} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot 0.02 \cdot \ln(10 / 0.02)} = 25 \text{ kV/cm}.$$

Im Abstand  $r = R_u \gg 14 \cdot R$  ist die Feldstärke um den Faktor 10 kleiner.

$$\hat{E}_{\max} = \frac{U_{\text{ph}} \cdot \sqrt{2}}{R_u \cdot \ln(\Delta / R_u)} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot 0.283 \cdot \ln(10 / 0.283)} = 3.1 \text{ kV/cm}.$$

b) (V4.3-17) liefert  $R_B = 283 \cdot \sqrt[4]{4 \cdot 10 / 283} = 173 \text{ mm}$ .

$$\beta^* = \frac{R}{n} \cdot \left( \frac{1}{R} + \frac{n-1}{R_u} \right) = \frac{10}{4} \cdot \left( \frac{1}{10} + \frac{4-1}{283} \right) = 0.28.$$

Amplitude der maximalen Feldstärke am Leiterraßenradius:

$$\hat{E}_{\max} = \frac{\hat{U}_{\text{ph}}}{R} \cdot \frac{\beta^*}{\ln(\Delta/R_B)} = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot 0.01} \cdot \frac{0.28}{\ln(10/0.173)} = 21 \text{ kV/cm}.$$

Ergebnis: Die Randfeldstärke als Maximalwert des Felds verringert sich bei der 4-er Bündelanordnung um  $\left(\frac{21}{25} - 1\right) \cdot 100 = 16\%$  und zeigt damit den Vorteil dieser Ausführung.

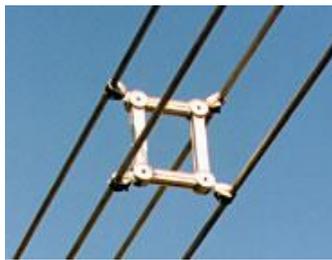
Bild V4.3-18 zeigt verschiedene Leiterbündelausführungen und Bild V4.3-19 zugehörige Felddiagramme als  $E$ -Feldlinien und die Äquipotentiallinien.



Zweifach-Bündelleiter  
110 kV-Leitung



Dreifach-Bündelleiter  
220 kV-Leitung



Vierfach-Bündelleiter  
380 kV-Leitung



Achtfach-Bündelleiter  
1000 kV-Leitung



1,000 kV Transmission Line at  
Tokyo Electric Power Co., Japan

Bild V4.3-18: Verschiedene Leiterbündelausführungen (Quelle: Wiki Commons).

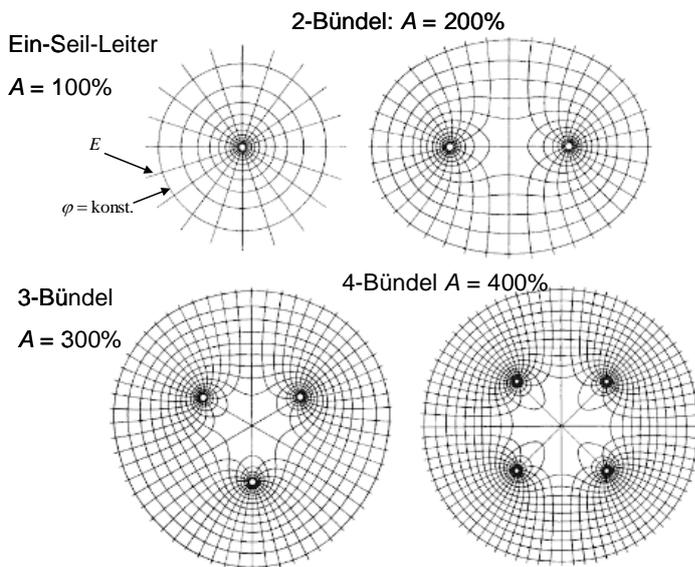


Bild V4.3-19: Elektrostatistisch berechnete Äquipotentiallinien  $\varphi = \text{konst.}$  und Feldlinien  $E$  von Bündelleitern bei Annahme identischer Leiterdurchmesser je Teilleiter (Quelle: Oeding-Oswald, *El. Kraftwerke und Netze*, 8. Aufl., Springer).

**m) Betrieb einer Drehstrom-Freileitung bei natürlicher Leistung:**

Freileitungen haben wegen der großen Leiterabstände und Luft als Isoliermedium ( $\epsilon_r = 1$ ) kleine Betriebskapazitäten  $C'_B$ , daher relativ große Wellenwiderstände  $Z_0$  und damit nicht zu große natürliche Leistungen  $P_{\text{Nat}}$  (V4.3-26) Sie werden folglich im Nennbetrieb oberhalb ihrer natürlichen Leistung betrieben  $P > P_{\text{Nat}}$  (Tabelle V4.3-4). Bei Bündelleiter-Anordnungen sind aufgrund der größeren Kapazitätsbelags (größere wirksame Leiter-Oberfläche) und des geringeren Induktivitätsbelags (kleinerer innerer Induktivitätsanteil) die Wellenimpedanzen  $Z_0$  kleiner, was zu einer Erhöhung der natürlichen Leistung gegenüber Freileitungen mit Einzelleitern/Phase führt. In Beispiel V4.3-5 ist die Berechnung der natürlichen Leistung einer 4-Bündelleitung durchgeführt.

$$P_{\text{Nat}} = U_N^2 / Z_0 = (\sqrt{3} \cdot U_{N,\text{ph}})^2 / Z_0 = 3 \cdot U_{N,\text{ph}}^2 / Z_0 \quad \text{mit} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} \quad (\text{V4.3-26})$$

$U_N$ : Verkettete Nennspannung (effektiv)

$\Delta$ : Leitermitten-Abstand

$R$ : Leiterseil-Radius

$R_B$ : Äquivalenter Bündelleiter-Radius

$L'_B$ : Induktivitätsbelag je Strang

$C'_B$ : Kapazitätsbelag je Strang

$Z_0$ : Wellenwiderstand je Strang

$\hat{E}_{\text{max}}$ : Maximale el. Feldstärkenamplitude bei  $U_N$

 **$P_{\text{Nat}}$ : Natürliche Leistung des Drehstromsystems**

$U_N$	$\Delta$	$R, R_B^{**}$	$L'_B$	$C'_B$	$Z_0$	$\hat{E}_{\text{max}}$ (+)	$P_{\text{Nat}}$
kV	m	mm	$\mu\text{H/m}$	pF/m	$\Omega$	kV/cm	MW
110	4	7 *)	1.27	8.77	380.5	20.2	31.8
380	10	20 *)	1.24	8.95	372.2	25.0	388.0
380	10	173 **)	0.81	13.77	242.5	21.0	595.5

\*) Einseil-Leiter, \*\*) 4-Bündel-Leiter, +) Scheitelwert

Tabelle V4.3-4: Natürliche Leistung des Drehstromsystems für verschiedene Spannungsebenen und Leiteranordnungen.

**Beispiel V3.4.-5:** 380 kV-4-Bündel-Leitung, Teileleiterradius  $R = 10$  mm, Leiter-Gesamtquerschnittsfläche  $A = 946$  mm<sup>2</sup>, Leitermitten-Abstand  $\Delta = 10$  m, Bündelleiter-Ersatzradius  $R_B = 173$  mm, Stromdichte 1.5 A/mm<sup>2</sup>,  $I_N = 1419$  A,  $S_N = 934$  MVA.

Die Induktivitäts- und Kapazitätsbeläge berechnen sich zu:

$$L'_B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln(\Delta / R_B) = 0.81 \mu\text{H/m}, \quad C'_B \approx \frac{2\pi \cdot \epsilon_0}{\ln(\Delta / R_B)} = 0.014 \text{ nF/m} .$$

Damit ergeben sich der Wellenwiderstand  $Z_0 = \sqrt{\frac{L'_B}{C'_B}} = \sqrt{\frac{0.81 \cdot 10^{-6}}{0.014 \cdot 10^{-9}}} = 241 \Omega$  und die

natürliche Leistung:  $P_{\text{Nat}} = 3 \cdot (U_N / \sqrt{3})^2 / Z_0 = U_N^2 / Z_0$ ,

$$P_{\text{Nat}} = U_N^2 / Z_0 = 380000^2 / 241 = 599 \text{ MW} < S_N = 934 \text{ MVA} .$$

**n) Überblick über die Verlustberechnung bei Freileitungen:**

Es treten im Betrieb die drei relevanten Verlustarten „Stromwärmeverluste“ (siehe Beispiel V3.4-6), „Wirbelstromverluste“ durch den Skin-Effekt und „Korona“-Verluste auf.

**Beispiel V3.4-6:** 380 kV-4-Bündel-Leitung,  $A = 944$  mm<sup>2</sup>, Stromdichte 0.8 A/mm<sup>2</sup>, Leitfähigkeit von Aluminium  $\kappa = 34 \cdot 10^6$  S/m, Teil-Leiterradius  $R = 10$  mm:

$$R'_{\text{ph},20^\circ\text{C}} = R_{\text{ph},20^\circ\text{C}} / l = \frac{1}{\kappa \cdot A} = \frac{1}{34 \cdot 10^6 \cdot 944 \cdot 10^{-6}} = 31.15 \mu\Omega/\text{m}, \quad I_{\text{ph}} = 0.8 \cdot 944 = 755 \text{ A} .$$

Längenbezogene Stromwärmeverluste  $P'$ :  $P' = 3 \cdot R'_{\text{ph},20^\circ\text{C}} \cdot I_{\text{ph}}^2 = 53.3 \text{ kW/km}$ .

Die „Wirbelstromverluste“ entstehen als zusätzliche Verluste dadurch, dass der Leiter-Wechselstrom mit seinem Wechsellmagnetfeld über Spannungsinduktion im Leiter selbst in Richtung der Leiterachse gegenphasig zum Leiterstrom fließende Ströme („Wirbelströme“) mit ihren zusätzlichen *ohm'sche* Verlusten hervorruft. Aufgrund des gegenphasig wirkenden Wirbelstroms fließt die Summe aus Leiter- und Wirbelstrom mit steigender Frequenz eher am Rand des Leiters (**Skin-Effekt**), während das Leiterinnere stromfrei ist. Der Strom fließt damit effektiv auf einem kleineren Querschnitt. Zur Abschätzung, ob diese Verluste bei 50 Hz relevant sind, kann die Eindringtiefe  $d_E$  (V4.3-27) der resultierenden Stromdichte in das Leiterinnere mit dem Leiterradius  $R$  verglichen werden. Für  $d_E > R$  sind diese „Stromverdrängung“ zum Leiterrand und damit die Wirbelströme vernachlässigbar klein.

$$d_E = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \pi \cdot f \cdot \kappa}} \quad (\text{V4.3-27})$$

Für Aluminium bei 20°C Leitertemperatur ist die Eindringtiefe

$$d_E = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \pi \cdot f \cdot \kappa_{20^\circ C}}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 50 \cdot 34 \cdot 10^6}} = 12.2 \text{ mm}$$

größer als der Leiterradius von Bsp. V3.4-6 mit  $R = 10 \text{ mm} < d_E = 12.2 \text{ mm}$ . Wegen  $d_E/R > 1$  sind der Skin-Effekt und die Wirbelstromverluste gering.

Durch „Korona“-Entladungen an der Leiteroberfläche entstehen Energieverluste als Wärme durch die Entladungsenergie als so genannte „Korona“-Verluste, weshalb die zulässige Feldstärkenamplitude auf  $\hat{E}_{\max} < 18 \text{ kV/cm}$  begrenzt wird. Gemäß Bild V4.2-5 sinkt mit sinkendem Luftdruck  $p < 1 \text{ bar}$  und damit zunehmender geodätischer Höhe die Durchschlagfeldstärke oberhalb des *Paschen*-Minimums. Die „Korona“-Verluste nehmen zu. Für das betrachtete Beispiel V3.4-6 der 380 kV-4-Bündelleitung gelten bei trockener Luft folgende typischen Werte für längenbezogene „Korona“-Verluste:

- a) 100 m Seehöhe über N.N.: 0.75 kW/km,
- b) 900 m Seehöhe über N.N.: 1.75 kW/km.

Bei feuchter Luft („Schlechtwetterlage“) können diese Verluste das 10 ... 20-fache betragen.

#### V4.4 Kabel

Alternativ zu den Freileitungen wird elektrische Energie über Kabel übertragen. In Kabeln weisen die Leiter wegen der gegenüber Luft hochwertigeren Kabelisolation mit deutlich höherer Durchschlagfeldstärke  $E_D$  im Gegensatz zur Freileitung einen geringeren Abstand zu einander und einen geringeren Abstand zur Erde (Nullpotential) auf. Meist sind die Kabel ohnehin im Erdboden verlegt. Auch ist die relative Permittivität  $\epsilon_r$  der Kabelisolation deutlich größer als bei Luft (statt  $\epsilon_r = 1$ : ca. 3 ... 5). Daraus ergeben sich die folgenden Eigenschaften:

- Der Induktivitätsbelag  $L'$  ist kleiner als bei Freileitungen.
- Der Kapazitätsbelag  $C'$  ist größer als bei einer Freileitung, woraus ein großer kapazitiver Ladestrom folgt.
- Die Wellenimpedanz ist kleiner als bei Freileitungen, so dass die natürliche Leistung bei gleicher Bemessungsspannung größer ist. Deshalb ist die übertragene Wirkleistung meist kleiner als die natürliche Leistung, wodurch das Kabel überwiegend kapazitiv wirkt.

##### a) Aufbau eines Kabels:

Die Bestandteile eines einphasigen Kabels (Bild V4.4-1a) umfassen im Wesentlichen den Leiter, der von einer Isolationshülle umgeben ist, von einer Bewehrung, einem leitfähigen geerdeten Schirm und einer äußeren Schutzhülle. Je nach Anwendung und Anzahl der

Teilleiter je Phasenleiter sind die Leiterformen unterschiedlich. Sie werden mit den Kürzeln „e“ für eindrätig, „m“ für mehrdrätig, „o“ für ovalförmig, „r“ für kreisförmig, „s“ für sektorenförmig, „v“ für verdichtet bezeichnet (Bild V4.4-2), wobei Bild V4.4-1b ein rm-Kabel zeigt. Als elektrostatischer Schirm kommen entweder leitfähige dünne Blechbänder oder Drahtgeflechte aus Aluminium oder Kupfer zum Einsatz. An diesem geerdeten Schirm endet das radiale  $E$ -Feld, so dass es nach außen nicht wirksam ist. Als Leitermaterial wird Aluminium oder Kupfer verwendet, wobei Aluminium bei Bedarf für geringere Masse und Kosten verwendet wird. Kupfer besitzt dafür einen geringeren spezifischen el. Widerstand und damit geringere Verluste bei gleichem Volumen. Der äußere Kunststoffmantel dient als Korrosionsschutz. Als mechanischer Schutz dient ein Stahlband aus Flach- oder Runddraht, die sogenannte Bewehrung. Der Metallmantel („Bewehrung“) kann im Betrieb und im Fehlerfall Strom führen. Bei Verwendung von Papierisolation dient der Metallmantel auch als Feuchtigkeitsschutz. Zusätzlich finden längswasserdichte Schirme Anwendung. Dabei handelt es sich um saugfähige Bänder, die bei Feuchtigkeit aufquellen, und das Eindringen von Wasser bei Kabelschäden verhindern.

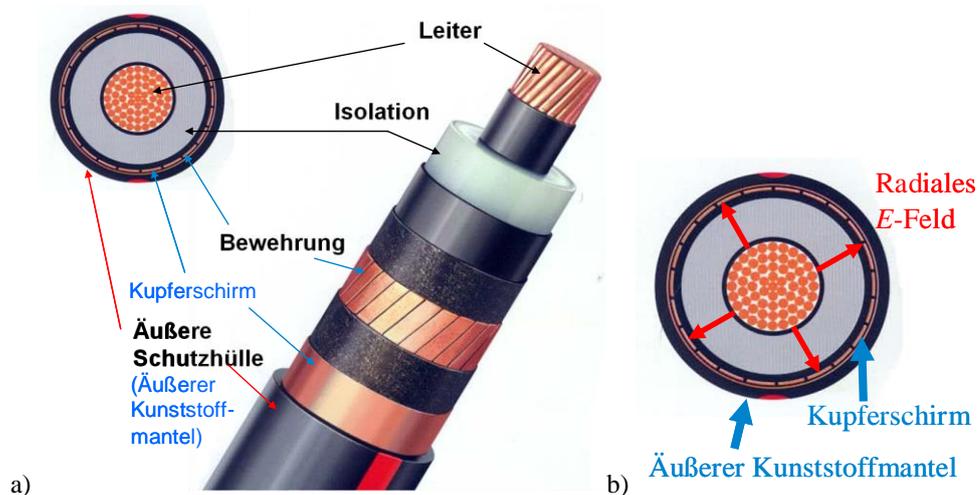


Bild V4.4-1: a) Bestandteile eines einphasigen Kunststoffkabels mit dem Isolierstoff VPE (= Vernetztes Polyethylen), b) rm-Kabel im Querschnitt mit el. Radialfeld, das am geerdeten Kupferschirm endet (Quelle: J. Hanson).

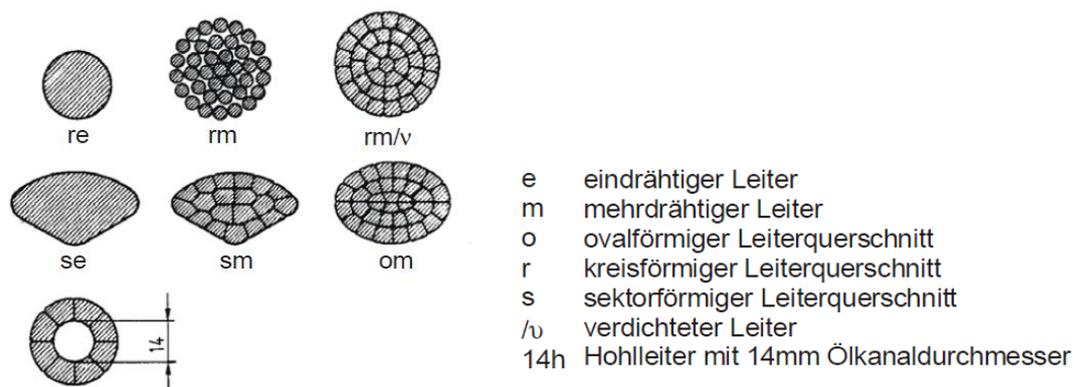


Bild V4.4-2: Leiterformen und ihre Bezeichnung für Kabel (Quelle: J. Hanson).

### b) Kabelisolierung:

Die Kabelisolierung hat die Aufgabe, einen elektrischen Durchschlag ( $E > E_D$ ) zu verhindern. Die Gefahr eines Durchschlags ist vor allem aufgrund von atmosphärischen Überspannungen durch Blitzeinschlag sowie durch Erdschluss- oder Schaltüberspannungen gegeben. In Bild V4.4-4 ist eine Übersicht über die relative Permittivität gängiger Isoliermaterialien der

Energietechnik gegeben, wovon einige für die Kabelisolierung eingesetzt wurden oder werden. Früher wurden u. a. ölgetränkte Papierwickel ( $\epsilon_r = 4.4$ ) verwendet, bevor nach langen Entwicklungsjahren u. a. PVC ( $\epsilon_r = 4 \dots 5$ ) und PE ( $\epsilon_r \approx 2.4$ ) hochspannungsfest hergestellt werden konnte, d. h. *ohm'sche* Leckströme minimiert und „bäumchenartige“ Teildurchschlagskanäle („treeing“) vermieden werden konnten.

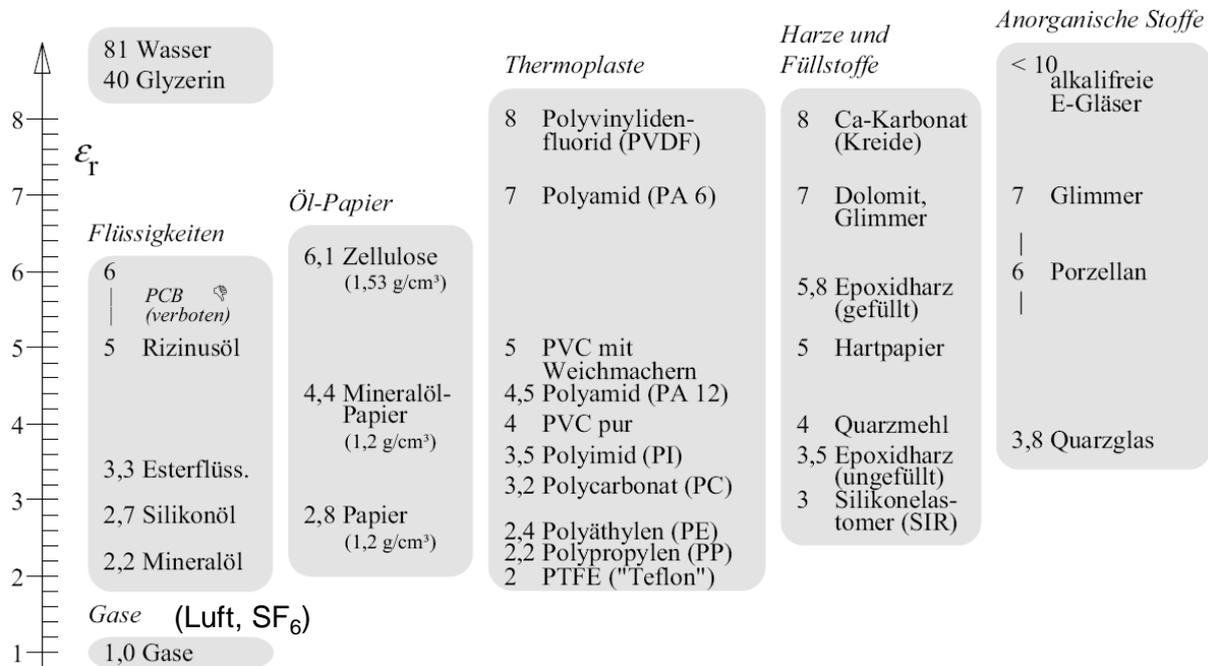


Bild V4.4-4: Relative Permittivität  $\epsilon_r$  ( $\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p = 1 \text{ bar}$ ,  $f \leq 1 \text{ MHz}$ ) gängiger Isoliermaterialien der Energietechnik: (Quelle: Kuchler, A.; Hochspannungstechnik; 2005; [KÜC]).

Die Isolation kann vereinfacht durch eine Plattenkondensatoranordnung dargestellt werden, bei dem das radiale *E*-Feld im Kabel als *E*-Feld zwischen den Elektroden des Kondensators angenähert wird (Bild V4.4-5). Ein idealer Isolator hat einen unendlich hohen Isolationswiderstand ( $\kappa = 0$ ): Es fließt kein Wirkstrom  $I_R$  zwischen den Kondensatorelektroden. Reale Isoliermaterialien haben einen endlich großer Isolationswiderstand mit einem kleinen *ohm'schen* „Leck“-Strom  $I_R$  (V4.4.-1).

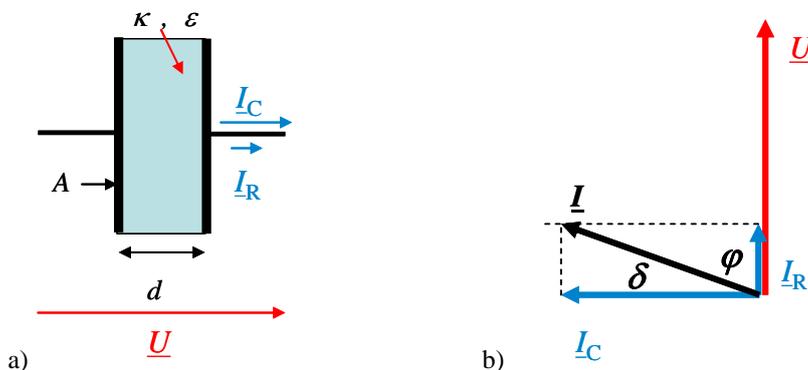


Bild V4.4-5: a) Annäherung der Kabelisolierung als Plattenkondensator, b) Zugehöriges Strom-Spannungs-Zeigerdiagramm je Phase!

$$P_R = U^2 / R \rightarrow I_R = \frac{U}{R} = \frac{U}{d / (\kappa \cdot A)}, \quad P_R \text{ je Phase!} \tag{V4.4-1}$$

Mit dem kapazitiven (Um-)Ladestrom  $I_C$  (V4.4-2), der bei Wechselstrombetrieb fließt,

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{1/(j \cdot \omega \cdot C)} = j \cdot \frac{\omega \cdot \underline{U}}{d/(\varepsilon \cdot A)}, \quad \underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C \quad (\text{V4.4-2})$$

wird mit (V4.4-1) der **Verlustfaktor**  $\tan \delta$  (V4.4-3) mit dem „Verlustwinkel“  $\delta$  aus Bild V4.4-5b berechnet.

$$\tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{\kappa}{\omega \cdot \varepsilon} \quad \text{bzw.} \quad \tan \delta = \frac{\kappa + \omega \cdot \varepsilon_{\text{Im}}}{\omega \cdot \varepsilon_{\text{Re}}}, \quad \text{siehe (V4.4-4)}. \quad (\text{V4.4-3})$$

Im Idealfall ( $\kappa = 0$ , idealer Kondensator) ist  $\tan \delta = 0$  und  $I_R = 0$ . Der Phasenwinkel zwischen  $\underline{U}$  und  $\underline{I}$  ist  $\varphi = 90^\circ$  voreilend. Ein endlich großer Isolationswiderstand ( $\kappa > 0$ , realer Kondensator) führt über  $\delta > 0$ ,  $\tan \delta > 0$  und  $\varphi + \delta = 90^\circ$  zu  $\varphi < 90^\circ$ . Der Leckstrom  $I_R$  wird demnach durch den endlich großen Isolationswiderstand der Hauptisolation hervorgerufen. Die dadurch entstehenden *ohm'schen* Verluste  $P_R$  (V4.4-1) sind vergleichbar mit den „Korona“-Verlusten bei einer Freileitung.

Zusätzlich zu den Verlusten  $P_R$  treten im realen Dielektrikum, also im verwendeten Isoliermaterial, Umpolarisierungsverluste  $P_\varepsilon$  der Dielektrikums-Moleküle auf, was durch eine **komplexe Permittivität**  $\underline{\varepsilon} = \varepsilon_{\text{Re}} - j \cdot \varepsilon_{\text{Im}}$  und dadurch durch den um  $90^\circ$  voreilenden Umladestrom  $I_{C,\text{ideal}}$  und den Umpolarisierungs-Verluststrom  $I_{C,d}$  beschrieben wird.

$$\underline{I}_C = j \cdot \frac{\omega \cdot \underline{U}}{d/(\underline{\varepsilon} \cdot A)} = \omega \cdot A \cdot (j\varepsilon_{\text{Re}} + \varepsilon_{\text{Im}}) \cdot \underline{U} / d = \underline{I}_{C,\text{ideal}} + \underline{I}_{C,d} \quad (\text{V4.4-4})$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_{C,d} + \underline{I}_{C,\text{ideal}}, \quad \tan \delta = \left| \frac{\underline{I}_R + \underline{I}_{C,d}}{\underline{I}_{C,\text{ideal}}} \right| \quad (\text{V4.4-5})$$

Es ergeben sich im Isoliermaterial resultierende Verluste  $P_\varepsilon + P_R = P_d$ , ein vergrößerter Verlustfaktor (V4.4-3) und ein erhöhter (äquivalenter) Verluststrom  $I_{R,\text{äqu}} = I_R + I_{C,d} > I_R$ .

Das Erdreich im Bereich um das Kabel wird im Betrieb durch die Verlustwärme je Phase, bestehend aus den *ohm'schen* Verlusten im Leiter  $P_L = R_L \cdot I_L^2$  und den Verlusten im Isoliermaterial  $P_d$ , erwärmt und ausgetrocknet. Dadurch sinkt die thermische Bodenleitfähigkeit, und die Kabeltemperatur steigt an. Mit steigender Kabeltemperatur steigt der Widerstand des Kabels  $R_L$  und die Verluste nehmen zu. In der Regel stabilisiert sich die Kabeltemperatur auf einem höheren, aber zulässigen Niveau. Wenn aber der Verlustfaktor schon bei mittleren Kabeltemperaturen ebenfalls steigt, kommt es zu einer weiteren Erhöhung der Verluste im Dielektrikum, was wiederum eine Temperaturerhöhung des Kabels zur Folge hat. Es findet eine Zunahme der Erwärmung auf zu hohe Kabeltemperaturen statt, so dass dieser Vorgang zur Degradierung des Isolierstoffs mit einem Absinken der Durchschlagfeldstärke führt. Es kommt zum elektrischen Durchschlag, bedingt durch zu hohe Erwärmung („**thermischer Durchschlag**“). Die Wärmeabfuhr nach außen ins Erdreich muss somit bei einem möglichst geringen Wärmewiderstand erfolgen, um einen thermischen Durchschlag zu vermeiden.

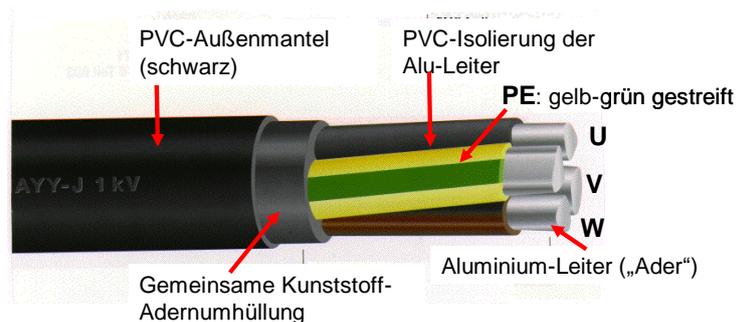
### c) Kabeltypen:

In Tabelle V4.4-1 sind in *Deutschland* gängige Kabeltypen aufgelistet. Das PVC-Niederspannungskabel (< 1000 V AC, Bild V4.4-6) wird in Niederspannungsverteilnetzen eingesetzt und besitzt keinen metallischen Schirm, sondern eine Ader- und Hauptisolation aus PVC (Polyvinylchlorid) mit einer relativen Permittivität von  $\varepsilon_r \approx 4$  (Bild V4.4-4), die bei Verwendung von Weichmachern auf  $\varepsilon_r \approx 5$  ansteigt. Der Schutzleiter mit der grün-gelb gestreiften Isolierung (PE protective earth) liegt auf Erdpotential. Die Kabelausführungen werden durch genormte Abkürzungen bezeichnet (DIN VDE 0276-...: Mit Untergruppen), so dass das PVC-Niederspannungskabel das Kurzzeichen NAYY aufweist gemäß Tab. V4.4-1:

N: Normkabel, A: Aluminiumleiter, Y: PVC-Isolierung, Y: PVC-Kabelmantel.

Kabeltyp	Typisches Einsatzgebiet	$U_N$
PVC-Niederspannungskabel	Niederspannung	< 1 kV
„Masse“-Kabel (historisch älteste Ausführung)	hauptsächlich Mittelspannung	10 kV ... 60 kV
Kunststoffkabel	Mittel- und Hochspannung	10 kV ... 500 kV
Niederdruckölkabel	Hochspannung	110 kV ... 380 kV
Gasaußendruckkabel	Hochspannung	110 kV... 380 kV
Gasinnendruckkabel	Hochspannung	110 kV... 380 kV

Tabelle V4.4-1: Übersicht über gängige Kabeltypen.

Bild V4.4-6: PVC-Niederspannungskabel  $U_N < 1\text{kV}$  (Quelle: J. Hanson).

Eine der historisch ältesten Kabelausführungen für Spannungen  $> 1\text{ kV}$  ist das „Masse“-Kabel (Bild 4.4-7: Dreiphasiges „Masse“-Mittelspannungskabel). „Masse“ bezeichnet einen zähflüssigen Verbund aus verschiedenen Harzen und Mineralöl zur Tränkung von Papierwickeln, die als Isoliermaterial dienen, und zwar sowohl als Phasenisolierung als auch als „Gürtel“ für die Dreiphasen-Isolierung. Graphitiertes und damit el. gering leitfähiges Papier um die Leiterdrahtbündel vergleichmäßigt und verringert damit die el. Randfeldstärke. Bleimantel und Stahlband-Bewehrung schützen das Kabel mechanisch und gemeinsam mit dem Korrosionsschutz vor Feuchtigkeit, was zur Bezeichnung NKBA führt:

N: Normkabel, K: Bleimantel, B: Bewehrung aus Stahlband,

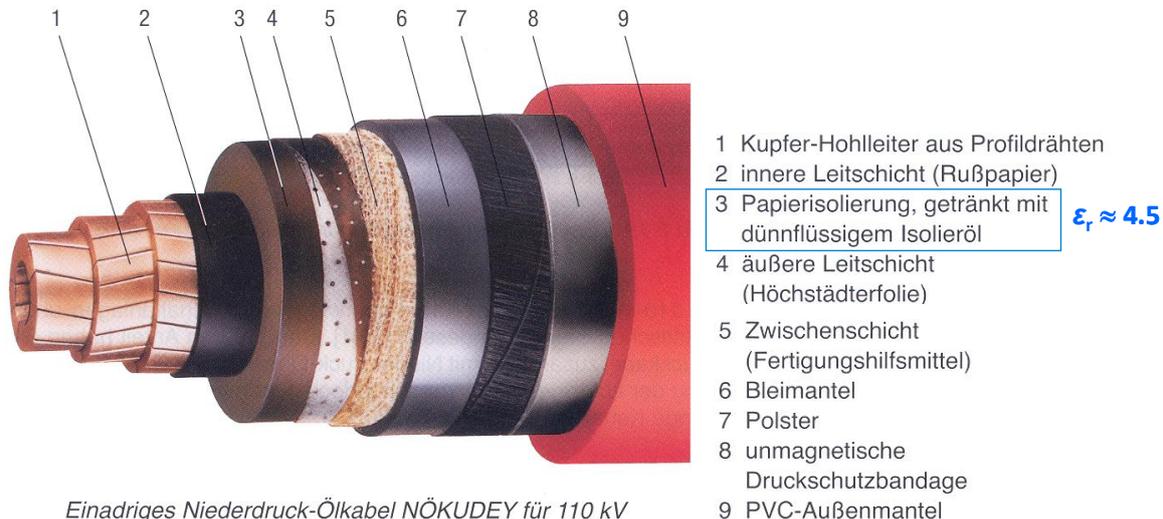
A: Äußere Schutzhülle aus Faserstoffen.



Bild V4.4-7: Dreiphasiges „Masse“-Mittelspannungskabel (Quelle: J. Hanson).

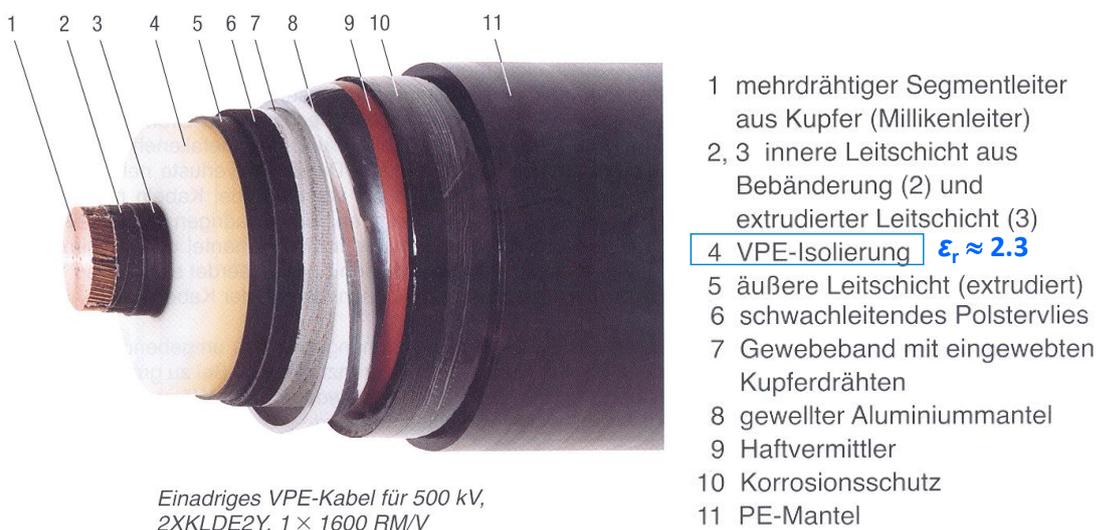
Für hohe Spannungen  $> 100\text{ kV}$  wurden frühzeitig Niederdruck-Öl-Kabel entwickelt (Bild V4.4-8: 1-phasiges Niederdruck-Öl-Hochspannungskabel für  $U_N = 110\text{ kV}$ ). Es werden ölgetränkte Papierwickel als Isoliermaterial verwendet. Im Betrieb wird durch eine externe Öldruckregelanlage laufend Öl in die Kabelisolierung bei relativ niedrigem Druck als

„Niederdruck“ gepresst: 0.5 ... 3.5 bar Überdruck. El. leitfähiges Papier (Russ = Graphit = gering leitfähig) bzw. metallisiertes Papier (*Höchstädter-Folie*, 1913, *Martin Höchstädter*) als äußere Feldbegrenzung bewirken eine möglichst gute Annäherung des  $E$ -Felds an das ideale Feldbild (Bild V4.4-1b), so dass schädliche Feldüberhöhungen weitgehend vermieden werden. Die genormte Kabelbezeichnung ist NÖKUDEY gemäß DIN VDE 0276-633.



**Bild V4.4-8:** 1-phasiges Niederdruck-Öl-Hochspannungskabel  $U_N = 110$  kV (Quelle: *J. Hanson*).

Die wegen der Ölversorgung aufwändig zu betreibenden Hochspannungskabel wurden durch kunststoffisolierte Kabel verdrängt (Bild V4.4-9:  $U_N = 500$  kV, einphasiges VPE-Hochspannungskabel), deren Hauptisolierung aus vernetztem Polyäthylen VPE,  $\epsilon_r \approx 2.3$ , besteht.



**Bild V4.4-9:** Einphasiges VPE-Hochspannungskabel  $U_N = 500$  kV (Quelle: *J. Hanson*).

#### d) Erdung des Kabelmantels:

Die el. leitfähige Hülle im Kabelmantel (= „Schirm“) kann an beiden Kabelenden oder nur an einem Kabelende geerdet werden (Bild V4.4-10). Der Leiter-Wechselstrom  $I$  erregt nach dem *Ampere*’schen Durchflutungsgesetz ein Magnet-Wechselfeld  $\underline{H} = \underline{B}/\mu_0$  in Umfangsrichtung um den Leiter, das den Bereich zwischen dem Leiter selbst und dem Erdpotential (Erdreich) durchsetzt (Durchtrittsfläche  $A$ ). Durch das Pulsieren dieses Felds findet eine Änderung des Flusses  $\underline{B} \cdot A$  statt. Diese Flussänderung induziert auf Grund des *Faraday*’schen

Induktionsgesetzes eine Spannung  $\underline{U}$  zwischen dem Leiter und dem auf Erdpotential liegenden Bereich, die mit steigender Kabellänge aufgrund der größeren Flussfläche  $A$  steigt. Bei nicht geerdetem Schirm ist die induzierte Spannung an beiden Kabelenden betragsmäßig identisch  $U/2$ , aber mit Phasenopposition. In der Kabelmitte bei  $l/2$  ist die Berührspannung „Berührspannung“  $U_B = 0$  und nimmt zu den beiden Enden hin zu auf jeweils  $U/2$ .

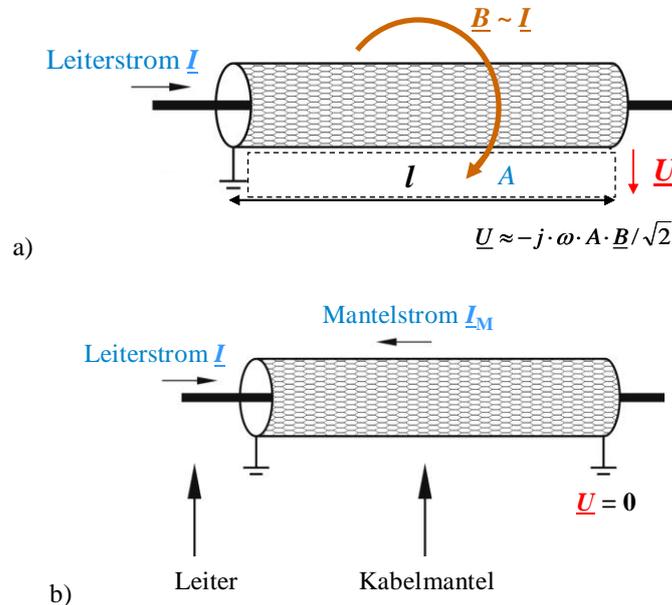


Bild V4.4-10: a) Einseitige und b) zweiseitige Erdung des leitfähigen Kabelmantels (Quelle: J. Hanson).

Bei einseitiger Erdung des Kabelmantels (Bild V4.4-10a) wird die elektrische Mantelspannung  $\underline{U}$  (= „Berührspannung“  $U_B$ ) am offenen Leiterende durch elektromagnetische Induktion erhöht, während am geerdeten Leiterende die Mantelspannung  $|\underline{U}| = U_B = 0$  ist. Wegen des offenen Endes kann über den Kabelmantel kein Rückstrom fließen:  $I_M = 0$ . Wegen der einseitig erhöhten Berührspannung wird die einseitige Erdung nur für kurze Kabellängen  $l < \text{ca. } 500 \text{ m}$  eingesetzt, so dass Flussfläche  $A \sim l$  und damit die induzierte Spannung  $\underline{U}$  klein bleiben und  $U_B < 50 \text{ V}$  eingehalten wird.

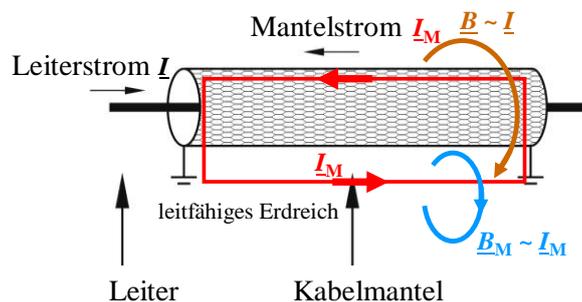


Bild V4.4-11: Mantelstrom bei zweiseitiger Erdung des leitfähigen Kabelmantels (Quelle: J. Hanson).

Bei der beidseitigen Erdung (Bild V4.4-10b) ist an beiden Enden die Berührspannung  $U_B = 0$ , aber es kann nun über den Kabelschirm ein Rückstrom als Mantelstrom  $I_M > 0$  fließen (Bild V4.4-11). Zusätzliche unerwünschte *ohm'sche* Mantel-Verluste sind die Folge, was die maximale Strombelastbarkeit des Kabels aufgrund der zusätzlichen Erwärmung verringert. Dafür wird die elektromagnetische Beeinflussung benachbart verlegter Fernmeldekabel durch netzfrequente Spannungs-Gegeninduktion verringert, wie Bsp. V4.4-1 erläutert.

*Beispiel V4.4-1:* Beidseitig geerdeter Kabelmantel gemäß Bild V4.4-11:

Das Eigen-Wechselfeld  $\underline{B}$  des Kabelleiters induziert eine Spannung  $\underline{U}$ , sodass im Mantel und über das elektrisch leitfähige Erdreich dauernd der Mantelstrom  $\underline{I}_M \sim \underline{U}$  fließt. Das Eigenfeld dieses Mantelstroms  $\underline{B}_M \sim \underline{I}_M$  ist etwa gegenphasig (Prinzip des „sekundär kurz geschlossenen Transformators“, siehe Kap. T) und verringert daher das Leiterfeld  $\underline{B}$  um den **Kabelmantel-Reduktionsfaktor**  $r_K$ , sodass benachbart verlegte Fernmeldekabel durch Spannungsinduktion weniger „gestört“ werden.

$$|\underline{B}_{\text{res}}| = |\underline{B} + \underline{B}_M| < |\underline{B}| \Rightarrow r_K \sim |\underline{B}_{\text{res}}|/|\underline{B}| < 1 \quad (\text{V4.4-6})$$

#### e) Belastbarkeit von Drehstromkabeln:

Die Höhe der Strombelastbarkeit von Stromkabeln ist abhängig von folgenden Faktoren:

**Umgebungstemperatur:** Je höher die Umgebungstemperatur ist, desto schlechter kann das Kabel entwärmen; desto geringer sind zulässiger Dauerstrom und Verluste.

**Maximal zulässige Leitertemperatur:** Je höher die zulässige Leiter-Temperatur ist, desto höher sind zulässiger Dauerstrom und Verluste, aber desto stärker wird das Isolationsmaterial thermisch belastet.

**Kabeloberfläche:** Je größer die Kabeloberfläche ist, desto niedriger ist der thermische Übergangswiderstand; desto besser kann das Kabel entwärmen, desto höher dürfen Dauerstrom und Verluste sein.

**Kabelhäufung:** Je mehr Kabel eng nebeneinander verlegt sind, desto mehr erwärmen sie einander gegenseitig. Zulässiger Dauerstrom und Verluste müssen in Abhängigkeit des „Häufungsfaktors“ abgesenkt werden.

**Lastprofil:** Je nach „Lastprofil“ (= Stromhöhe über der Zeit) wird das Kabel stärker oder schwächer im Mittel thermisch belastet, so dass nach längerer Schwachlast eine größere kurzzeitige Überlast möglich ist. Häufige Lastwechsel führen aber auf Grund der begleitenden Wärmedehnung/-schrumpfung zu einer erhöhten mechanischen Beanspruchung.

**Erdung des Kabelmantels:** Wie in d) beschrieben, führt eine zweiseitige Erdung zu einer erhöhten Verlustleistung aufgrund des Mantel-Stroms, was eine entsprechende Verringerung des zulässigen Dauerstroms erfordert.

#### f) Kapazitäts- und Induktivitätsbelag von Kabeln:

Es wird zunächst ein idealisiertes Einleiter-Koaxialkabel (Leiterradius  $R_i$ , Außenradius  $R_a$ , Isolierstoff mit der Dicke  $R_a - R_i$ , Permeabilität  $\mu = \mu_0$  und Permittivität  $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ ) betrachtet (Bild V4.4-12). Zur Berechnung des Kapazitätsbelags  $C'_B = C_B/l$  als Kapazität je Kabellänge wird die innen vom Leiter ausgehende radiale elektrische Feldstärke  $E$  berechnet (V4.4-7). Die Kapazität  $C$  als Proportionalitätsfaktor zwischen Ladungsmenge  $Q$  und el. Potentialdifferenz  $U$  ist in (V4.4-7) gegeben.

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{2\pi \cdot \varepsilon \cdot r \cdot l} \cdot \vec{e}_r, \quad \vec{r} = r \cdot \vec{e}_r, \quad |\vec{e}_r| = 1, \quad (\text{V4.4-7})$$

$$Q = C_B \cdot U = C_B \cdot \int_{R_i}^{R_a} \vec{E} \cdot d\vec{r} = C_B \cdot \frac{Q}{2\pi \cdot \varepsilon \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right), \quad (\text{V4.4-8})$$

$$\boxed{C'_B = C_B/l = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln(R_a/R_i)}}. \quad (\text{V4.4-9})$$

Zur Berechnung des Induktivitätsbelags  $L'_B = L_B/l$  als Induktivität je Kabellänge werden die magnetische Feldstärke  $H$  bzw. Flussdichte  $B$ , in Umfangsrichtung  $\vec{e}_t$  um den Leiter (V4.4-10) mit dem Durchflutungssatz berechnet.

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{e}_t, \quad |\vec{e}_t| = 1 \quad (\text{V4.4-10})$$

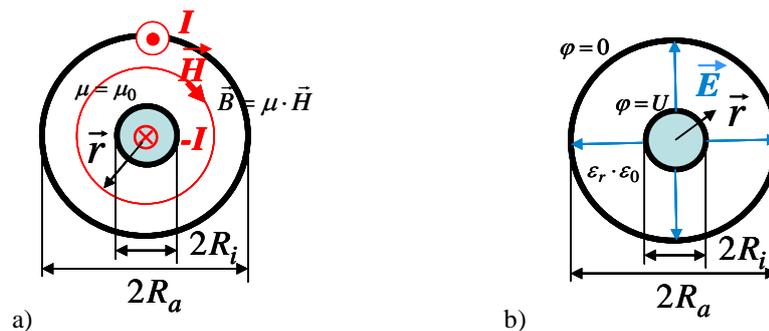


Bild V4.4-12: Einleiter-Koaxialkabel: a) Tangentiales Eigenmagnetfeld des Induktivitätsbelags, b) elektrisches Radialfeld des Kapazitätsbelags.

$$\Phi = L_B \cdot I = l \cdot \int_{R_i}^{R_a} B(r) \cdot dr = \frac{\mu \cdot I \cdot l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right) \quad (\text{V4.4-11})$$

Die Lösung von (V4.4-12) führt auf (V4.4-13) für den Induktivitätsbelag eines einphasigen Koaxialkabels, wobei die innere Induktivität (Magnetfeld im Leiterinneren) vernachlässigt ist.

$$L'_B = L_B / l = \frac{\mu \cdot \ln(R_a / R_i)}{2\pi} = \frac{\mu_0 \cdot \ln(R_a / R_i)}{2\pi} \quad (\text{V4.4-12})$$

#### Beispiel V4.4-3:

110 kV-VPE-Einleiter-Kabel:  $R_i = 9 \text{ mm}$ ,  $R_a = 28 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_r = 2.4$ .

Der Kapazitäts- und Induktivitätsbelag werden mit (V4.4-9), (V4.4-12) berechnet.

$$C'_B = \frac{2\pi \cdot 2.4 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}}{\ln(28/9)} = 117.6 \text{ pF/m}, \quad L'_B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \ln(28/9)}{2\pi} = 0.23 \text{ } \mu\text{H/m}$$

In Tab. V4.3-4 sind die Beläge für eine vergleichbare Freileitung gleicher Bemessungsspannung  $U_N = 110 \text{ kV}$  angegeben:  $C'_B = 8.77 \text{ pF/m}$ ,  $L'_B = 1.27 \text{ } \mu\text{H/m}$ . Wir erhalten die Verhältniszahlen zwischen Kabel und Freileitung  $C'_B : 117.6/8.77 = 13.4$ ,  $L'_B : 0.23/1.27 = 1/5.5 = 0.18$ .

#### Fazit:

Der Kapazitätsbelag des Kabels ist ca. 10-mal größer und der Induktivitätsbelag des Kabels ca. 5-mal kleiner als bei einer vergleichbaren Freileitungsanordnung. Grund ist, dass die Abstände zwischen den Kabelleitern auf Grund des hochwertigen Kabelisolierstoffs viel kleiner sind als bei der luftisolierten Freileitung, sodass der Induktivitätsbelag nur ca.  $1/3 \dots 1/6$  so groß ist wie der einer Freileitung. Die kleineren Kabelabstände zusammen mit den größeren Permittivitäten  $\epsilon_r > 2 \dots 6$  führen zu einem um den Faktor  $15 \dots 30$  größeren Kapazitätsbelag, sodass der Ladestrom des (leerlaufenden) Kabels je km etwa 20-fach größer als bei einer Freileitung ist!

In einem Drehstromkabel (Dreileiter-Anordnung) muss die induktive und kapazitive Wirkung der benachbarten Leiter mit betrachtet werden. Tabelle V4.4-2 gibt einen Überblick über die zur Berechnung der Kapazitätsbeläge verwendeten Ersatzanordnungen bei Gürtel-, Dreimantel- und Einleiterkabel. In einem **Gürtelkabel** etwa kann die Betriebskapazität näherungsweise als Parallelschaltung der drei Leiter-Leiterkapazitäten  $C$  zwischen benachbarten Leitern der drei Phasen mit der Leiter-Erd-Kapazität  $C_E$  berechnet werden (Bild V4.4-13). Beim Dreimantel-Kabel und beim Einleiterkabel ist die Leiter-Erd-Kapazität  $C_E$  auch die Betriebskapazität  $C_B$ .

Gürtelkabel	Dreimantelkabel	Einleiterkabel
Gemeinsamer elektrisch leitfähiger Mantel („Gürtel“) Leiter-Leiter-Kapazität: $C$ Leiter-Erd-Kapazität: $C_E$ Betriebskapazität: $C_B = 3C + C_E$	Drei getrennte elektrisch leitfähige Mäntel $C = 0$ $C_B = C_E$	Drei getrennte elektrisch leitfähige Mäntel $C = 0$ $C_B = C_E$

Tabelle V4.4-2: Kapazitäten in Drehstromkabeln: Vergleich zwischen Gürtelkabel, Dreimantelkabel und Einleiterkabel.

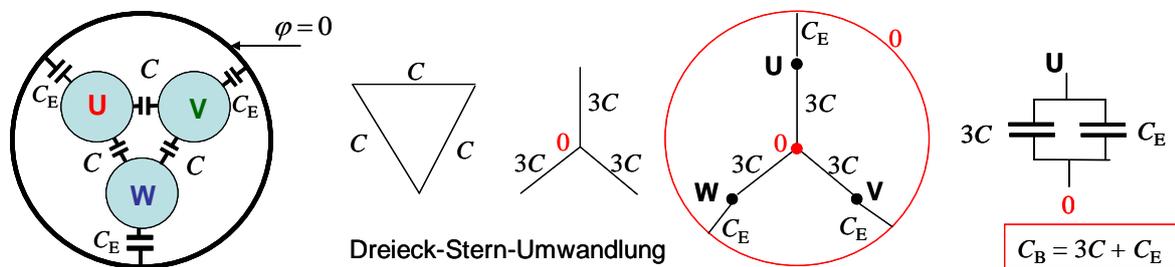


Bild V4.4-13: Ersatzanordnung zur Berechnung der Betriebskapazität  $C_B$  im Gürtelkabel.

**Beispiel V4.4-4:** Berechnung von  $L_B$ ,  $C_B$  und  $P_{Nat}$  für ein symmetrisch aufgebautes Dreimantelkabel (Bild V4.4-14):  $U_N = 110 \text{ kV}$ , VPE-Isolation, 50 Hz, Stromdichte  $J_N = 1.5 \text{ A/mm}^2$ , Nennstrom  $I_N = 382 \text{ A}$ , Nennscheinleistung  $S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = 73 \text{ MVA}$  und den Abmessungen  $\Delta = 60 \text{ mm}$ ,  $R_i = 9 \text{ mm}$ ,  $R_a = 28 \text{ mm}$ .

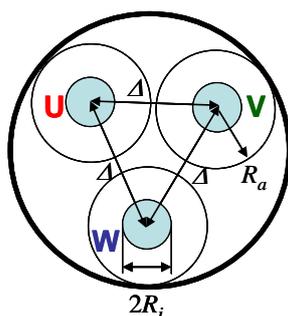


Bild V4.4-14: Ersatzanordnung zur Berechnung des Betriebskapazität bzw. -induktivität im Dreimantelkabel.

Mit den beim Abschnitt „Freileitungen“ angegebenen Formeln und identischen Leiter-Leiter-Abständen  $\Delta$  werden  $L_B$  und  $C_B$  berechnet.

$$L'_B = L_B / l = \frac{\mu_0 \cdot \ln(\Delta / R_i)}{2\pi} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \ln(60/9)}{2\pi} = 0.4 \mu\text{H/m},$$

$$C'_B = C_B / l = C'_E = \frac{2\pi \cdot \epsilon}{\ln(R_a / R_i)} = \frac{2\pi \cdot 2.4 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}}{\ln(28/9)} = 0.12 \text{ nF/m}.$$

Daraus ergeben sich der Wellenwiderstand und die natürliche Leistung bei verlustfreiem Kabel:

$$Z_0 = \sqrt{L'_B / C'_B} = \sqrt{0.4 \cdot 10^{-6} / (0.12 \cdot 10^{-9})} = 57.7 \, \Omega,$$

$$P_{\text{Nat}} = U_N^2 / Z_0 = 110000^2 / 57.7 = 209.7 \text{ MW} \gg S_N = 73 \text{ MVA}.$$

**Fazit:** Kabel haben wegen der großen Betriebskapazität  $C'_B$  kleine Wellenwiderstände  $Z_0$  und damit hohe natürliche Leistungen  $P_{\text{Nat}}$ ! Sie werden deutlich unterhalb ihrer natürlichen Leistung betrieben:  $S_N \ll P_{\text{Nat}}$ .

Tab. V4.4-3 zeigt typische Kapazitätsbeläge für Kabel verschiedener Spannungsebenen.

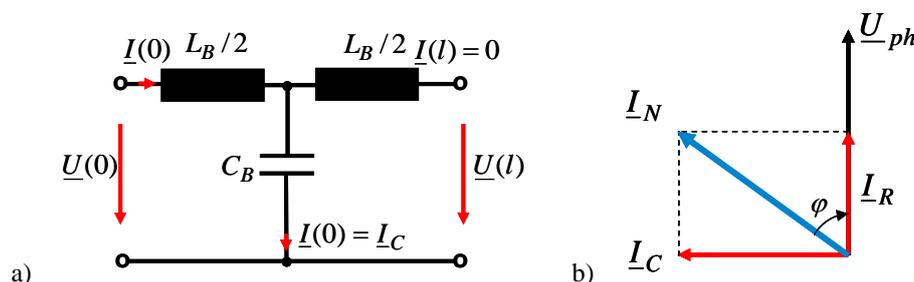
$U_N / \text{kV}$	20	60	110	220
$C'_B / \mu\text{F/km}$	0.6	0.4	0.25	0.2

Tabelle V4.4-3: Typische Kapazitätsbeläge/Phase für Hochspannungskabel.

**Beispiel V4.4-5:** VPE-Einleiter-Hochspannungskabel:  $U_N = 110 \text{ kV}$ ,  $50 \text{ Hz}$ ,  $R_i = 9 \text{ mm}$ ,  $R_a = 28 \text{ mm}$ ,  $\varepsilon_r = 2.4$ ,  $J = 1.5 \text{ A/mm}^2$ ,  $C'_B = 117.6 \text{ nF/km}$ ,  $L'_B = 0.38 \text{ mH/km}$ . Wir berechnen die Phasenspannung am Kabeleingang  $U(l=0) = U_N / \sqrt{3} = 63.5 \text{ kV}$ , den Kabelstrom/Phase  $I = J \cdot R_i^2 \cdot \pi = 382 \text{ A}$  und die Scheinleistung  $S = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I = 72.7 \text{ MVA}$ .

Wie groß ist der Effektivwert des kapazitiven Umladestroms bei einer Kabellänge  $l = 163 \text{ km}$ ? Wir verwenden dazu das T-Ersatzschaltbild Bild V4.4-15a.

$$l = 163 \text{ km}: I_C = \frac{U(0)}{\left| \frac{\omega L_B}{2} - \frac{1}{\omega C_B} \right|} = \frac{63500}{\left| \frac{100\pi \cdot 0.38 \cdot 10^{-3} \cdot 163}{2} - \frac{10^9}{100\pi \cdot 117.6 \cdot 163} \right|} = 406 \text{ A} > 382 \text{ A} = I$$



**Bild V4.4-15:** a) T-Ersatzschaltbild/Phase eines verlustlosen Kabels mit Betriebsinduktivität  $L_B$  und Betriebskapazität  $C_B$ , b) Stromzeigerdiagramm/Phase eines Kabels mit Nennstrom  $I_N$ , Wirkstrom  $I_R$  und Umladestrom  $I_C$ .

Bei einer Kabellänge von ca. 160 km ist der Ladestrom  $I_C$  bereits größer als der Betriebsstrom  $I$ . Deshalb gibt es für Kabel sogenannte **Kabelgrenzlängen**, die nicht überschritten werden dürfen. Bsp. V4.4-5 zeigt auch, dass wegen  $\omega L_B \ll 1/(\omega C_B)$  die Grenzkabellänge vor allem durch den Kapazitätsbelag bestimmt wird. Daraus ergibt sich der vereinfachte Zusammenhang zwischen Umladestrom  $I_C$ , Phasenspannung  $U(l=0)$  und Betriebskapazität  $C_B$ :

$$I_C \approx U(0) \cdot \omega C_B = 382.4 \text{ A} = U(0) \cdot \omega C'_B \cdot l \sim l \Rightarrow I'_C \approx U(0) \cdot \omega C'_B.$$

**Fazit:** Die übertragbare Dauerleistung eines AC-Kabels sinkt mit steigender Kabellänge wegen des mit der Länge proportional wachsenden kapazitiven Ladestroms  $I_C$  und der damit verbundenen steigenden thermischen Belastung.

**Beispiel V4.4-6:** Erdverlegtes ölgekühltes Drehstrom-Hochspannungskabel:  $U_N = 380 \text{ kV}$ , Übertragungsleistung bei  $20^\circ\text{C}$  Erdtemperatur  $S_N = 450 \text{ MVA}$  bei einem Erde-Wärme-widerstand  $R'_{\text{th}} = 100 \text{ K}\cdot\text{cm/W}$ , Kupferleiterquerschnittsfläche/Phase  $1000 \text{ mm}^2$ , Haupt-

Isolation ist ölgetränktes Papier  $\epsilon_r = 4.5$ ,  $C'_B = 0.26 \mu\text{F}/\text{km}$ , kapazitive Ladeblindleistung  $Q'_C = 12 \text{ MVar}/\text{km}$ .

Thermisch zulässiger Dauerstrom:  $I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{450 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10^3} = 684 \text{ A}$ ; kapazitiver

Umladestrom/Länge über  $Q'_C = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I'_C$  als  $I'_C = \frac{12 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10^3} = 18.2 \text{ A}/\text{km}$ .

Daraus resultiert die **Kabelgrenzlänge**  $l_{Gr} = \frac{I_N}{I'_C} = \frac{684}{18.2} = 37.4 \text{ km}$ .

Welche Wirkleistung  $P$  kann mit dem Kabel bei einer Länge  $l = 25 \text{ km}$  übertragen werden?

$I_C = I'_C \cdot l = 18.2 \cdot 25 = 455 \text{ A} \Rightarrow I_R = \sqrt{I_N^2 - I_C^2} = \sqrt{684^2 - 455^2} = 511 \text{ A}$ ,

$P = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_R = 336 \text{ MW} \Leftrightarrow 75\% \text{ von } S_N$  ( $= P_N$  bei  $\cos\varphi = 1$ ).

Es kann eine Wirkleistung von 75% der Bemessungsscheinleistung (Bild V4.4-15b) übertragen werden.

### g) Vergleich zwischen Kabel und Freileitung:

Der Betrieb von Kabeln und Freileitungen wird anhand ihres Blindleistungsbedarfs bewertet. In Bild V4.4-16a ist der Blindleistungsbedarf in Abhängigkeit von der Scheinleistung qualitativ für verlustlose Leitungen (siehe Bilder V3.4-2, V3.5-6) dargestellt.

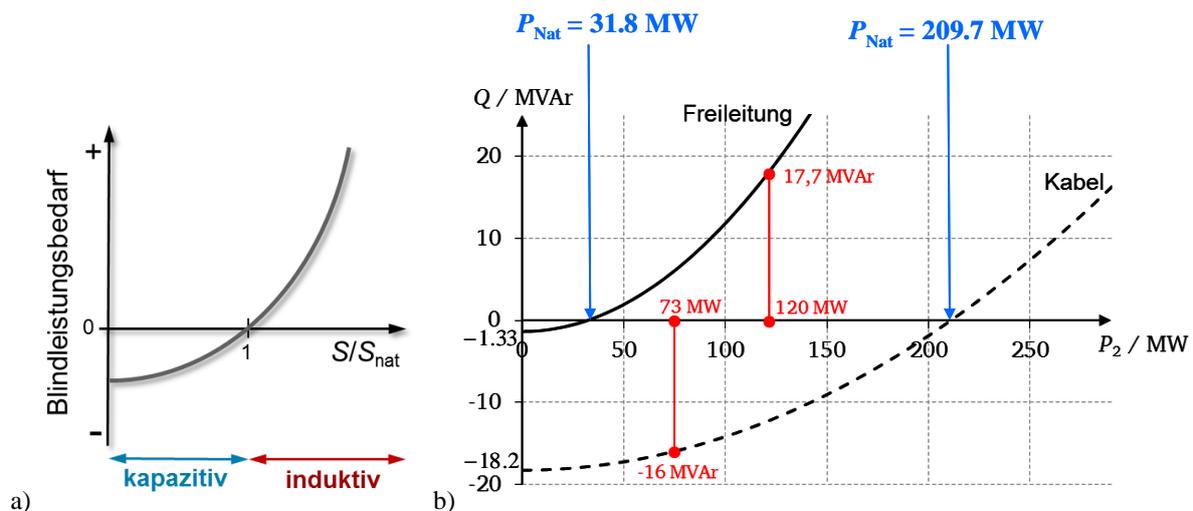


Bild V4.4-16: a) Qualitativer Verlauf der Blindleistung als Funktion der Scheinleistung (Quelle: V. Hinrichsen) gemäß den Bildern V3.4-2 und V3.5-6. b) Vergleich zwischen VPE-Kabel und 1-Seil-Freileitung gemäß Tab. V4.4-4 für  $l = 40 \text{ km}$ ,  $U_N = 110 \text{ kV}$ : Blindleistung  $Q$  in Abhängigkeit von der übertragenen Wirkleistung  $P_2$ .

Charakteristisch ist die „natürliche Leistung“  $S_{\text{Nat}} = P_{\text{Nat}} = U_N^2/Z_0$ , bei der der Blindleistungsbedarf  $Q = 0$  ist. Bei  $P < P_{\text{Nat}}$  verhält sich die Übertragungsleitung kapazitiv. Bei  $P > P_{\text{Nat}}$  verhält sie sich induktiv. Ein typischer Betrieb von Freileitungen liegt bei  $(2 \dots 3) \cdot P_{\text{Nat}}$ , die sich dabei induktiv verhalten. Kabel sind im thermischen Dauerbetrieb mit  $P \ll P_{\text{Nat}}$  betrieben und verhalten sich folglich kapazitiv. Der Kapazitätsbelag ist bei Kabeln groß ( $C'_B \approx 0.3 \mu\text{F}/\text{km}$ , Tab. V4.4-3), sodass ein hoher Blindleistungsbedarf besteht.

**Beispiel V4.4-7:** Vergleich von VPE-Kabel und 1-Seil-Freileitung bei 50 Hz (Daten: Tab. V4.4-4), Phasenspannung am Leitungsende  $U_2 = U_N / \sqrt{3} = 110 / \sqrt{3} = 63.5 \text{ kV}$ ,  $l = 40 \text{ km}$ . Die kapazitive Blindleistung bei „Leerlauf“ (Abgabeleistung  $P_2 = 0$ ) der Leitung ist

$Q(P_2 = 0) = -3U_2^2 / X_C$ . Damit ergeben sich für die Kabel und Freileitung folgende kapazitiven Blindleistungen für den Leerlauf ( $P_2 = 0$ ):

$$\text{VPE-Kabel: } Q(P_2 = 0) = -\frac{3 \cdot 63500^2}{663} = -18.2 \text{ MVar,}$$

$$\text{1-Seil-Freileitung: } Q(P_2 = 0) = -\frac{3 \cdot 63500^2}{9074} = -1.33 \text{ MVar.}$$

	VPE-Kabel	1-Seil-Freileitung
$U_N$ (kV)	110	110
$S_N$ (MVA)	73	120
$I_N$ (A)	380	630
$J_N$ (A/mm <sup>2</sup> )	1.5	2.3
$C'_B$ (pF/m)	120	8.77
$L'_B$ (μH/m)	0.4	1.27
$Z_0$ (Ω)	57.7	380.5
$P_{\text{Nat}}$ (MW) (*)	209.7	31.8
	$P_N < P_{\text{Nat}}$	$P_N > P_{\text{Nat}}$
$l = 40 \text{ km: } X_C$ (Ω)	663	9074
$l = 40 \text{ km: } X_L$ (Ω)	5	16
$l = 40 \text{ km: } X_C \gg X_L$	$663 \gg 5$	$9074 \gg 16$

Tabelle V4.4-4: Vergleich zwischen VPE-Kabel und 1-Seil-Freileitung hinsichtlich Betriebskapazität und Betriebsinduktivität (\*)  $P_{\text{Nat}} = U_N^2 / Z_0$ .

Für  $P_2 \neq 0$  ist die berechnete Blindleistung  $Q$  in Bild V4.4-16b gezeigt, wobei der Bemessungsbetrieb rot eingetragen ist. Das Kabel benötigt zur Übertragung von 73 MW eine kap. Blindleistung -16 MVar, die Freileitung zur Übertragung von 120 MW eine ind. Blindleistung 17.7 MVar. Um die zugehörigen großen Blindströme zu vermeiden, muss dann bei  $P < P_{\text{Nat}}$  (Kabel) die Blindleistung lokal in regelmäßigen Leitungsabständen mit Parallelinduktivitäten  $L_K$  (Drosseln) kompensiert werden. Bei  $P > P_{\text{Nat}}$  (lange Freileitungen) wird mit Serienschaltensensoren  $C_K$  kompensiert, denn bei diesen langen Freileitungen macht sich der  $\sim l$  zunehmende induktive Spannungsfall nachteilig bemerkbar, sodass ca. alle 300 km Kompensationskondensatoren  $C_K$  erforderlich sind.

### h) Kompensierter Betrieb von langen Freileitungen:

Bei langen Freileitungen wird der induktive Spannungsfall durch Serien-Kondensatoren  $C_K$  in regelmäßigen Abständen kompensiert.

*Beispiel V4.4-8:* „Lange“ Freileitung  $l = 1000 \text{ km}$ : Daten  $U_N = 380 \text{ kV}$ ,  $I_N = 1500 \text{ A}$ ,  $50 \text{ Hz}$ ,  $L'_B = 0.8 \text{ μH/m}$ . Wie groß ist der induktive Spannungsfall entlang der Leitung?

Mit dem vereinfachten  $\Gamma$ -Ersatzschaltbild/Phase wird der ind. Spannungsfall bei Nennstrom abgeschätzt:  $\omega L'_B \cdot l \cdot I_N = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 \cdot 1500 = 377 \text{ kV}$ .

Dieser unkompenzierte Längsspannungsfall erreicht die Größe der verketteten Nennspannung und ist damit viel zu groß! Deshalb wird dieser Spannungsfall mit Serienschaltensensoren  $C_K$  (Bild V4.4-17) auf Hochspannungsniveau ( $U_{\text{Leiter-Erde}} = U_N / \sqrt{3}$ ) kompensiert. Die Bemessung der Kompensationskondensatoren  $C_K$  in 300 km Abstand verlangt  $\underline{U}_L = \underline{U}_C$  (**Serienresonanz**) je  $l_k = 300 \text{ km}$ , so dass  $\underline{U}_L + \underline{U}_C = 0$ . Daraus folgt für  $C_K$ :

$$\underline{U}_L = j\omega L_B I_2 = \underline{U}_C = -\frac{I_2}{j\omega C_K} \Rightarrow C_K = 1/(\omega^2 L_B). \quad (\text{V4.4-13})$$

$$L_B = L'_B \cdot l_K = 0.8 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5 = 0.24 \text{ H} \Rightarrow C_K = 42.2 \mu\text{F}.$$

Ein Beispiel für einen solchen Serienkondensator-Anlage  $C_K$  für alle drei Phasen auf Hochspannungsniveau („Wechselstrom-Kondensatorbank“) in einer langen 735-kV-Leitung, 60 Hz, in *Kanada* ist in Bild V4.4-18 zu sehen.

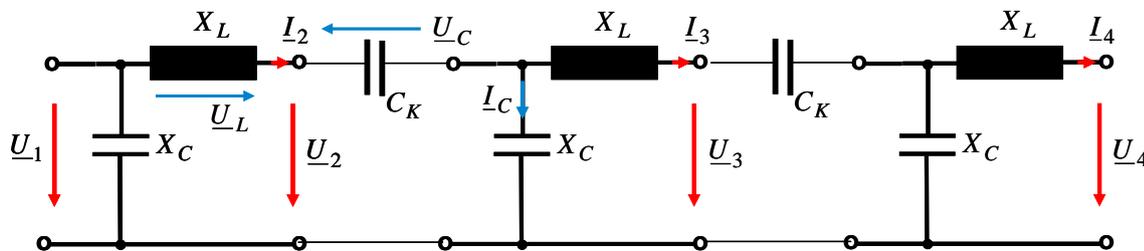
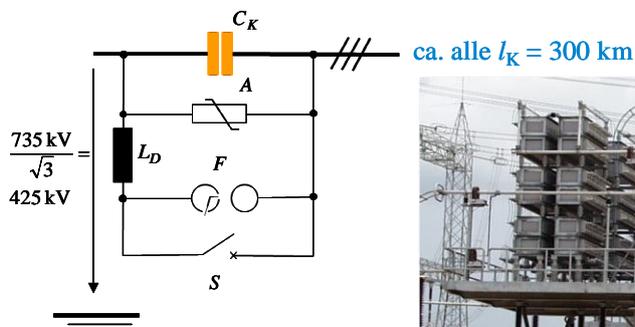


Bild V4.4-17: Serienkondensatoren  $C_K$  in regelmäßigen Abständen zur Kompensation des induktiven Spannungsfalls bei langen Freileitungen.



- Kondensatorbank  $C_K$
- Ableiter-Bank A
- Funkenstrecken F
- Dämpfungsdrossel  $L_D$

Alles auf Leitungspotential 425 kV →  
isolierte Plattformen erforderlich



Bild V4.4-18: Serienkondensator-Schaltung/Phase  $C_K$  mit Hochspannungs-Schutzbeschaltung in einer langen 735-kV-Leitung, 60 Hz, *Kanada* (Quelle: Siemens, Hydro Québec).

### i) Kompensierter Betrieb von langen Kabeln:

Aufgrund des für Kabel typischen hohen Kapazitätsbelag von etwa  $C'_B \approx 0.3 \mu\text{F}/\text{km}$  (Bild V4.4-23) ist bei langen Kabeln eine Kompensation dieser kapazitiven Blindleistung erforderlich. Ähnlich wie bei der Freileitung, aber in deutlich kürzeren Abständen wegen der Kabelgrenzlänge bei 50 Hz, wird ca. alle 50 km eine Kompensationsdrossel  $L_K$  in Parallelschaltung eingeschaltet (Bild V4.4-19).

**Beispiel V4.4-9:** Hochspannungs-Drehstrom-Kabel:  $U_N = 420 \text{ kV}$ ,  $S_N = 1000 \text{ MVA}$ , 50 Hz,  $C'_B = 0.3 \mu\text{F}/\text{km}$ ,  $l_K = 50 \text{ km}$ . Berechnen Sie den Effektivwert des Nennstroms und des kapazitiven Umladestroms je Phase  $I_C$  ohne Kompensation!

Antwort:  $I_N = S_N / (U_N \cdot \sqrt{3}) = \underline{\underline{1376 \text{ A}}}$ ,  $I_C = \omega \cdot C'_B \cdot l_K \cdot U_N / \sqrt{3} = \underline{\underline{1143 \text{ A}}}$ .

Da der Umladestrom 83% des Nennstroms ist und daher das Kabel thermisch zu sehr belasten würde, ist eine Kompensation mit Seriendrosseln alle  $l_K = 50 \text{ km}$  erforderlich (Bild V4.4-20).

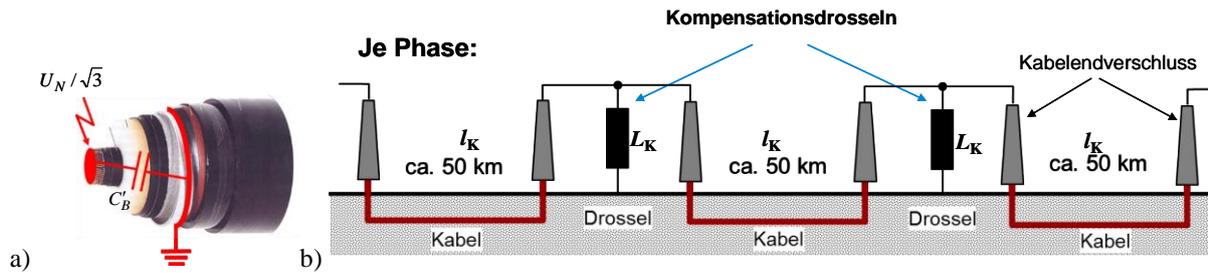


Bild V4.4-19: a) 1-Leiter-VPE-Kabel: Schematische Darstellung des Kapazitätsbelags zwischen dem Leiter auf Nennspannungspotential und dem geerdeten Mantel bzw. Schirm, b) Parallel-Anordnung von Kompensationsdrosseln  $L_K$  in einem langen Wechselstrom-Kabel (Quelle: V. Hinrichsen).

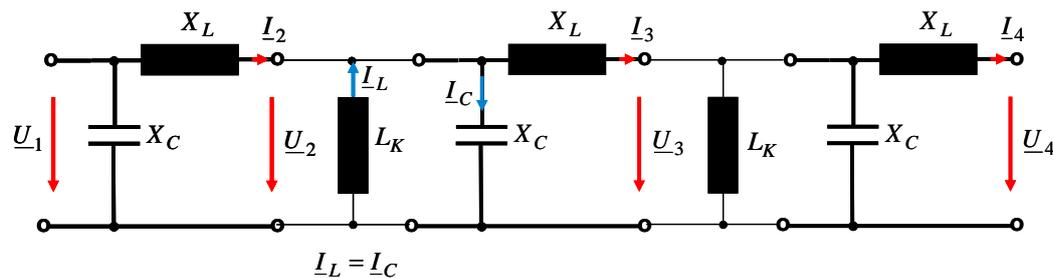


Bild V4.4-20: Seriendrosseln  $L_K$  zur Kompensation des kapazitiven Spannungsfalls bei langen Kabeln.

Die Kompensationsinduktivität  $L_K$  je Phase wird mit der **Parallelresonanz**  $I_C = I_L$  bemessen:

$$\underline{I}_L = -\frac{\underline{U}_2}{j\omega L_K} = \underline{I}_C = j\omega C_B \underline{U}_2 \Rightarrow L_K = 1/(\omega^2 C_B).$$

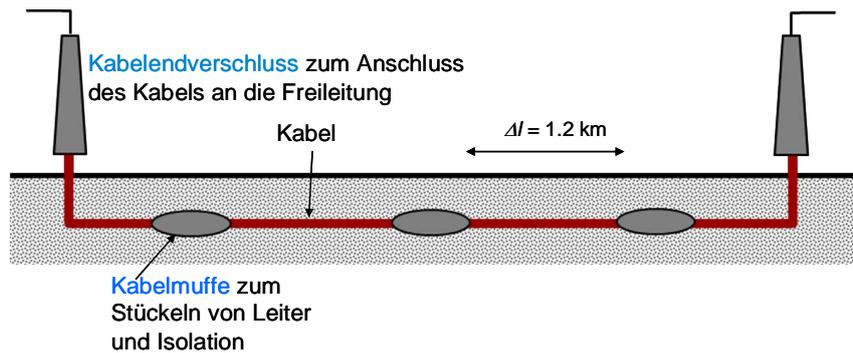
$$l_K = 50 \text{ km}, C_B = C'_B \cdot l_K = 0.3 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 15 \mu\text{F}, f = 50 \text{ Hz} : L_K = 0.68 \text{ H}.$$

**Beispiel V4.4-10:** In Berlin, D, befindet sich in einem Tunnel quer unter der Stadt ein 400 kV-Hochspannungs-Drehstromkabel mit  $l_K = 19.8 \text{ km}$  zur „unterirdischen“ Verteilung der el. Energie. Daten:  $C_B = 2.2 \mu\text{F}$ , Ladestrom 160 A, kapazitive Blindleistung 110 MVar, an beiden Kabelenden deshalb Kompensationsspulen  $L_K$ . Ähnliche Drehstrom-Hochspannungskabel quer unter Großstädten befinden sich in London, GB, und Wien, A.

### j) Land- und Seekabelverlegung für hohe Leistung:

Um den Transport großer el. Energiemengen z. B. von den Windparks in der Nordsee nach dem Süden Deutschlands anstelle mit optisch unerwünschten Freileitungen mit im Boden verlegten „unsichtbare“ Hochleistungskabeln durchzuführen, müssen Hochspannungskabeln ca. 400 kV für große Ströme (ca. 1500 A) konzipiert werden. Dafür sind Kupferquerschnittsfläche von bis zu  $A = 2500 \text{ mm}^2$  erforderlich, so dass die Kabel je m Länge mit ca. 35 kg/m sehr schwer sind. An Land können aus Transportgründen Kabel dieser Gewichtsklasse nur mit Längen von maximal  $\Delta l = 1.2 \text{ km}$  Länge transportiert werden, da die Gewichtsgrenze einer LKW-Ladung ca. 45 t beträgt. Deshalb müssen die Kabel „gestückelt“ werden. Als Verbindung dienen spezielle Hochspannungs-Kabel-Muffen (Bild V4.4-21), so dass bei einer Länge von ca. 500 km für alle drei Phasen ca. 1250 Muffen erforderlich sind. Dies erhöht die Fehleranfälligkeit der Kabel enorm, so dass es aus diesem Grund fraglich ist, ob so lange Distanzen sinnvoll mit Kabel ausgeführt werden können. Dies ist bisher technisches Neuland.

In Bild V4.4-22 (oben links) ist das Zuschütten des Grabens eines verlegten Hochspannungs-AC-Erdkabel, aufgebaut aus Einzelleiterkabeln (= je Phase ein Kabel) zu sehen. Bild V4.4-22 (unten links) zeigt einen Container zum Aufrechterhalten der Reinheitsbedingungen, in dem die Kabelmuffe montiert wird (Container-Innenansicht in Bild V4.4-22 (rechts)).



**Bild V4.4-21:** Verlegtes Hochleistungs-Hochspannungs-Drehstrom-Erdkabel mit Kabelmuffen zwischen den 1.2 km langen Kabelstücken (*Quelle: Hinrichsen*).



**Bild V4.4-22:** Landkabelverlegung mit Muffeninstallation im Montagecontainer (*Quelle: Wikipedia.de*).

In Abschnitt V4.4 d) wurde gezeigt, dass eine beidseitige Kabelmantelerdung zu einem Kreisstrom aufgrund der induzierten Spannung zwischen Kabelmantel und Erdreich führt. Durch Auskreuzen (Cross-Bonding) der Kabelschirme erreicht man, dass die Fläche, mit der der kreisstromtreibende magnetische Fluss verkettet ist, begrenzt ist auf den Abstand zwischen zwei **Cross-Bonding-Stellen**. Dies begrenzt die treibende induzierte Spannung, den Mantelstrom und die damit einhergehenden zusätzlichen Stromwärmeverluste. Aber der bauliche Aufwand steigt durch die Cross-Bonding-Stellen (Bild V4.4-23).



**Bild V4.4-23:** Hochspannungs-Drehstrom-Einleiterkabel 400 kV, 1000 MVA: Links: Schematischer Kabelaufbau einer VPE-isolierten Phase; Mitte: Erdverlegte Kabel R, S, T an einer Stelle, wo die Kabelschirme aus EMV-Gründen gekreuzt sind; rechts: Kabelmuffen in Muffenboxen in einem Kabelkanal (*Quelle: Wikipedia.de*).

Beispiel V4.4-11: Drehstrom-Hochspannungs-Einleiterkabel 400 kV, 1000 MVA, Leitermaterial: Kupfer, Leiterquerschnitt: 2500 mm<sup>2</sup>, Kabeldurchmesser: ca. 140 mm, Gewicht: ca. 3 × 35 kg/m, beispielhaft zu sehen in Bild V4.4-23.

Den Nachteil der hohen Blindleistung vermeidet die **Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)**, die dafür teure Hochspannungsgleichrichter/-wechselrichter an den beiden Enden der HGÜ benötigt. Diese Technologie ist seit ca. 50 Jahren mit DC-Freileitungen oder DC-Seekabeln in stetig zunehmendem Maß im Einsatz, um Drehstrom-Netze mit unterschiedlichen Netzfrequenzen bzw. Netze derselben Netzfrequenz, aber jeweils eigenen Frequenz-Vorgabewerten, el. zu verbinden. Auf europäischer Ebene sind dies HGÜ-Verbindungen zwischen den fünf Verbundnetzen mit 50 Hz: *Irland, United Kingdom, UCTE, Baltic* und *Nordic*. Eine HGÜ-Kabelverbindung könnte auch für den Transport regenerativ erzeugter elektrischer Energie von der *Nordsee* nach *Süddeutschland* optisch „verträglich“ gestaltet werden (Bild V4.4-28). Das Problem des gestückelten, „gemufften“ Kabels aber bleibt bestehen, während bei Seekabeln wegen der großen möglichen Transportmengen per Schiff auf Muffen ggf. verzichtet werden kann oder nur wenige Muffen benötigt werden.

Beispiel V4.4-12: Landkabelverlegung eines Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungs-Kabels (HGÜ-DC-Kabel)  $U_N = 525$  kV, VPE-DC-Kabel, Bild V4.4-24. Für die Verlegung eines solchen schweren Kabels nimmt ein Raupenkran die Kabeltrommel auf, die von einem LKW als Sondertransport aufgrund der Sonderbreite von 5,6 m (= Trommeldurchmesser) angeliefert wird. Das Kabel hat eine längenbezogene Masse von  $m' = 36$  kg/m, sodass damit ein unterbrechungsfreies Kabelstück der Länge  $\Delta l = \frac{45000 \text{ kg}}{36 \text{ kg/m}} = 1250$  m verlegt werden kann.

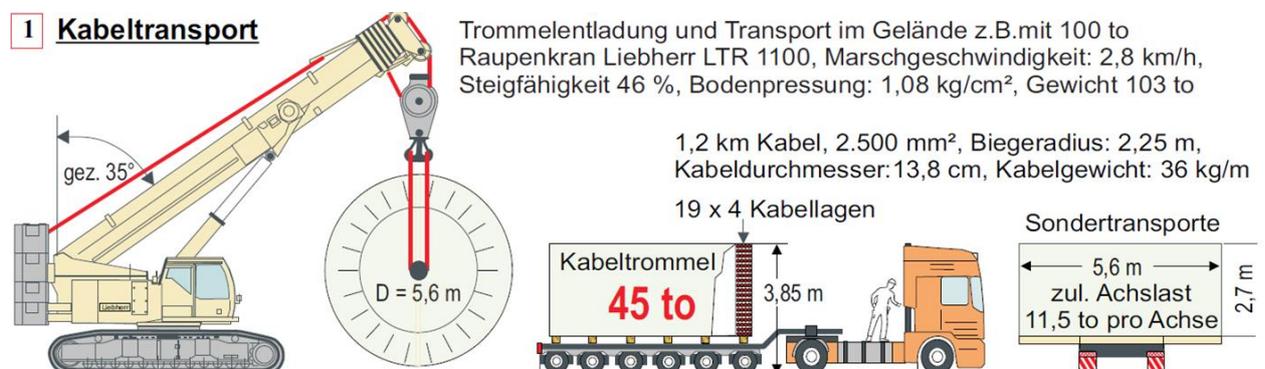
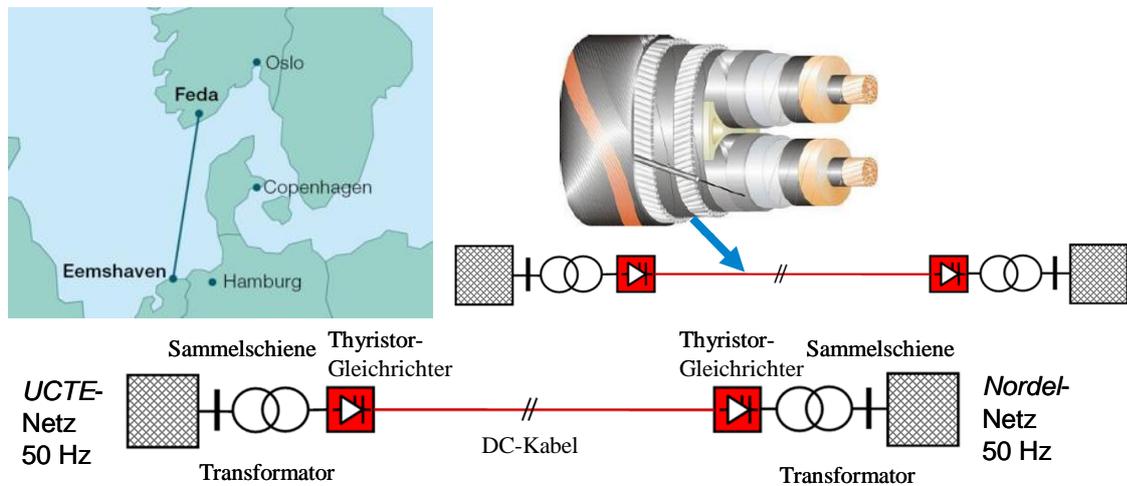


Bild V4.4-24: Verlegung eines Hochspannungs-Hochleistungs-Erdkabels (Quelle: Liebherr).

Beispiel V4.4-13: HGÜ-DC-Seekabelverbindung *NorNed* 580 km: Es handelt sich um eine DC-Verbindung der asynchronen Drehstromnetze von *Nordic* (Norwegen) und den *UCTE* (Niederlande), Bild 4.4-25. Das zweiadrige Kabel mit P- und N-Leiter besitzt je Leiter eine Kupfer-Querschnittsfläche von 790 mm<sup>2</sup>. Als Isolierung dient masseimprägniertes Papier. Der nahezu rechteckige Kabelquerschnitt hat die Abmessungen 217 × 136 mm. Das Kabel hat eine längenbezogene Masse 84 kg/m und ist zur Übertragung einer Wirkleistung 700 MW ausgelegt. Die DC-Spannung beträgt 900 kV, als ±450 kV bezüglich des Nullpotentials des Erdreichs. Das 580 km lange Kabel ist in Teilstücken von bis 150 km Länge verlegt, benötigt daher wenige Muffen und weist ein Gesamtgewicht 48 000 t auf. Es ist verlegt in einer Wassertiefe von bis zu 410 m. Die Übertragungsverluste liegen unterhalb von 4 % der Gesamtsystemverluste.

Die Verwendung der HGÜ-Technik ist bei dieser Anwendung von Vorteil, weil trotz der langen Übertragungsstrecke wegen DC keine Blindleistungskompensation erforderlich ist.

Die HGÜ-Verbindung dient zur Steuerung des Leistungsflusses und damit auch den Stromhandels zwischen Nordic und UCTE.



**Bild V4.4-25:** HGÜ-Seekabel *NorNed*: Oben links: 580 km lange Verbindung zwischen *Eemshaven, NL*, und *Feda, N*; oben rechts: Schematischer Aufbau des DC-Kabels mit positiven und negativem Leiter; unten: Netze, Transformatoren und Thyristor-Gleichrichter mit DC-Kabel (*Quelle: NorNed*).

Wir schätzen die Übertragungsverluste zu Bild V4.4-25 ab:

$$\text{Kabel-Nenn-Gleichstrom: } I_N = U_N / P_N = (450 - (-450)) \text{ kV} / 700 \text{ MW} = 778 \text{ A},$$

$$\text{Kabel-Gleichstromdichte: } J_N = I_N / A = 778 \text{ A} / 790 \text{ mm}^2 = 1 \text{ A/mm}^2,$$

*Ohm'scher* Widerstand (Hin- und Rückleiter):

$$R_{20^\circ\text{C}} = \frac{2l}{\kappa_{\text{Cu},20^\circ\text{C}} \cdot A} = \frac{2 \cdot 580 \cdot 10^3}{57 \cdot 10^6 \cdot 790 \cdot 10^{-6}} = 25.8 \Omega,$$

Stromwärmeverluste und ihr Anteil an der Nennleistung:

$$P_{\text{Cu}} = R_{20^\circ\text{C}} \cdot I_N^2 = 25.8 \cdot 778^2 = 15.6 \text{ MW}; \quad P_{\text{Cu}} / P_N = 15.6 / 700 = 2.2\%.$$

Wirkungsgrad der Transformatoren & Gleichrichter je 99.5%:  $4 \cdot 0.5\% = 2\%$ ,

Gesamtverlustanteil an der Nennleistung:  $2\% + 2.2\% = 4.2\%$ .

Da Teilstücke von bis 150 km Länge verwendet werden, beträgt die minimal mögliche Muffenzahl  $z$ :  $560 / 150 = 3.7 \Rightarrow z = 3$ . Hinzu kommen zwei Kabelendverschlüsse zum Anschluss an die beiden Gleichrichter.



a)



b)

**Bild V4.4-26:** Verlegung eines HGÜ-Seekabels durch ein Verlegeschiff (*Quelle: T. Worzyk: Submarine Power Cables, Springer, 2009*).



Bild V4.4-27: Gelagertes HGÜ-Tiefseekabel (Quelle: [www.pro-erdkabel-neuss.de](http://www.pro-erdkabel-neuss.de)).

Die Kabelstücke mit einer Länge von 10 km ...150 km werden direkt auf ein Schiff „aufgetrommelt“ (Bild V4.4-26). Bild V4.4-27 zeigt die Dimensionen eines solchen HGÜ-Tiefseekabels, wie es beim Hersteller vor der Auslieferung gelagert wird.

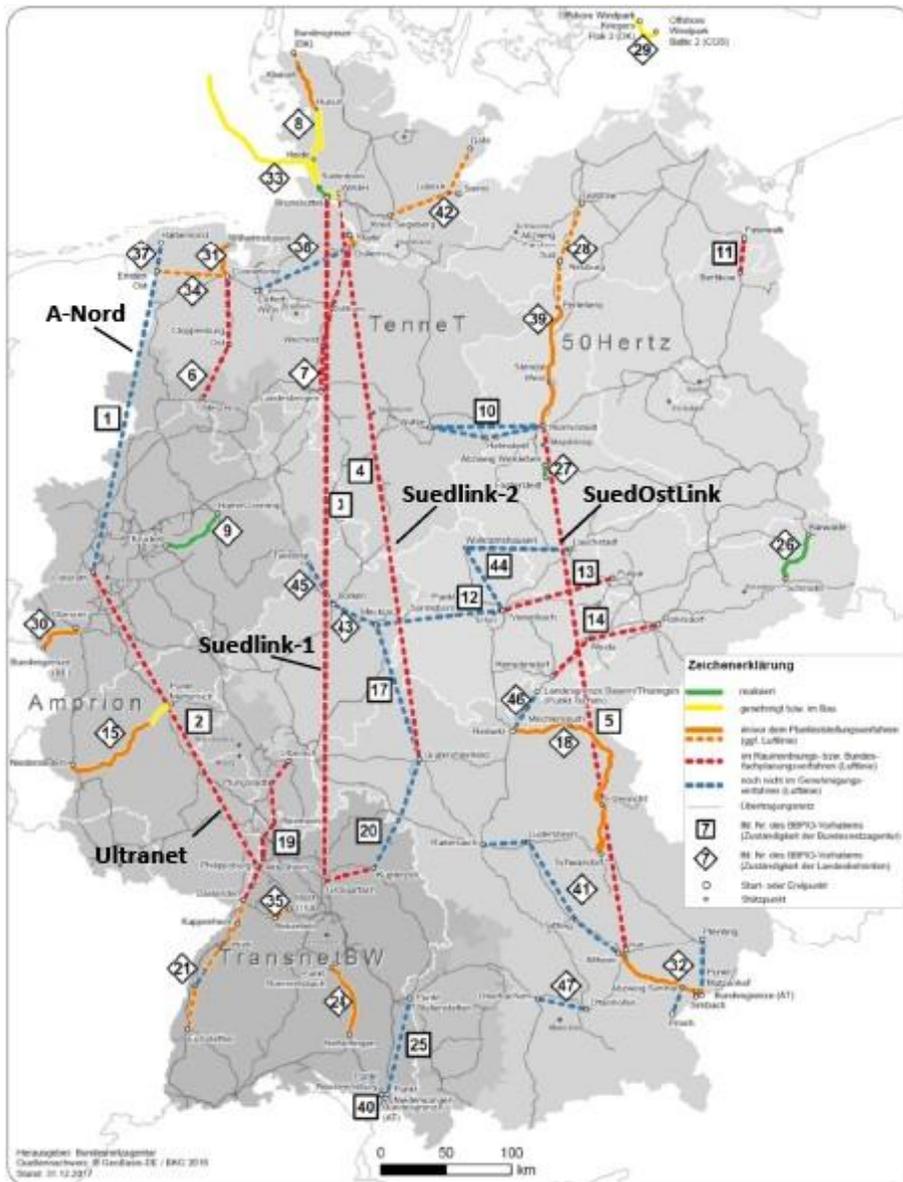
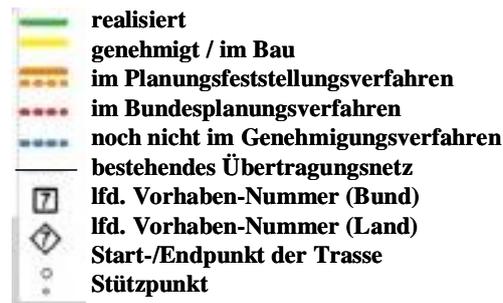


Bild V4.4-28: „Stromautobahnen“ in Deutschland. (Quelle: *BWK 70 (2018), no. 5*).



Legende zu Bild V4.4-28: „Stromautobahnen“ in Deutschland. (Quelle: BWK 70 (2018), no. 5).

### k) Zusammenfassender Vergleich zwischen Kabeln und Freileitungen:

Freileitungen sind für den Wechselspannungsbetrieb für die weiträumige elektrische Energieübertragung bevorzugt, wobei ab einer Länge von ca. 300 km Kompensations-Kondensatoren erforderlich sind. Kabel sind für den Wechselspannungsbetrieb meist nur im urbanen Bereich im Einsatz, wo die Vorteile der geringen Flächenbeanspruchung den Nachteil der hohen Kabelladeströme überwiegt, da es in diesen Fällen meist um kurze Verbindungen  $< 50$  km handelt.

Freileitungen haben einen großen Wellenwiderstand. Daher besitzen sie eine relativ kleine natürliche Leistung. Sie werden deshalb in der Regel oberhalb der natürlichen Leistung betrieben, sodass die Leitungen am Eingang induktiv wirken.

Kabel haben generell einen kleinen Wellenwiderstand und besitzen daher eine relativ hohe natürliche Leistung. Sie werden folglich unterhalb der natürlichen Leistung betrieben und wirken am Eingang kapazitiv.

Für längere Distanzen  $> 300$  km ist die Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ) eine attraktive Technik, da sie geringe Übertragungsverluste aufweist, eine geringe Flächenbeanspruchung aufweist und Netze miteinander ohne Synchronisation verbunden werden können. Allerdings ist diese Technik wegen der zusätzlichen Transformatoren und Gleichrichter kostenintensiv. Außerdem sind bei langen Kabel-Landverbindungen viele Muffen erforderlich, was den Aufwand und die Fehleranfälligkeit erhöht.

## V5 Personenschutz und Netzformen

### V5.1 Stromunfall

Definition von **Berührspannung**  $U_B$  und **Berührstrom**  $I_B$ :

Die Berührspannung  $U_B$  ist die elektrische Spannung zwischen leitfähigen Teilen, wenn diese gleichzeitig von einem Menschen/Tier berührt werden.

Der Berührstrom  $I_B$  entspricht dem elektrischen Strom, der durch den Körper eines Menschen/Tieres fließt, wenn dieser Körper einen Teil oder mehrere berührbare Teile einer elektrischen Anlage oder eines elektrischen Betriebsmittels berührt.

Der Berührstrom berechnet sich aus der Berührspannung  $U_B$  und dem **Körperwiderstand**  $R_K$  (V5.1-1).

$$I_B = U_B / R_K \quad (\text{V5.1-1})$$

Die **Körperstromdichte**  $J_B$  wird mit der el. durchströmten Körperfläche  $A_K$  bestimmt (V5.1-2).

$$J_B = I_B / A_K \quad (\text{V5.1-2})$$

Schematisch ist ein Stromunfall in Bild V5.1-1 dargestellt. Eine Person (rechts) berührt das Metallgehäuse eines Transformators, das über den **Erder** mit dem Erdreich („Nullpotential“) el. leitend verbunden ist. Durch einen el. Überschlag am Isolator ist der el. Leiter (mit dem el. Potential) mit dem Gehäuse leitend verbunden. Das el. Potential treibt einen Fehlerstrom  $I_F$  zu

Erde, der über das Erdreich zum geerdeten Sternpunkt des einspeisenden Netzes zurückfließt. Die Parallelschaltung des Körpers der berührenden Person mit dem Erd-Strompfad teilt den Fehlerstrom in die beiden Anteile „Erdstrom“  $I_E$  über den Erdfpfad und „Berührstrom“  $I_B$  über den menschlichen Körper, wo der Spannungsfall „Berührungsspannung“  $U_B$  auftritt.

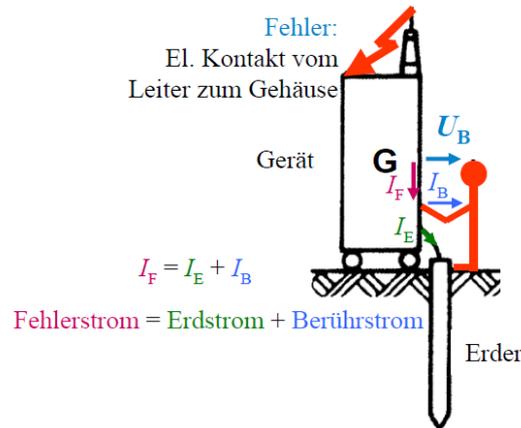


Bild V5.1-1: Schematische Darstellung eines Stromunfalls.

Pioniere zur Klärung der Wirkung des elektrischen Stroms im menschlichen Organismus waren u. A. die Forscher *Dalziel, Osypka, Jellinek, Kouwenhoven, Uppenhorn, Koeppen, Kracmar, Freiburger, Biegelmeier*. Sie zeigten, dass Muskelbewegungen über Nerven-Reizleitung auf Grund von elektrischen Potentialunterschieden hervorgerufen werden (durch unterschiedliche  $\text{Na}^+$ - und  $\text{K}^+$ -Ionen-Konzentration an den *Schwann'schen* Scheiden, in denen die Nerven verlaufen). Die Ruhepotentialdifferenz beträgt dabei etwa  $-90 \text{ mV}$ , während im Anregungszustand durch anteiligen Konzentrationsausgleich nur eine Potentialdifferenz von  $-45 \text{ mV}$  vorhanden ist. Diese Nervenanzugung bewirkt, dass der entsprechende Muskel sich anspannt (kontrahiert). Durch Stromfluss im Körper neigen daher die Muskeln ebenfalls zur Kontraktion (Verkrampfung). Dabei sind die Auswirkungen eines Stromunfalls abhängig

- vom Körperstromweg im Organismus (ist der Stromweg über das Herz?),
- von der Körperstromdichte  $J_B$  (Verdampfung von Zellflüssigkeit, ...)
- und von der Einwirkdauer  $t_F$ .

Der **Körperwiderstand**  $R_K$  setzt sich zusammen aus dem Hautwiderstand  $R_H$  und dem Körper-Innenwiderstand  $R_i$  ( $R_K = R_H + R_i$ ). Der **Hautwiderstand**  $R_H$  kann Werte von  $0 \Omega$  bei Hautdurchbruch bis zu  $20 \text{ k}\Omega$  bei trockener Haut (durch die hochomige Lederhaut) aufweisen.  $R_H$  ist stark feuchteabhängig. Bei mit Schweiß bedeckter oder nasser Haut sinkt  $R_H$  massiv ab. Der **Körper-Innenwiderstand**  $R_i$  wird bestimmt durch den Widerstand der Gewebsflüssigkeit in den Zellen. Daher ist  $R_i$  nur wenig abhängig vom Körperstromweg. Typische Werte für die drei Stromweg-Szenarien a), b), c)  $R_i$  sind:

- a) Hand – Rumpf (+ Herz) – andere Hand:  $R_i = 1.3 \text{ k}\Omega$ ,
- b) Hand – Rumpf – Füße:  $R_i = 0.975 \text{ k}\Omega$ ,
- c) Beide Hände – Rumpf – Füße:  $R_i = 0.65 \text{ k}\Omega$ .

Als „Worst-case“-Abschätzung für den Körperwiderstand  $R_K$  kann ein Hautwiderstand von  $R_H \cong 0$  (Hautdurchbruch) angenommen werden. Damit ergibt sich der Körperwiderstand etwa zu:  $R_K \cong R_i \cong 1 \text{ k}\Omega$ .

Je nach Stromweg besteht eine unterschiedlich hohe Stromgefährdung. Der Stromweg über das Herz (Bild V5.1-2a) ist gefährlich, da dies Herzkammerflimmern auslösen kann, sodass die Blutpump-Wirkung stark verringert ist (lebensbedrohlich!). Zur Vermeidung des lebensbedrohlichen Stromwegs von einer zur anderen Hand über das Herz haben erfahrene Personen im Labor meist eine Hand in der Hosen- oder Labormanteltasche.

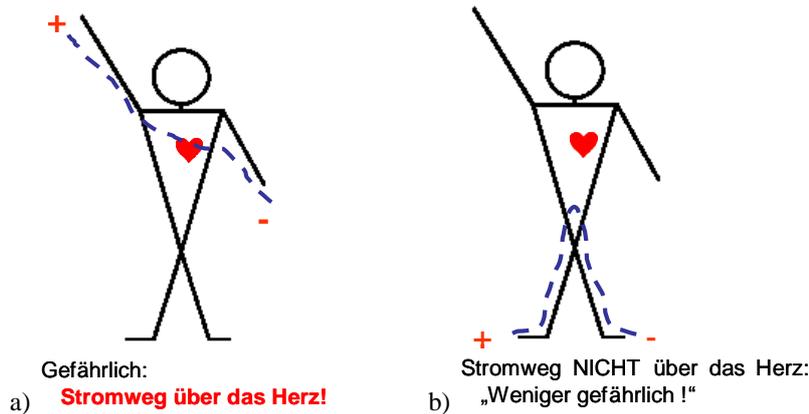


Bild V5.1-2: Stromwege durch den Körper:

a) über das Herz (lebensbedrohlich), b) nicht über das Herz („weniger gefährlich“).

Auch der Herzmuskel wird für seine Pumparbeit elektrisch angesteuert. Beim Elektrokardiogramm wird über Elektroden der elektrische Spannungszeitverlauf  $u$  zwischen zwei Punkten an der Körperoberfläche am Herzen gemessen. Der pulsartig periodische Verlauf von  $u$  (Bild V5.1-3) für ein gesundes Herz besteht je Herzperiode aus zwei Abschnitten, der Systole und der Diastole. Die Systole (Dauer ca. 0,3 s) ist die Herz-Anspannungs- und Blut-Austreibungsphase. In dieser Phase presst das Herz das Blut aus der rechten und linken Herzkammer in die Lungenarterie und Aorta. Die Diastole (Dauer ist ca. 0,5 s) ist die Entspannungs- und Füllungsphase der Herzkammern. Aus den beiden Dauern ergibt sich die Herzfrequenz  $f = 1/(0,3+0,5) = 60 \dots 75/\text{min}$  („Puls“).

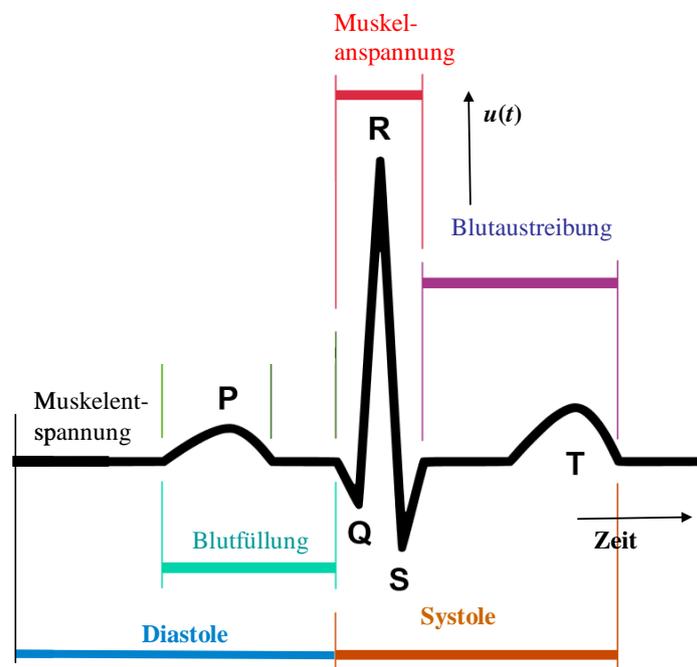


Bild V5.1-3: Elektrokardiogramm während einer Herzperiode (Quelle: Wikipedia.de).

Je Herzperiode gibt es eine „**vulnerable (verwundbare) Phase**“, in der von außen zugeführter el. Strom die Erregung der Herzmuskelfasern besonders stört, nämlich die „T-Zacke“ (Bild V5.1-3). Wird in der vulnerablen Phase diese zusätzliche Muskel-Erregung ausgelöst, kann es zu ungeordneten Erregungen der Herzmuskelzellen kommen („**Kammerflimmern**“). Dabei kommt es durch ungleichmäßige, schnelle Kontraktionen der

Herzmuskelzellen zu einer verringerten Pumpwirkung des Herzens. Im schlimmsten Fall wird kein Blut mehr gepumpt; der Blutkreislauf kommt zum Stillstand, so dass die Körperzellen nicht mehr durch Blutzufuhr ernährt werden. Damit sterben lebenswichtige Zellen etwa 3 ... 5 min. nach Eintreten des Kreislaufstillstands ab, und der Tod setzt ein.

Die Wirkung eines Stromunfalls ist bei Gleich- und Wechselstrom unterschiedlich. Die höhere Stromempfindlichkeit besteht bei Wechselstrom.

Nicht immer führt ein Stromunfall zu einem Kammerflimmern, aber ab einer gewissen Stromstärke wie erwähnt zu Muskelkrämpfen, sodass der berührte Leiter eventuell nicht mehr losgelassen werden kann. Diese experimentell ermittelte „**Loslass-Stromgrenze**“, oberhalb derer man den Leiter nicht mehr loslassen kann, ist frequenzabhängig in Bild V5.1-4 gezeigt. Leider hat diese Schwellenstromstärke für eine bestimmte physiologische Wirkung bei Wechselstrom im für uns relevanten Bereich  $f = 10 \dots (200 \dots 500)$  Hz ein Minimum (*Osyka, Uppenhorn*). Bei einem Stromweg Hand-Rumpf-Hand beträgt diese Loslass-Stromgrenze bei DC etwa 45 mA und bei AC (50/60 Hz) ca. 15 mA (effektiv). Zur Quantifizierung der Kritikalität eines Stromunfalls wird die Gefährdung durch Wechselstrom in vier Bereiche I, II, III, IV eingeteilt (Tabelle V5.1-1).

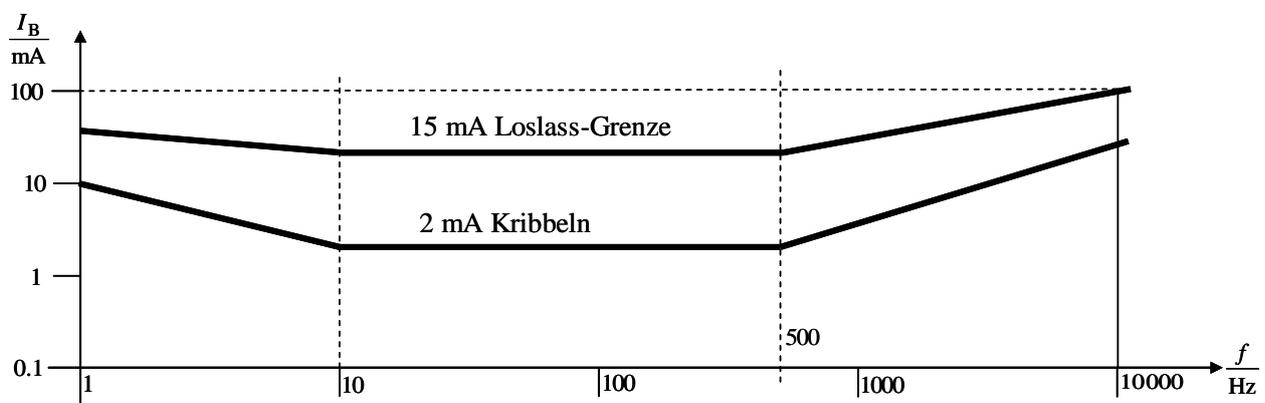


Bild V5.1-4: Schwellenstromstärke zum Loslassen des Leiters und zum Verspüren eines „Kribbelns“.

Bereich	Wechselstrom $I_B$	Physiologische Wirkungen (nach <i>Osyka</i> ) (50 ... 60 Hz)
I	0 ... 2 mA	Strom in der Handfläche wahrnehmbar („Kribbeln“)
	2 ... 15 mA	Loslassen mit Anstrengung noch möglich
	15 ... 25 mA	Loslassen nicht mehr möglich
II	25 ... 40 mA	Außerordentlich starke Muskelverkrampfung Schwelle für Herzkammerflimmern ab ca. 50 mA Bewusstlosigkeit möglich
	40 ... 50 mA	
	50 ... 80 mA	
III	80 mA ... 3 A	Bewusstlosigkeit, Herzkammerflimmern bei <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stromweg „linke Hand-Fuß“ und</li> <li>• bei einer Einwirkungsdauer <math>t_F</math> größer einer Herzperiode (<math>t_F &gt; 0.74</math> s)</li> </ul>
IV	> 3 A	Bewusstlosigkeit während der Stromflussdauer, reversibler Herzstillstand, Strommarken und innere Verbrennungen

Tabelle V5.1-1: Gefährdungseinstufung durch Wechselstrom, zu Grunde liegen männliche, erwachsene, körperlich gesunde Probanden, siehe auch: IEC 60479-1.

Eine alternative Darstellung zu Tabelle V5.1-1 zur physiologischen Wirkung von Wechselstrom (50 ... 60 Hz) auf männliche Erwachsene ist in Bild V5.1-5 gegeben, wo die

vier Phasen der Körperreaktionen über dem Berührstrom  $I_B$  und der Einwirkdauer  $t_F$  aufgetragen sind. Zusätzlich ist die Grenze  $I = 30 \text{ mA}$  eingetragen oberhalb der ein Fehlerstromschutzschalter auslöst.

In der DIN VDE 0101 (Bild V5.1-6) ist für Wechselstrom festgelegt, wie lange (Einwirkdauer  $t_F$ ) ein Leiter unter Einwirkung einer bestimmten Berührspannung  $U_B$  (effektiv) berührt werden kann, ohne das davon eine Gefahr ausgeht (zulässige Berührspannung), wenn man vorschriftsmäßig für den Laborbetrieb gekleidet ist (z. B. el. isolierende Schuhsohlen). Mit einem Wert  $R_K = \text{ca. } 20 \text{ k}\Omega$  (kein Hautdurchbruch) ergibt das der dauerhaft zulässigen Berührstrom  $I_B = U_B / R_K$  für  $t_F \rightarrow \infty$ , somit  $U_B = 75 \text{ V} \Leftrightarrow I_B = 4 \text{ mA}$ . Diese zulässigen Berührspannungswerte besitzen aber **keine Gültigkeit**, wenn innere Körperteile (z. B.: die Zunge) den Leiter berühren, da dann der Körperwiderstand auf einen Bruchteil absinkt. Nimmt man einen minimalen Körperwiderstand gemäß  $R_K \cong R_i \cong 1.5 \text{ k}\Omega$  an, so ergibt sich bereits  $I_B = U_B / R_{K,\text{min}}$ ,  $t_F \rightarrow \infty$ :  $U_B = 75 \text{ V} \Leftrightarrow I_B = 50 \text{ mA}$ , also etwa der Grenzwert, wo möglicherweise Herzkammerflimmern auftreten kann.

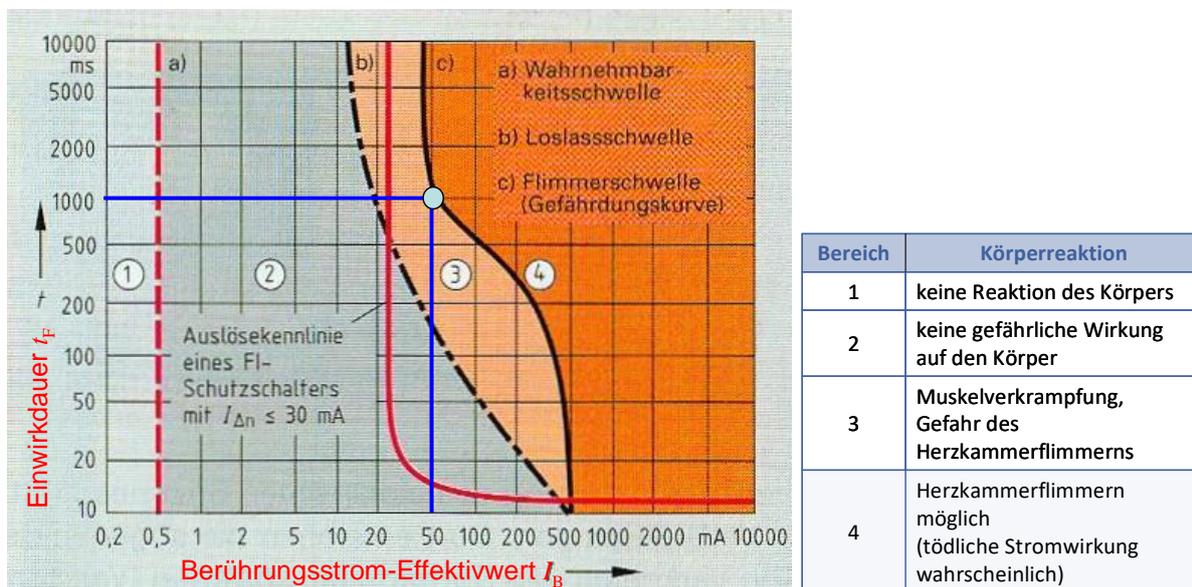


Bild V5.1-5: Physiologische Wirkung von Wechselstrom (50 ... 60 Hz) auf männliche Erwachsene (Strom  $I_B$  vs. Einwirkdauer  $t_F$ ) (Quelle: *Fachkunde Elektrotechnik*; 22.Auflage 1999; Europa Verlag).

**Beispiel V5.1-1:** Die Experimentierspannung (hier = Berührspannung) in Laboren beträgt  $U_B = 50 \text{ V}$  (eff., 50 Hz). Bei einem typischen Körperwiderstand  $R_K = 20.0 \text{ k}\Omega$  ergibt sich bei dauerhafter Berührung ein Berührstrom von  $I_B = 50 / 20\,000 = 2.5 \text{ mA}$ .

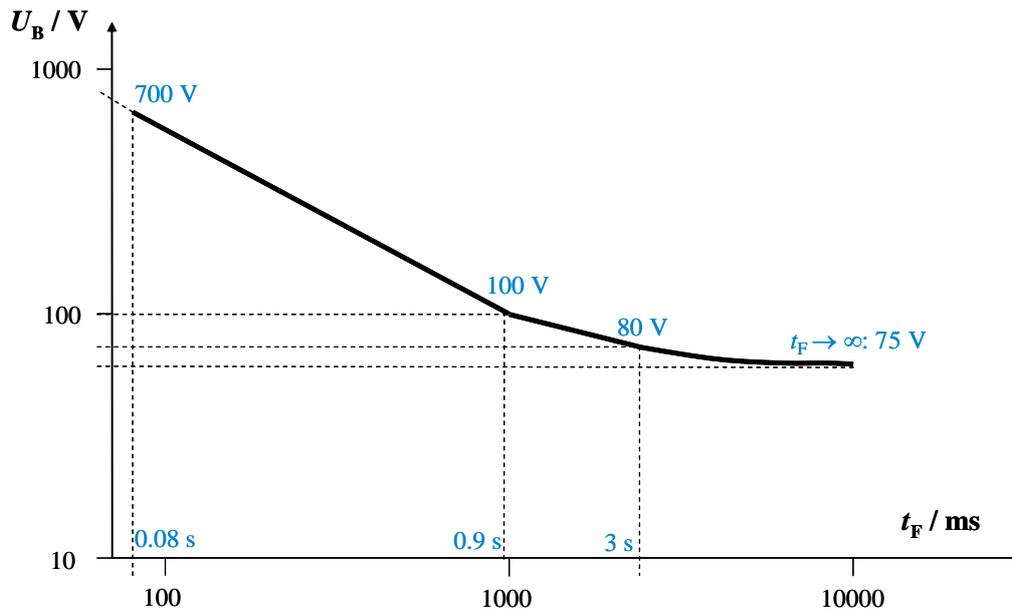
Bei schlechtem Allgemein-Körperzustand (z. B. Erschöpfung, Alkoholgenuss ...) ist Empfindlichkeit gegen Stromschädigung erhöht. Frauen, Kinder und Jugendliche (6 ... 15 Jahre alt) weisen im Allgemeinen eine ca. 30 % niedrigere Stromschwelle für die gleiche Empfindung auf als Männer (siehe Bild V5.1-5). Insbesondere schwangere Frauen haben teilweise erheblich geringere Stromschwellen.

#### Fazit:

Generell sind Stromstärken  $\geq 50 \text{ mA}$  lebensgefährlich und können bei Stromfluss über das Herz zum Tod führen. Die Gefährdung nimmt mit höherer Stromstärke und längerer Einwirkungsdauer zu. Schwere Verbrennungen, z. B. durch Lichtbögen, sind auch ohne Körperströme lebensbedrohlich.

Zur Vermeidung von Stromunfällen sind in der VDE 0105 **fünf Sicherheitsregeln** festgelegt, die bei jeder Tätigkeit in elektrischen Anlagen in der folgenden Reihenfolge angewendet werden müssen:

1. Freischalten!
  2. Gegen Wiedereinschalten sichern!
  3. Spannungsfreiheit feststellen!
  4. Erden und Kurzschließen!
  5. Benachbarte, unter Spannung stehende Teile abdecken oder abschranken!
4. und 5. gelten bei Arbeiten unter Hochspannung ( $> 1000 \text{ V eff. AC}$ ). Nach Beendigung der Arbeiten werden die Maßnahmen 1. ... 5, in umgekehrter Reihenfolge wieder aufgehoben.



**Bild V5.1-6:** Höchste zulässige Berührungsspannung  $U_B$  (AC, eff.) in Abhängigkeit der Einwirkdauer  $t_F$  des Berührungsstroms (Quelle: *ABB Schaltanlagen-Handbuch 2011, nach DIN VDE 0101*).

### Erste-Hilfe-Maßnahmen:

Folgende Sofortmaßnahmen sind bei einem Stromunfall unbedingt zu beachten:

- Strom sofort abschalten (Not-Aus-Schalter)!
- Nicht elektrisch krampfende Person anfassen – sondern **NOT-AUS drücken!**
- Sekundärunfallschäden durch Sturzgefahr nach dem Loslassen vermeiden!
- Verunglückte aus dem Gefahrenbereich entfernen!

Wichtig ist, dass Helfer sich selbst nicht gefährden dürfen. Wenn Spannungsfreiheit hergestellt ist, können gegebenenfalls Wiederbelebensmaßnahmen, etwa Herzdruckmassage bei Atemstillstand, durchgeführt werden.

Möglichst parallel zur Durchführung der Sofortmaßnahmen ist die Rettung (z. B. über eine zweite Person) über den Notruf 112 zu verständigen.

## V5.2 Erdung

### a) Sinn der Erdung und praktische Umsetzung:

Erdung bezeichnet das Ableiten von elektrischen Strömen in das Erdreich. Man unterscheidet zwischen der **Betriebserdung** und der **Schutzerdung**.

Die Betriebserdung stellt den Betriebsstromfluss einphasiger Betriebsmittel zur Erde und von dort zurück zum geerdeten Einspeisepunkt sicher. Der Erdungsleiter hat einen großen Querschnitt, da er den Betriebsstrom trägt.

Die Schutzerdung hingegen trägt nur im Fehlerfall Strom (= Fehlerstrom) (Bild V5.1-1), sodass der Leiterquerschnitt kleiner gewählt werden kann.

Eine **Betriebserdung** (Bild V5.2-1a) findet also im Betriebsstromkreis statt und stellt den störungsfreien Betrieb der Anlage bzw. des Geräts sicher (z. B.: Einphasenbetrieb der *deutschen Bahn DB AG*). Sie dient auch

- zur Vermeidung von Potentialschwankungen einer elektrischen Anordnung,
- zur Verhinderung von Störspannungen aus fremden Anlagen / Geräten,
- zur Einhaltung von Grenzwerten bei Funkstörungen.

Bei Drehstromnetzen wird oft eine **Sternpunktterdung** verwendet (Bild V5.2-1). Man unterscheidet zwischen

- starrer Sternpunktterdung (a):  $Z_E \rightarrow 0$ ,
- niederohmiger Sternpunktterdung (b): Erdungsimpedanz  $Z_E$  klein,
- Resonanz-Sternpunktterdung (c):

*Petersen*-Sternpunkt-Spule  $L_E$  in Resonanz mit der Erdkapazität der Anlage  $C_E$ .

Unterschieden wird zwischen **zentraler Sternpunktterdung**, wo nur ein Sternpunkt geerdet ist, und **teilstarrer Sternpunktterdung**, wo einige Sternpunkte der Anlage geerdet sind.

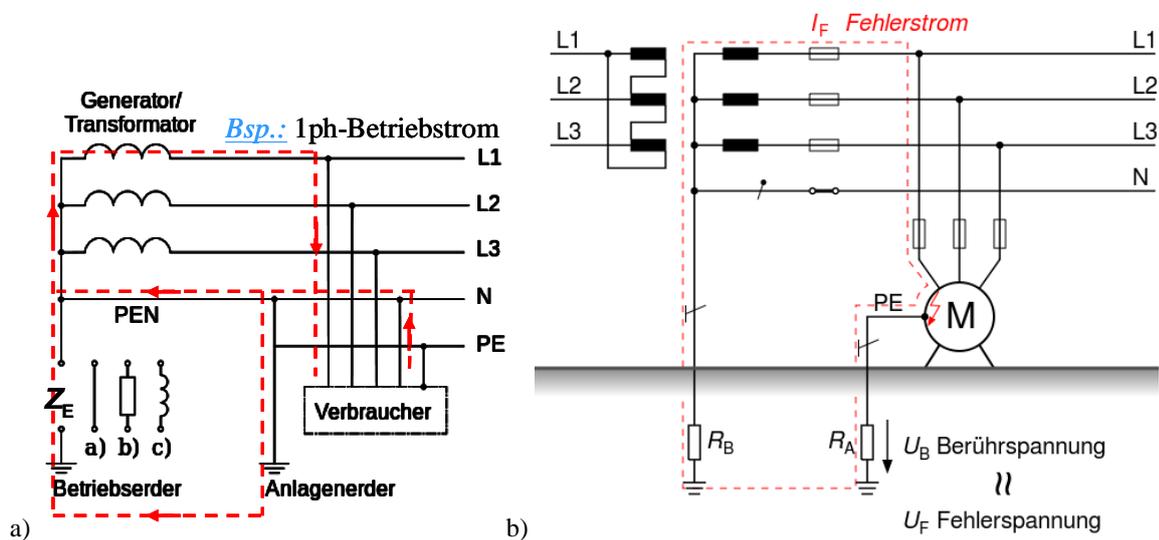


Bild V5.2-1: a) Sternpunktterdung im Drehstromsystem mit Betriebsstromweg, der tw. über den Betriebserder führt, b) Schutzerdung eines dreiphasigen, el. Betriebsmittels (M = E-Motor) mit Fehlerstromweg  $I_F$ , N: Neutralleiter, PE: Schutzleiter,  $Z_E$ : Impedanz der Betriebserdung,  $R_A$ ,  $R_B$ : Widerstände der Schutzerdung (Anlagenerder) (Quelle: Wikipedia.de).

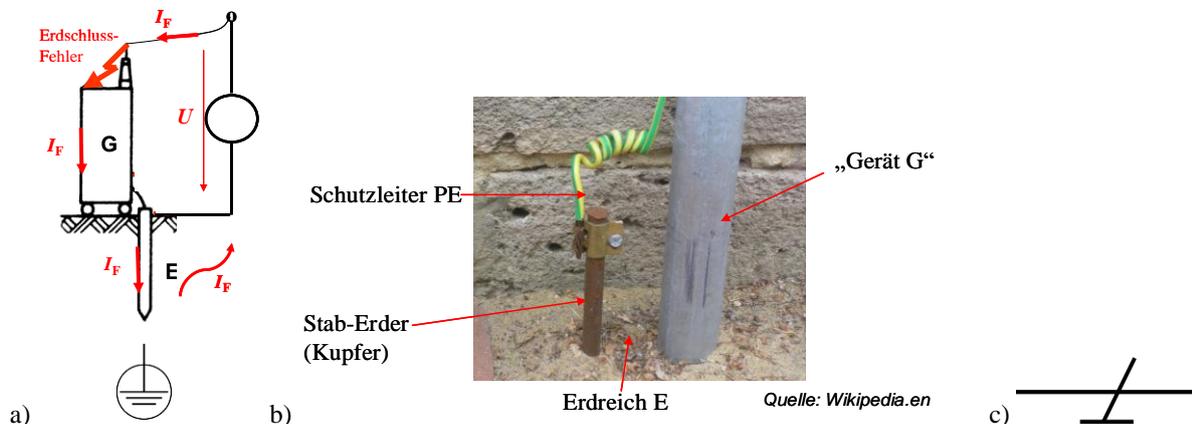


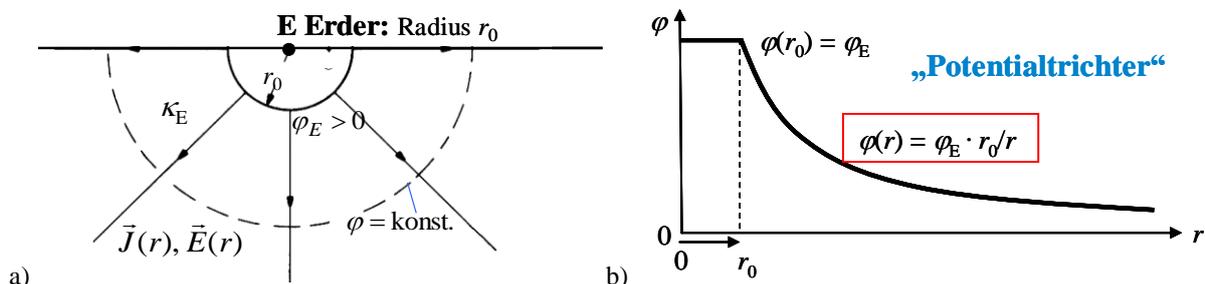
Bild V5.2-2: Schutzerdung eines elektrischen Betriebsmittels (G): a) Schematische Darstellung des Erdes E und des Fehlerstromkreises, b) Praktische Umsetzung der Erdung über einen Stab-Erder im Erdreich, c) Schutzleitersymbol in der technischen Zeichnung (z. B: Bild V5.2-1b).

Bei einer **Schutzerdung** nach DIN VDE 0101, gültig für  $U_N > 1$  kV (eff., AC) werden ein Punkt oder mehrere Punkte eines Betriebsmittels oder Netzes zur elektrischen Sicherheit von Mensch und Tier geerdet. Die Ausführung erfolgt durch die elektrisch leitende Verbindung aller leicht berührbaren und nicht zum Betriebsstromkreis gehörenden elektrisch leitfähigen Geräteteile (z. B. Metallgehäuse) mit dem Potential des Erdreichs zur Vermeidung hoher Berührungsspannungen  $U_B$  beim Auftreten von Funktionsfehlern (Bild V5.2-1b).

Bild V5.2-2 zeigt die praktische Umsetzung einer Schutzerdung. Als Erdungselektrode („Erder“) dient ein unisoliertes, elektrisch leitfähiges Teil, das als elektrische Kontaktfläche in den (elektrisch leitfähigen) Erdboden eingegraben wird. Der Erder bildet mit dem Erdreich eine elektrische Verbindung und dient der Ableitung des elektrischen Fehlerstroms  $I_F$  in das Erdreich. Die Verbindung zwischen Betriebsmittel und Erder ist der **Schutzleiter** (PE, englisch: protective earth; früher auch „Null-Leiter“).

### b) Elektrischer Potentialverlauf im Erdreich bei Erdschluss:

Bei einem Erdschluss (Bild V5.2-2a) vom Leiter zum geerdeten Gehäuse eines el. Betriebsmittels wird der Fehlerstrom  $I_F$  hier idealisiert als eingepprägter Stromfluss vom Erder in das Erdreich betrachtet. Das Erdreich wird vereinfacht idealisiert als homogener, isotroper leitfähiger Halbraum mit spezifischer el. Leitfähigkeit  $\kappa_E$  (Bild V5.2-3). Von dem halbkugelförmigen Erder (Radius  $r_0$ ) als Stromquelle geht der Strom  $I$  aus. Das elektrische Potential am Erder  $r = r_0$  ist  $\varphi_E$ . Aus Symmetriegründen ergeben sich halbkugelförmige Äquipotentialflächen des el. Potentials  $\varphi$ , wobei das Potential im Unendlichen gemäß Bild V5.2-3a Null ist:  $\varphi(r \rightarrow \infty) = 0$ .



**Bild V5.2-3:** a) Idealisiertes Halbraum-Modell zur Berechnung des elektrischen Potentialverlaufs  $\varphi_E$  im Erdreich bei Stromfluss (Stromdichte  $J$ , El. Feldstärke  $E$ , Erder als el. leitende Halbkugel mit dem Radius  $r_0$ ), b) Verlauf des elektrischen Potentials  $\varphi(r)$  in Abhängigkeit vom Radius  $r$  und vom Erderpotential  $\varphi_E$ .

Das vom Erder mit dem el. Potential  $\varphi_E$  ausgehende  $E$ -Feld ist normal auf die Äquipotentialflächen und daher radial. Mit dem lokalen *Ohm'schen* Gesetz im Erdreich  $\vec{J}(r) = \kappa_E \cdot \vec{E}(r)$  resultiert das  $J$ -Feld der el. Stromdichte im Erdreich, das ebenfalls nur eine Radialkomponente hat. Der Strom  $I(r)$  resultiert aus dem Flächenintegral der Stromdichte  $J(r)$  über eine Halbkugelfläche beim Radius  $r$  (V5.2-1).

$$I = \int_{A(r)} \vec{J}(r) \cdot d\vec{A} = J(r) \cdot A(r) \quad (\text{V5.2-1})$$

Die Halbkugelfläche  $A(r)$  bei einem Radius  $r$  ist  $A(r) = 2\pi \cdot r^2$ . Für den Strom außerhalb des Erders ( $r > r_0$ ) folgt (V5.2-2) und daraus die elektrische Feldstärke  $E(r)$  (V5.2-3).

$$I = 2\pi \cdot r^2 \cdot J(r) = 2\pi \cdot r^2 \cdot \kappa_E \cdot E(r) \quad (\text{V5.2-2})$$

Wegen  $E(r) = -d\varphi(r)/dr$  erhalten wir aus der Integration parallel zur  $E$ -Feldlinie in radialer Richtung das elektrische Potential  $\varphi$  im Erdreich (V5.2-3).

$$E(r) = \frac{I}{2\pi \cdot r^2 \cdot \kappa_E}, \quad \varphi(r) = -\int E(r) \cdot dr = \frac{I}{2\pi \cdot r \cdot \kappa_E} \quad (\text{V5.2-3})$$

Das elektrische Potential  $\varphi_E$  an der Erdoberfläche (Radius  $r_0$ ) in Abhängigkeit des Stroms  $I$  ist (V5.2-4). Damit wird das elektrische Potential  $\varphi$  für beliebigen Radius  $r$  in (V5.2-4) in Abhängigkeit vom elektrischen Potential  $\varphi_E$  an der Erdoberfläche (Radius  $r_0$ ) angegeben. Der hyperbolische Verlauf  $\varphi(r)$  ist in Bild V5.2-3b qualitativ dargestellt und wird als „Potentialtrichter“ bezeichnet.

$$\boxed{\varphi(r_0) = \varphi_E = \frac{I}{2\pi \cdot r_0 \cdot \kappa_E}}, \quad \boxed{\varphi(r) = \frac{\varphi_E \cdot r_0}{r}} \quad (\text{V5.2-4})$$

### c) Erder-, Schritt- und Berührungsspannung:

Die Begriffe **Erderspannung**  $U_E$ , **Schrittspannung**  $U_S$  und **Berührungsspannung**  $U_B$  in Bild V5.2-4 haben folgende Bedeutung: Die **Erderspannung** entspricht der Differenz von Erderpotential  $\varphi_E$  (Potential des Betriebsmittels G) zum Bezugs-erdpotential im Unendlichen  $\varphi(r \rightarrow \infty) = 0$  (V5.2-4, -5) und ist damit gleich dem Wert des Erderpotentials  $\varphi_E$ .

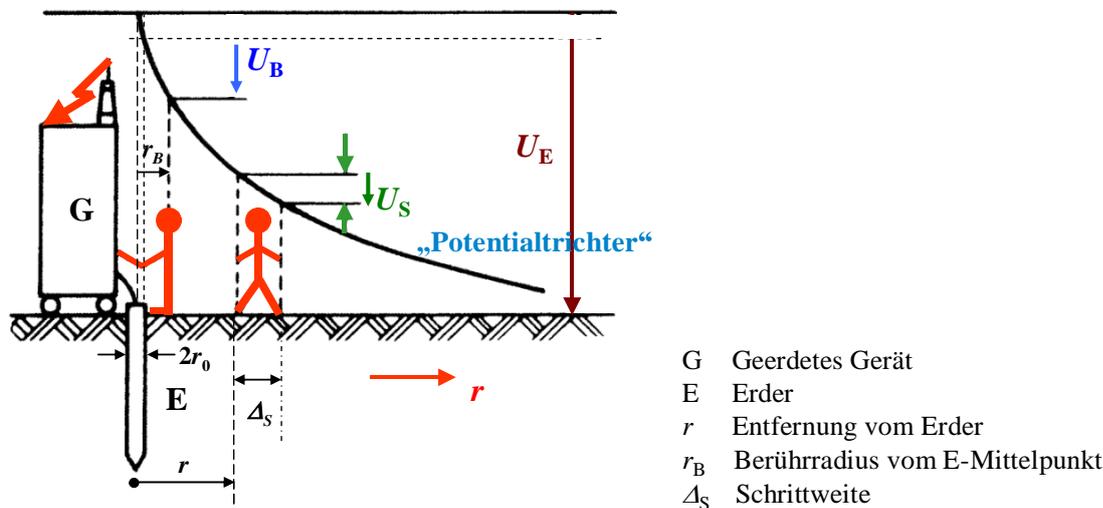


Bild V5.2-4: Der „Potentialtrichter“ führt zur Erderspannung  $U_E$ , Schrittspannung  $U_S$  und Berührungsspannung  $U_B$ .

$$U_E = \varphi(r_0) - \varphi(r \rightarrow \infty) = \varphi(r_0) = \varphi_E \quad (\text{V5.2-5})$$

Die **Berührungsspannung**  $U_B$  ist die Differenz von Erderpotential  $\varphi_E$  zum Potential  $\varphi(r_B)$  (V5.2-6) im Abstand  $r_B$ . In der VDE 0101 ist definiert:  $r_B = 1$  m.

$$U_B = \varphi(r_0) - \varphi(r_B) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_B} \right) \quad (\text{V5.2-6})$$

Die **Schrittspannung**  $U_S$  ist die Differenz von Potential  $\varphi(r)$  im Abstand  $r$  zum Potential  $\varphi(r + \Delta_S)$  im Abstand  $(r + \Delta_S)$  (V5.2-7), wobei  $\Delta_S$  die **Schrittweite** ist.  $U_S = U_S(r)$  hängt vom Radius  $r$  ab. In VDE 0101 ist die Schrittweite definiert als  $\Delta_S = 1$  m in der Richtung des  $E$ -Feldgradienten.

$$U_S(r) = \varphi(r) - \varphi(r + \Delta_S) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r + \Delta_S} \right) \quad (\text{V5.2-7})$$

Der **Erderwiderstand**  $R_E$  (auch: „Ausbreitungswiderstand“) wird gemäß (V5.2-8) für den halbkugelförmigen Erder mit Kugelradius  $r_0$  berechnet (Bild V5.2-5). Der Widerstand des Erders selbst ist gegenüber dem Erdreichwiderstand vernachlässigbar klein.

$$R_E = U_E / I = \frac{1}{2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0} \quad (\text{V5.2-8})$$

Die Formeln für die Berührungsspannung  $U_B$  und die Schrittspannung  $U_S$  lauten mit den Bezeichnungen aus Bild V5.2-5:

Berührungsspannung  $U_B$ :  $r_B = r_1 : U_B = \varphi(r_0) - \varphi(r_1) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)$

Schrittspannung  $U_S$ :  $r_2 = r, r_3 = r_2 + \Delta_S : U_S = \varphi(r_2) - \varphi(r_3) = \frac{I}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$

Um die Berührungsspannung zu reduzieren, soll der Halbkugelradius  $r_0$  des Erders möglichst groß sein. Idealerweise ist  $r_0 > r_1$ , denn dann befindet man sich auf der geerdeten Fläche.

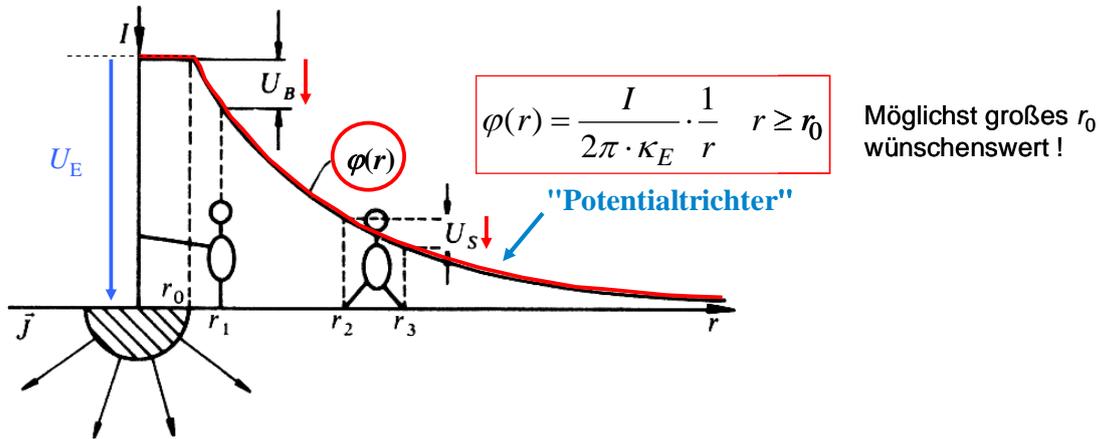


Bild V5.2-5: Berührungsspannung  $U_B$  und Schrittspannung  $U_S$  bei einem halbkugelförmigen Erder.

Beispiel V5.2-1: Erdung eines Freileitungsmasts mit einem Halbkugel-, „Mast-Erder“ (Bild V5.2-6a):  $U_N = 20 \text{ kV} \Rightarrow U_m = 24 \text{ kV}$ . Der ideal geerdete Sternpunkt N des speisenden Transformators der Freileitung bei  $r \rightarrow \infty$  hat den Erdungswiderstand Null (Bild V5.2-6b). Es wird feuchtes Erdreich angenommen.

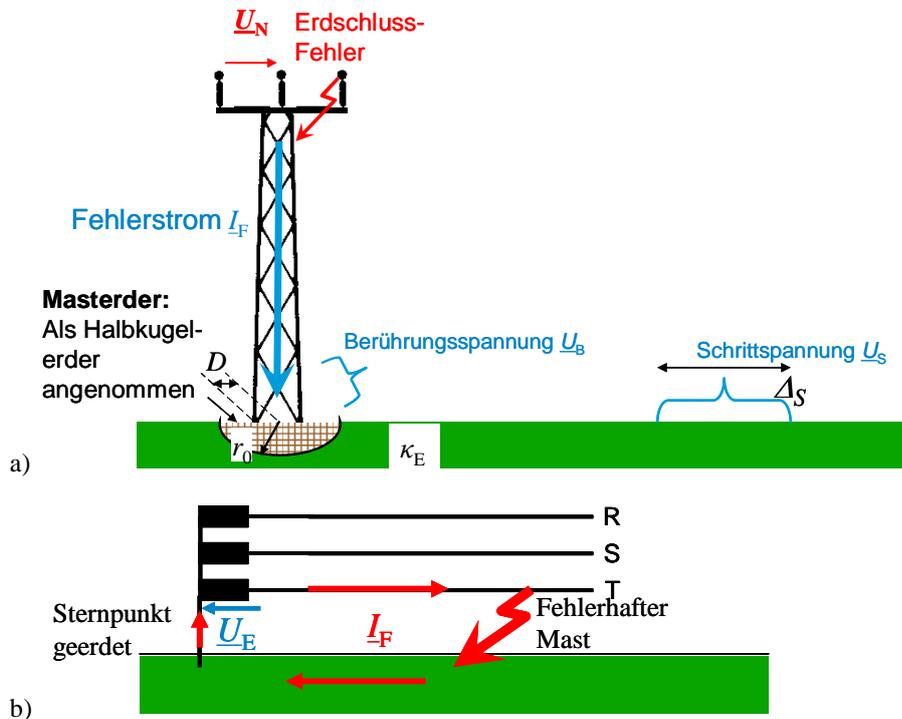


Bild V5.2-6: Erdung eines Freileitungsmasten: a) Gesamtanordnung, b) Strompfad des Fehlerstroms  $I_F$ .

Mit der el. Leitfähigkeit des feuchten Erdbodens  $\kappa_E = 10^{-2} \text{ S/m}$ , der relativen Permittivität des feuchten Erdbereichs  $\epsilon_r = 4$ , dem Erder-Radius  $r_0 = 2 \text{ m}$  und dem Abstand des Mastfußes vom Erdmittelpunkt  $D = 1 \text{ m}$  (Bild V5.2-6a) werden folgende Fragen beantwortet.

- Welcher Strom  $\underline{I} = \underline{I}_F$  fließt in den Erdboden, wenn ein Leiterseil den Mast berührt?
- Wie groß ist die Berührungsspannung  $U_B$ , wenn eine Person im Abstand einer Armlänge  $r = \Delta_A = 0.8 \text{ m}$  vom Mast entfernt steht bei
  - gegebenem Erder  $r_0 = 2 \text{ m}$  und
  - zu kleinem Erder  $r_0 = 1 \text{ m}$ ?
- Wie groß ist die Schrittspannung in c1) 10 m, c2) 20 m Entfernung vom Mast (Schrittweite  $\Delta_S = 80 \text{ cm}$ )?
- Wie groß ist zu b1) der Erdungswiderstand  $R_E$ ?

Zu a):

$$\underline{U}_E = \underline{\varphi}(r_0) - \underline{\varphi}(r \rightarrow \infty) = \frac{\underline{I}_F}{2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0} \Rightarrow \underline{I}_F = \underline{U}_E \cdot 2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0 \quad \text{mit } U_E = \frac{U_m}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \text{ kV},$$

$$I_F = \frac{24}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 10^{-2} \cdot 2 \frac{\text{V A m}}{\text{V m}} = 1741 \text{ A}$$

Zu b):

b1)  $r_0 = 2 \text{ m}$ :

Die Berührungsspannung ist  $U_B = 0 \text{ V}$ , da  $D + \Delta_A = 1.8 \text{ m} < r_0 = 2 \text{ m}$ . Die Person steht im Abstand einer Armlänge ( $\Delta_A = 80 \text{ cm}$ ) vom Mast immer noch direkt auf dem Erder!

b2)  $r_0 = 1 \text{ m}$ :

Ist der Erderradius  $r_0$  so klein ( $r_0 = 1 \text{ m}$ ), dass die Person bei Berührung nicht mehr auf dem Erder steht, nimmt die Berührungsspannung einen lebensgefährlich hohen Wert an!

$$I_F = \frac{24}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 10^{-2} \cdot 1 = 871 \text{ A}, \quad U_B = \varphi(r_0) - \varphi(r_0 + \Delta_A) = 6.15 \text{ kV} : \text{ Erderradius zu klein!}$$

Zu c):

Aus Abschnitt V5.1 folgt die Forderung nach einer maximalen AC-Schrittspannung von  $U_S < 60 \text{ V}$  effektiv. Damit ergibt sich im ungünstigsten Fall eines sehr kleinen Körperwiderstands  $1.5 \text{ k}\Omega$  ein Körperstromfluss von  $I_B = U_S/R_K = 60 \text{ V}/1.5 \text{ k}\Omega = 40 \text{ mA} < 50 \text{ mA}$ , sodass die Schwelle für Herzkammerflimmern noch unterschritten wird.

Bei einem Fehlerstrom im Fall b1) von  $I_F = 1741 \text{ A}$  ergibt sich:

$$\text{c1) } 10 \text{ m Entfernung: } U_S = \frac{I_F}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{10.8} \right) = 205 \text{ V} > 60 \text{ V},$$

$$\text{c2) } 20 \text{ m Entfernung: } U_S = \frac{I_F}{2\pi \cdot \kappa_E} \cdot \left( \frac{1}{20} - \frac{1}{20.8} \right) = 53 \text{ V} < 60 \text{ V}.$$

Resultat: Steht die Person näher als 20 m am Mast, erreicht die Schrittspannung lebensbedrohlich hohe Werte.

Zu d):

$$R_E = \frac{1}{2\pi \cdot \kappa_E \cdot r_0} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 8 \Omega.$$

Zur Reduktion der Schrittspannungswerte  $U_S$  sollte der Potentialverlauf einen „flachen“ Potentialtrichter aufweisen. Eine Maßnahme ist das tiefere Eingraben des Erders, z. B. durch eine Kugel- statt Halbkugel-Anordnung. Damit steigt der Abstand  $r$  zum Erder und  $U_S$  sinkt. Alternativ kann eine Potentialsteuerung durch mehrere Erder-Ringe vorgenommen werden, was aber aufwändig ist.

Generell ist im Unterschied zur bisherigen Betrachtung nicht der Fehlerstrom  $I_F$  am Erder eingepreßt, sondern durch den Gesamtspannungsfall  $U_E$  und die global wirkende Gesamtimpedanz des Erdfpads bestimmt. Wegen  $U_S \propto 1/\kappa_{E, \text{lokal}}$  erhöht sich die Schrittspannung mit lokal abnehmender Bodenleitfähigkeit (d.h. bei Austrocknung des Bodens) bzw. verringert sich bei lokal leitfähigerem Boden. Typische spezifische Widerstandswerte  $\rho_E = 1/\kappa_E$  für das Erdreich sind:

$\rho_E / (\Omega \cdot m) = 50$	...	500	...	2000	...	$10^5$
Moor		feuchter Kies		trockener Sand		Fels

Die Gefahr gefährlicher elektrischer Körper-Durchströmung wird minimiert, wenn der Körper den Boden nur an einer einzigen Stelle mit möglichst kleiner Fläche berührt (z.B. auch bei Blitzeinschlag in der Nähe). Man steht daher im Potentialtrichter-Bereich mit geschlossenen Füßen am sichersten, da  $\Delta_S$  minimal ist.

Deshalb gilt bei Gewitter: Mit geschlossenen Füßen in der Hock-Stellung (Bild V5.2-7a)! Durch die Hocke wird man kleiner und erzielt eine geringere „Spitzenwirkung“ und damit geringere max. Feldstärke  $E_{\text{max}}$  im Kopfbereich, um den Blitz nicht selbst „anzuziehen“.

Nicht hinsetzen oder gar hinlegen, da sonst  $\Delta_S$  zu groß ist!

Für Tiere im Freien, z. B. weidende Kühe, kann die Schrittspannung  $U_S$  aufgrund des großen Abstands der Vorder- und Hinterbeine lebensbedrohlich groß sein (Bild V5.2-9b).

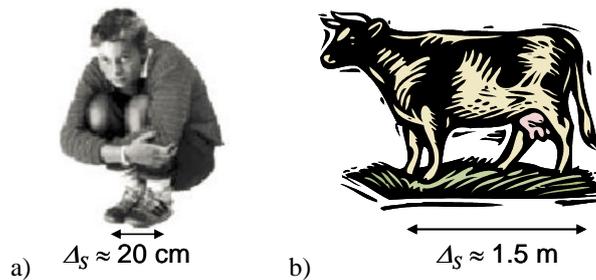


Bild V5.2-7: Unterschiedliche Schrittweiten: a) Ideale Haltung zur Reduzierung der Schrittspannung, z. B. anwendbar bei Gewitter (Quelle: VDE), b) hohe Schrittweite und Schrittspannung bei Großtieren im Freien.

**d) Erderarten:**

Kugelerder	Halbkugelerder	Plattenerder	Staberder	Banderder
$R_E = \frac{\rho_E}{4\pi \cdot R}$ Für $R = 0.5 \text{ m}$ : $R_E = 16 \Omega$	$R_E = \frac{\rho_E}{2\pi \cdot R}$ Für $R = 1.0 \text{ m}$ : $R_E = 16 \Omega$	$R_E \approx \frac{\rho_E}{8 \cdot R}$ Für $R = 0.8 \text{ m}$ : $R_E = 16 \Omega$	$R_E = \frac{\rho_E}{2\pi \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{2l}{R}\right)$ Für $R = 30 \text{ mm}$ , $l = 6 \text{ m}$ : $R_E = 16 \Omega$	$R_E \approx \frac{\rho_E}{\pi \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{l}{R}\right)$ Für $R = 30 \text{ mm}$ , $l = 12 \text{ m}$ : $R_E = 16 \Omega$

Tabelle V5.2-1: Typische Erderarten und beispielhafte Erdausbreitungswiderstände.

Tabelle V5.2-1 zeigt typische als Erderarten den Kugelerder, Halbkugelerder, Plattenerder, Staberder und Banderder. Sie weisen unterschiedliche Erdausbreitungswiderstände  $R_E$  auf. Die Erdausbreitungswiderstände gelten für einen spezifischen el. Widerstand des feuchten

Erdreichs  $\rho_E = 100 \Omega \cdot m$  und die genannten Erderabmessungen  $R, l$ . Bei gleichem Wert für  $R_E$  hat der Kugelerder die kleinsten Abmessungen. Ein tiefer Kugelerder und Banderder bilden „flache“ Potentialtrichter, was die Reduzierung der Schrittspannung begünstigt.

### V5.3 Schutz in Niederspannungsnetzen

#### a) Berührungsschutz in Niederspannungsnetzen ( $U_N \leq 1 \text{ kV}$ ) nach DIN VDE 0100:

In der *deutschen* Norm DIN VDE 0100 sind Maßnahmen definiert zum

- Schutz sowohl gegen direktes als auch indirektes Berühren,
- Schutz gegen direktes Berühren,
- Schutz bei indirektem Berühren.

(a-i) Direktes Berühren: Der **Basisschutz** soll das direkte, zufällige (unabsichtliche) Berühren spannungsführender Teile verhindern.

(a-i-1): Ein **vollständiger Schutz** vor spannungsführenden Teilen wird durch Isolierung, Umhüllung oder Abdeckung der spannungsführenden Teile erreicht.

(a-i-2): Ein **teilweiser Schutz** gegen direktes Berühren wird durch Hindernisse (z. B. Abschrankungen) gegen spannungsführende Teile erreicht.

Für Elektrofachkräfte (Regel 5 der 5 Sicherheitsregeln, V5.1) ist ein absichtliches Berühren potentiell spannungsführender Teile nicht ausgeschlossen!

(a-ii) Indirektes Berühren: Der Fehlerschutz bei indirektem Berühren (DIN VDE 0100) muss so geartet sein, dass ein gefahrloses Berühren von zunächst nicht spannungsführenden Teilen elektrischer Betriebsmittel möglich ist, die infolge eines Fehlers, also ungewollt unter Spannung stehen. Hat z. B. das in Bild V5.3-1 schematisch gezeigte Betriebsmittel mit elektrisch leitfähigem, normalerweise isoliertem Gehäuse durch einen Fehler Kontakt mit einem Leiter im Inneren und steht damit unter der Spannung  $U$ , muss der Fehlerschutzmechanismus auslösen.

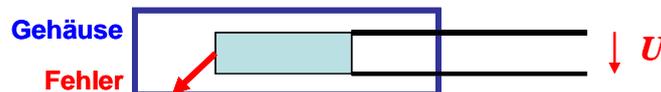


Bild V5.3-1: Betriebsmittel mit elektrisch leitfähigem Gehäuse im Fehlerfall („Körperschluss“).

(a-iii) Schutzmaßnahmen für indirektes Berühren:

(a-iii-1) Schutz durch Abschalten oder Meldung:

Bei Auftreten von Fehlern werden gefährliche Berührungsspannungen durch das Ansprechen von Schutzeinrichtungen automatisch verhindert. Das Einstellen der Auslöseschwelle erfolgt durch Koordinierung von Netzform und Schutzeinrichtung, die den fehlerhaften Anlagenteil in der vorgeschriebenen **Abschaltzeit** (z. B. 0.2 s oder 5 s) abschalten muss.

(a-iii-2) Schutzisolierung:

Elektrisch leitfähige Teile mit möglicherweise gefährlich hoher Berührungsspannung sind durch einen Isolierstoff zu umhüllen.

(a-iii-3) Schutz durch nichtleitende Räume: (für das Arbeiten unter Spannung)

Diese Räume sind so elektrisch isoliert und die Abstände sind so groß festgelegt (min. 2.5 m), dass immer nur das Berühren eines el. Potentials möglich ist. Zwei unterschiedliche el. Potentiale können niemals gleichzeitig berührt werden. So befindet sich z. B. die Person auf demselben (hohen) elektrischen Potential wie das Betriebsmittels, das er bearbeitet.

(a-iii-4) Schutz durch erdfreien, örtlichen Potentialausgleich (PE):

Alle gleichzeitig berührbaren Körper und fremde elektrisch leitfähige Teile werden ohne Erdung durch PE miteinander verbunden.

(a-iii-5) Schutztrennung:

Es kommen über Trenntransformatoren gespeiste, nicht geerdete Stromkreise mit kleiner Erdkapazität  $C_E$  zum Einsatz. Bei einzeltem Erdschlussfehler fließt zufolge der el. Spannung  $U_E$  gegen Erde der Fehlerstrom  $I_F$  und wird durch die kleine Erdkapazität  $C_E$  des nicht geerdeten Stromkreises auf ungefährlich kleine Werte begrenzt:  $I_F \cong U_E \cdot \omega C_E$ .

**b) Sicherheits-, Schutz- und Funktionskleinspannung:**

Für Netze, in denen das Berühren spannungsführender Teile möglich sein muss, sind nach den internationalen Normen IEC 60449, IEC 60364-4-41 (VDE 0100-410) die drei Spannungsgrenzen „Sicherheitsspannung“, „Schutzspannung“ und „Funktionskleinspannung“ (Tabelle V5.3-1) definiert.

Bezeichnung	Spannungsbereich	Sichere Trennung ?	Basisisolierung erforderlich ?	Erdung erlaubt ?
SELV	$U \leq 25$ V (eff.) AC $U \leq 60$ V DC	Ja	Nein	Nein *)
SELV	$U \leq 50$ V (eff.) AC $U \leq 120$ V DC	Ja	Ja	Nein *)
PELV	$U \leq 50$ V (eff.) AC $U \leq 120$ V DC	Ja	Ja	Ja
FELV	$U \leq 50$ V (eff.) AC $U \leq 120$ V DC	Nein	Ja	Ja

\*) Bei Erdung des Stromkreises kann bei Berührung des blanken Drahts bzw. bei schadhafter Basisisolierung ein (kleiner) Fehlerstrom fließen!

Tabelle V5.3-1: Überblick über die Sicherheits-, Schutz- und Funktionskleinspannungsebenen.

(b-i) Sicherheitskleinspannung: (Safety Extra Low Voltage, SELV)

Der SELV-Stromkreis ist nicht geerdet. Der Stromkreis und mit ihm das Betriebsmittel ist gegen Stromkreise höherer Spannung als den in Tab. V5.3-1 genannten Grenzwerten durch „sichere Trennung“ (z. B. Sicherheitstransformator Bild V5.3-2b, s. u.) so isoliert, dass Schutz gegen „elektrischen Schlag“ bei Berühren gegeben ist. Ein **Trenn-Transformator** (Bild V5.3-2a, V5.3-3) hat ein Übersetzungsverhältnis von  $\ddot{u} = 1$ . Er stellt durch galvanische Trennung von Primär- und Sekundärseite die Schutztrennung her. Bilder V5.3-3 verdeutlicht die schützende Wirkung eines Trenntransformators im Fehlerfall.

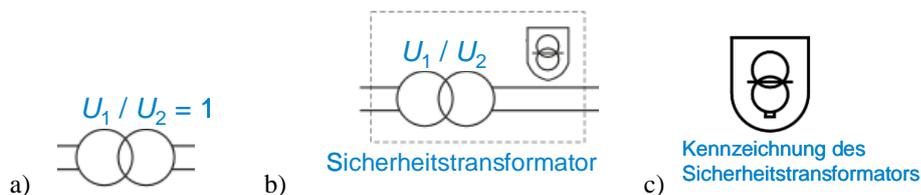


Bild V5.3-2: Schaltbilder: a) Trenntransformator: Übersetzungsverhältnis von  $\ddot{u} = U_1 : U_2 = 1$ , b) Sicherheitstransformator, c) Kennzeichnung von b) (Quelle: *Wikipedia.de*).

Ohne Trenntransformator (Bild V5.3-3a, geerdetes System angenommen) kann bei el. Verbindung des Stromkreises mit dem el. leitfähigen Gehäuse („Körperschluss“) ein Fehlerstrom  $I_F$  als Erdstrom über die das Gehäuse berührende Person fließen. Der für Menschen gefährliche Fehlerstrom ab ca. 30 mA ist für das Auslösen der Sicherung oder des Leitungsschutzschalters des Stromkreises (z. B. 16 A-Sicherung) viel zu klein. Mit Trenntransformator (Bild V5.3-3b, Sekundärstromkreis nicht geerdet, nur die kleine Leiter-Erd-Kapazität  $C_E$  ist wirksam) fließt kein Fehlerstrom über die berührende Person. Durch die galvanische Trennung des Trenntransformators ist für den Pfad des Fehlerstroms  $I_F$  die zur

kleinen Leiter-Erd-Kapazität  $C_E$  zugehörige Reaktanz viel größer als die übrigen Widerstände im Stromkreis ( $1/(\omega \cdot C_E) \gg R$ ), sodass der Fehlerstrom  $I_F$  nahezu Null ist:  
 $I_F \approx U_{ph} \cdot \omega \cdot C_E \ll I_{B,grenz} \Rightarrow I_F \approx 0$ .

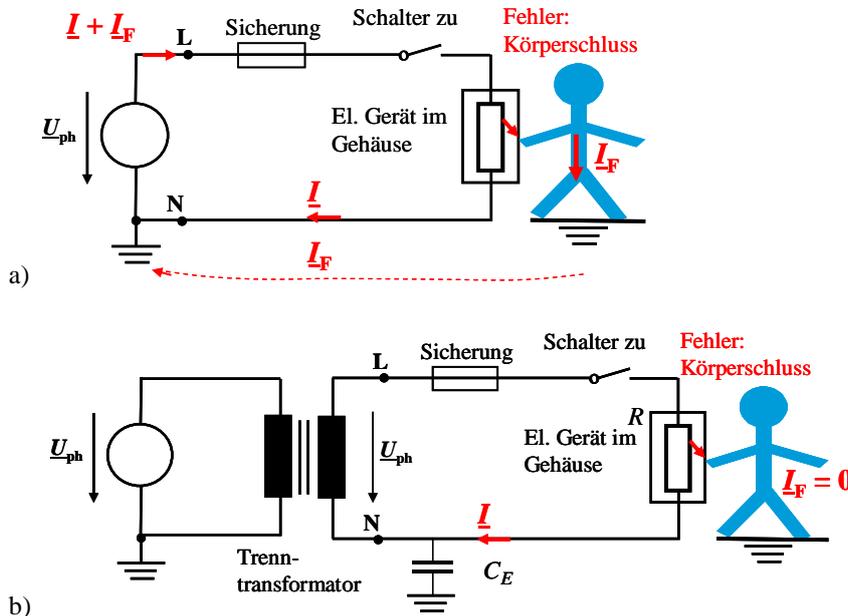


Bild V5.3-3: Körperschluss an einem Gerät mit leitfähigem Gehäuse und berührender Person ( $I$ : Betriebsstrom):  
 a) Ohne Trenntransformator kann ein gefährlicher Fehlerstrom  $I_F$  über die Person gegen Erde fließen. b) Mit Trenntransformator ist der Fehlerstrom nahezu Null.

Ein **Sicherheits- oder Schutztransformator** (Bild V5.3-2b, c) ist ein Trenntransformator, der für eine Spannung von  $U_1 \leq 1.1 \text{ kV}$  primär und  $U_2 \leq 50 \text{ V}$  effektiv zugelassen ist. Er weist ein Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u} > 1$  auf und liefert somit sekundärseitig eine Kleinspannung für SELV- und PELV-Stromkreise.

Zwei Spannungsniveaus werden bei SELV unterschieden:

**(b-i-1):** Das max. zulässige Spannungsniveau beträgt  $U \leq 25 \text{ V (eff.) AC bzw. } U \leq 60 \text{ V DC}$ . Hier ist keine Basisisolierung (Bild V5.3-4a) erforderlich. Im „Worst-Case“ minimalen Körperwiderstands fließt der Körperstrom  $I_{B,AC}$  an der „Loslass-Grenze“ gemäß V5.1:  $R_K \approx R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ :  $I_{B,AC} = U_{AC} / R_K = 25 \text{ mA}$ . Im Normalfall mit  $R_K$ -Werten  $10 \dots 20 \text{ k}\Omega$  ist der Berührstrom unter  $1 \dots 2 \text{ mA}$ .

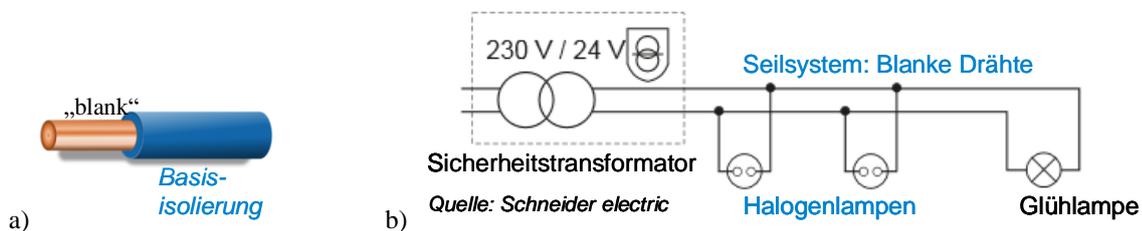


Bild V5.3-4: a) Blanker Kupferdraht und Basisisolierung, b) Kleinspannungs-Halogenlampen und Glühlampe mit blankem Strom-Seilsystem, gespeist über einen Sicherheitstransformator.

Die blanken stromführenden Leiterdrähte sind selbst für Kinder und Tiere ungefährlich. Anwendungen für diese Netze sind Kleinspannungs-Halogenlampen (Bild V5.3-2b) mit blankem Strom-Seilsystem, Modelleisenbahn-Transformatoren, Steckernetzteile, Ladegeräte, Kinderspielzeug mit  $U_{N,DC} \leq 24 \text{ V}$  Gleichspannung.

(b-i-2): Das max. zulässige Spannungsniveau ist  $U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$  bzw.  $U \leq 120 \text{ V DC}$ .

Wegen der gegenüber (b-i-1) doppelt so hohen Spannungswerte ist eine Basisisolierung als Schutz gegen direktes Berühren elektrisch leitfähiger Teile nötig. Im „Worst-Case“ minimalen Körperwiderstands fließt der Körperstrom  $I_{B,AC}$  an der „Herzkammerflimmer-Grenze“ (V5.1):  $R_K \approx R_i = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $I_{B,AC} = U_{AC} / R_K = 50 \text{ mA}$ . Im Normalfall mit  $R_K$ -Werten 10 ... 20 k $\Omega$  ist der Berührstrom unter 2 ... 5 mA.

Typische Anwendung sind Stromversorgungen auf Baustellen mit speziellem SELV-Niederspannungsnetz. In diesen ungeerdeten SELV-Netzen können vornehmlich zwei Fehlerarten auftreten:

- Falls sekundärseitig zwei Verbraucher angeschlossen sind, besteht beim gleichzeitigen el. leitfähigen Berühren die Möglichkeit eines Ausgleichstromflusses über den Körper. Deshalb sollte sekundärseitig nur ein Betriebsmittel angeschlossen sein.
- Beim seltenen „Doppelfehler“: Falls der Leiter des Sekundärstromkreises die Erde berührt (Fehler 1 = unabsichtliche Erdung des SELV-Kreises), wird bei Berühren des fehlerhaften Geräts (Fehler 2) der Fehlerstromkreis geschlossen, sodass ein Fehlerstrom über den berührenden Menschen fließen. Wegen der Sicherheitskleinspannung sind die Fehlerströme aber ungefährlich klein!

(b-ii) Schutzkleinspannung: (Protective Extra Low Voltage, PELV; hieß früher: „Funktionskleinspannung mit sicherer Trennung“)  $U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$ ,  $U \leq 120 \text{ V DC}$ .

Im Unterschied zu SELV sind PELV-Netze sekundärseitig geerdet. Diese „**Funktions-erdung**“ ist mit dem Symbol  gekennzeichnet. Wie bei SELV mit  $U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$ ,  $U \leq 120 \text{ V DC}$  ist eine Basisisolierung erforderlich, die ein direktes (unabsichtliches) Berühren spannungsführender Teile unmöglich macht. Eine **Schutztrennung** („sichere Trennung“) wird durch Trenn- oder Sicherheitstransformatoren (s. o.), einen eigenen AC-Generator (Bild V5.3-5b) oder eine eigene DC-Quelle (Batterie) hergestellt. Trotz des geerdeten Betriebsmittels kann aufgrund der „sicheren Trennung“ kein Erdstrom  $I_F$  fließen, da kein geschlossener Stromkreis vorhanden ist (Bild V5.3-5).

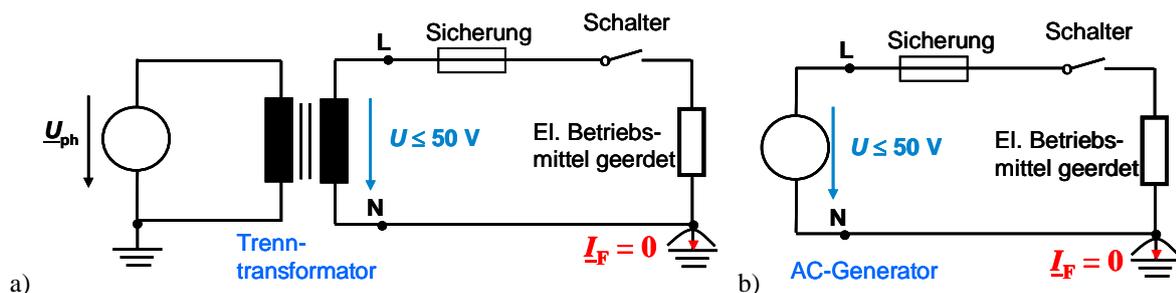


Bild V5.3-5: Funktionserdung bei Schutzkleinspannung PELV bei Speisung mit a) einem Trenntransformator, b) einem AC-Generator. Es fließt im Normalfall kein  $I_F$ , da der Stromkreis dafür nicht geschlossen ist.

PELV-Netze finden Einsatz bei ungünstigen Umgebungsbedingungen, bei denen das Kleinspannungs-Betriebsmittel geerdet sein muss z. B. zur Vermeidung von Funkenbildung. Anwendungen sind in der Bauindustrie (z. B. Explosionsgefahr), Betrieb von E-Werkzeugen in Kesseln („enger metallischer Raum“) und Rasier-Steckdosen in Badezimmern.

Wie bei SELV soll bei Schutzkleinspannungsnetzen sekundärseitig nur ein Betriebsmittel angeschlossen sein, da sonst bei einem Körperschluss an einem Gerät die Gefahr des Ausgleichsstroms zum zweiten Gerät besteht. Wenn nur ein Betriebsmittel vorhanden ist und

an ihm ein Körperschluss vorliegt (Bild V5.3-6), fließt wegen der Funktionserdung ein Fehlerstrom über Person und Erde  $I_F$ , wenn das defekte Betriebsmittel berührt wird. Dieser ist jedoch wegen  $U_2 \leq 50 \text{ V}$  im worst-case  $R_K \approx R_i = 1 \text{ k}\Omega$  auf ca.  $\leq 50 \text{ mA}$  (Herzkammerflimmer-Grenze) begrenzt.

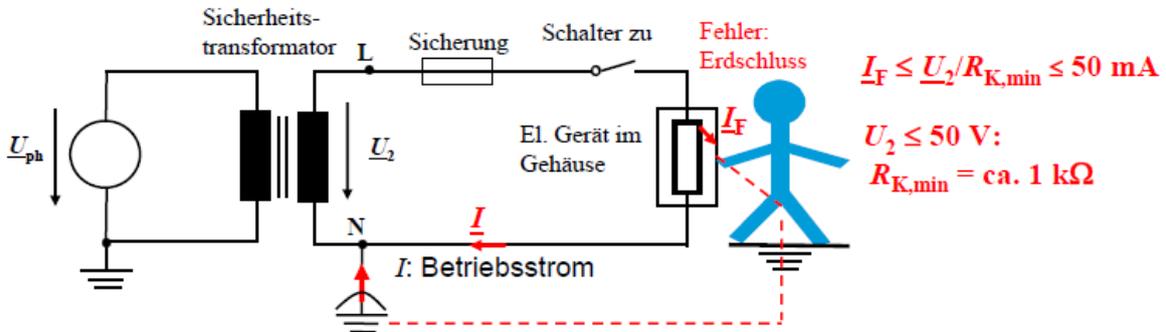


Bild V5.3-6: Körperschluss am Gerät und dessen Berührung führt zum kleinen Fehlerstrom  $I_F$  als Berührstrom.

*(b-iii) Funktionskleinspannung:* (Functional Extra Low Voltage, FELV; hieß früher: „Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung“),  $U \leq 50 \text{ V (eff.) AC}$ ,  $U \leq 120 \text{ V DC}$ . Wegen derselben Spannungsebene wie PELV ist eine Basisisolierung erforderlich. Bei FELV hat im Unterschied zu PELV das einspeisende Netz keine „sichere Trennung“, da die Verbraucher mit dem PE des speisenden Netzes verbunden sind (Bild V5.3-7).

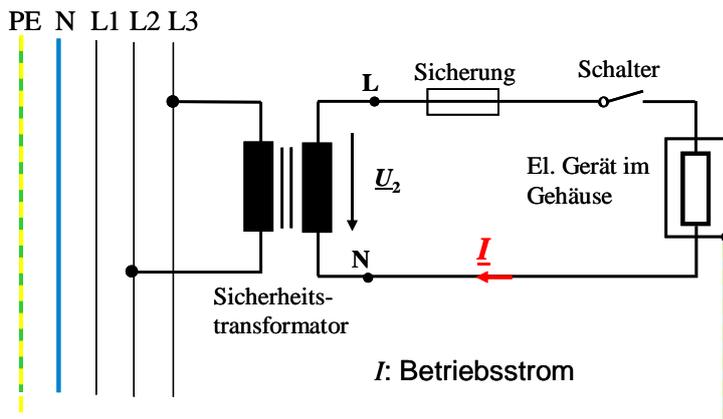


Bild V5.3-7: Funktionskleinspannung FELV hat wegen der PE-Verbindung, die die galvanische Trennung des Sicherheitstransformators überbrückt, keine „sichere elektrische Trennung“.

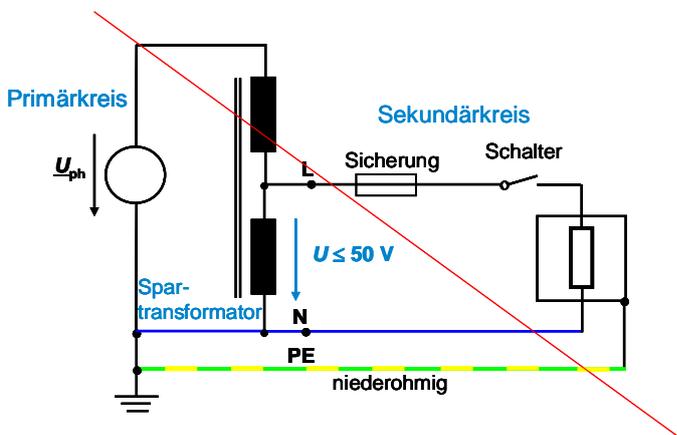


Bild V5.3-8: Unzulässige Verschaltung für ein FELV-Netz: Keine galvanische Trennung zwischen speisendem Primärkreis und Kleinspannungskreis (Sekundärkreis).

Der Schutz gegen indirektes Berühren (= Berühren potentialführender Teile eines schadhafte Betriebsmittels) muss daher durch das **Schutzorgan** dieses speisenden Netzes gewährleistet sein. Die Erdung der Verbraucher ist erlaubt, wenn sie mit der Erde des speisenden Netzes (PE, Schutzleiter der Primärseite) verbunden sind. Die sekundäre Spannungsquelle muss vom speisenden Netz galvanisch getrennt sein, will sonst im Fehlerfall die hohe Primärspannung ( $> 50 \text{ V AC}$ ) sekundär fehlerstrom-wirksam werden kann. Deshalb sind Spartransformatoren oder Spannungsteiler nicht erlaubt (Bild V5.3-8). Anwendungen für FELV sind Stromkreise für messtechnische Anlagen, Maschinensteuerungen, Fernmelde- und Fernsprechanlagen, Gegensprechanlagen.

*(b-iv) Schutz durch Begrenzung der Entlade-Energie:* (z. B. el. geladene Weidezäune)

Der Personenschutz ist erfüllt für el. Entlade-Energien kleiner als  $W \leq 350 \text{ mJ}$ . Somit kann dann unabhängig von den zuvor definierten Kleinspannungsnetzformen ein Personenschutz entfallen. Dass  $W \leq 350 \text{ mJ}$  für Menschen ungefährlich ist, zeigt das Beispiel V5.3-1.

*Beispiel V5.3-1:*

Weidezaun: Daten: Länge  $l = 5540 \text{ m}$  (!), Drahradius  $R = 0.7 \text{ mm}$ , Zaunhöhe  $h = 0.8 \text{ m}$ , elektrische Spannung:  $U_{\text{DC}} = 4 \text{ kV}$  ( $> 1 \text{ kV}$  !).

Trotz dieser hohen Spannung ist die elektrische Ladung  $Q$  als Stromfluss über eine berührende Person SEHR begrenzt, wie folgende Rechnung zeigt. Der Weidezaun wird durch das einphasige Leitungsmodell (Bild V5.3-9a) beschrieben. Ohne Berührung stellen blanker Weidezaun-Draht und el. leitfähiger Boden ein Kondensator  $C_E$  dar, an dem die Potentialdifferenz  $U_{\text{DC}}$  wirkt. Bei Berührung entsteht mit dem Körperwiderstand  $R_K$  ein RC-Kreis, in dem der Berührstrom  $i_B$  als Entladestrom des Kondensators über den menschlichen Körper ( $R_K = 1 \text{ k}\Omega$ ) gegen Erde fließt.

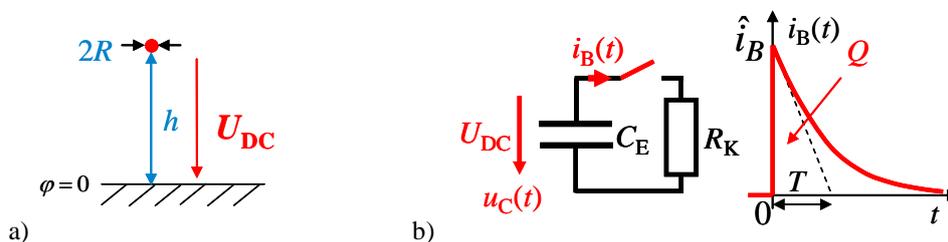


Bild V5.3-9: a) Einphasenmodell des Weidezauns, b) El. Ersatzschaltbild bei Berührung und Verlauf des Entladestroms  $i_B$ .

Da der elektrische Energiegehalt der Anordnung kurz vor und nach der Berührung identisch ist (keine „sprungartige Energieänderung“ wegen sonst unendlich hoher Leistung möglich), gilt als Anfangsbedingung bei  $t = 0$  (Berührzeitpunkt):

$$W(0-) = W(0+) : u_C(0-) = u_C(0+) = U_{\text{DC}} .$$

Da der Drahradius  $R$  viel kleiner als der Abstand  $h$  zum Erdpotential ist, wird die Erd-Kapazität  $C_E$  mit der von den Freileitungen bekannten Näherungsformel berechnet.

$$C_E|_{h \gg R} \approx \frac{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot l}{\ln(h/R)} = \frac{2\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 5540}{\ln(0.8/0.0007)} = 43.5 \text{ nF}$$

Die elektrische Energie  $W$  hat genau den o. g. Grenzwert. Aus ihr folgt die Ladungsmenge  $Q$  des geladenen Drahts:

$$W = \frac{C_E \cdot U_{\text{DC}}^2}{2} = 350 \text{ mJ}; \quad Q = C_E \cdot U_{\text{DC}} = 174 \mu\text{C}.$$

Bild V5.3-9b führt auf folgende lineare Differentialgleichung 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten für die Drahtentladung ab dem Berührzeitpunkt. Deren Lösung ist der Entladestrom  $i_B$  als eine Exponentialfunktion mit der Zeitkonstante  $T$ .

$$t > 0: \frac{1}{C_E} \cdot \int i_B(t) \cdot dt + R_K \cdot i_B(t) = 0 \Rightarrow \frac{di_B(t)}{dt} + \frac{1}{C_E R_K} \cdot i_B(t) = 0,$$

$$i_B(t) = i_B(0+) \cdot e^{-t/T} = \hat{i}_B \cdot e^{-t/T},$$

$$T = C_E \cdot R_K = 43.5 \mu\text{s}.$$

Aus  $i_B$  wird die Abnahme der Drahtspannung  $u_C$  berechnet, wobei mit der Anfangsbedingung, dass im ersten Moment der Berührung die komplette Spannung  $U_{DC}$  über  $R_K$  anliegt, der maximale Berührstrom  $i_B(0+) = \hat{i}_B$  ermittelt wird.

$$u_C(t) = -\frac{1}{C_E} \cdot \int i_B(t) \cdot dt = i_B(0+) \cdot R_K \cdot e^{-t/T} \Rightarrow u_C(0+) = U_{DC} = i_B(0+) \cdot R_K$$

$$i_B(t) = \frac{U_{DC}}{R_K} \cdot e^{-t/T}$$

Daraus folgt, dass zwar im ersten Moment der Berührung ein großer Strom von  $\hat{i}_B = 4 \text{ A}$  fließt, aber nur sehr kurze Zeit, denn aufgrund der sehr kurzen Zeitkonstante  $T$  klingt er sehr schnell ab. Wegen der sehr kurzen Einwirkdauer  $t_F \approx 3T$  ist er ungefährlich (vgl. Bild V5.1-5).

$$\hat{i}_B = \frac{4000}{1000} = 4 \text{ A}, t_F \approx 3 \cdot T = 0.130 \text{ ms} = 0.00013 \text{ s}$$

Resultat: Anhand dieser Rechnung ist der Grenzwert für el. Entladeenergien  $W \leq 350 \text{ mJ}$  plausibel gemacht.

## V5.4 Netzformen

Elektrische (Niederspannungs)-Netze werden international durch eine dreistellige Buchstabenkodierung gekennzeichnet:

Erster Buchstabe: Erdungspunkt des speisenden Netzes

**T** Direkte Erdung eines Punktes (**terre** (franz.): Erde)

**I** Isolierung aller aktiven Teile (**isolated**)

Zweiter Buchstabe: Erdungsbedingungen des elektrischen Betriebsmittels

**T** „Körper“ (z. B. leitfähiges Gehäuse) direkt geerdet

**N** Körper mit der Betriebs Erde verbunden (**neutral**)

Weitere Buchstaben: Anordnung des Schutzleiters und des Neutralleiters

**S** Schutz- und Neutralleiter getrennt: PE, N (**separated**)

**C** Schutz- und Neutralleiter kombiniert: PEN (**combined**)

Dem Neutralleiter und dem Schutzleiter (Bild V5.4-1) kommt dabei eine hohe Bedeutung zu. Der **Neutralleiter N** („Sternpunktleiter“) ist im Niederspannungsnetz ein Leiter, der mit dem Neutralpunkt („Sternpunkt“) elektrisch verbunden und in der Lage ist, zur Verteilung elektrischer Energie beizutragen.

Ein **Schutzleiter (PE: protective earth)** ist ein elektrischer Leiter, der ausschließlich einen Sicherheitszweck erfüllt, aber im Betrieb keinen Strom führt. Er dient z. B. zum Schutz gegen einen „elektrischen Schlag“ (= Verminderung oder Vermeidung eines Berührstroms) bei Berührung eines el. Betriebsmittels.



Quelle: Wikipedia

Bild V5.4-1: Farbliche Kennzeichnung des Neutralleiters N BLAU und des Schutzleiters PE GRÜN-GELB!

Am weitesten verbreitet in der öffentlichen Elektrizitätsversorgung mit Niederspannungsnetzen sind TN-Netze, die es in den Varianten TN-C, TN-S, TN-C-S gibt.

**a) TN-S-Netz:**

Ein TN-S-Netz (Bild V5.4-2a) ist meist im Wohnungsbereich gebräuchlich. Gemäß der Buchstabenkodierung weist es folgende Eigenschaften auf:

**T:** Der Sternpunkt des Netzes ist direkt geerdet (Betriebserde mit Erdungswiderstand  $R_B$ ).

**N:** Der „Körper“ ist direkt mit Betriebserde verbunden über den PE.

**S:** Neutral- und Schutzleiter PE und N sind getrennt ausgeführt.

Da der Schutzleiter PE nur bei einem Erdfehlerstrom stromführend ist, sind Leiterquerschnitte  $q_{Cu} < 10 \text{ mm}^2$  ausreichend.

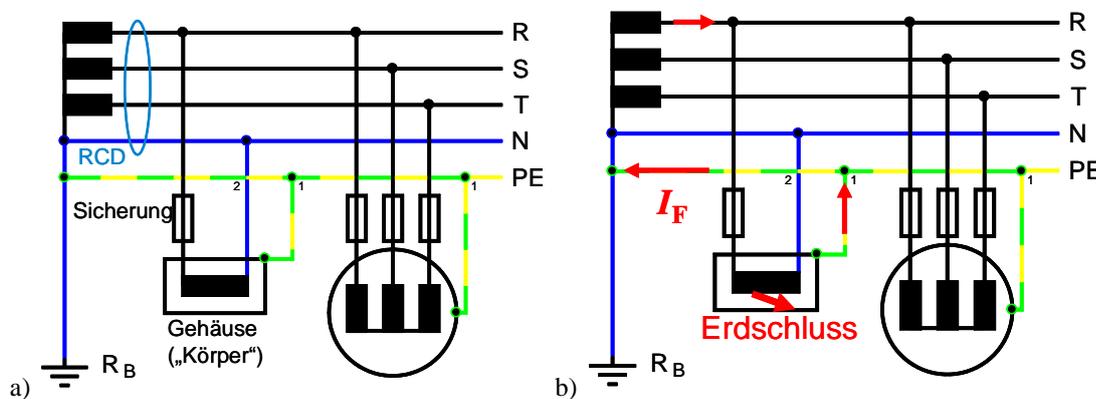
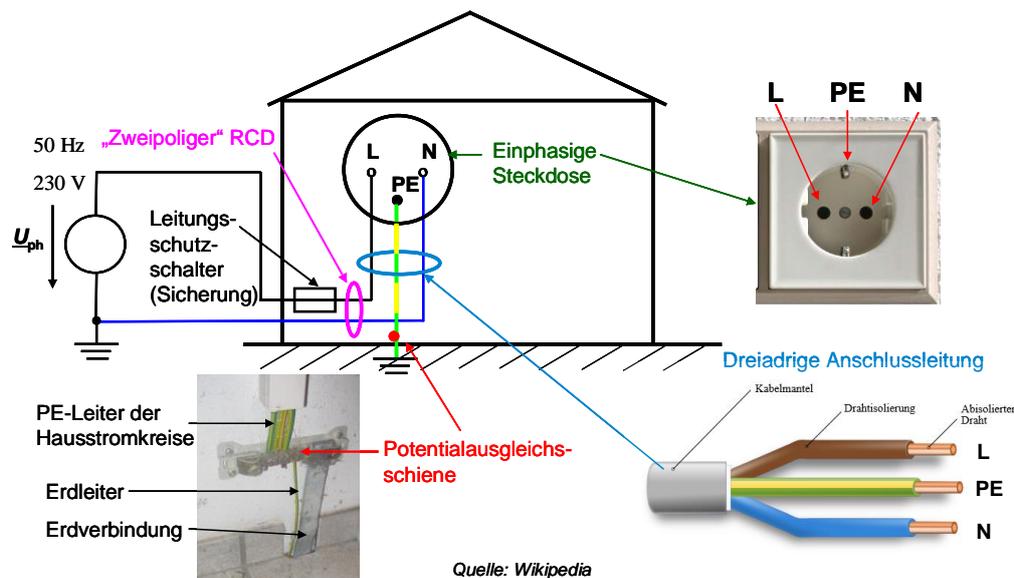


Bild V5.4-2: TN-S-Drehstrom-Niederspannungsnetz mit gesondert abgesichertem ein- und dreiphasigem Betriebsmittel, geerdeter Sekundärwicklung des speisenden Transformators (Sternschaltung) mit Fehlerstromschutzschalter RCD: a) ohne Fehler, b) mit Erdschluss im einphasigen Betriebsmittel und zugehörigem Fehlerstrom  $I_F$ .



Quelle: Wikipedia

Bild V5.4-3: Beispielhafte Elektroinstallation eines 230V-Steckdosen-Abzweigs in Privathaushalten bei einphasiger Niederspannung  $< 1 \text{ kV}$ , TN-S-Netz.

Kommt es im TN-S-Netz zu einem Körperschluss z. B. an einem einphasigen Betriebsmittel (Bild V5.4-2b), fließt ein Fehlerwechselstrom  $\underline{I}_F$  über den Schutzleiter PE zur Spannungsquelle (Trafo-Sekundärwicklung) zurück, bis der Fehlerstromschutzschalter (RCD: Residual Current Device = RCCB: Residual Current operated Circuit-Breaker) nach seiner Ansprechzeit abschaltet. Die beispielhafte Verdrahtung eines einphasigen Abzweigs L-N (braune und blaue Isolierhülle der Kupferdrähte) eines TN-S-Netzes in einem Haushalt vom PE-Anschluss (grün-gelbe Isolierhülle) im Keller an der über eine Erdverbindung geerdeten el. Potentialausgleichsschiene bis hin zur einphasigen Steckdose mit den Klemmen L, N und PE und einem zweipolig wirkenden RCD für diesen Steckdosenabzweig zeigt Bild V5.4-3.

### b) Fehlerstromschutzeinrichtungen (RCD: Residual Current Device):

Der Fehlerstrom-Schutzschalter „FI“ (RCCB: Residual Current operated Circuit-Breaker) ist ein Differenzstrom-Schutzschalter aus der Gruppe der Fehlerstromschutzeinrichtungen und verhindert gefährlich hohe Fehlerströme gegen Erde (Bild V5.4-4).

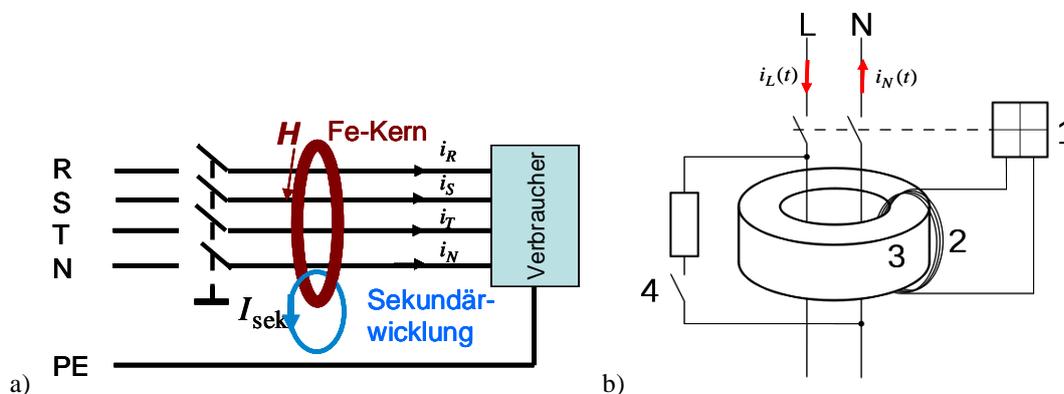


Bild V5.4-4: Schematische Darstellung eines Fehlerstromschutzschalters RCCB: a) Dreiphasig, b) Einphasig, 1: Schaltschloss, 2: Sekundärwicklung, 3: Summenstromwandler, 4: Prüftaste (Quelle: Wikipedia).

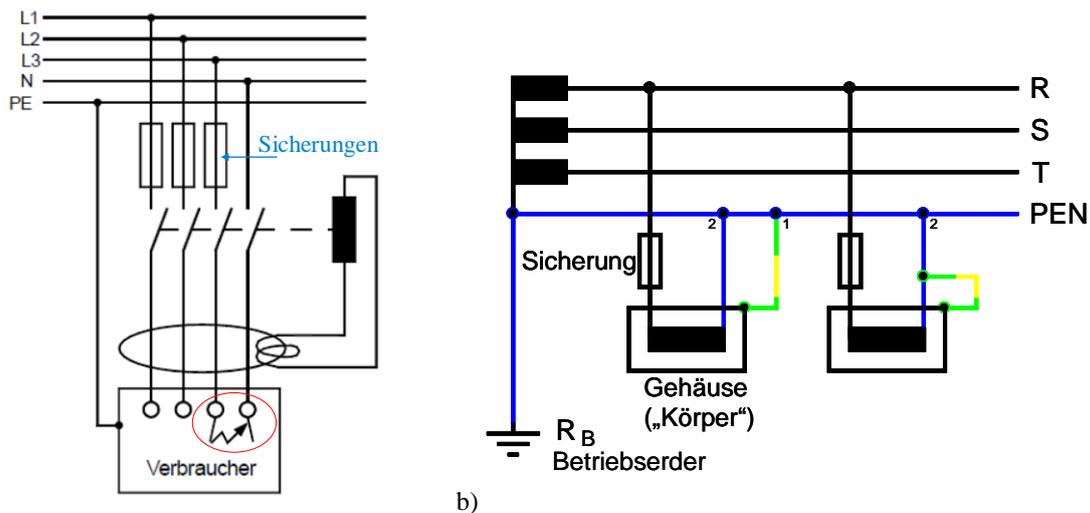
Der RCCB bildet über den magnetischen Summenstromwandler (Bild V5.4-4a) die arithmetische Summe aller Augenblicks-Ströme, indem ein Fe-Kern die Leiter R, S, T, N umschließt, deren Ströme gemeinsam gemäß dem *Ampere'schen* Durchflutungssatz ein Magnetfeld im Kern erregen. Die Stromsumme

$$\sum i(t) = i_R(t) + i_S(t) + i_T(t) + i_N(t) = i_{\Delta n}(t) \quad \text{eff. : } I_{\Delta n} .$$

ist in einer fehlerfreie Anlage Null  $\sum i(t) = 0$ , da R = L1, S = L2, T = L3, N alle möglichen Hin- und Rückleiterpfade bilden. Es tritt daher kein  $H$ -Feld im Fe-Kern auf. Fließt aber ein Fehlerstrom  $i_F(t)$  über den Schutzleiter PE außerhalb des Summenstromwandlers, so fehlt dieser Strom in der Summendurchflutung gemäß  $\sum i(t) = i_{\Delta n}(t) = i_F(t) \neq 0$ . Diese el. Durchflutung  $i_{\Delta n}(t)$  erregt ein magnetisches  $H(t)$ -Wechselfeld im Eisenkern des Stromwandlers  $H(t) \sim i_F(t)$  und induziert gemäß dem *Faraday'schen* Induktionsgesetz in die auf dem Kern befindliche Sekundärwicklung eine Spannung, die dort einen Sekundärstrom  $i_{\text{sek}}(t)$  treibt. Der Sekundärstrom löst über ein Relais (Schalter) eine allpolige Abschaltung (= Abschaltung von R, S, T, N) aus (Schutzleiter PE wird nicht getrennt!) und beseitigt so die auf den Fehlerort einwirkende el. Netzspannung. Der RCCB für Personenschutz bzw. Brandschutz ist so ausgelegt, dass er spätestens bei Erreichen des Bemessungsfehlerstroms  $I_{\Delta n} = 30 \text{ mA}$  (Personenschutz) bzw.  $I_{\Delta n} = 300 \text{ mA}$  (Brandschutz) allpolig abschaltet. Allerdings werden Gleichstrom-Fehlerströme  $I_{\Delta n, DC} = I_{F, DC} = \text{konst.}$  nicht erkannt, da das erregte Gleichfeld  $H_{DC} \sim I_{F, DC}$  zeitlich konstant ist und daher sekundär

keine Spannung induziert; es tritt kein auslösender Sekundärstrom  $i_{\text{sek}}(t)$  auf. Alternativ zu Bild V5.4-4a zeigt Bild V5.4-4b einen Fehlerstromschutzschalter für ein einphasiges Netz mit Hin- und Rückleiter L und N („zweipolig“).

Der RCCB erfasst nur Wechsel-Fehlerströme gegen Erde. In Bild V5.4-5a ist ein „dreipoliger“ Fehlerstromschutzschalter zusammen mit Überstromschutzeinrichtungen (Sicherungen) in einem dreiphasigen Netz installiert. Es findet ein Fehler in Form eines Kurzschlusses zwischen Phase L3 und dem Neutraleiter N in einem angeschlossenen Verbraucher statt. In einem solchen Fehlerfall löst der RCCB nicht aus, weil der gemessene Summenstrom unverändert Null ist. Weil aber Kurzschlussströme wegen der geringen Restimpedanz des kurzgeschlossenen Stromkreises deutlich höher als die thermisch max. zulässigen Betriebsströme sind, muss nun der Überstromschutz ansprechen.



a) Bild V5.4-5: a) Dreiphasiger RCCB und Überstromschutzeinrichtungen im TN-S-Netz bei einem Kurzschluss zwischen L3 und N, b) TN-C-Netz

### c) TN-C-Netz

TN-C-Netze (Bild V5.4-5b) sind fallweise noch in *Deutschland* in älteren Haushalten gebräuchlich, wo der Neutraleiter N gleichzeitig auch als Schutzleiter PE verwendet wird: PEN (Netz mit „klassischer Nullung“). Gemäß der Buchstabenkodierung weist es folgende Eigenschaften auf:

**T:** Der Sternpunkt des Netzes ist direkt geerdet (Erdungswiderstand  $R_B$ ).

**N:** Leitfähige Gehäuse von Betriebsmitteln sind mit der Betriebserde über den gelb-grün gestreiften PE verbunden, die aber der N ist.

**C:** Der Schutzleiter PE und der Neutraleiter N sind kombiniert als PEN.

Da der PEN-Leiter bei unsymmetrischer Last auch im fehlerfreien Fall stets (Betriebs)-Strom führt, sind in diesem Netz PEN nur als fest verlegte Leiter mit einem Querschnitt  $q_{\text{Cu}} \geq 10 \text{ mm}^2$  zulässig. Da der Schutzleiter PE identisch mit dem Neutraleiter N ist, ist der Summenstrom selbst bei Fehlerströmen  $I_F$  infolge Körperschluss Null, weshalb ein RCCB/RCD wirkungslos ist und daher nicht verwendet werden kann (Bild V5.4-6, Fall a)). Je nach Ort des Kontakts zwischen R und Gehäuse (das an den PEN angeschlossen ist), ist der Fehlerstrom aufgrund des niederohmigen PEN-Pfads entsprechend kurzschlussartig groß, so dass meist der Überstromschutz anspricht und das defekte Gerät abschaltet. Ein Kurzschluss zwischen Phase (z. B. R) und Neutraleiter N (Bild V5.4-8, Fall b)) würde durch einen RCCB/RCD ohnehin nicht erfasst (siehe Bild V5.4-5a). In diesem Fall muss ebenfalls der Überstromschutz (Sicherung) auslösen.

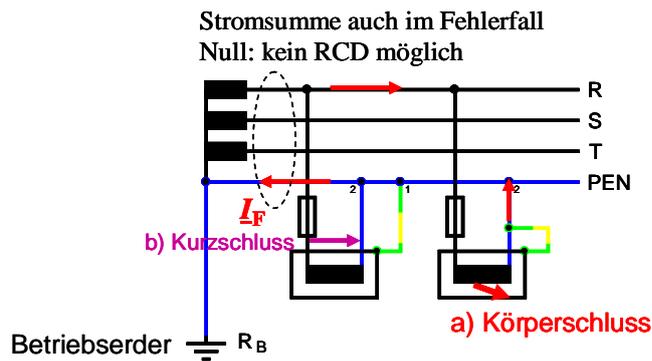


Bild V5.4-6: Wirkungslosigkeit eines Fehlerstromschutzschalters im TN-C-Netz bei Körperschluss und Kurzschluss

#### d) TN-C-S-Netz

Ein TN-C-S-Netz (Bild V5.4-7a, Netz mit „moderner Nullung“) ist dort in moderneren Haushalten gebräuchlich, wo zwar auf der Erzeugerseite an der Sekundärwicklung des einspeisenden Transformators PE und N als PEN kombiniert sind, im Haushalt aber PE und N bereits getrennt verlegt sind. Gemäß der Buchstabenkodierung weist es folgende Eigenschaften auf:

**T:** Der Sternpunkt des Netzes ist direkt geerdet (Erdungswiderstand  $R_B$ ).

**N:** Der „Körper“ ist direkt mit der Betriebserde verbunden (gelb-grün gestreifter PE).

**C, S:** Neutral- und Schutzleiter sind beim Erzeuger als PEN kombiniert (C) und beim Kunden getrennt (S): PE + N.

Da ein RCCD im Haushalt den Summenstrom R, S, T, N erfasst, der Fehlerstrom bei Körperschluss aber über den PE abfließt, löst der RCCD ordnungsgemäß aus.

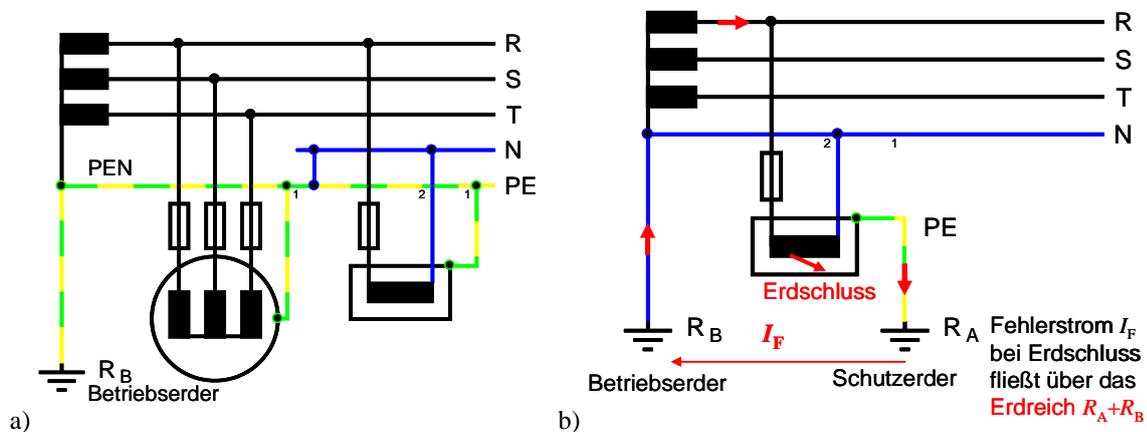


Bild V5.4-7: a) TN-C-S-Netz, b) TT-Netz bzw. TT(-S)-Netz

#### e) TT(-S)-Netz

Bei TT(-S)-Netzen (Bild V5.4-7b) sind die einzelnen Verbraucher jeweils getrennt für sich geerdet, so dass jeder Verbraucher über seinen Schutzleiter PE an seinem eigenen Schutzerder angeschlossen ist, was sehr aufwändig ist. In *Deutschland* sind TT-Netze nur fallweise im Einsatz und weisen gemäß der Buchstabenkodierung folgende Eigenschaften auf:

**T:** Der Sternpunkt des Netzes ist direkt geerdet (Erdungswiderstand  $R_B$ ).

**T:** Der Körper ist mit eigener Erdung (Erdungswiderstand  $R_A$ ) geerdet; daher:

**S:** Der Neutral- und der Schutzleiter sind jedenfalls getrennt: PE + N.

Ein RCCD kann wegen des bei Körperschluss getrennt über den PE zur Erde abfließenden Fehlerstroms zur Fehlererkennung und Abschaltung eingesetzt werden.

**f) IT-Netz**

IT-Netze sind ungeerdet („isolierter Sternpunkt“, Bild V5.4-8), so dass Daher ist kein Neutralleiter vorhanden ist. Sie weisen gemäß der Buchstabenkodierung folgende Eigenschaften auf:

**I:** Das Netz wird ungeerdet betrieben, sodass kein PE-Anschluss möglich ist.

**T:** Die „Körper“ müssen daher mit einer eigenen Erdung (Erdungswiderstand  $R_B$ ) geerdet sein.

Da an der Einspeisequelle kein geerdeter Sternpunkt vorhanden ist, muss der Schutzleiter PE an anderen zugänglichen Erdanschlusspunkten angeschlossen werden (z. B. durch Anschluss an das im Erdreich verlegte Wasserleitungssystem).

Wegen des isolierten Netz-Sternpunkts bildet ein Erdschluss-Fehler noch keinen geschlossenen Stromkreis. Daher führt in Bild V5.4-8a der erste Erdschlussfehler 1 nicht zur Abschaltung, da der Fehlerstrom  $I_F$  wegen  $R_{E-N} \rightarrow \infty$  und der sehr kleinen Leiter-Erd-Kapazität  $C_E$  ( $X_E = 1/(\omega C_E) \rightarrow \infty$ ) ebenfalls sehr klein ist. Allerdings ist das leitfähige Gehäuse des dreiphasigen Verbrauchers in Bild V5.4-8b durch den Körperschlussfehler an Spannung. Wenn  $R_{E-N}$  einen endlichen Wert hätte (wir vernachlässigen  $C_E$ ), so könnte ein Fehlerstrom fließen, denn vom Gehäuse zum Erdpunkt E führen die beiden parallelen Stromwege des PE mit dem Erdstrom  $I_E$  über den Erdungswiderstand  $R_B$  und durch die berührende Person mit dem Berührstrom  $I_B$  durch den Körperwiderstand  $R_K$ . Die Stromsumme ist der Fehlerstrom  $I_F = I_E + I_B$ . Die treibende Spannung ist die Phasenspannung der Sekundärwicklung des Transformators  $\underline{U}_{R-N}$ .

$$\underline{U}_{R-N} = \underline{I}_F \cdot R_{E-N} + \underline{I}_E \cdot R_B = \underline{I}_F \cdot R_{E-N} + \underline{I}_B \cdot R_K \quad (\text{V5.4-1})$$

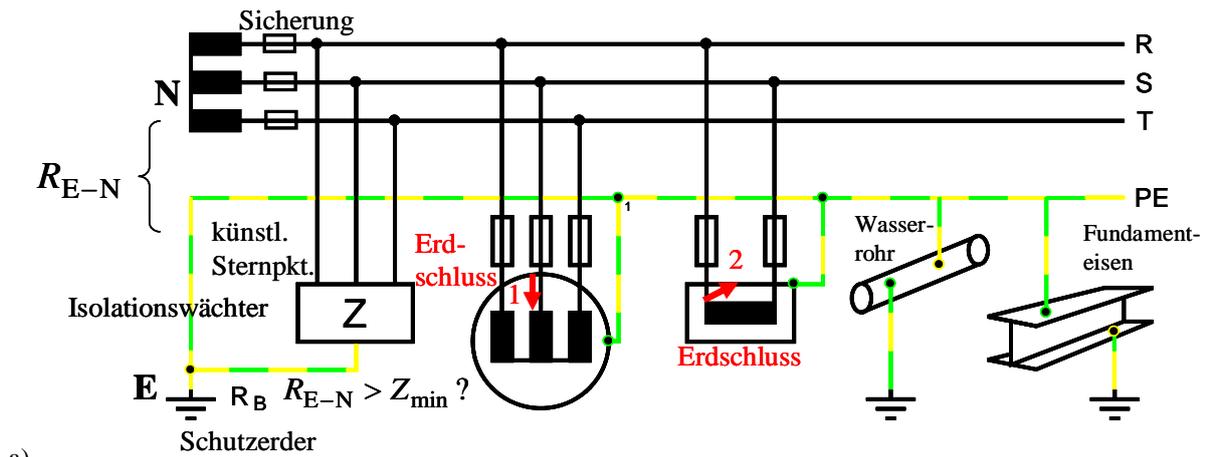
$$\underline{I}_B = \frac{R_B \cdot \underline{U}_{R-N}}{R_{E-N} \cdot (R_K + R_B) + R_B \cdot R_K} \quad , \quad \underline{U}_B = R_K \cdot \underline{I}_B \quad , \quad (\text{V5.4-2})$$

$$\underline{I}_F = \frac{(R_B + R_K) \cdot \underline{U}_{R-N}}{R_{E-N} \cdot (R_K + R_B) + R_B \cdot R_K} \quad (\text{V5.4-3})$$

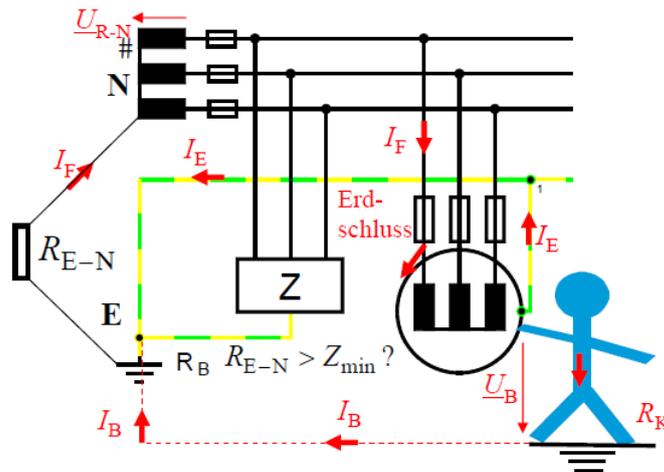
Für  $R_{E-N} \rightarrow \infty$  sind  $I_F = 0$  und  $I_B = 0$ , aber mit sinkendem  $R_{E-N}$  nimmt der Berührstrom zu. Wichtig ist für ausreichend kleinen  $I_B$ , dass die Berührspannung  $U_B \leq 50$  V bleibt, wie das auch für PELV und FELV Vorschrift ist. Deshalb misst ein Isolationswächter den Isolationswiderstand  $R_{E-N}$ , welcher größer als jener Mindestwert aufweisen muss ( $R_{E-N} > Z_{\min}$ ), damit  $U_B \leq 50$  V bleibt. Wird  $Z_{\min}$  unterschritten, wird der Fehler 1 durch den Isolationswächter erkannt und eine Abschaltung einleiten.

Treten die Erdschlussfehler 1 und 2 gleichzeitig auf, so ist auch bei  $R_{E-N} \rightarrow \infty$  der Fehlerstrom  $I_F$  sehr groß, denn die verkettete Spannung zwischen den beiden Phasen ist die treibende Spannung über den kleinen Widerstand der über den PE verbundenen beiden Fehlerorte. Die Sicherungen der betroffenen Phasen lösen aus.

Der Isolationsüberwachung Z misst den Isolationswiderstand aller drei Phasen über den an ihnen hochohmig gebildeten künstlichen Sternpunkt zur Erde (Bild V5.4-8a und -9). Bei symmetrischem Betrieb ist das Potential am künstlichen Sternpunkt Null, und daher der Potentialunterschied zum Erdpotential (dieses ist ebenfalls Null) Null ( $U_{NE} = 0$ ).



a)



b)

Bild V5.4-8: a) IT-Netz: Isolierter Netzsternpunkt, Isolationswächter am künstlichen Sternpunkt, Erdanschluss des PE z. B. an Wasserrohren. Zwei eingezeichnete Erdschlussfehler 1 und 2. b) Fehlerstrom  $I_F$  bei Erdschlussfehler 1 und  $R_{E-N} < \infty$

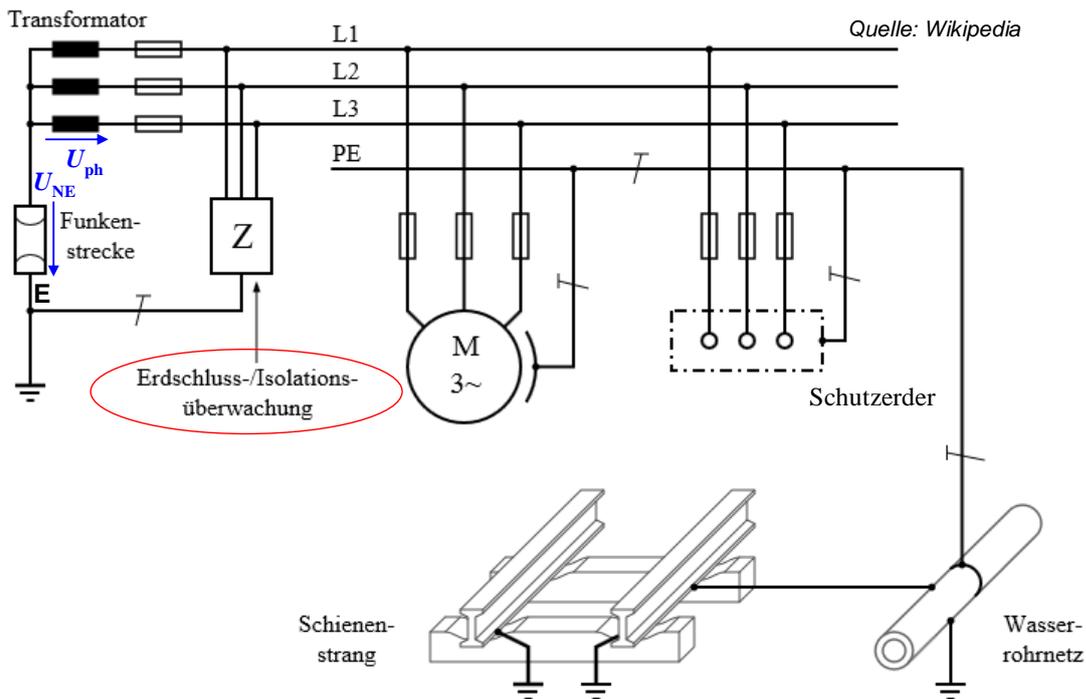


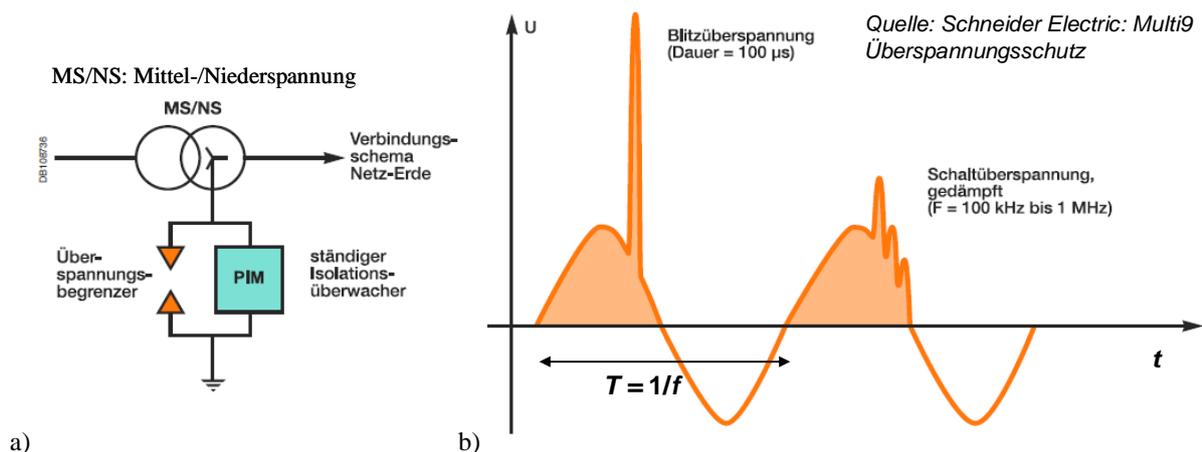
Bild V5.4-9: Isolationsüberwachung und Schutzfunkenstrecke beim IT-Netz (Quelle: Wikipedia)

Bei einem Erdschluss einer Phase steigt diese Spannung  $U_{NE}$  abhängig von der Leiter-Erd-Impedanz bis auf den Wert  $U_{NE} = U_{ph}$  an. Die Isolationsüberwachung wird durch diese Spannung thermisch belastet. Um sie nicht zu überlasten, wird zusätzlich ein Überspannungsschutz (Schutzfunkenstrecke) eingebaut, die bei Überspannung  $U > U_{ph}$  zündet und durch die Kontaktunterbrechung den Isolationswächter schützt (Bild V5.4-9 und -10a).

IT-Netze werden meist dort eingesetzt, wo ein Erdschlussfehler nicht sofort zur Abschaltung führt, so dass der Betrieb noch weiter geführt werden kann, z.B. im Bergbau oder in Krankenhäusern (Operationsaal!). Es wird eine zeitnahe Fehlerbehebung angestrebt, da bei einem zusätzlichen Erdschluss ein großer Kurzschluss-Strom fließt und das entsprechende Auslösen der Sicherung zur sofortigen Abschaltung führt.

### g) Netzüberspannungen

Netzüberspannungen kommen durch transiente Vorgänge z. B. auf Grund des Wellencharakters der Leitungen zustande (Schalthandlungen oder Blitzeinschläge, Bild V5.4-10b). Überspannungsableiter (-begrenzer) meist auf ZnO-Basis sind bei kleinen Spannungen sehr hochohmig mit einem sehr geringen Strom, werden aber bei hoher Spannung sehr niederohmig und können kurzzeitig sehr hohe Ströme gegen Erde ableiten, ähnlich wie Schutzfunkenstrecken. Sie werden z. B. in Mittel-/Niederspannung-Umspannstationen am Transformatoreingang verwendet, um die Transformatorwicklung zu schützen, indem sie bei Stoßüberspannungen diese gegen Erde kurz schließen und den großen Fehlerstrom gegen Erde ableiten.



a) Bild V5.4-10: a) Überspannungsbegrenzer und Isolationswächter im IT-Netz, b) Blitz- und Schaltüberspannungen (Quelle: Schneider Electric: Multi9 Überspannungsschutz)

### h) Überstrom-Schutzeinrichtung

Eine Überstrom-Schutzeinrichtung (OCP = Over Current Protection) unterbricht in el. Netzen den elektrischen Stromkreis, wenn der dort fließende elektrische Betriebsstrom eine festgelegte Auslöse-Stromstärke  $I$  über eine vorgegebene Auslösezeit  $t_A$  hinaus überschreitet. Der Zweck der Überstrom-Schutzeinrichtung ist der Schutz der Leitungen und elektrischen Betriebsmittel vor Beschädigung durch zu starke Erwärmung bei Überstrom. Ein Überstrom kann viele Ursachen haben. Er entsteht z. B. durch Überlastung eines E-Motors (= zu hohes Lastmoment an der Welle), oder durch Kurzschluss in einem Betriebsmittel.

In Haushaltsnetzen finden **Schmelzsicherungen** oder **Leitungsschutzschalter** Einsatz, die sich im Verteilerkasten („Sicherungskasten“) befinden. In der el. Antriebstechnik schützen **Motorschutzschalter**, die den Kontakt zwischen Einspeisung und Elektromotor bei Überstrom unterbrechen. In Hochspannungsnetzen werden speziell ausgelegte **Leistungsschalter** oder **Lasttrennschalter** mit ausgeklügelter Lichtbogenlöschung

eingesetzt, die wegen der hohen Abschaltströme nur wenige Abschaltungen durchführen können, aber manchmal während ihrer Lebenszeit nie zum Einsatz kommen.

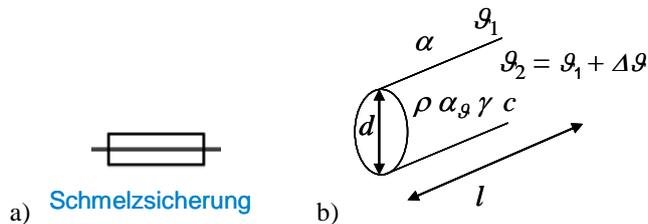


Bild V5.4-11: a) Schaltsymbol der Schmelzsicherung, b) Modell des Schmelzdrahts

Bei einer Schmelzsicherung (Bild V5.4-11) erwärmt der Überstrom den speziell ausgelegten Schmelzdraht kleinen Querschnitts (als „schwächste“ Stelle im Stromkreis) bis zum Durchschmelzen, was zum Abschalten führt. Die Verlustleistung  $P$  aufgrund der Stromwärmeverluste im Schmelzdraht ist der Wärmestrom, der zum Aufheizen des Schmelzdrahts (spezifische Wärmekapazität  $c$ , Masse  $m$ ) und zur Abgabe von Wärme (durch Wärmeleitung an den umgebenden Quarzsand und weiter nach außen durch Konvektion über die Oberfläche  $O$ ) an die Umgebung führt (V5.4-4). Der Temperaturunterschied zwischen Umgebung und Schmelzdraht beträgt  $\Delta\vartheta$ . Hier wird vereinfacht nur Konvektion mit der Wärmeübergangszahl  $\alpha$  betrachtet. Der ohm'sche Widerstand  $R$  ist über den Temperaturkoeffizienten des Leitermaterials  $\alpha_g$  temperaturabhängig und ändert sich ausgehend vom Widerstand  $R_{20}$  bei  $20^\circ\text{C}$ . Setzt man den spezifischen Widerstand  $\rho_{20}$  und die Dichte  $\gamma$  des Schmelzdrahts zusammen mit den Abmessungen aus Bild V5.4-11b in (V5.4-4) ein, ergibt sich (V5.4-5).

$$P = R_{20} \cdot (1 + \alpha_g \cdot \Delta\vartheta) \cdot I^2 = m \cdot c \cdot \frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \alpha \cdot O \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{V5.4-4})$$

$$\rho_{20} \cdot \frac{l}{d^2 \cdot \pi/4} \cdot (1 + \alpha_g \cdot \Delta\vartheta) \cdot I^2 = \gamma \cdot l \cdot d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot c \cdot \frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \alpha \cdot d \cdot \pi \cdot l \cdot \Delta\vartheta \quad (\text{V5.4-5})$$

Mit der Stromdichte  $J = \frac{I}{d^2 \cdot \pi/4}$  im Schmelzdraht wird die Differentialgleichung (V5.4-6) für die Übertemperatur  $\Delta\vartheta$  erhalten.

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \frac{1}{\gamma \cdot c} \cdot \left[ \frac{4\alpha}{d} - \rho_{20} \cdot \alpha_g \cdot J^2 \right] \cdot \Delta\vartheta = \frac{\rho_{20}}{\gamma \cdot c} \cdot J^2, \quad \lambda = \frac{4\alpha}{d} - \rho_{20} \cdot \alpha_g \cdot J^2 \quad (\text{V5.4-6})$$

Mit der Abkürzung  $\lambda$  für den Vorfaktor vor der gesuchten Variable  $\Delta\vartheta$  ergibt sich (V5.4-7), eine gewöhnliche Differentialgleichung 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten, die mit dem Exponentialfunktions-Ansatz als Summe aus homogener und partikulärer Lösung zur Lösung (V5.4-8) führt.

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \frac{1}{\gamma \cdot c} \cdot \lambda \cdot \Delta\vartheta = \frac{\rho_{20}}{\gamma \cdot c} \cdot J^2, \quad \lambda = \frac{4\alpha}{d} - \rho_{20} \cdot \alpha_g \cdot J^2 \quad (\text{V5.4-7})$$

$$\Delta\vartheta(t) = \frac{\rho_{20}}{\lambda \cdot \gamma \cdot c} \cdot J^2 \cdot [1 - e^{-\lambda t}] \quad (\text{V5.4-8})$$

Für den Wert  $\lambda = 0$  strebt der Temperaturunterschied  $\Delta\vartheta$  zur Umgebung gegen unendlich, was zum Schmelzen des Sicherungsdrahts führt. Es folgt daraus die Abschätzung für die kritische Stromdichte zum Schmelzen des Drahts:

$$\lambda = 0: J_{krit} = \sqrt{\frac{4\alpha}{\rho_{20} \cdot \alpha_g \cdot d}} \quad (\text{V5.4-9})$$

Für Werte  $\lambda > 0$  ist die kritische Stromdichte noch nicht erreicht ( $J < J_{krit}$ ), sodass die Temperatur einem endlichen Grenzwert (V5.4-10) zustrebt ( $\Delta\vartheta(t \rightarrow \infty) = \Delta\vartheta_{\infty} < \infty$ ).

$$\Delta\vartheta_{\infty} = \frac{\rho_{20}}{\lambda \cdot \gamma \cdot c} \cdot J^2 \Rightarrow \Delta\vartheta_{schmelz} = \frac{\rho_{20}}{\lambda \cdot \gamma \cdot c} \cdot J_{grenz}^2 \tag{V5.4-10}$$

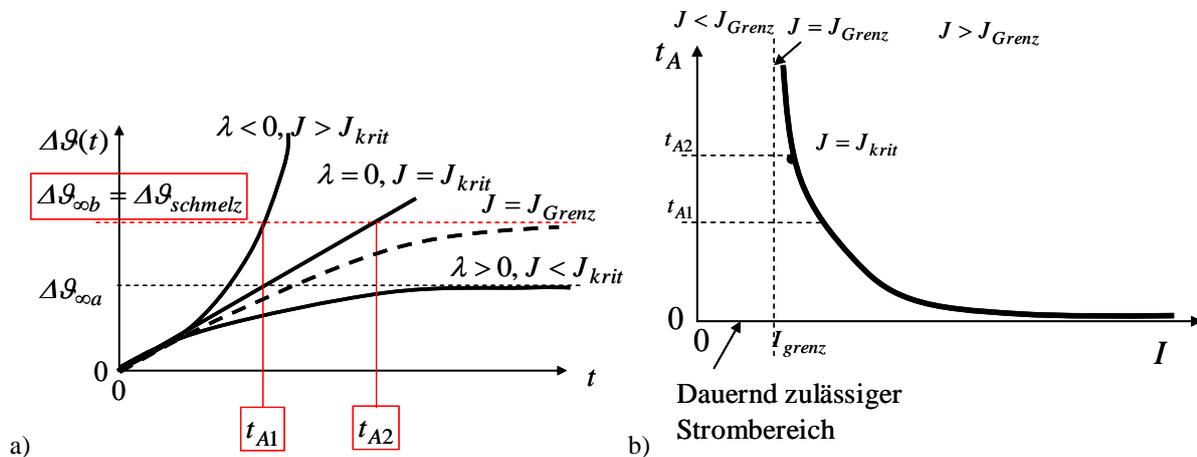


Bild V5.4-12: Schmelzsicherung: a) Temperaturanstieg  $\Delta\vartheta$  über der Zeit bei unterschiedlichen Werten  $\lambda$  führt zur Auslösezeit  $t_A$  bei Erreichen der Schmelzerwärmung, b) Auslösezeit  $t_A$  in Abhängigkeit des Grenzstroms  $I$  für einen Sicherungstyp, der für einen bestimmten Nennstrom (Dauer-Betriebsstrom)  $I_N$  dimensioniert ist.

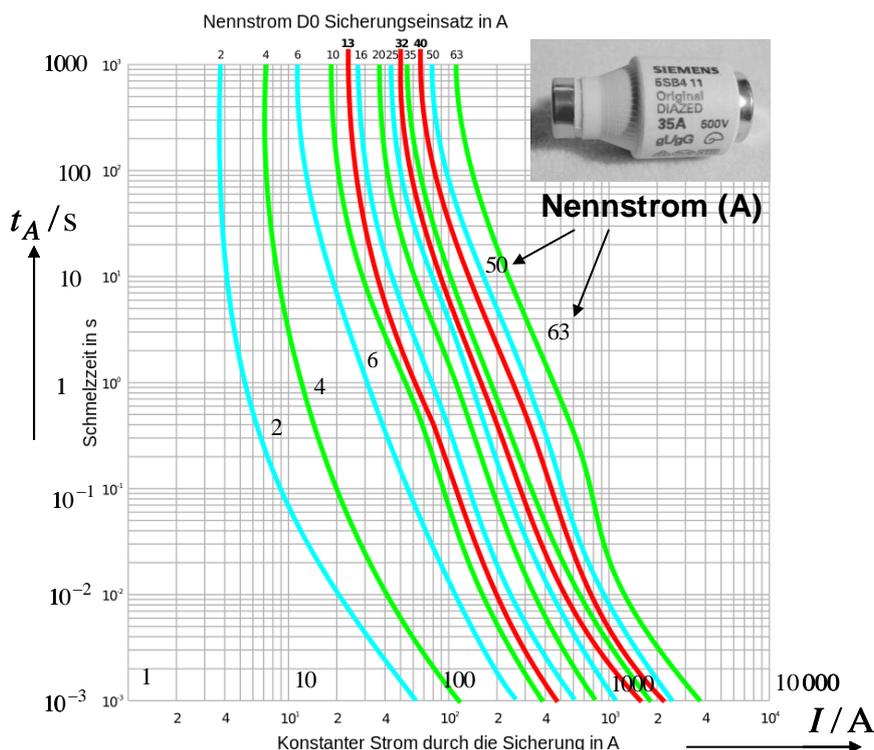


Bild V5.4-13: Auslösezeiten  $t_A$  in Abhängigkeit des Grenzstroms  $I = I_{grenz}$  für Schmelzsicherungen Typ gG für Nennströme  $I_N = 2 \text{ A}, 4 \text{ A}, \dots, 63 \text{ A}$  (Quelle: Wikipedia)

Mit bekannter Schmelztemperatur  $\Delta\vartheta_{schmelz}$  des Schmelzdrahts wird über (V5.4-11) die Grenzstromdichte  $J_{grenz}$  bestimmt, oberhalb der die Sicherung auslöst.

$$J_{Grenz} = \sqrt{\Delta\vartheta_{schmelz} \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot c / \rho_{20}} < J_{krit} \Rightarrow t_A \rightarrow \infty \tag{V5.4-11}$$

Bei  $J_{\text{Grenz}}$  nähert sich die Erwärmung des Drahts  $\Delta \vartheta$  theoretisch unendlich langsam dem stationären Zustand der Schmelztemperatur an ( $\Delta \vartheta_{\infty} = \Delta \vartheta_{\text{schmelz}}$ ) (Bild V5.4-12a). Der Zeitpunkt  $t_A$ , bei dem die Schmelzbedingung erreicht wird  $\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_{\text{schmelz}}$ , ist in Bild V5.4-12b in Abhängigkeit vom Strom  $I$  dargestellt, wobei die Sicherung für  $I < I_{\text{Grenz}} \propto J_{\text{Grenz}}$  nicht auslöst.

Schmelzsicherungen werden für entsprechende Grenzstromwerte  $I_{\text{Grenz}}$  dimensioniert. Im Datenblatt wird die Auslösezeit  $t_A$  über dem Grenzstrom  $I = I_{\text{Grenz}}$  aufgetragen, wobei sich je nach Nennstrom  $I_N$  unterschiedliche  $t_A(I)$ -Kurven ergeben. Diese Verläufe werden durch den prinzipiellen Verlauf  $t_A(I)$  in Bild V5.4-12b der überschlägigen Berechnung grundsätzlich erklärt. Die Sicherungen werden nach „Betriebsklassen“ eingeteilt, die durch zwei Buchstaben gekennzeichnet sind. Der erste Buchstabe bezeichnet die „Funktionsklasse“, der zweite das „Schutzobjekt“. So steht z. B. der 1. Buchstabe g für „general purpose fuse“ und der 2. Buchstabe G für „Schutz für allgemeine Zwecke“ („general application“). Die Sicherung mit der Bezeichnung gG ist somit ein Standardtyp für allgemeine Anwendung ( $t_A(I)$ -Kurven für Betriebsklasse gG für  $I_N = 2 \text{ A}, 4 \text{ A}, \dots, 63 \text{ A}$  in Bild V5.4-13).

### Zusammenfassung: Netzformen und Schutzeinrichtungen

Tabelle V5.4-1 gibt abschließend einen Überblick über die in den vorgestellten Netzformen einsetzbaren Schutzeinrichtungen.

Netzform	Schutzeinrichtung	Bemerkungen
TN-S	Überstrom	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat
TN-C-S	Fehlerstrom	RCCB
TN-C	Überstrom	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat
TT	Überstrom Fehlerstrom Fehlervspannung *)	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat RCCB (nur in Sonderfällen)
IT	Überstrom Fehlerstrom Isolationsüberwachung Fehlervspannung *)	Schmelzsicherung, Sicherungsautomat RCCB Isolationswächter („Bender“-Gerät) (nur in Sonderfällen)

\*) Fehlervspannungsschutzschalter (FU-Schalter)

Tabelle V5.4-1: Netzformen und zugeordnete Schutzeinrichtungen

Das Wirkprinzip der **Fehlervspannungsschutzschalter (FU-Schalter)** beruht auf der Messung der Berührungsspannung  $U_B$  zwischen dem Schutzleiteranschluss PE und einem vom Betriebserder elektrisch isolierten Hilfserder HE. Bei zu hohem  $U_B$  z. B.  $> 65 \text{ V}$  erfolgt nach  $0,2 \text{ s}$  eine allpolige Abschaltung der stromführenden Leiter L1, L2, L3, N. Wegen des Aufwands zusätzlicher Hilfserder und der indirekten Bestimmung des Berührstroms über die Berührungsspannung sind Fehlervspannungsschutzschalter in *Deutschland* durch RCCB ersetzt worden.

Es ist wichtig, die genannten Schutzeinrichtungen und Schutz- bzw. Installationsmaßnahmen nur für die dafür vorgesehenen Netze anzuwenden. Wird z. B. im TN-Netz unerlaubterweise ein Betriebsmittel direkt geerdet, wie es im TT-Netz vorgesehen ist, kann bei Körperschluss an diesem Betriebsmittel an einem zweiten schadfremden (!) Betriebsmittel ohne direkte Erdung eine zu hohe Berührungsspannung auftreten (Bild V5.4-14).

Tritt in Bild V5.4-14 ein Erdschlussfehler im über  $R_A$  direkt geerdeten Gerät A auf, fließt der Fehlerstrom  $I_F$  über den Erderwiderstand  $R_A$  und den Betriebserderwiderstand  $R_B$  und den PE,

getrieben von der Phasenspannung  $\underline{U}_{ph}$ :  $\underline{U}_{ph} = \underline{U}_N / \sqrt{3} \approx (R_A + R_B) \cdot \underline{I}_F$ . Dadurch tritt am ebenfalls über  $R_B$  geerdeten Gerät B die Berührungsspannung  $\underline{U}_B = R_B \cdot \underline{I}_F$  auf.

$$U_B = \frac{R_B \cdot U_N / \sqrt{3}}{R_A + R_B} \quad (\text{V5.4-12})$$

Für Werte  $R_A \ll R_B$  tritt im Fehlerfall nahezu die gesamte Phasenspannung  $U_{ph}$  des Netzes zwischen Gehäuse und Erde des Geräts B auf, ist also deutlich größer als 50 V, so dass davon eine Gefährdung ausgeht.

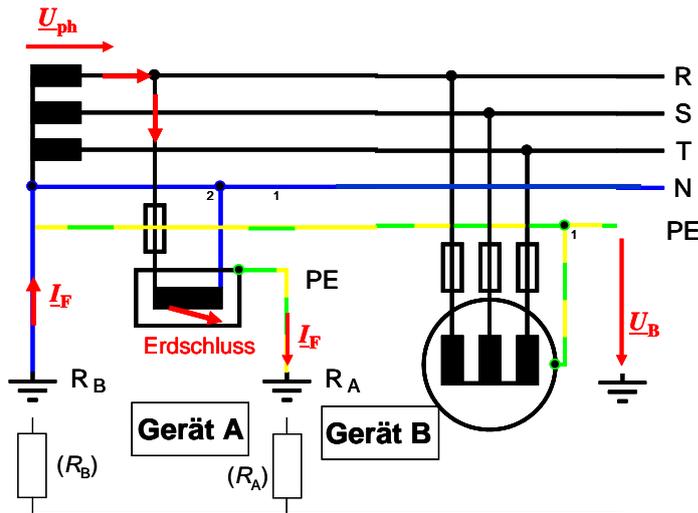


Bild V5.4-14: Beispiel eines im TN-Netz fälschlicherweise direkt geerdeten Betriebsmittels A. Ein dort auftretender Körperschluss führt am schadfremen Gerät B (ohne direkte Erdung) möglicherweise zu einer zu hohen Berührungsspannung  $U_B$ .

## V5.5 Betriebsmittel - Schutzklassen

Elektrische Betriebsmittel sind in **Schutzklassen** eingeteilt. Sie bezeichnen die Art, wie der Schutz gegen gefährliche Körperströme ausgeführt ist. In *Deutschland* gibt es die Schutzklassen I, II und III. Die andernorts ebenfalls verwendete **Schutzklasse 0** ist in *Deutschland* nicht zugelassen, da bei dieser nur ein einfacher Schutz, nämlich die „Basisisolierung“ der el. aktiven Teile wie Spulen oder Leitungen (z. B. Lackisolierung des Leiterdrahts), vorgeschrieben ist.

### a) Schutzklasse I:

Die Schutzklasse I ist durch folgendes Symbol gekennzeichnet: .

Es besteht ein zweifacher Schutz durch

- (i) die „Basisisolierung“ der aktiven Teile (z. B. Spulen, Leitungen, ...) und
- (ii) durch die Umhüllung der aktiven Teile mit einem „Körper“ (z. B. metallisches Gehäuse), der an den Schutzleiter PE angeschlossen ist.

### b) Schutzklasse II:

Die Schutzklasse II ist durch folgendes Symbol gekennzeichnet: .

Es besteht ein zweifacher Schutz durch

(i) eine „Basisisolierung“ der aktiven Teile (z. B. Spulen, Leitungen, ...) und  
(ii) durch die Umhüllung der aktiven Teile mit einer weiteren unabhängigen Isolierung (z. B. Kunststoff-Gehäuse). Deshalb erfolgt meist kein Anschluss dieser Umhüllung an den Schutzleiter.

### c) Schutzklasse III:

Die Schutzklasse III ist durch folgendes Symbol gekennzeichnet: .

Hier wird der Schutz durch die Verwendung von Sicherheits- oder Schutzkleinspannung SELV, PELV, FELV (Abschnitt V5.3) sichergestellt. Das Arbeiten mit diesen kleinen Spannungen  $U$  (Sicherheits-/Schutzkleinspannung) ist aber nur bei geringer Leistung  $P$  möglich, da sonst der Strom  $I$  zu groß wird:  $I = P/U$ .

Das Arbeiten mit Spannungen  $> 50$  V AC kann, abhängig vom Körperzustand (Wert des Körperwiderstands  $R_K$  und physische Verfassung), für Menschen u. U. bereits gefährlich sein. Somit gibt es keine absolute (= 100%)-Sicherheit, sondern nur die durch die Kombination der o. g. Maßnahmen aus Schutzeinrichtungen und Schutzklassen hergestellte „vollkommene“ Sicherheit, definiert durch eine sehr geringe Restrisiko-Wahrscheinlichkeit von z. B.  $10^{-6}$ . Die hier vorgestellten Schutzmaßnahmen in Niederspannungsnetzen ( $< 1$  kV) in *Deutschland* mit den Schutzeinrichtungen „Fehlerstromschutzschalter (RCCB)“, „Isolationswächter“, „Überstromauslöser“ und unterschiedlichen „Erdungs- bzw. Potentialausgleichskonzepten“ sind in Verbindung mit der jeweiligen „Netzform“ genormt und gesetzlich verpflichtend. Ähnlich wie in *Deutschland* bestehen in *Westeuropa* hohe Sicherheitsstandards, weshalb die Anzahl der Elektrounfälle pro Jahr rückläufig ist bzw. auf einem niedrigen Niveau liegt. Notwendig sind hierfür aber regelmäßige, meist gesetzlich vorgeschriebene Schulungen und Auffrischungen des Wissens insbesondere für E-Fachkräfte.