

Inhalt der Vorlesung

Elektrothermische Prozesstechnik



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1. Einführung / Übersicht über Verfahren / Energiewirtschaftliche Bedeutung
2. Grundlagen der Wärmelehre und der numerischen Simulation
3. Numerische Simulation von Temperaturfeldern / Analytischer Vergleich
Simulation von Temperaturfeldern, Wärmeleitungsgleichung
4. Energieeffizienz elektrothermischer Verfahren / Konduktive Erwärmung
5. Maxwell-Gleichungen / Leistungsumsetzung
6. Induktionserwärmung 1 (Wirkungsgrad und Schmelzen)
7. Induktionserwärmung 2 (Schmieden und Quersfeld)
8. Induktionserwärmung 3 (Härten und Schweißen)
9. Induktionserwärmung 4 (Simulation)
10. Dielektrische Erwärmung
11. Indirekte Erwärmung / Organisatorisches



Simulation von Temperaturfeldern



Mittels numerischer Simulationsmodelle lassen sich physikalische Prozesse analysieren und prognostizieren. Die Simulationsmodelle basieren dabei auf Differenzialgleichungen, die innerhalb der Berechnungssoftware aufgestellt, mit Last- und Randbedingungsdaten gefüttert und schließlich gelöst werden.

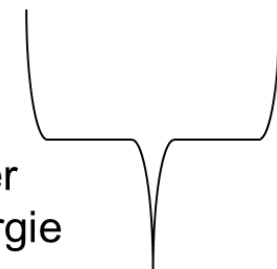
Für eine sehr vereinfachte Anordnung (DGL analytisch lösbar) soll ein stationäres Temperaturfeld per Simulation berechnet werden:

Ein Körper der Länge „b“ besitzt an einer Stirnseite (bei $x=0$) eine feste Temperatur T_0 . Nur an der Stirnseite bei $x=b$ liegt ein Wärmeübergang vor (Konvektion, (Wärmeübergangskoeffizient α , Umgebungstemperatur T_U)). Welche Temperatur T_x besitzt der Körper bei $x= b/2$?

$$c_p \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + p$$



zeitliche
Änderung der
inneren Energie



Wärmeleitung



Wärmequellen



Simulation von Temperaturfeldern



Analytische Lösung unter folgenden Vereinfachung:

Wärmetransport nur 1-dimensional

Stationär

Konstante Material- und Konvektionsparameter

Keine inneren Wärmequellen

Die allgemeine Wärmeleitungsgleichung: $c_p \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \text{div}(\lambda \text{grad} \vartheta) + p$

Reduziert sich damit zu: $0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + 0$

Durch zweimaliges Integrieren erhält man:

$$\vartheta(x) = \frac{c_1}{\lambda} x + c_2$$

Die Integrationskonstanten lassen sich durch Berücksichtigung der Randbedingungen bestimmen:

$$\text{RB1: } \vartheta(x = 0) = T_0 = c_2$$



Da es sich um einen stationären Zustand handelt, gelten weiterhin „Kirchhoffsche Knotensätze“; die Summe der Wärmeströme an jedem Ort muss Null ergeben. Außerdem gilt das Analogon zur Gleichstromtheorie („Ohmsches Gesetz“).

$$\text{RB2: } \phi(x = b)_{\text{Leitung}} = \phi(x = b)_{\text{Konvektion}}$$

$$A \cdot \lambda \cdot \frac{T_0 - \vartheta(x=b)}{b} = A \cdot \alpha \cdot [\vartheta(x = b) - T_U]$$

$$\rightarrow \vartheta(x = b) = \frac{\frac{\lambda}{b} \cdot T_0 + \alpha \cdot T_U}{\alpha + \frac{\lambda}{b}}$$

Damit ergibt sich der Integrationssummand c_1 zu:

$$c_1 = \left\{ \frac{\frac{\lambda}{b} \cdot T_0 + \alpha \cdot T_U}{\alpha + \frac{\lambda}{b}} - T_0 \right\} \cdot \frac{\lambda}{b}$$

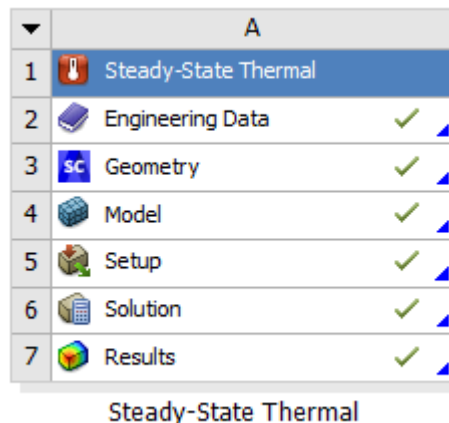
Simulation von Temperaturfeldern

Daraus ergeben sich beispielsweise folgende Werte:

	T_0	Länge b	WL λ	WÜK α	T_U	$T_x (x=b/2)$
Var. 1	100°C	40 mm	60 W/mK	300 W/m ² K	22°C	93,5 °C
Var. 2	200°C	100 mm	120 W/mK	5 W/m ² K	22°C	199,63 °C
Var. 3	100°C	200 mm	10 W/mK	4 kW/m ² K	22°C	61,48 °C

Diese analytischen Ergebnisse sollen auch mit Simulationsmodellen errechnet werden.

Blick auf ein stationär
thermisches System
innerhalb der
ANSYS Workbench



Simulation von Temperaturfeldern

Eingabedaten für die Simulation:

Materialdaten (Wärmeleitfähigkeit, ggf. temperaturabhängig)

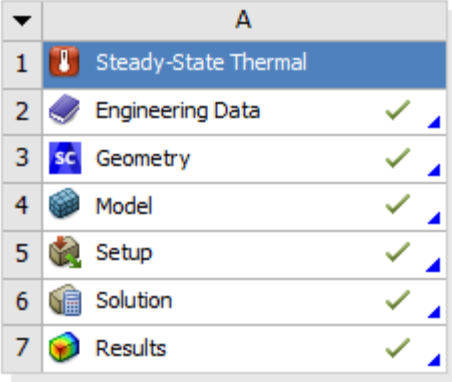
Geometrie

Örtliche Diskretisierung (Vernetzung)

Randbedingungen und ggf. Lasten

Lösungsprozedur

Ergebnisse



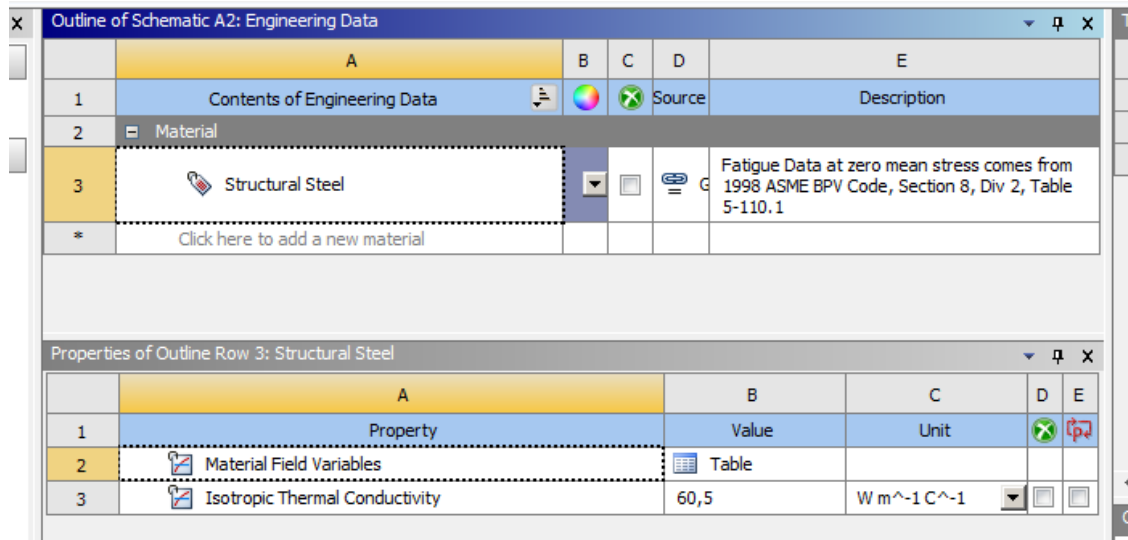
A	
1	Steady-State Thermal
2	Engineering Data ✓
3	Geometry ✓
4	Model ✓
5	Setup ✓
6	Solution ✓
7	Results ✓

Steady-State Thermal

Simulation von Temperaturfeldern

Eingabedaten für die Simulation:

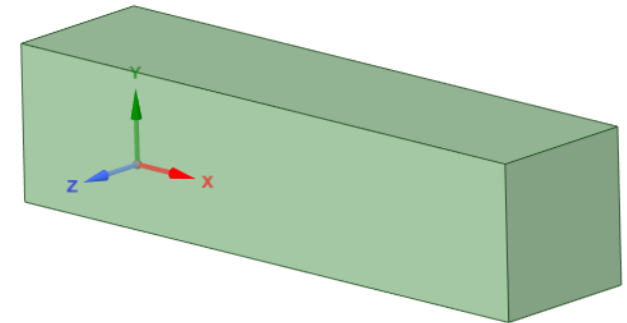
Materialdaten (Wärmeleitfähigkeit, ggf. temperaturabhängig, orthotrop, usw.):



	A	B	C	D	E
1	Contents of Engineering Data		Source		Description
2	Material				
3	Structural Steel				Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
*	Click here to add a new material				

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Isotropic Thermal Conductivity	60,5	W m ⁻¹ C ⁻¹		

Geometrie:



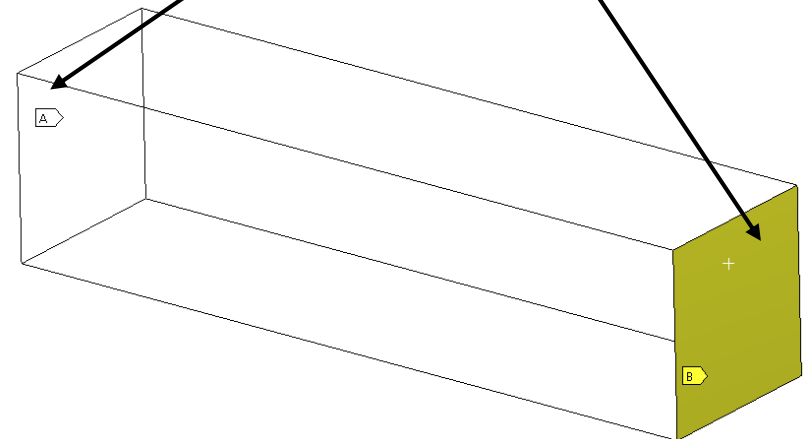
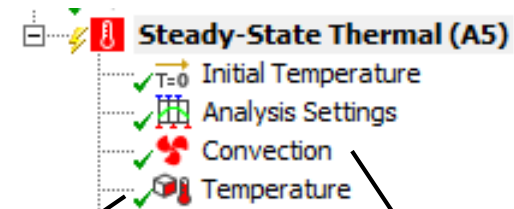
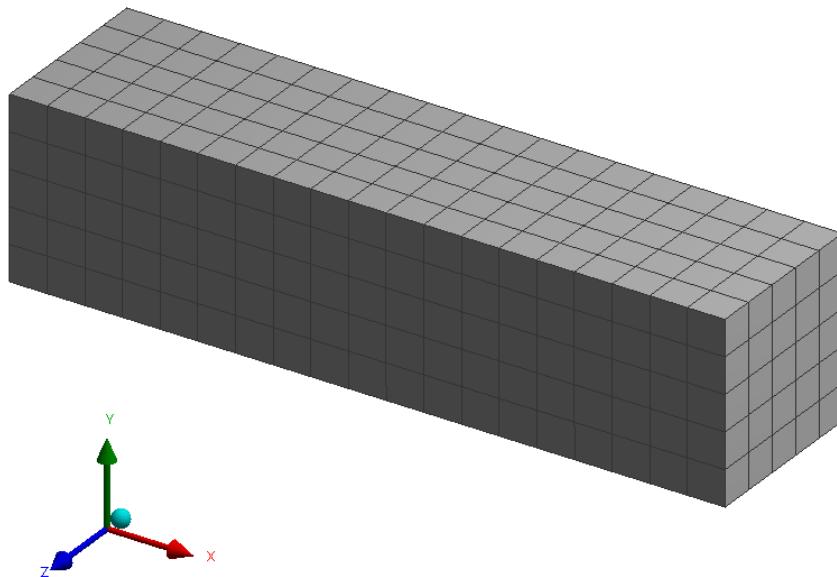
Simulation von Temperaturfeldern

Eingabedaten für die Simulation:

Vernetzung...

...und...

...Randbedingungen:

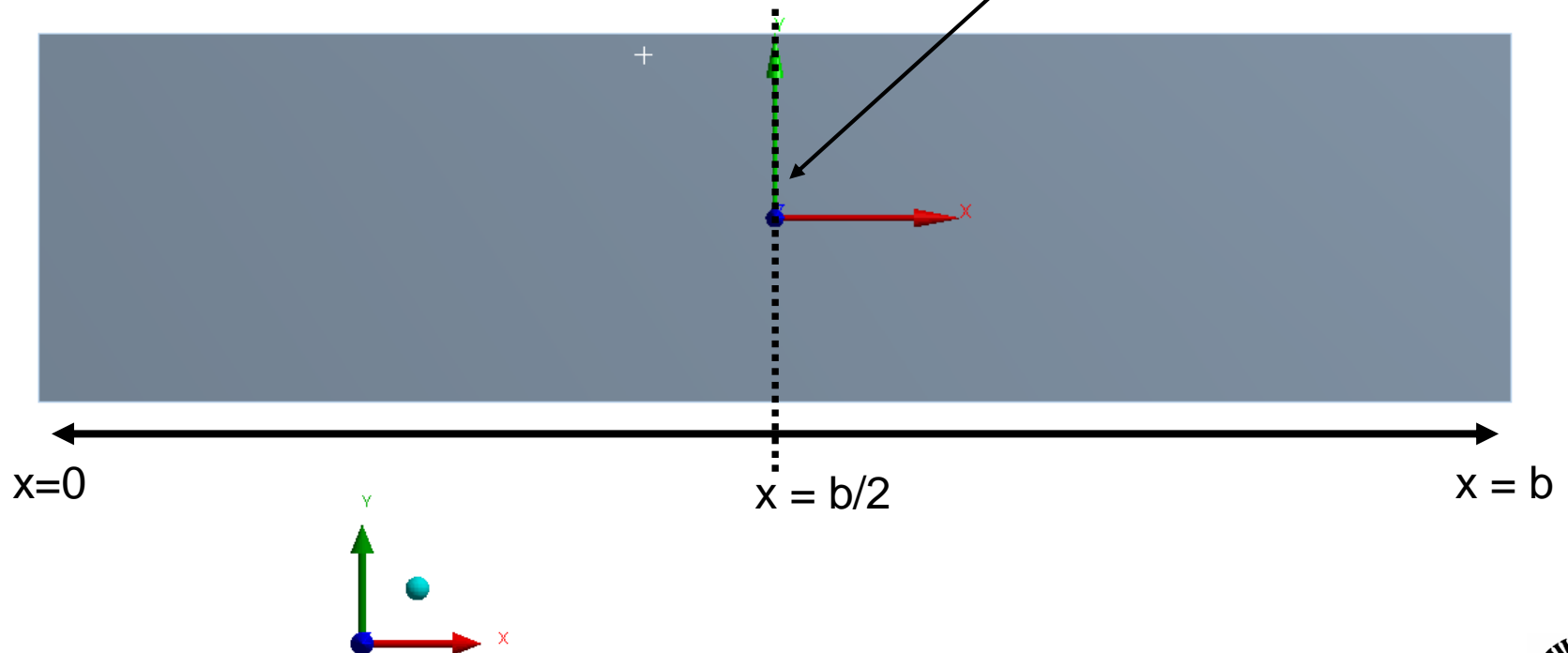


Keine Randbedingung bedeutet „adiabat“

Simulation von Temperaturfeldern

Eingabedaten für die Simulation:

Zusätzliches Koordinatensystem zur Auswertung bei $x=b/2$:



Simulation von Temperaturfeldern

Einpfelegen der Eingabeparameter und Abgleich mit Simulation

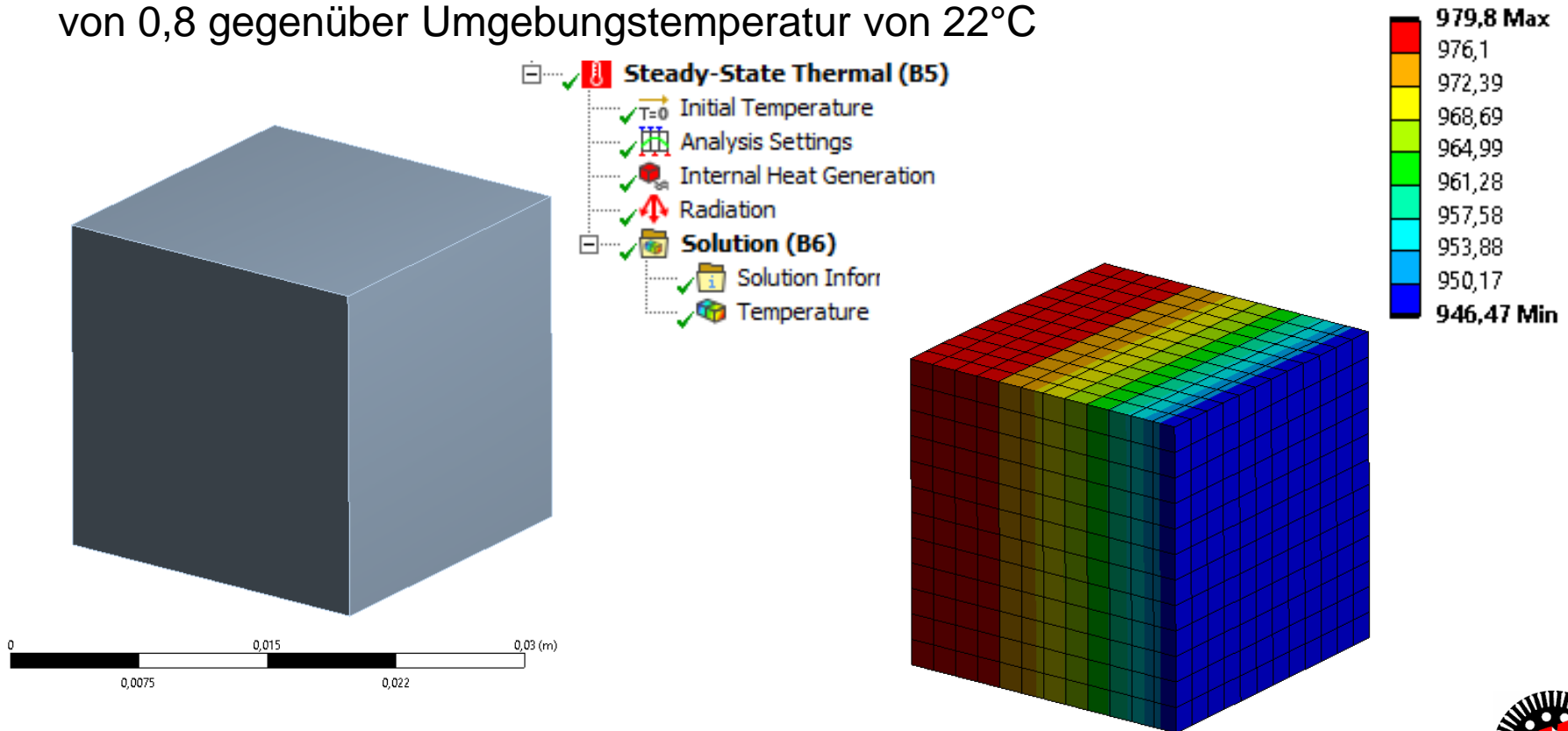
	Randbedingung	Geometriewert	Materialwert	Randbedingung	Randbedingung	
	T_0	Länge b	WL λ	WÜK α	T_U	$T_x (x=b/2)$
Var. 1	100°C	40 mm	60 W/mK	300 W/m ² K	22°C	93,5 °C
Var. 2	200°C	100 mm	120 W/mK	5 W/m ² K	22°C	199,63 °C
Var. 3	100°C	200 mm	10 W/mK	4 kW/m ² K	22°C	61,48 °C

	$T_x (x=b/2)$ - analytisch	$T_x (x=b/2)$ - numerisch						
Var. 1	93,5 °C	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>Time [s]</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1.</td> <td>93,5</td> </tr> </table>		Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]	1	1.	93,5
	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]						
1	1.	93,5						
Var. 2	199,63 °C	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>Time [s]</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1.</td> <td>199,63</td> </tr> </table>		Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]	1	1.	199,63
	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]						
1	1.	199,63						
Var. 3	61,48 °C	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>Time [s]</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1.</td> <td>61,481</td> </tr> </table>		Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]	1	1.	61,481
	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Temp_b/2 [°C]						
1	1.	61,481						



Simulation von Temperaturfeldern

Ein weiteres Beispiel behandelt die Simulation vom thermisch stationären Zustand eines Würfels (Kantenlänge 20 mm) mit innerer Wärmequelle ($p = 5e6 \text{ W/m}^3$) und Abstrahlung über einer Seitenfläche mit Emissionskoeffizient von 0,8 gegenüber Umgebungstemperatur von 22°C



Simulation von Temperaturfeldern

Analytische Berechnung des Würfelstrahlers:

Stationärer Zustand → eingebrachte Leistung = abgegebene Leistung

$$\phi_{ein} = p \cdot V = 5e6 \frac{W}{m^3} \cdot (0,02m)^3 = 40W$$

$$\phi_{ab} = \varepsilon \cdot A \cdot \sigma_S \cdot (T^4 - T_U^4) = (0,02m)^2 \cdot 5,67 \frac{W}{m^2K^4} \cdot 10^{-8} \cdot (T^4 - (295,15K)^4)$$

Gleichsetzen und ausrechnen ergibt: **946,41°C**

