

Inhalt der Vorlesung

Numerische Simulation elektrothermischer Prozesse



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

1. Einführung / Übersicht über Verfahren / Simulation zur Wirtschaftlichkeitsanalyse
2. Grundlagen der Wärmelehre, Simulation von Temperaturfeldern
3. Energieeffizienz / Konduktive Erwärmung (Praxis und Simulation)
4. **Maxwell-Gleichungen / Leistungsumsetzung / Wirkungsgrad**
Herleitung der Eindringtiefe und des Wirkungsgrads, Verwendung von Feldführung
5. Induktionserwärmung 1: Umrichter, Schmelzöfen, Schmieden
6. Induktionserwärmung 2: Querfeld, Härten, Schweißen
7. Induktionserwärmung 3: Simulation (Praxis und Übung)
8. Indirekte Erwärmung / Hybrid-Verfahren
9. Dielektrische Erwärmung (Praxis und Simulation)
10. Organisatorisches, Übungen, Fragen & Antworten



4.1 Berechnung direkter Erwärmungsverfahren

4.1.1 Grundgleichungen in allg. Darstellung



Die *Maxwellschen Feldgleichungen* ermöglichen es, die räumliche Verteilung und die Richtung der einzelnen Feldgrößen einschließlich ihrer zeitlichen Abhängigkeit zu berechnen

\vec{E} : *elektrische Feldstärke*

\vec{D} : *elektrische Flussdichte (Verschiebungsdichte)*

\vec{H} : *magnetische Feldstärke*

\vec{B} : *magnetische Induktion (Flussdichte)*

\vec{S} : *Stromdichte*

Feldgleichungen (Maxwell'sche Gleichungen)

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{S} \quad (1)$$

$$\text{mit } \vec{S} = \kappa \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \equiv \text{Leitungs- und Verschiebungsstromdichte} \quad (2)$$



Maxwell'sche Gleichungen



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Für konstante Materialeigenschaften ε und μ gilt:

$$\mathit{rot} \vec{H} = \kappa \vec{E} + \varepsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{Durchflutungsgesetz (1. Maxwell-Gl.)} \quad (3)$$

$$\mathit{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \text{Induktionsgesetz (2. Maxwell-Gl.)} \quad (4)$$



Leistungsdichte, Leistung, Energie



Wird ein elektrisch leitendes Material von einem elektrischen Feld durchgesetzt, so wird in diesem Joulesche Wärme erzeugt. Für die je Volumenelement in Wärme umgesetzte elektrische Leistung (*Leistungsdichte*) gilt:

$$p(t) = \kappa \cdot E^2(t) = \frac{1}{\kappa} \cdot S^2(t) \quad \left[\frac{W}{m^3} \right] \quad (5)$$

Damit ergibt sich die *gesamte Wirkleistung* durch Integration über das Volumen V zu:

$$P(t) = \int_V \kappa \cdot E^2(t) dV = \frac{1}{\kappa} \cdot \int_V S^2(t) dV \quad (6)$$

Die im Volumen V gespeicherte *magnetische Feldenergie* beträgt:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \vec{H}(t) \cdot \vec{B}(t) dV \quad (7)$$



Leistungsdichte, Leistung

Liegen sinusförmige Feldgrößen vor, gilt mit:

$$\vec{E}(t) = \hat{E} \cdot \sin \omega t = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ \underline{\underline{E}} \right\} \quad (9)$$

im eingeschwungenen (quasistationären) Zustand für die in einem Volumen erzeugte Leistung nach Gl. (5):

$$p = \kappa \cdot \left| \underline{\underline{E}} \right|^2 \quad (10)$$

$\underline{\underline{E}}$ ist hierin der komplexe Effektivwert. Die gesamte Leistung ist dann entsprechend Gl. (6):

$$P = \int_V \kappa \cdot \left| \underline{\underline{E}} \right|^2 dV \quad (11)$$

Allgemeine Form der *Maxwell*'schen Gleichung für harmonische Vorgänge:

$$\text{rot } \underline{\underline{\vec{H}}} = (\kappa + j\omega\varepsilon)\underline{\underline{\vec{E}}} \quad (14)$$

$$\text{rot } \underline{\underline{\vec{E}}} = -j\omega\mu\underline{\underline{\vec{H}}} \quad (15)$$

$\underline{\underline{\vec{E}}} = \underline{\underline{\vec{E}}}(x, y, z)$ kann als komplexer Effektivwert oder auch als komplexe Amplitude aufgefasst werden, je nach dem, ob mit $1/(\sqrt{2}e^{j\omega t})$ oder mit $1/e^{j\omega t}$ multipliziert wird. Die Feldgrößen $\underline{\underline{\vec{E}}}$ und $\underline{\underline{\vec{H}}}$ hängen nur von Ort ab.

Elektromagnetisches Feld in elektrischen Leitern (quasistationärer Zustand)

In elektrischen Leitern mit hoher Leitfähigkeit κ kann die Verschiebungsstromdichte vernachlässigt werden, da gilt $\kappa \gg \omega\varepsilon$. Damit vereinfachen sich die *Maxwell*'schen Gleichungen zu:

$$\text{rot } \underline{\underline{\vec{H}}} = \kappa \underline{\underline{\vec{E}}} \quad (16)$$

$$\text{rot } \underline{\underline{\vec{E}}} = -j\omega\mu\underline{\underline{\vec{H}}} \quad (17)$$

Grundgleichungen für Wechselstromfelder



Daraus ergeben sich durch Substitution die Differentialgleichungen für die Berechnung der elektrischen und magnetischen Feldgrößen:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \underline{\vec{E}} + j\omega\mu\kappa \underline{\vec{E}} = 0 \quad (18)$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \underline{\vec{H}} + j\omega\mu\kappa \underline{\vec{H}} = 0 \quad (19)$$

Mit der Wirbelstrom-Konstanten

$$\underline{k}^2 = -j\omega\mu\kappa \quad \left[\frac{1}{m^2} \right] \quad (20)$$

und der allgemeinen Vektoroperation

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \underline{\vec{V}} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \underline{\vec{V}} - \Delta \underline{\vec{V}} \quad (21)$$

($\underline{\vec{V}}$ ist ein beliebiger Vektor) und

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \underline{\vec{V}} = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \underline{\vec{E}} = 0, \operatorname{div} \underline{\vec{H}} = 0 \quad (22)$$

erhält man schließlich:

$$\Delta \underline{\vec{E}} + k^2 \underline{\vec{E}} = 0 \quad (23)$$

$$\Delta \underline{\vec{H}} + k^2 \underline{\vec{H}} = 0 \quad (24)$$

Dies sind die Ausgangsgleichungen für die Berechnung der Strom- und Feldverteilung in elektrischen Leitern

(**Beispiele:** Skineffekt, Wirbelströme bei induktiver Erwärmung und auch bei elektromagnetischer Schirmung).



Elektromagnetisches Feld in nichtleitenden Medium ($\kappa = 0$) (quasistationär)



Für $\kappa=0$ oder genauer $\kappa \ll \omega \varepsilon$ wird:

$$\operatorname{rot} \underline{\vec{H}} = j\omega \varepsilon \underline{\vec{E}} \quad (25)$$

$$\operatorname{rot} \underline{\vec{E}} = -j\omega \mu \underline{\vec{H}} \quad (26)$$

In analoger Weise folgen durch Substitution die Differentialgleichungen

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \underline{\vec{E}} - \omega^2 \varepsilon \mu \underline{\vec{E}} = 0 \quad (27)$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \underline{\vec{H}} - \omega^2 \varepsilon \mu \underline{\vec{H}} = 0 \quad (28)$$

die mit

$$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \quad [1/m] \quad (\text{reelle Größe}) \quad (29)$$

in die *Wellengleichungen* übergehen:

$$\Delta \underline{\vec{E}} + k_0^2 \underline{\vec{E}} = 0 \quad (30)$$

$$\Delta \underline{\vec{H}} + k_0^2 \underline{\vec{H}} = 0 \quad (31)$$

Anwendungen hierfür sind die *dielektrische Erwärmung* und die *Mikrowellenerwärmung*.



4.1.2 Der leitende Halbraum

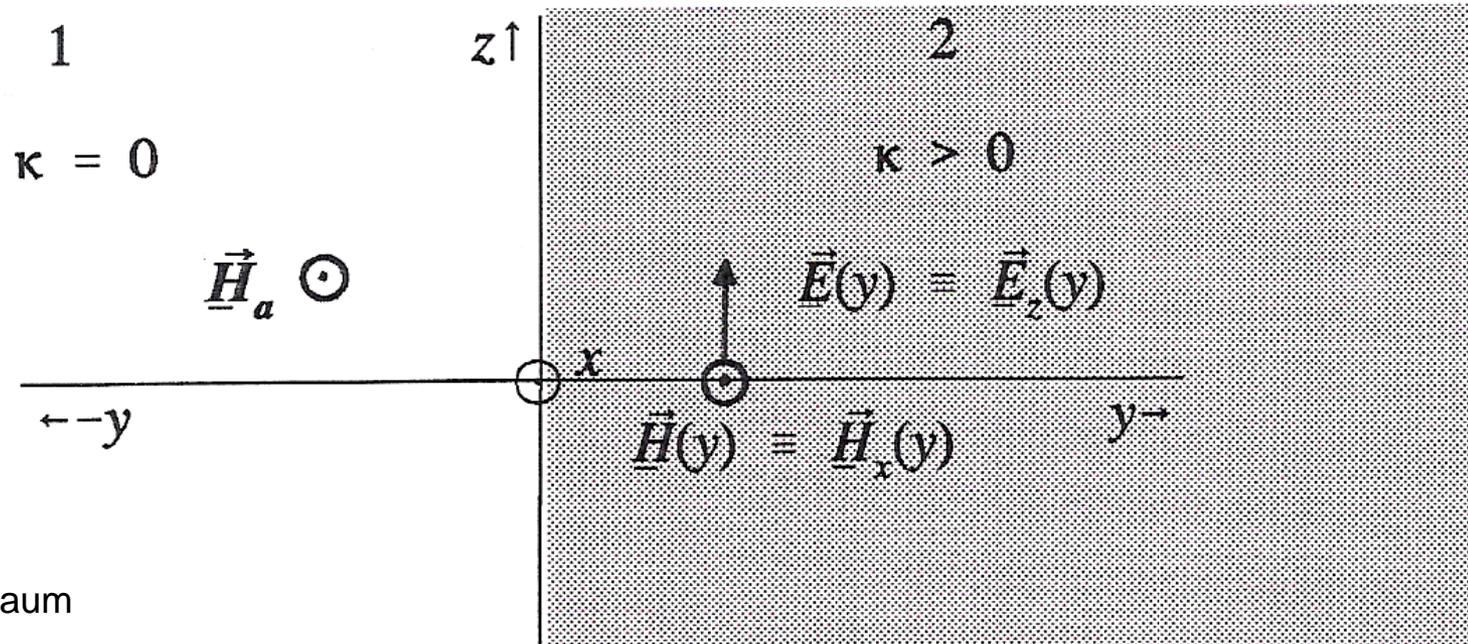
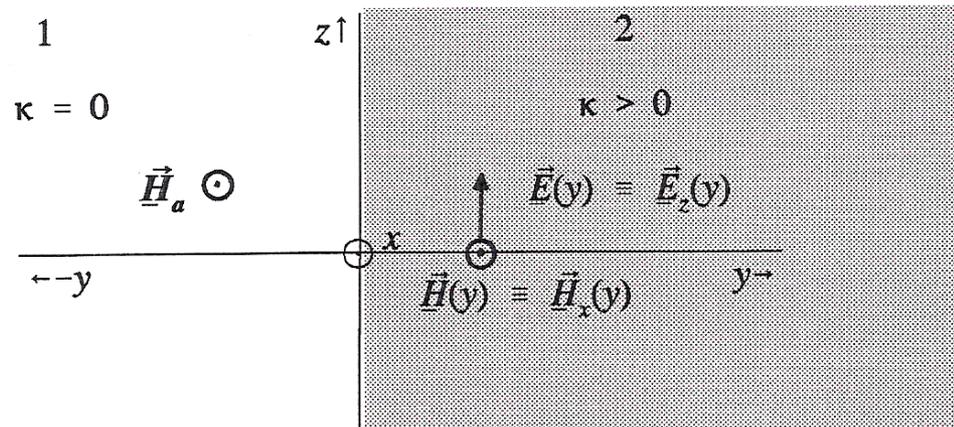


Bild 1:
Der leitende Halbraum

Die Grenzfläche ist die $y=0$ -Ebene. Die mathematischen und physikalischen Gesetzmässigkeiten im unendlich ausgedehnten Halbraum sind sehr einfach und können unter bestimmten Voraussetzungen auf die bei zylindrischen Feldern vorliegenden Verhältnisse übertragen werden.



An Hand des Bildes können zwei Anwendungsfälle untersucht werden:

-Stromverdrängung: Der Halbraum werde in Richtung z von einem Strom I durchgeflossen. Zu berechnen sind die Feldgrößen und ihre örtliche Verteilung.

-Wirbelströme: Ein leitfähiger Körper befindet sich in einem Magnetfeld und es werden Wirbelströme induziert. Der Vektor der magnetischen Feldstärke $\vec{H} = \vec{H}_a$ im nichtleitenden Raum zeigt in Richtung der positiven x -Achse (Bild). Zu berechnen sind die Feldgrößen und ihre örtliche Verteilung im leitenden Körper 2.

Der leitende Halbraum

In beiden Fällen gilt: a) E besitzt nur eine Komponente in z-Richtung
b) H besitzt nur eine Komponente in x-Richtung

Somit ist

$$\vec{E} = \underline{E}_z(y) = \underline{E}_z \cdot \vec{e}_z \quad (46)$$

$$\vec{H} = \underline{H}_x(y) = \underline{H}_x \cdot \vec{e}_x \quad (47)$$

Beide Feldgrößen sind nur von y abhängig, also unabhängig von z und x .

Mit diesen Annahmen vereinfachen sich die Differentialgleichungen

$$\Delta \vec{E} + \underline{k}^2 \vec{E} = 0 \quad (48)$$

$$\Delta \vec{H} + \underline{k}^2 \vec{H} = 0 \quad (49)$$

zu den *Feldgleichungen*

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial y^2} + \underline{k}^2 \underline{E}_z = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_x}{\partial y^2} + \underline{k}^2 \underline{H}_x = 0 \quad (51)$$

beziehungsweise

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \quad (52)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \kappa \vec{E} \quad (53)$$



Der leitende Halbraum



Gehen über in

$$\text{rot}_x \vec{E} = \frac{d\underline{E}_z}{dy} = -j\omega\mu\underline{H}_x$$

$$\text{rot}_z \vec{H} = -\frac{d\underline{H}_x}{dy} = \kappa \underline{E}_z$$

(54) (55)

Lösungsansatz für Gl. (50):

$$\underline{E}_z = \underline{E}_{z0} \cdot e^{ay}$$

(56)

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} (a \underline{E}_z) = a^2 \underline{E}_z = -k^2 \underline{E}_z \Rightarrow a^2 = -k^2 = j\omega\mu\kappa$$

(57)

$$a = \pm \sqrt{j\omega\mu\kappa} = \pm \frac{1+j}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega\mu\kappa} = \pm \frac{1+j}{\delta}$$

(58)

Der positive Wert von a ist auszuschneiden, da die Feldstärke mit wachsendem y nicht über alle Grenzen zunehmen darf (1. Hauptsatz der Thermodynamik).

Also:

$$\underline{k} = -\frac{1+j}{\delta}$$

(59)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\kappa}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \kappa}}$$

(60)

Die Grösse δ hat die Dimension einer Länge. Sie wird *Eindringmaß*, *Eindringtiefe* oder *äquivalente Leitschichtdicke* genannt.

Beispiel:

$$\delta_{Cu}(50 \text{ Hz}) \approx 1 \text{ cm}$$

$$\delta_{Cu}(5 \text{ kHz}) \approx 1 \text{ mm}$$



Der leitende Halbraum

Für die *elektrische Feldstärke* \underline{E}_z erhält man die Lösung $\underline{E}_z(y) = \underline{E}_0 \cdot e^{-\frac{1+j}{\delta} \cdot y}$ (61)

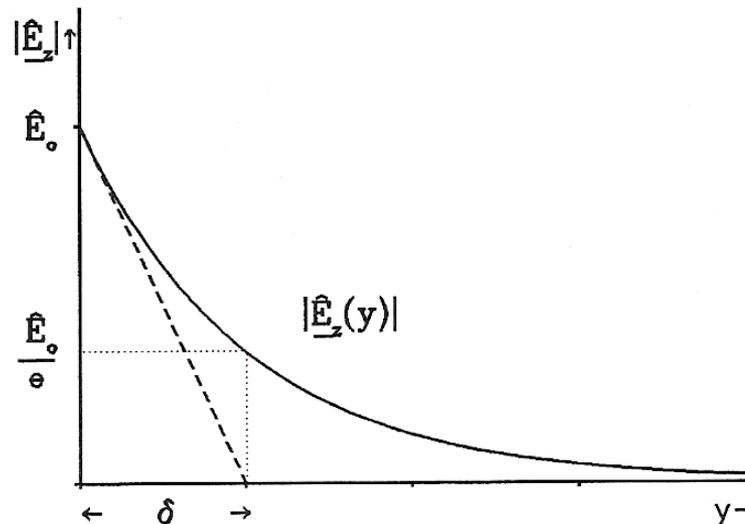
Mit der Oberflächenfeldstärke \underline{E}_0 .

Der Faktor $e^{-y/\delta}$ beschreibt die Dämpfung, der zweite Anteil $e^{-jy/\delta}$ bedeutet, dass das Feldstärkemaximum an verschiedenen Orten zu verschiedenen Zeitpunkten erreicht wird.

Für den *Betrag der Feldstärkeamplitude* gilt

$$|\hat{E}_z| = |\hat{E}_0| e^{-\frac{y}{\delta}} \quad (62)$$

Bild 2: Verlauf der Feldstärkeamplitude einer in ein leitendes Medium eindringenden Welle

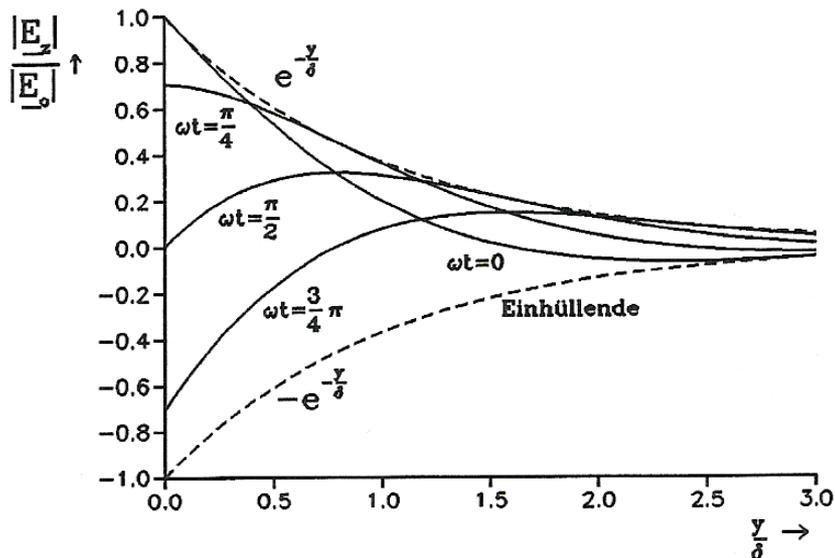


Örtlicher und zeitlicher Verlauf der elektrischen Feldstärke



$$E(y,t) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{\underline{E}}_z \cdot e^{j\omega t} \right\} = |\hat{\underline{E}}_0| \cdot e^{-\frac{y}{\delta}} \cdot \operatorname{Re} \left\{ e^{j\left(\omega t - \frac{y}{\delta}\right)} \right\} = \hat{\underline{E}}_0 \cdot e^{-\frac{y}{\delta}} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{y}{\delta}\right) \quad (63)$$

Dies ist die Gleichung einer *gedämpften elektrischen Welle*, die in den Körper eindringt.



Die graphische Auswertung zeigt nebenstehendes Bild als Funktion des Ortes y/δ für verschiedene Zeiten ωt . Nach $y/\delta \geq 3,5$ ist die Feldstärke auf ein vernachlässigbar geringen Wert abgeklungen.

Bild 3: Verlauf einer in die Oberfläche eindringenden gedämpften Welle für verschiedene Werte von ωt (verschiedene Zeitpunkte)



Örtlicher und zeitlicher Verlauf der elektrischen Feldstärke



Die *magnetische Feldstärke* folgt aus dem Induktionsgesetz

$$\frac{d\underline{E}_z}{dy} = -j\omega\mu\underline{H}_x \quad (65)$$

Zu:

$$\underline{H}_x = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{d\underline{E}_z}{dy} = \frac{1+j}{j\omega\mu\delta} \underline{E}_0 \cdot e^{-\frac{1+j}{\delta}y} = \underline{H}_0 \cdot e^{-\frac{1+j}{\delta}y} \quad (66)$$

Mit der Randfeldstärke:

$$\underline{H}_0 = \frac{1-j}{\omega\mu\delta} \underline{E}_0 \quad (67)$$

\underline{E}_0 und \underline{H}_0 schließen einen Winkel von $\pi/4$ ein, das heißt, sie besitzen eine zeitliche Phasenverschiebung, das H-Feld eilt um 45° nach. Es gilt für die H-Welle:

$$H(x,t) = \frac{\hat{E}_0}{\omega\mu\delta} \cdot e^{-\frac{y}{\delta}} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{y}{\delta} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (68)$$



Wärmequellendichte (Verlustleistungsdichte), Flächenleistungsdichte, Leistung



Für die *Wärmequellendichte* gilt mit obigen Beziehungen

$$p = \frac{\kappa}{2} \left| \hat{E}_z \right|^2 = \frac{\kappa}{2} \cdot \hat{E}_0^2 \cdot e^{-2\frac{y}{\delta}} \quad (68)$$

zu

$$p = \kappa \left| \underline{E}_z \right|^2 = \kappa E_0^2 \cdot e^{-2\frac{y}{\delta}} \quad (69)$$

mit den Effektivwerten \underline{E}_z bzw. E_0 .

Für $y = \delta$ ist $p = p_0 e^{-2} = 0,14 p_0$.

Die Wärmequellendichte p sinkt innerhalb des Eindringmaßes auf 14 % des Oberflächenwertes ab. Die elektrische Feldstärke sinkt auf den Wert

$$E(\delta) = E_0 e^{-1} = 0,37 E_0$$

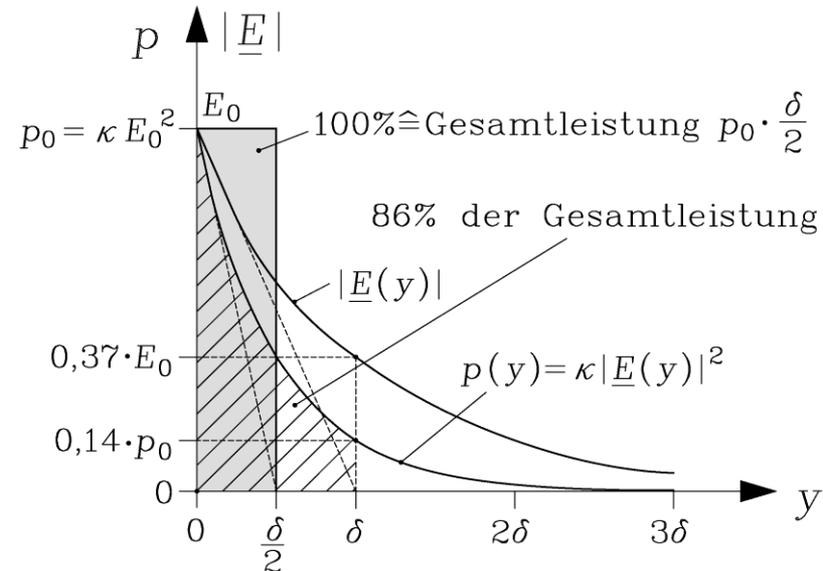


Bild 4: Verlauf des Betrages der elektrischen Feldstärke und der Wärmequellendichte einer in ein leitendes Medium eindringenden Welle



Die in z-Richtung zeigende Stromdichte ist:

$$\underline{S}_z(y) = \kappa \underline{E}_z(y) = \kappa \underline{E}_0 \cdot e^{-\frac{(1+j)y}{\delta}} \quad (76)$$

Betrachtet man einen Streifen des Halbraumes mit der Länge Δx und der Breite Δz , so wird dieser vom Teilstrom ΔI durchflossen.

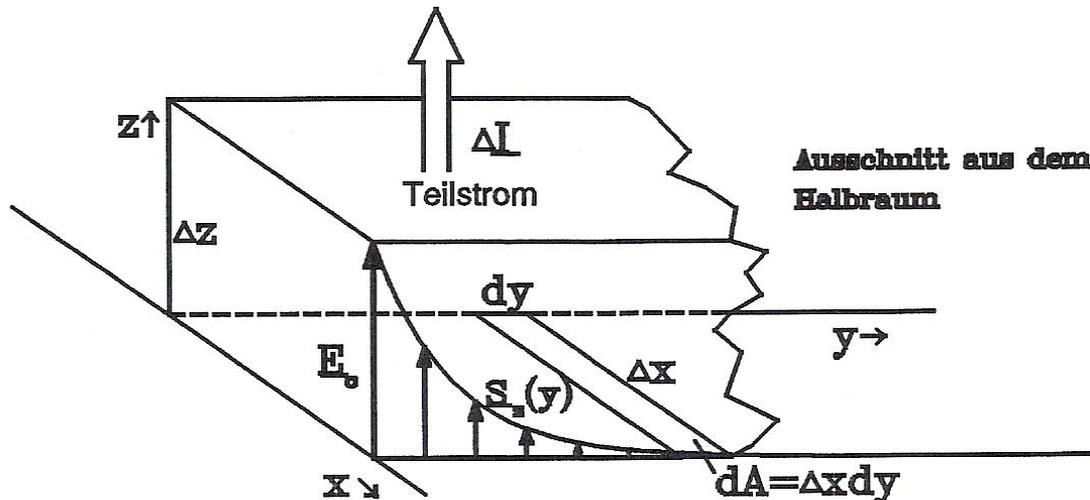


Bild 5: Teilstrom in einem Streifen des Halbraums.

Stromdichte und Strom



Für diesen Teilstrom gilt:

$$\Delta \underline{I} = \int_A \underline{\vec{S}} d\vec{A} = \int_0^\infty \underline{S}_z \Delta x \cdot dy = \int_0^\infty \kappa \underline{E}_0 \cdot e^{-(1+j)\frac{y}{\delta}} \Delta x dy = \left[\Delta x \cdot \kappa \underline{E}_0 \frac{-\delta}{1+j} e^{-\frac{1+j}{\delta} y} \right]_0^\infty = \frac{\Delta x \delta}{1+j} \kappa \underline{E}_0 \quad (77)$$

Oder für die elektrische Feldstärke an der Oberfläche:

$$\underline{E}_0 = \frac{1+j}{\Delta x \delta \kappa} \Delta \underline{I} \quad (78)$$

Für die magnetische Feldstärke galt:

$$\underline{H}_0 = \frac{1-j}{\omega \mu \delta} \underline{E}_0 \quad (79)$$

Und damit ist:

$$\underline{H}_0 = \frac{1-j}{\omega \mu \delta} \cdot \frac{1+j}{\Delta x \delta \kappa} \Delta \underline{I} = \frac{2}{\omega \mu \kappa} \cdot \frac{1}{\delta^2 \Delta x} \Delta \underline{I} = \frac{1}{\Delta x} \Delta \underline{I} \quad (80)$$

Das magnetische Feld ist phasengleich mit dem Strom, da das elektrische Feld um 45° vorausschleift.



Spannungsabfall und Impedanz



Der Spannungsabfall an der Oberfläche in z-Richtung beträgt über die Länge Δz :

$$\underline{\Delta U} = \Delta z \cdot \underline{E}_0 \quad (81)$$

Dem Streifen mit dem Querschnitt $\Delta z \cdot \Delta x$ an der Oberfläche des Halbraums kann eine Impedanz zugeordnet werden, für die gilt

$$\underline{Z}_i = \frac{\underline{\Delta U}}{\underline{\Delta I}} = R + jX_i \quad (82)$$

oder

$$\underline{Z}_i = \frac{\Delta z \cdot \underline{E}_0}{\Delta x \delta \kappa \underline{E}_0} \cdot (1 + j) = \frac{\Delta z}{\Delta x \delta \kappa} \cdot (1 + j) \quad (83)$$

also

$$R_{\sim}^{\infty} = R = X_i = \frac{\Delta z}{\Delta x \delta \kappa} \hat{=} \frac{l}{A \cdot \kappa} \quad (84)$$



Eindringtiefe



Ohmscher und induktiver Anteil der Impedanz sind gleich groß. Beide werden durch das Eindringmaß δ bestimmt. Es erscheint so, als würde der Halbraum ($\Delta x \rightarrow \infty, \Delta z \rightarrow \infty$) innerhalb der Schicht der Dicke δ vom gesamten Strom durchflossen. Dies gilt natürlich nur hinsichtlich der integralen Größen R und X_i .

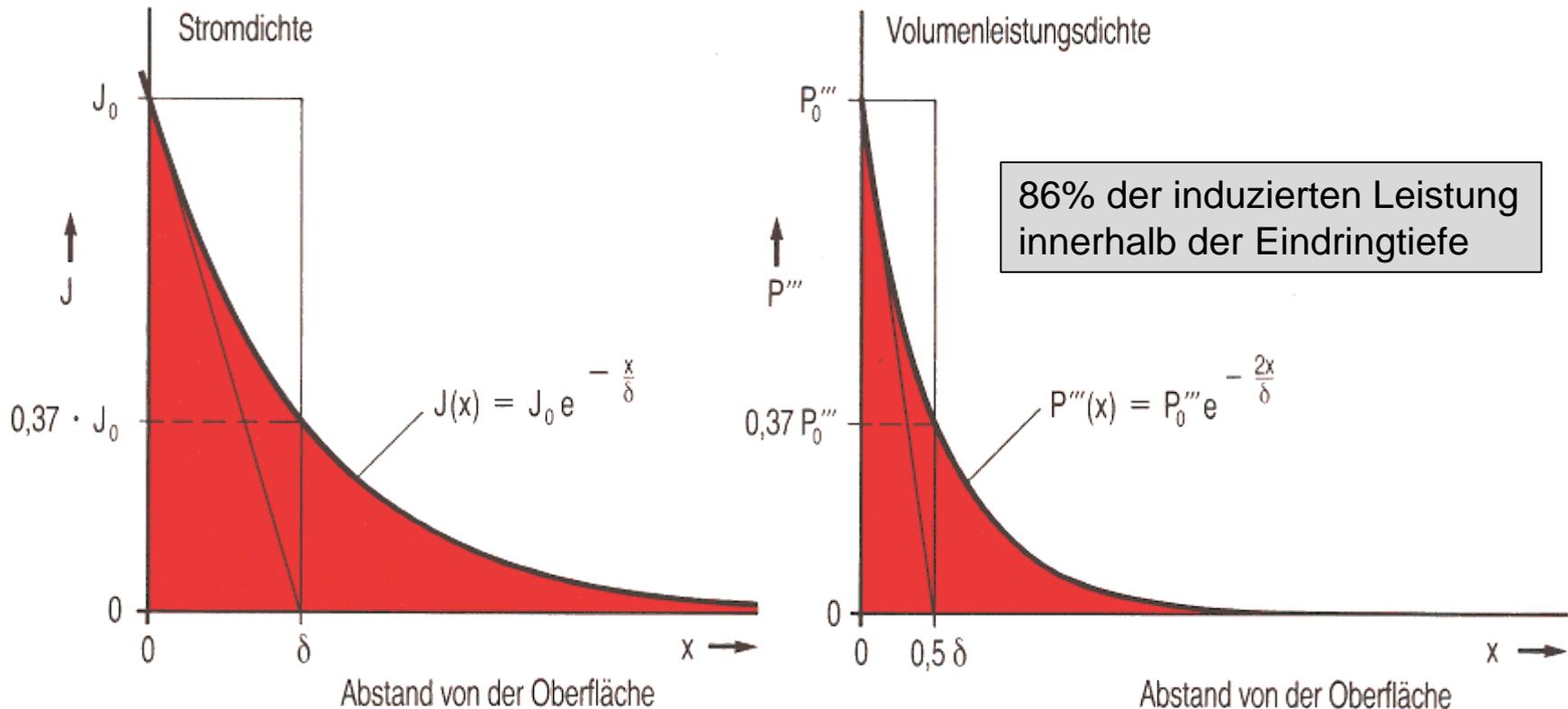
Äquivalente Leiterdicke:
(Eindringtiefe)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \kappa}}$$

(85)

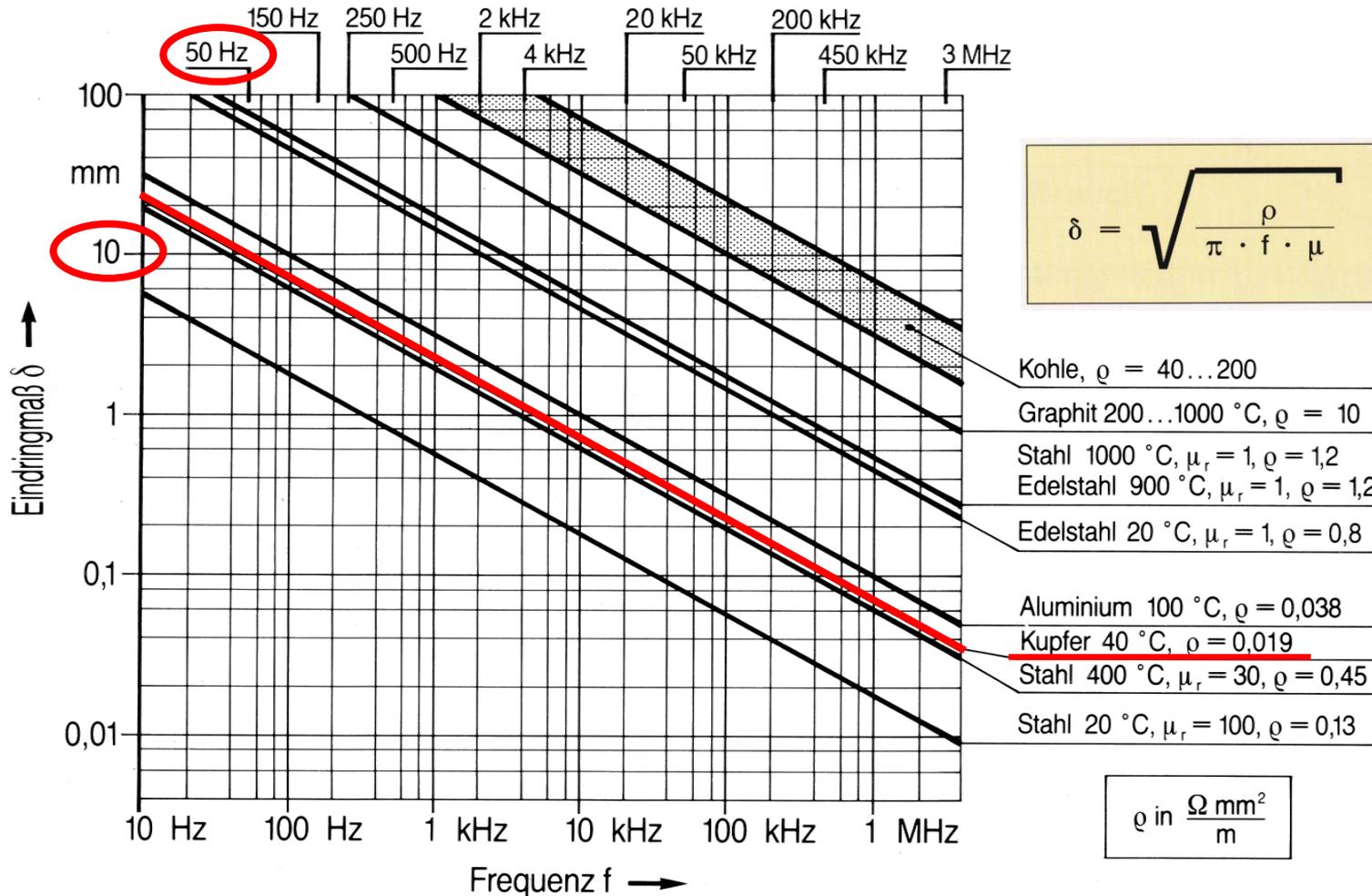


Strom- und Leistungsdichteverteilung im elektrisch leitenden unendlichen Halbraum



Quelle: RWE-Information Induktive Erwärmung

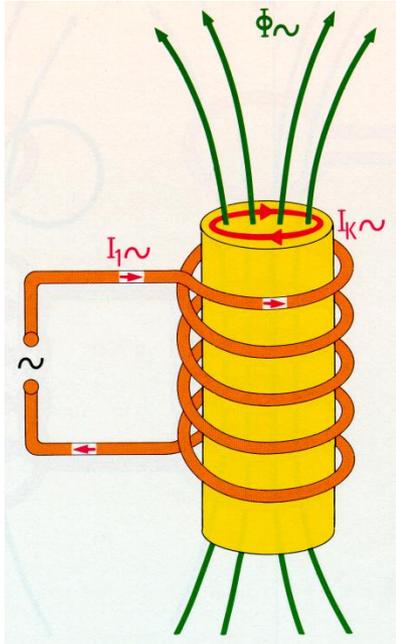
Eindringtiefe in Abhängigkeit der Frequenz



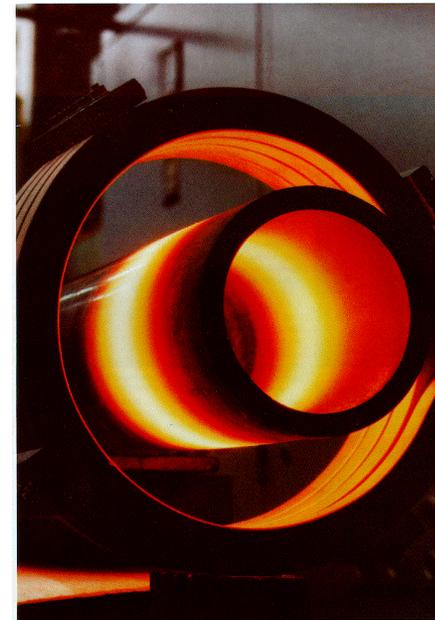
Quelle: RWE-Information Induktive Erwärmung



Prinzip der Erwärmung



Durcherwärmung eines Rohres

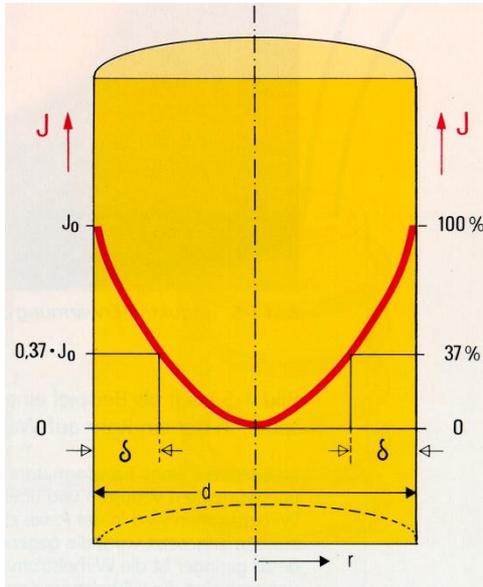


Quelle: RWE-Information Prozesstechnik

- Schmelzen und Warmhalten von Metallen
- Durcherwärmen zum anschließenden Umformen
- Wärmebehandlung von Metallen wie Härten, Glühen, Anlassen
- Schweißen von Rohren

Induktive Erwärmung - Eindringtiefen

Stromdichteverteilung

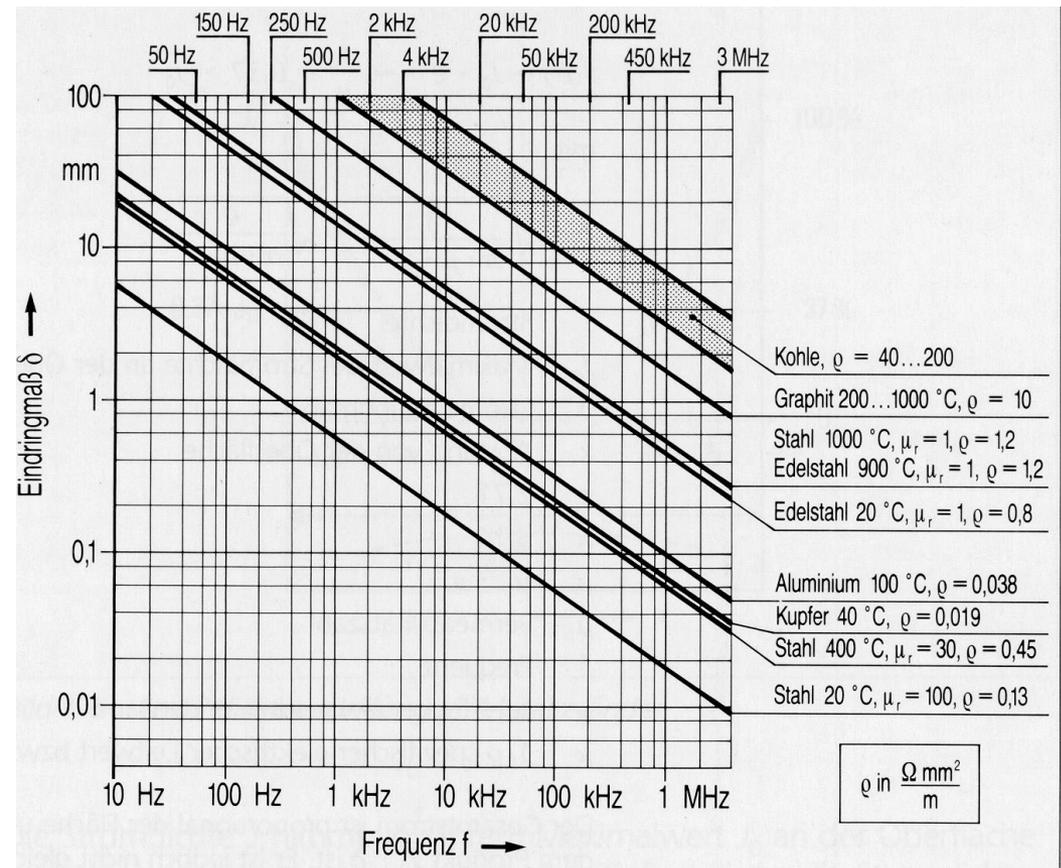


Quelle: RWE-Information Prozesstechnik

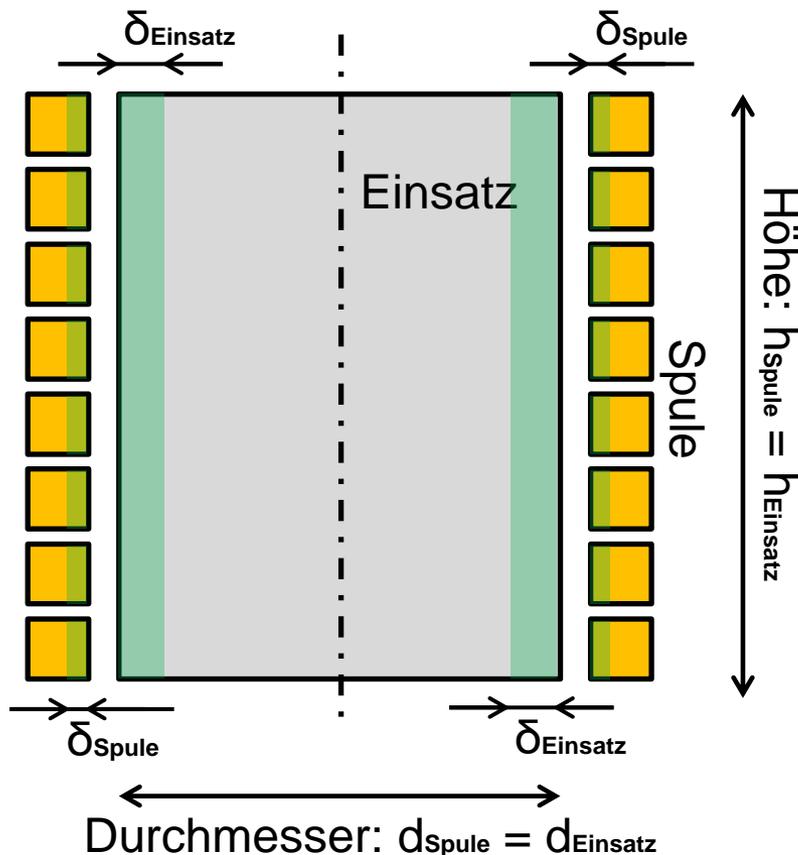
Eindringtiefe

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot f \cdot \mu}}$$

Eindringtiefe in Abhängigkeit von der Frequenz



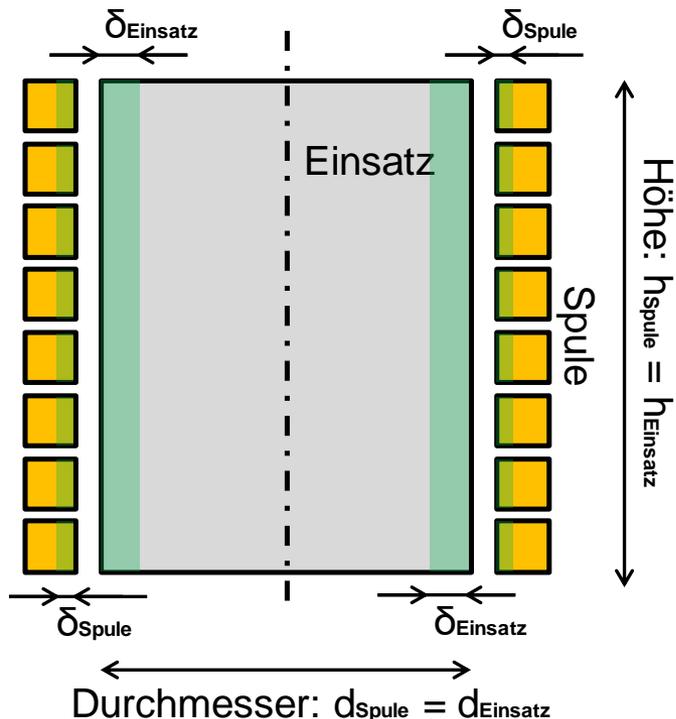
Herleitung fundamentaler Zusammenhänge an einfachem Modell:
Zylinderförmiger Einsatz in Zylinderspule



Annahmen:

- Ausgeprägter Skineneffekt ($d \gg \delta$)
- Streufeld = 0
- Einsatzdurchmesser = Spuleninnendurchmesser
- Einsatzhöhe = Spulenhöhe
- Kein Abstand zwischen Windungen
- rel. Permeabilitäten konstant (keine BH-Kennlinie)
- rel. Permeabilität Kupferspule = 1

Herleitung fundamentaler Zusammenhänge an einfachem Modell:
Zylinderförmiger Einsatz in Zylinderspule



$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{Leistungsumsatz}}{\text{Leistungsaufwand}}$$

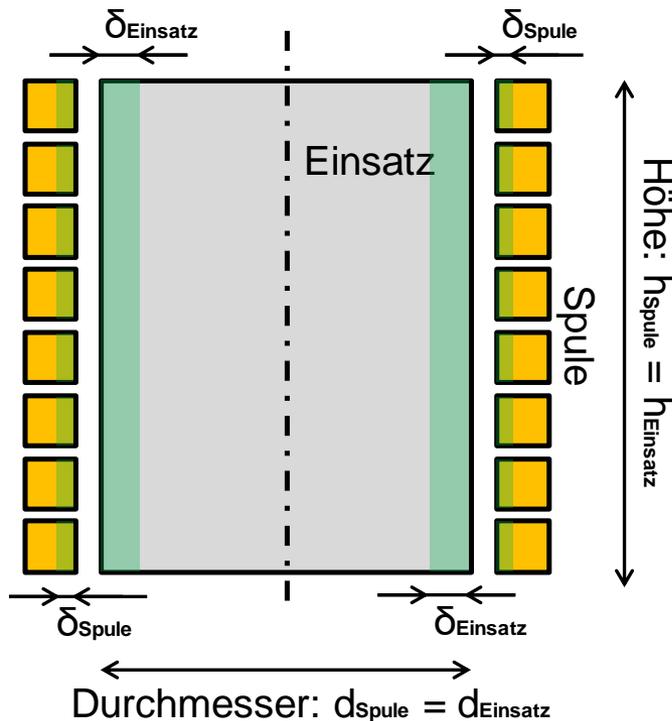
$$\eta = \frac{P_{\text{Einsatz}}}{P_{\text{Einsatz}} + P_{\text{Spule}}}$$

$$\eta = \frac{I_{\text{Einsatz}}^2 \cdot R_{\text{Einsatz}}}{I_{\text{Einsatz}}^2 \cdot R_{\text{Einsatz}} + I_{\text{Spule}}^2 \cdot R_{\text{Spule}}}$$

Die Spule hat n Windungen.
Bei idealer elektromagnetischer Kopplung
(*Streufeld* = 0) ergibt sich:

$$I_{\text{Einsatz}} = n \cdot I_{\text{Spule}}$$

Herleitung fundamentaler Zusammenhänge an einfachem Modell:
Zylinderförmiger Einsatz in Zylinderspule



Daraus folgt:

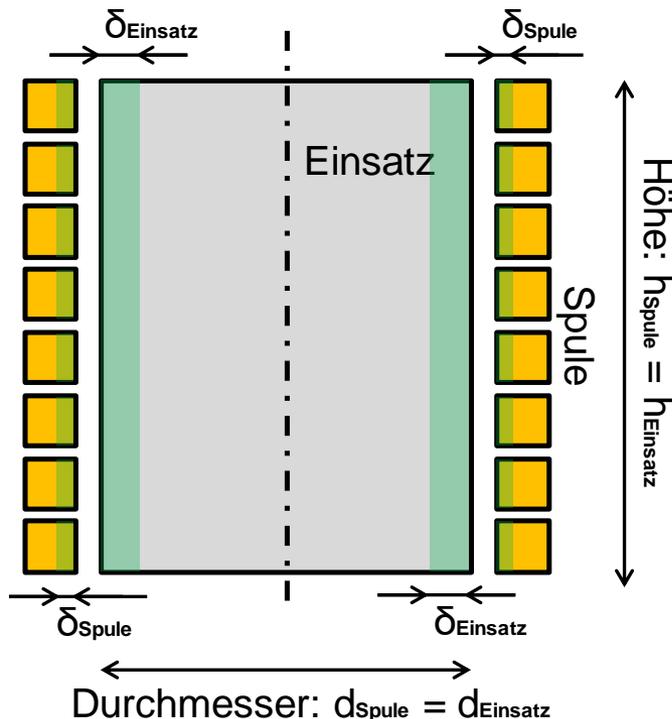
$$\eta = \frac{n^2 \cdot I_{Spule}^2 \cdot R_{Einsatz}}{n^2 \cdot I_{Spule}^2 \cdot R_{Einsatz} + I_{Spule}^2 \cdot R_{Spule}} = \frac{n^2 \cdot R_{Einsatz}}{n^2 \cdot R_{Einsatz} + R_{Spule}}$$

Für die Widerstände gilt:

$$R_{Einsatz} = \frac{d_{Einsatz} \cdot \pi}{\kappa_{Einsatz} \cdot h_{Einsatz} \cdot \delta_{Einsatz}}$$

$$R_{Spule} = \frac{n \cdot d_{Spule} \cdot \pi}{\kappa_{Spule} \cdot \frac{h_{Spule}}{n} \cdot \delta_{Spule}} = \frac{n^2 \cdot d_{Spule} \cdot \pi}{\kappa_{Spule} \cdot h_{Spule} \cdot \delta_{Spule}}$$

Herleitung fundamentaler Zusammenhänge an einfachem Modell:
Zylinderförmiger Einsatz in Zylinderspule



Daraus folgt:

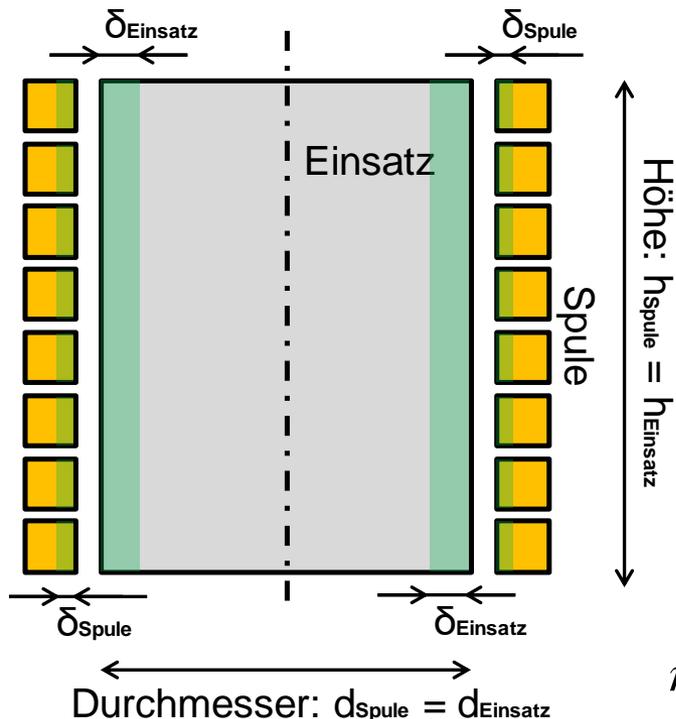
$$\eta = \frac{n^2 \cdot R_{\text{Einsatz}}}{n^2 \cdot R_{\text{Einsatz}} + R_{\text{Spule}}} =$$

$$\frac{n^2 \cdot \frac{d_{\text{Einsatz}} \cdot \pi}{\kappa_{\text{Einsatz}} \cdot h_{\text{Einsatz}} \cdot \delta_{\text{Einsatz}}}}{n^2 \cdot \frac{d_{\text{Einsatz}} \cdot \pi}{\kappa_{\text{Einsatz}} \cdot h_{\text{Einsatz}} \cdot \delta_{\text{Einsatz}}} + \frac{n^2 \cdot d_{\text{Spule}} \cdot \pi}{\kappa_{\text{Spule}} \cdot h_{\text{Spule}} \cdot \delta_{\text{Spule}}}}$$

Annahmenberücksichtigung...:

$$\eta = \frac{1}{\frac{\kappa_{\text{Einsatz}} \cdot \delta_{\text{Einsatz}}}{1} + \frac{1}{\kappa_{\text{Spule}} \cdot \delta_{\text{Spule}}}}$$

Herleitung fundamentaler Zusammenhänge an einfachem Modell:
Zylinderförmiger Einsatz in Zylinderspule



Umstellen des Bruchs:

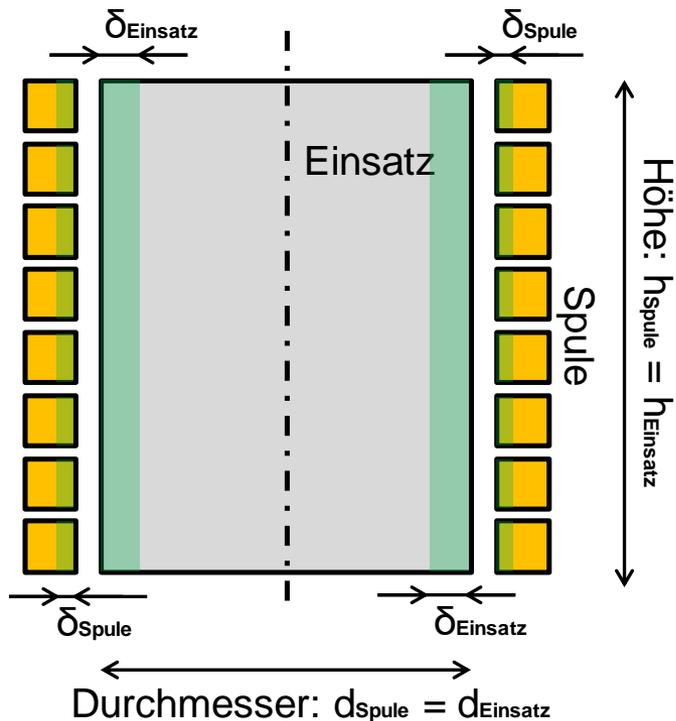
$$\eta = \frac{\kappa_{\text{Spule}} \cdot \delta_{\text{Spule}}}{\kappa_{\text{Spule}} \cdot \delta_{\text{Spule}} + \kappa_{\text{Einsatz}} \cdot \delta_{\text{Einsatz}}}$$

$$\text{Mit } \delta = \frac{1}{\sqrt{f \cdot \mu_{\text{rel}} \cdot \mu_0 \cdot \kappa \cdot \pi}}$$

folgt:

$$\eta = \frac{\kappa_{\text{Spule}}}{\sqrt{f \cdot \mu_{\text{rel},\text{Spule}} \cdot \mu_0 \cdot \kappa_{\text{Spule}} \cdot \pi}} + \frac{\kappa_{\text{Einsatz}}}{\sqrt{f \cdot \mu_{\text{rel},\text{Einsatz}} \cdot \mu_0 \cdot \kappa_{\text{Einsatz}} \cdot \pi}}$$

Herleitung fundamentaler Zusammenhänge an einfachem Modell:
Zylinderförmiger Einsatz in Zylinderspule



Vereinfachen des Bruchs:

$$\eta = \frac{\sqrt{\frac{K_{\text{Spule}}}{\mu_{\text{rel,Spule}}}}}{\sqrt{\frac{K_{\text{Spule}}}{\mu_{\text{rel,Spule}}} + \frac{K_{\text{Einsatz}}}{\mu_{\text{rel,Einsatz}}}}}$$

Annahme relative Permeabilität der Kupferspule = 1:

$$\eta = \frac{\sqrt{K_{\text{Spule}}}}{\sqrt{K_{\text{Spule}} + \frac{K_{\text{Einsatz}}}{\mu_{\text{rel,Einsatz}}}}}$$

Herleitung fundamentaler Zusammenhänge an einfachem Modell:
Zylinderförmiger Einsatz in Zylinderspule

Ergebnis:

$$\eta = \frac{\sqrt{K_{Spule}}}{\sqrt{K_{Spule}} + \sqrt{\frac{K_{Einsatz}}{\mu_{rel,Einsatz}}}}$$

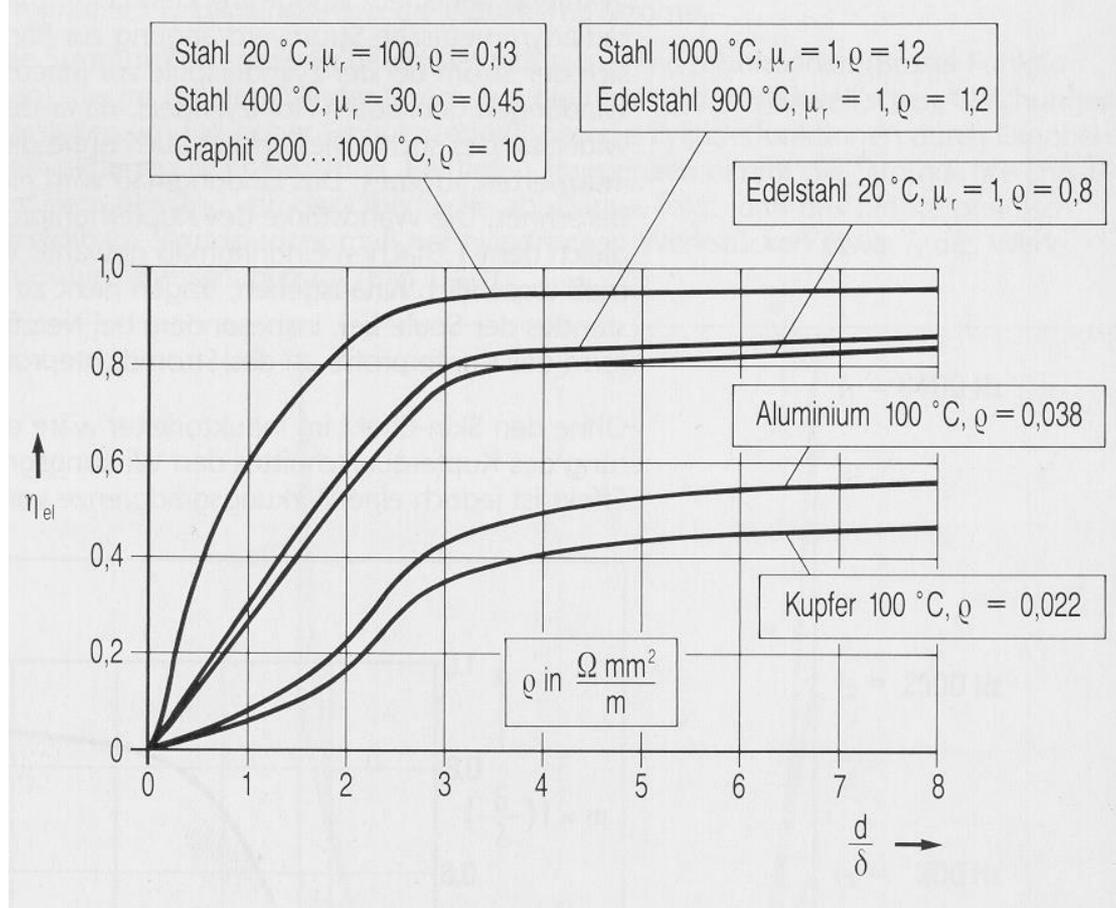
Qualitative Aussagen:

Wenn elektrische Leitfähigkeit des Einsatzes steigt, sinkt der Wirkungsgrad
Wenn die relative Permeabilität des Einsatzes steigt, steigt der Wirkungsgrad

Sonderfall: Falls Spulen- und Einsatzmaterial identisch (hier Kupfer):

$$\eta = \frac{\sqrt{K_{Spule,Einsatz}}}{\sqrt{K_{Spule,Einsatz}} + \sqrt{\frac{K_{Spule,Einsatz}}{1}}} = \frac{1}{1+1} = 50\%$$

Induktorwirkungsgrad

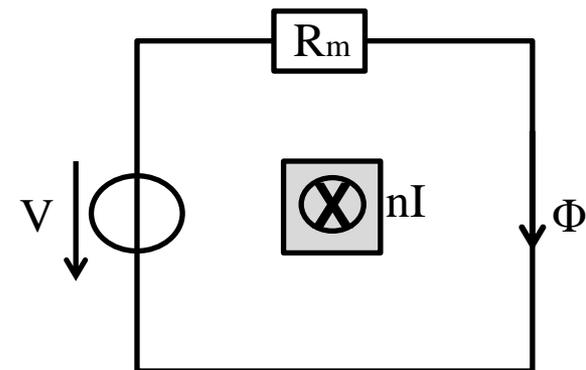
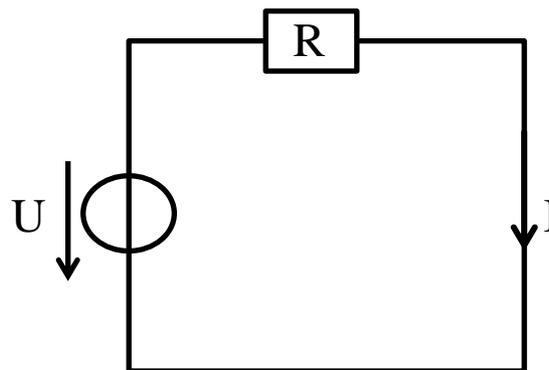


Induktorwirkungsgrad einer zylindrischen Anordnung Induktor-Werkstück als Funktion des Verhältnisses Werkstückdurchmesser zu Eindringmaß

Induktorwirkungsgrad Verbesserung durch Feldführung

Analogie der elektrischen und magnetischen Netzwerke

	Elektrisch	Magnetisch
Erregung	Elektrische Spannung U	Magnetische Spannung $V = (n) \cdot I$
Widerstand	$R = l / (\kappa A)$	$R_m = l / (\mu A)$
Stromfluss	$I = U / R$	$\Phi = V / R_m$
Stromfluss als Flächenintegral	$I = \int J \, dA$ J: Stromdichte	$\Phi = \int B \, dA$ B: magnetische Flussdichte

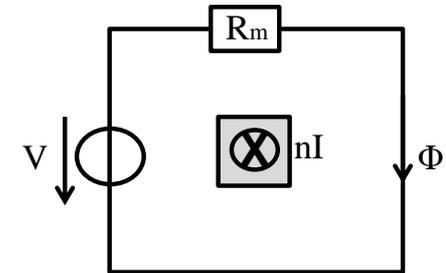


Induktorwirkungsgrad

Verbesserung durch Feldführung

Bei durch den Induktorstrom vorgegebener Erregung hängt der magnetische Fluss von dem magnetischen Widerstand ab. Die induzierte elektrische Spannung wiederum hängt nach dem Faradayschen Gesetz vom Magnetfluss ab:

$$U = -\dot{\Phi} = -\left(\frac{V}{R_m}\right)$$



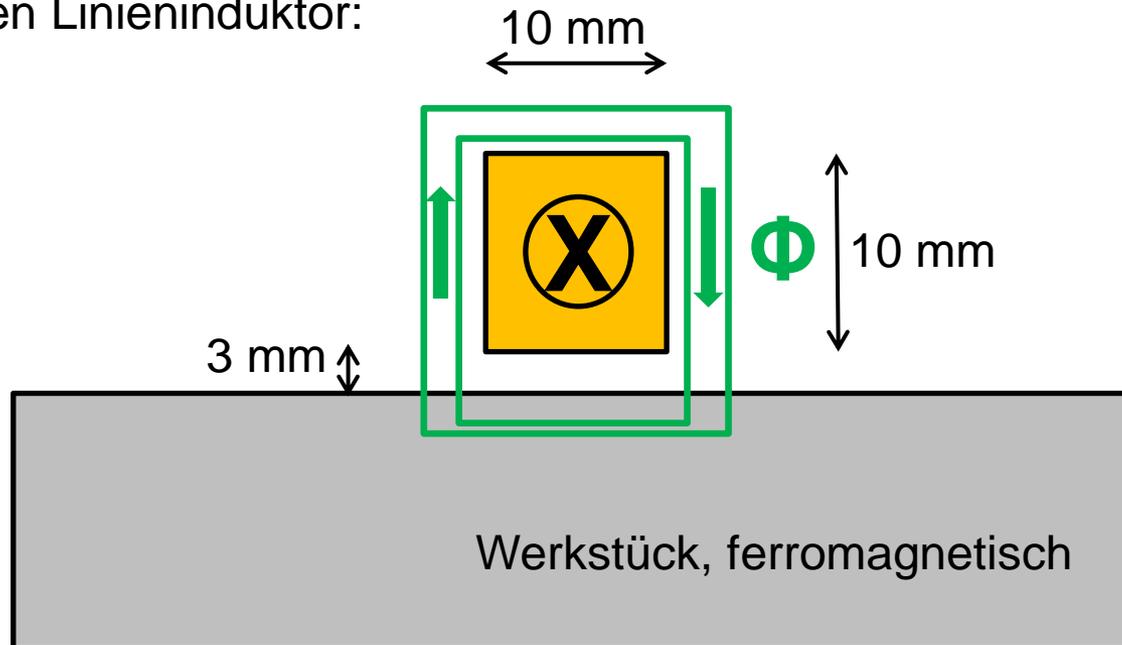
Wenn der magnetische Widerstand sinkt, erhöht sich bei gleichbleibender Erregung die Induktionsspannung und damit der elektromagnetische Wirkungsgrad. Man spricht auch von höherer elektromagnetischer Kopplung.

Der magnetische Widerstand ergibt sich aus dem Quotienten der durchströmten Strecke und dem Produkt aus Permeabilität und Querschnittsfläche:

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

Induktorwirkungsgrad Verbesserung durch Feldführung

Beispiel für einen Linieninduktor:



Der magnetische Gesamtwiderstand ergibt sich aus der Summe der Teilwiderstände:

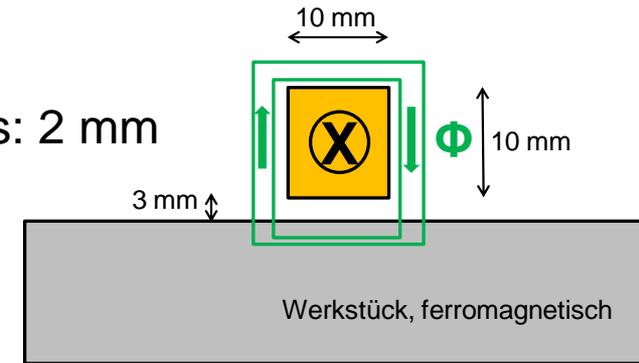
$$R_{m,Gesamt} = R_{m,um_Induktor} + R_{m,Luftspalt} + R_{m,Werkstück}$$

Induktorwirkungsgrad Verbesserung durch Feldführung

Beispiel für einen Linieninduktor:

Annahmen:

- Eindringtiefe und Breite des durchflossenen Bereichs: 2 mm
- Relative Permeabilität in Luft: 1
- Relative Permeabilität im Werkstück: 1000



Näherungsweise ergeben sich die jeweiligen Widerstände zu:

$$R_{m, \text{Luftspalt}} = \frac{2 \cdot 3 \text{ mm}}{\mu_0 \cdot 1 \cdot (2 \text{ mm} \cdot \text{Tiefe})}$$

$$R_{m, \text{um_Induktor}} = \frac{3 \cdot 10 \text{ mm}}{\mu_0 \cdot 1 \cdot (2 \text{ mm} \cdot \text{Tiefe})} = 6 \cdot R_{m, \text{Luftspalt}}$$

$$R_{m, \text{Werkstück}} = \frac{10 \text{ mm} + 2 \cdot 2 \text{ mm}}{\mu_0 \cdot 1000 \cdot (2 \text{ mm} \cdot \text{Tiefe})} = 0,0023 \cdot R_{m, \text{Luftspalt}} \ll R_{m, \text{Luftspalt}}$$

Induktorwirkungsgrad Verbesserung durch Feldführung

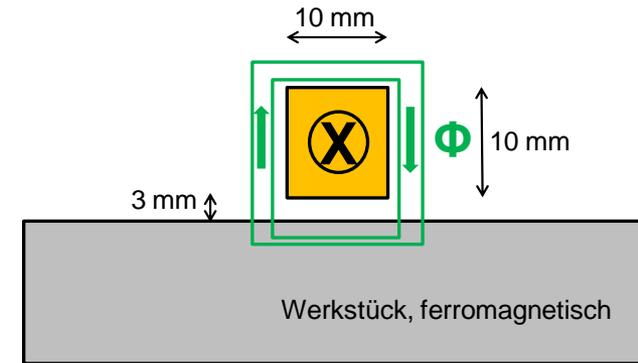
Beispiel für einen Linieninduktor:

Damit reduziert sich der magnetische Gesamtwiderstand:

$$R_{m,Gesamt} = R_{m,um_Induktor} + R_{m,Luftspalt} + R_{m,Werkstück} \rightarrow =0$$

zu:

$$R_{m,Gesamt} = 6 \cdot R_{m,Luftspalt}$$

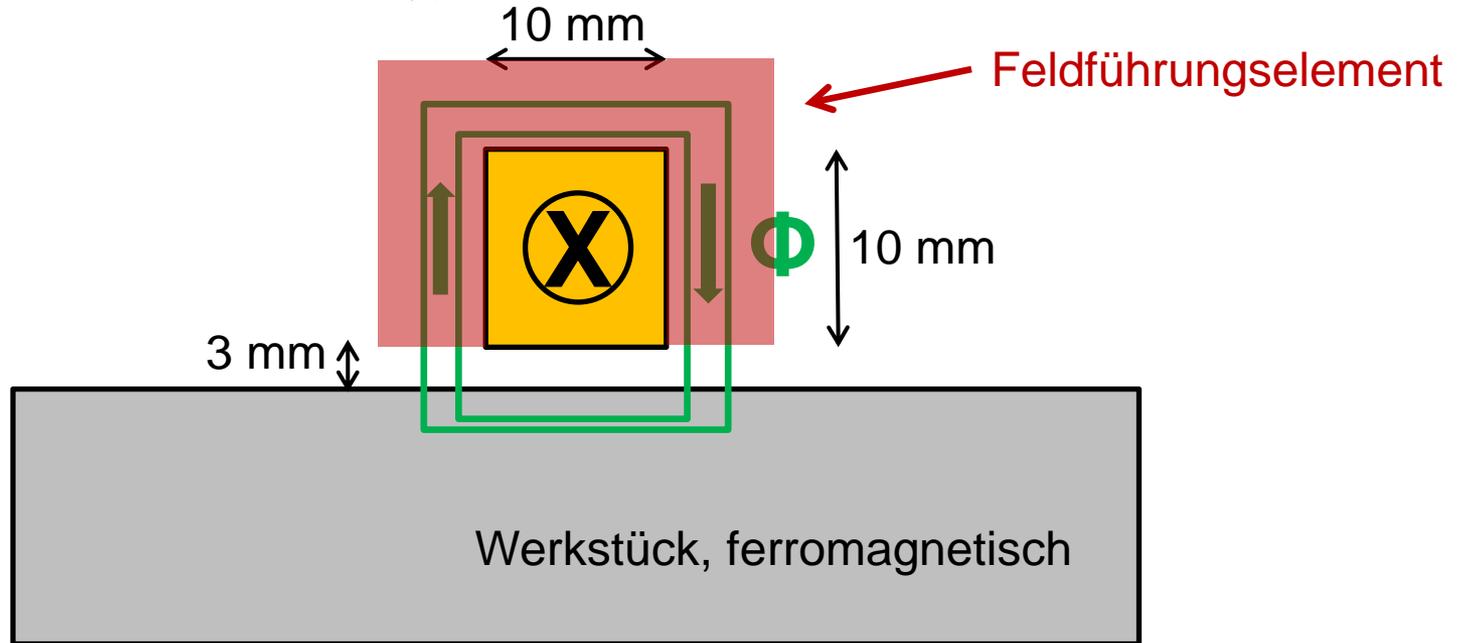


Eine Feldführung besitzt ebenfalls eine hohe magnetische Permeabilität und im besten Fall eine sehr schlechte elektrische Leitfähigkeit. Diese Kombination der Anforderungen ist nur unter bestimmten Kriterien einzuhalten. Für die weitere Herleitung soll hier aber davon ausgegangen werden, dass die Permeabilität der Feldführung bei 1000 und die elektrische Leitfähigkeit bei 0 liegen.

Induktorwirkungsgrad Verbesserung durch Feldführung

Beispiel für einen Linieninduktor:

Im Fall eines Linieninduktors wird typischerweise ein U-Profil um den Induktor geschlossen:



Damit reduziert sich $R_{m,um_Induktor} = 5 \cdot R_{m,Luftspalt}$ auf $R_{m,um_Induktor} = 0,005 \cdot R_{m,Luftspalt} \ll R_{m,Luftspalt}$

Induktorwirkungsgrad Verbesserung durch Feldführung

Beispiel für einen Linieninduktor:

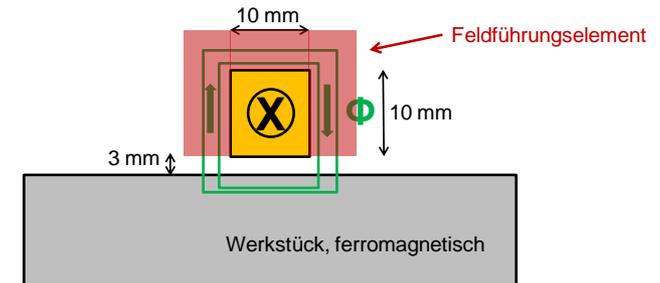
Damit reduziert sich der magnetische Gesamtwiderstand nochmals:

$$R_{m,Gesamt} = R_{m,umg.Induktor} + R_{m,Luftspalt} + R_{m,Werkstück}$$

zu:

$$R_{m,Gesamt} = 0 + R_{m,Luftspalt} + 0$$

$$R_{m,Gesamt} = R_{m,Luftspalt}$$

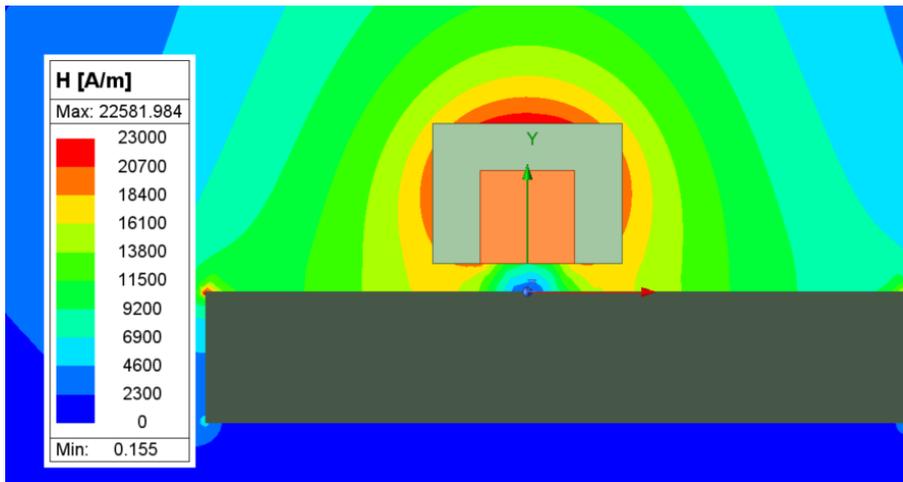


Der magnetische Widerstand ist durch den Einsatz der Feldführung auf 17% seines Ausgangswertes gesunken, der magnetische Fluss damit auf das 6-fache gestiegen. Entsprechend der Relation zur Induktionsspannung steigen damit auch der induzierte Strom und die induzierte Wärmequellendichte bei gleicher Erregung. Der Zusammenhang ist aber nicht linear, da durch eine erhöhte Erregung auch höhere Wirbelströme generiert werden, die nach Lenz'scher Regel das Primärfeld dämpfen.

Induktorwirkungsgrad Verbesserung durch Feldführung

Magnetfeld ohne und mit Feldführung:

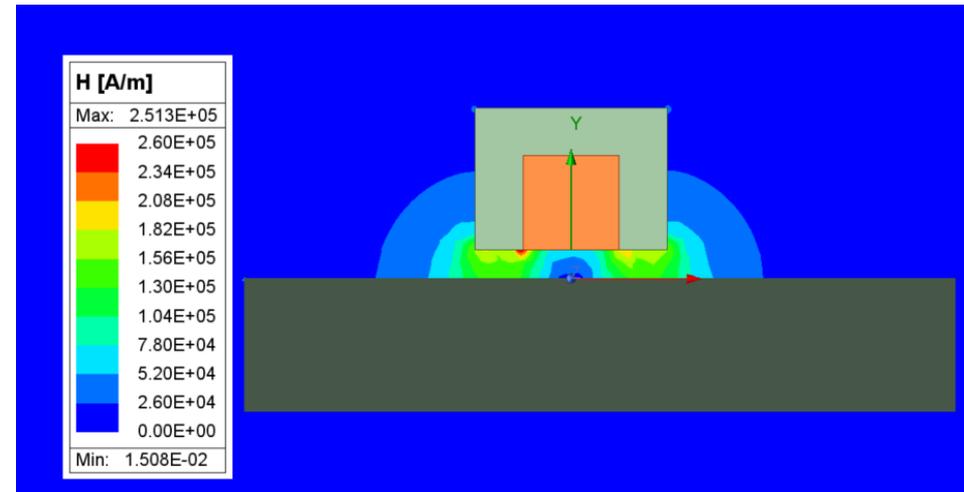
OHNE



$100 \cdot \text{Losses_WP} / (\text{Losses_WP} + \text{Losses_Ind})$
Setup1 : LastAdaptive
Phase='0deg'

69.014410

MIT



$100 \cdot \text{Losses_WP} / (\text{Losses_WP} + \text{Losses_Ind})$
Setup1 : LastAdaptive
Phase='0deg'

85.467798

Induktorwirkungsgrad

Feldführungsmaterialien - Elektroblech

Elektroblech:

- Beste magnetische Eigenschaften (hohe Sättigungspolarisation, geringe Verluste) bei kleinen und mittleren Frequenzen
- Hohe Temperaturbeständigkeit
- Keine Größenlimitierung (Bleche und Bänder)
- Geringer Preis bei Lagermaterial
- Limitierter Frequenzbereich (bis zu 20 kHz)
- Begrenzte Bearbeitbarkeit (Stanzen, Laserschneiden)
- Schlechte Eigenschaften bei 3D-Feldern
- Aufwendige Montage; besonders bei hohen Frequenzen

Bleche sind das meist eingesetzte Material für magnetische Flussführung bei Induktionsanwendungen mit geringen Frequenzen (50 Hz – 10 kHz)



Quelle: Fluxtrol, Inc.
Bob Ruffini, Dr. Valentin Nemkov

Induktorwirkungsgrad

Feldführungsmaterialien - Ferrite



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Ferrite:

- Sehr hohe Permeabilität bei schwachen Feldern
- Einsetzbar bei hohen Frequenzen
- Geringe Verluste
- Chemisch inert
- Geringer Preis bei Massenprodukten (Elektronik)
- Kleine Sättigungspolarisation (0.3 – 0.45 T)
- Geringe Curie-Temperatur (~250°C).
Verschlechterung der Eigenschaften bereits ab 150°C
- Schlechte thermische Leitfähigkeit
- Sehr schlechte mechanische Eigenschaften
Sehr hart und spröde
nicht bearbeitbar mit konventionellen Werkzeugen
- Anfällig gegenüber mech. und therm. Stößen



Große Bandbreite der Ferrite wird in Induktionstechnologie in Standardanwendungen (Hochfrequenz-Umrichter, Drosseln, Impeder, usw.) eingesetzt

Quelle: Fluxtrol, Inc.
Bob Ruffini, Dr. Valentin Nemkov



Induktorwirkungsgrad

Feldführungsmaterialien - MDM

Magneto-Dielektrische Materialien:

- Sehr großer Frequenzbereich (50 Hz – 13.56 MHz)
- Gute magnetische und thermische Eigenschaften
- Hohe Sättigungspolarisation (bis zu 1.7 T)
- Sehr gut bearbeitbar und einsetzflexibel
- Gute Eigenschaften in 3D-Feldern
- Größenlimitiert (im Vergleich zu Elektroblechen);
größte Materialplatte von Fluxtrol 222 mm x 165 mm
- Teurer als Elektrobleche

Wird häufig bei Frequenzen oberhalb von 20 kHz eingesetzt. Kombination von Elektroblechen in großen, regelmäßigen Bereichen und MDM bei komplexen Geometrien und 3D-Effekten vielversprechend für Induktionsanwendungen mit geringeren Frequenzen.



Quelle: Fluxtrol, Inc.
Bob Ruffini, Dr. Valentin Nemkov